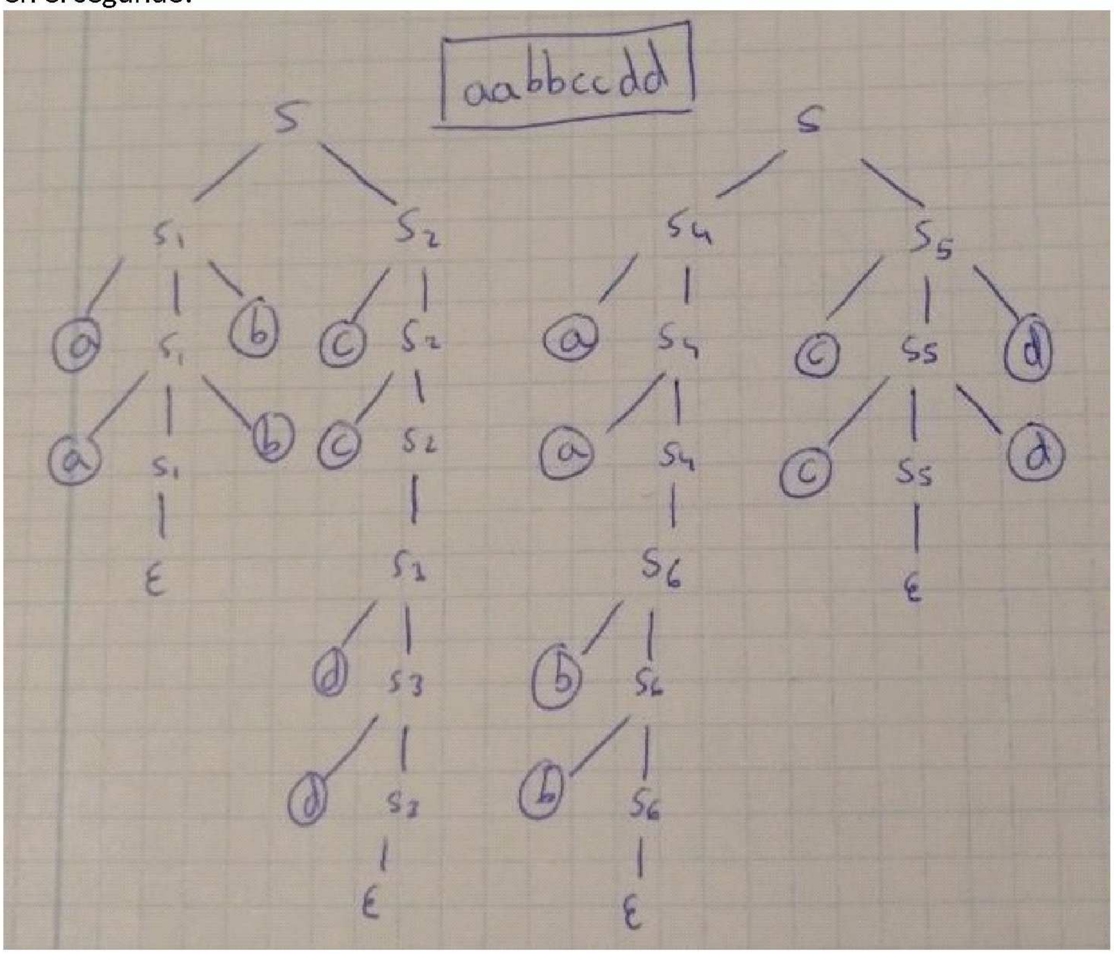
David Infante Casas 3º C - C1
Modelos de Computación
Relación ejercicios 2

-Todos los ejercicios han sido hechos a papel, y, posteriormente, pasados a ordenador-

1.- Demuestra que la siguiente gramática libre de contexto es ambigua.

Para demostrar que la gramática es ambigua usaremos como ejemplo la palabra "aabbccdd".
Obtendremos dicha palabra usando la derivación de S->S_1S_2 en el primer árbol y S->S_4S_5 en el segundo.



----

a) L = { $a^ib^jc^kd^l$ | (i=j) OR (k=l) }

----

b) Como no he sabido pensar la gramática no ambigua directamente, he pensado en primero construir un autómata con pila que produjese cadenas aceptadas por el lenguaje, quedando así:

El autómata sigue el siguiente razonamiento:
Cuando leo a, meto X en la pila.
Cuando leo b, quito X de la pila.
Cuando leo c, meto X en la pila.
Cuando leo d, quito X de la pila.

Estados = {q1}
Alfabeto de entrada = {a, b, c, d}
Alfabeto de pila = {R, X}
Funcion de transición = δ
Estado inicial = {q1}
Símbolo inicial de la pila = {R}
Estados finales = {Ø}

1- $\delta(q1, a, R) = \{(q1, XR)\}$
2- $\delta(q1, b, R) = \{(q1, R)\}$
3- $\delta(q1, c, R) = \{(q1, XR)\}$
4- $\delta(q1, a, X) = \{(q1, XX)\}$
5- $\delta(q1, b, X) = \{(q1, \varepsilon)\}$
6- $\delta(q1, c, X) = \{(q1, XX)\}$
7- $\delta(q1, \varepsilon, R) = \{(q1, \varepsilon)\}$
8- $\delta(q1, d, X) = \{(q1, \varepsilon)\}$
9- $\delta(q1, \varepsilon, X) = \{(q1, \varepsilon)\}$

S->[q1,R,q1]
1- [q1,R,q1]->a[q1,X,q1][q1,R,q1]
2- [q1,R,q1]->b[q1,R,q1]
3- [q1,R,q1]->c[q1,X,q1][q1,R,q1]
4- [q1,X,q1]->a[q1,X,q1][q1,X,q1]
5- [q1,X,q1]->b
6- [q1,X,q1]->c[q1,X,q1][q1,X,q1]
7- [q1,R,q1]->ε

8- [q1,X,q1]->d
9- [q1,X,q1]->ε

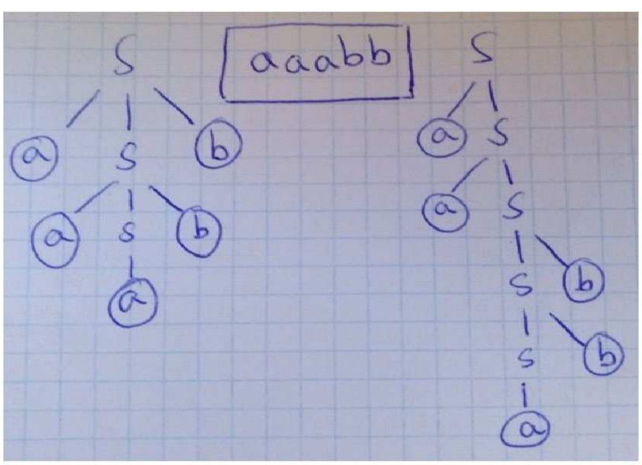
Damos alias para que sea más legible:
S = S
A = [q1,R,q1]
B = [q1,X,q1]

(Quitando producciones y símbolos inútiles):
S->bS|aAS|cAS|ε
A->aAA|cAA|b|d|ε

Probamos por ejemplo la cadena aabbc:
S->
aAS->
aaAAS->
aabAS->
aabbS->
aabbcAS->
aabbc

2. - Determinar cuáles de las siguientes gramáticas son ambiguas y, en su caso, comprobar si los lenguajes generados son inherentemente ambiguos:

a) Es ambigua.



Genera el lenguaje:

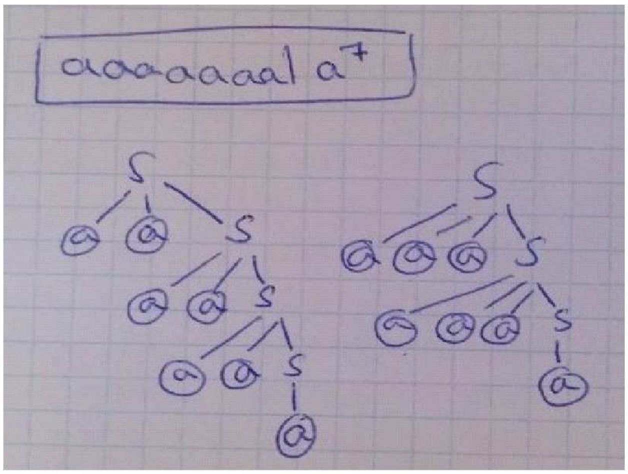
$L = \{ a^i b^j \mid i > 0; j >= 0 \}$

No es inherentemente ambigua porque la siguiente gramática genera el mismo lenguaje y no es ambigua:

S -> aS | Sb | a

---

b) Es ambigua.



Genera el lenguaje:

$L = \{ a^i \mid i > 0 \text{ AND } i \mathrel{!}= 2 \}$

No es inherentemente ambigua porque la siguiente gramática genera el mismo lenguaje y no es ambigua:

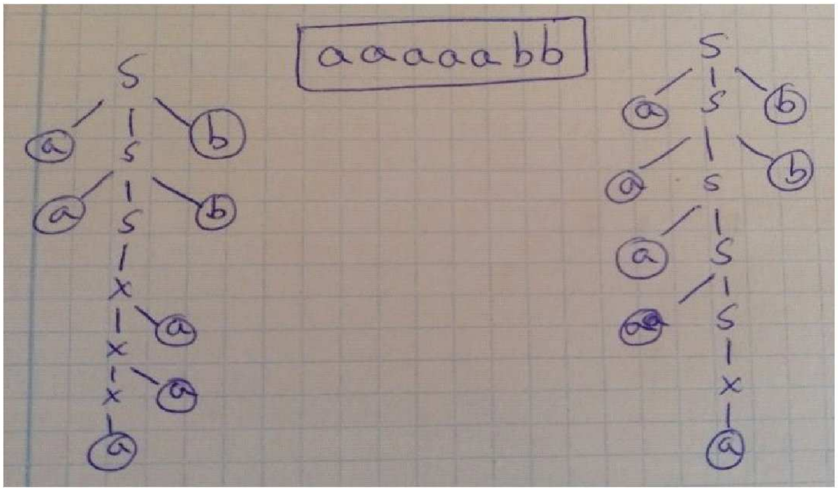
$S \rightarrow aS_1 \mid a$

$S_1 \rightarrow aS_2$

$S_2 \rightarrow aS_2 \mid a$

---

c) Es ambigua.



Genera el lenguaje:

L = { a^ib^j | i > j AND i > 0 }

No es inherentemente ambigua porque la siguiente gramática genera el mismo lenguaje y no es ambigua:

S -> aS | aSb | a

3. - Pasa a Forma Normal de Chomsky la siguiente gramática libre de contexto:

Primero haremos uso de los algoritmos de eliminación de símbolos y producciones inútiles, eliminación de producciones nulas y eliminación de producciones unitarias:

Paso 1

Eliminamos producciones inútiles:

$V \backslash V_t$ = {E}

S -> A|BCa|aDcd

A -> aAb|c

B -> CD|Ad|ε

C -> Cc|Bb|c

D -> aDd|Dd|ε

F -> aFd|d

Paso 2

Se elimina F porque es inalcanzable desde S

S -> A|BCa|aDcd

A -> aAb|c

B -> CD|Ad|ε

C -> Cc|Bb|c

D -> aDd|Dd|ε

Paso 3

Eliminamos producciones nulas:

H = {B, D}

S -> A|BCa|Ca|aDcd|acd

A -> aAb|c

B -> CD|C|Ad

C -> Cc|Bb|b|c

D -> aDd|ad|Dd|d

Paso 4

Eliminamos producciones unitarias:

S -> aAb|c|BCa|Ca|aDcd|acd

A -> aAb|c

B -> CD|Cc|Bb|b|c|Ad

C -> Cc|Bb|b|c

D -> aDd|ad|Dd|d

Paso 5

Forma Normal de Chomsky:

S -> C_aE_1|c|BE_2|CC_a|C_aE_3|C_aE_4

A -> C_aE_1|c

B -> CD|CC_c|BC_b|b|c|AC_d

C -> CC_c|BC_b|b|c

D -> C_aF_1|C_aC_d|DC_d|d

E_1 -> AC_b

E_2 -> CC_a

E_3 -> DE_4

E_4 -> C_cC_d

F_1 -> DC_d

C_a -> a

C_b -> b

C_c -> c

C_d -> d

4. - Pasa a Forma Normal de Greibach la siguiente gramática:

Para poder aplicar Greibach primero pasaremos la gramática a la forma normal de Chomsky:

Quitamos las producciones unitarias:

S_1 -> $S_1S_2c|S_2e|S_3bS_3$

S_2 -> $S_1S_1|d$

S_3 -> S_2e

Forma Normal de Chomsky:

S_1 -> $S_1D_1|S_2C_e|S_3D_2$

S_2 -> $S_1S_1|d$

S_3 -> S_2C_e

D_1 -> S_2C_c

D_2 -> C_bS_3

C_b -> b

C_c -> c

C_e -> e

Asignamos nombres a las variables para tener que hacer el mínimo de Elimina1 posibles:

$C_e > C_c > D_2 > D_1 > C_b > S_3 > S_1 > S_2$

C_e = A1

C_c = A2

D_2 = A3

D_1 = A4

C_b = A5

S_3 = A6

S_1 = A7

S_2 = A8

Paso 1 de Greibach:

A7->A7A4	A7->A8A1	A7->A6A3	A8->A7A7	A8->d
A6->A8A1	A4->A8A2	A3->A5A6	A5->b A2->c	A1->e

Elimina1:

Se elimina: A7->A6A3

Se añade: A7->A8A1A3

Queda:

A7->A7A4	A7->A8A1	A7->A8A1A3	A8->A7A7	A8->d
A6->A8A1	A4->A8A2	A3->A5A6	A5->b A2->c	A1->e

Elimina2:

Se añade B7 y las producciones: B7->A4 B7->A4B7
Se elimina: A7->A7A4
Se añade: A7->A8A1B7 A7->A8A1B7
Queda:
A7->A8A1 A7->A8A1A3 <u>A8->A7A7</u> A8->d
A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e
B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7

<u>Elimina1:</u>
Se elimina: A8->A7A7
Se añade: A8->A8A1A7 A8->A8A1A3A7 A8->A8A1B7A7
A8->A8A1A3B7A7
Queda:
A7->A8A1 A7->A8A1A3 A8->d
A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e
B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7
<u>A8->A8A1A7</u> <u>A8->A8A1A3A7</u> <u>A8->A8A1B7A7</u> <u>A8->A8A1A3B7A7</u>

<u>Elimina2:</u>
Se añade B8 y las producciones: B8->A1A7 B8->A1A7B8
B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8
B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
Se eliminan: A8->A8A1A7 A8->A8A1A3A7 A8->A8A1B7A7
A8->A8A1A3B7A7
Se añade: A8->dB8
Queda:
A7->A8A1 A7->A8A1A3 A8->d
A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e
B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7
B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8

<u>Paso 2 de Greibach:</u>
<u>A7->A8A1</u> <u>A7->A8A1A3</u> A8->d
<u>A6->A8A1</u> <u>A4->A8A2</u> <u>A3->A5A6</u> A5->b A2->c A1->e
B7->A4 B7->A4B7 <u>A7->A8A1B7</u> <u>A7->A8A1A3B7</u>

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8

Elimina1:
Se elimina: A7->A8A1
Se añade: A7->dA1 A7->dB8A1
Queda:
A7->A8A1A3 A8->d A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e
B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7
B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1

Elimina1:
Se elimina: A7->A8A1A3
Se añade: A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
Queda:
A8->d A6->A8A1 A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e
B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7
B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

Elimina1:
Se elimina: A6->A8A1
Se añade: A6->dA1 A6->dB8A1
Queda:
A8->d A4->A8A2 A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e
B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7
B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
A6->dA1 A6->dB8A1

Elimina1:
Se elimina: A4->A8A2
Se añade: A4->dA2 A4->dB8A2

Queda:

A8->d A3->A5A6 A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2

Elimina1:

Se elimina: A3->A5A6

Se añade: A3->bA6

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1B7 A7->A8A1A3B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

Elimina1:

Se elimina: A7->A8A1B7

Se añade: A7->dA1B7 A7->dB8A1B7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7 A7->A8A1A3B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7

Elimina1:

Se elimina: A7->A8A1A3B7

Se añade: A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B7->A4 B7->A4B7

B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6
A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

Marcamos las producciones que restan:
A8->d A5->b A2->c A1->e B7->A4 B7->A4B7
B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6
A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

Elimina1:
Se elimina: B7->A4
Se añade: B7->dA2 B7->dB8A2
Queda:
A8->d A5->b A2->c A1->e B7->A4B7
B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6
A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7
B7->dA2 B7->dB8A2

Elimina1:
Se elimina: B7->A4B7
Se añade: B7->dA2B7 B7->dB8A2B7
Queda:
A8->d A5->b A2->c A1->e
B8->A1A7 B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8
B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8
A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6
A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7
B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A7

Se añade: B8->eA7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B8->A1A7B8 B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7

B8->eA7

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A7B8

Se añade: B8->eA7B8

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B8->A1A3A7 B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7

B8->eA7 B8->eA7B8

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A3A7

Se añade: B8->eA3A7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B8->A1A3A7B8

B8->A1B7A7 B8->A1B7A7B8 B8->A1A3B7A7 B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3

A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6

A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7

B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7

B8->eA7 B8->eA7B8 B8->eA3A7

<u>Elimina1:</u>

Se elimina: B8->A1A3A7B8

Se añade: B8->eA3A7B8

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

<u>B8->A1B7A7</u> <u>B8->A1B7A7B8</u> <u>B8->A1A3B7A7</u> <u>B8->A1A3B7A7B8</u>

A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7	
B8->eA7	B8->eA7B8	B8->eA3A7	B8->eA3A7B8	

<u>Elimina1:</u>

Se elimina: B8->A1B7A7

Se añade: B8->eB7A7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

<u>B8->A1B7A7B8</u> <u>B8->A1A3B7A7</u> <u>B8->A1A3B7A7B8</u>

A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7	
B8->eA7	B8->eA7B8	B8->eA3A7	B8->eA3A7B8	
B8->eB7A7				

<u>Elimina1:</u>

Se elimina: B8->A1B7A7B8

Se añade: B8->eB7A7B8

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

<u>B8->A1A3B7A7</u> <u>B8->A1A3B7A7B8</u>

A8->dB8	A7->dA1	A7->dB8A1	A7->dA1A3	A7->dB8A1A3
A6->dA1	A6->dB8A1	A4->dA2	A4->dB8A2	A3->bA6
A7->dA1B7	A7->dB8A1B7	A7->dA1A3B7	A7->dB8A1A3B7	
B7->dA2	B7->dB8A2	B7->dA2B7	B7->dB8A2B7	
B8->eA7	B8->eA7B8	B8->eA3A7	B8->eA3A7B8	
B8->eB7A7	B8->eB7A7B8			

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A3B7A7

Se añade: B8->eA3B7A7

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

B8->A1A3B7A7B8

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6
A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7
B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7
B8->eA7 B8->eA7B8 B8->eA3A7 B8->eA3A7B8
B8->eB7A7 B8->eB7A7B8 B8->eA3B7A7

Elimina1:

Se elimina: B8->A1A3B7A7B8

Se añade: B8->eA3B7A7B8

Queda:

A8->d A5->b A2->c A1->e

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6
A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7
B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7
B8->eA7 B8->eA7B8 B8->eA3A7 B8->eA3A7B8
B8->eB7A7 B8->eB7A7B8 B8->eA3B7A7 B8->eA3B7A7B8

Resultado:

A8->d A5->b A2->c A1->e

A8->dB8 A7->dA1 A7->dB8A1 A7->dA1A3 A7->dB8A1A3
A6->dA1 A6->dB8A1 A4->dA2 A4->dB8A2 A3->bA6
A7->dA1B7 A7->dB8A1B7 A7->dA1A3B7 A7->dB8A1A3B7
B7->dA2 B7->dB8A2 B7->dA2B7 B7->dB8A2B7
B8->eA7 B8->eA7B8 B8->eA3A7 B8->eA3A7B8
B8->eB7A7 B8->eB7A7B8 B8->eA3B7A7 B8->eA3B7A7B8

5. - Dar un autómata con pila que acepte las cadenas del siguiente lenguaje por el criterio de pila vacía: L = {aibjckdl / (i=l) ∨ (j=k)}

Para encontrar el autómata, he construido primero una gramática que genera el lenguaje:

$S \text{->} S_1 | S_4S_5S_6$

$S_1 \text{->} aS_1d | S_2$

$S_2 \text{->} bS_2 | S_3$

$S_3 \text{->} cS_3 | \varepsilon$

$S_4 \text{->} aS_4 | \varepsilon$

$S_5 \text{->} bS_5c | \varepsilon$

$S_6 \text{->} dS_6 | \varepsilon$

Hecho esto, paso la gramática a autómata con pila:

Estados = {q}

Alfabeto de entrada = {a, b, c, d}

Alfabeto de pila = $\{a, b, c, d, S, S, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6\}$

Funcion de transición = δ

Estado inicial = {q}

Símbolo inicial de la pila = {S}

Estados finales = {Ø}

$\delta(q, \varepsilon, S) = \{(q, S_1), (q, S_4S_5S_6)\}$

$\delta(q, \varepsilon, S_1) = \{(q, aS_1d), (q, S_2)\}$

$\delta(q, \varepsilon, S_2) = \{(q, bS_2), (q, S_3)\}$

$\delta(q, \varepsilon, S_3) = \{(q, cS_3), (q, \varepsilon)\}$

$\delta(q, \varepsilon, S_4) = \{(q, aS_4), (q, \varepsilon)\}$

$\delta(q, \varepsilon, S_5) = \{(q, bS_5c), (q, \varepsilon)\}$

$\delta(q, \varepsilon, S_6) = \{(q, dS_6), (q, \varepsilon)\}$

$\delta(q, a, a) = \{(q, \varepsilon)\}$

$\delta(q, b, b) = \{(q, \varepsilon)\}$

$\delta(q, c, c) = \{(q, \varepsilon)\}$

$\delta(q, d, d) = \{(q, \varepsilon)\}$

Probamos el autómata con la cadena aaabddd, por ejemplo:

Pila ->]

aaabddd	S]
aaabddd	S_1]
aaabddd	aS_1d]
$\underline{a}$aabddd	S_1d]
$\underline{a}$aabddd	aS_1dd]
$\underline{aa}$abddd	S_1dd]

aaabddd	aS_1ddd]
aaabddd	S_1ddd]
aaabddd	S_2ddd]
aaabddd	bS_2ddd]
aaabddd	S_2ddd]
aaabddd	S_3ddd]
aaabddd	ddd]
aaabddd	dd]
aaabddd	d]
aaabddd	]

6. - Dar un autómata con pila determinista que acepte las cadenas definidas sobre el alfabeto A de los siguientes lenguajes por el criterio de pila vacía, si no es posible encontrarlo por ese criterio entonces usar el criterio de estados finales:

a)El autómata sigue el siguiente razonamiento:
Cuando leo 0, meto X en la pila.
Cuando leo 1, meto X de la pila.
Cuando leo 2, meto X de la pila.
Cuando leo 3, quito X de la pila.

Estados = {q1}
Alfabeto de entrada = {0, 1, 2, 3}
Alfabeto de pila = {R, X}
Funcion de transición = δ
Estado inicial = {q1}
Símbolo inicial de la pila = {R}
Estados finales = {Ø}

δ(q1, 0, R) = {(q1, XR)} - leer 0 al empezar y meter X
δ(q1, 1, R) = {(q1, XR)} - leer 1 al empezar y meter X
δ(q1, 2, R) = {(q1, XR)} - leer 2 al empezar y meter X
δ(q1, 0, X) = {(q1, XX)} - leer 0 y meter X
δ(q1, 1, X) = {(q1, XX)} - leer 1 y meter X
δ(q1, 2, X) = {(q1, XX)} - leer 2 y meter X
δ(q1, 3, X) = {(q1, ε)} - leer 3 y quitar X
δ(q1, ε, R) = {(q1, ε)} - quitar el símbolo inicial (R)

Las tres primeras funciones de transición permiten i, j, k >= 0.

----

b)El autómata sigue el siguiente razonamiento:
Cuando leo 0, meto X en la pila.
Cuando leo 1, meto X de la pila.
Cuando leo 2, meto X de la pila.
Cuando leo 3, quito X de la pila.
Cuando leo 4, quito R de la pila.

Estados = {q1}
Alfabeto de entrada = {0, 1, 2, 3, 4}
Alfabeto de pila = {R, X}
Funcion de transición = δ
Estado inicial = {q1}
Símbolo inicial de la pila = {R}
Estados finales = {Ø}

δ(q1, 0, R) = {(q1, XR)} - leer 0 al empezar y meter X
δ(q1, 1, R) = {(q1, XR)} - leer 1 al empezar y meter X
δ(q1, 2, R) = {(q1, XR)} - leer 2 al empezar y meter X
δ(q1, 0, X) = {(q1, XX)} - leer 0 y meter X
δ(q1, 1, X) = {(q1, XX)} - leer 1 y meter X
δ(q1, 2, X) = {(q1, XX)} - leer 2 y meter X
δ(q1, 3, X) = {(q1, ε)} - leer 3 y quitar X
δ(q1, 4, R) = {(q1, ε)} - quitar el símbolo inicial (R)

Las tres primeras funciones de transición permiten i, j, k = 0.
La última función de transición permite poner 4 siempre al final.

<u>7. - Construir un autómata con pila que acepte el siguiente lenguaje:</u>

El autómata sigue el siguiente razonamiento:
Cuando leo a, meto X en la pila.
Cuando leo b, quito X de la pila hasta llegar a R.
Si me faltan b por leer, meto X en la pila.
Cuando leo c, quito X de la pila.

Estados = {q1, q2}
Alfabeto de entrada = {a, b, c}
Alfabeto de pila = {R, X}
Funcion de transición = δ
Estado inicial = {q1}
Símbolo inicial de la pila = {R}
Estados finales = {Ø}

1- δ(q1, a, R) = {(q1, XR)} - leer a al empezar y meter X
2- δ(q1, a, X) = {(q1, XX)} - leer a y meter X
3- δ(q1, b, R) = {(q2, XR)} - leer b, si llego a R, meter X y pasar a q2
4- δ(q1, b, X) = {(q1, ε)} - leer b y quitar X
5- δ(q1, c, X) = {(q1, ε)} - leer c y quitar X
6- δ(q1, ε, R) = {(q1, ε)} - quitar estado inicial
7- δ(q2, c, X) = {(q1, ε)} - leer c, quitar X y pasar a q1
8- δ(q2, b, X) = {(q2, XX)} - leer b y meter X si no había a

----

a) S->[q1,R,q1]   S->[q1,R,q2]

1- [q1,R,q1]->a[q1,X,q1][q1,R,q1]
[q1,R,q2]->a[q1,X,q1][q1,R,q2]
[q1,R,q1]->a[q1,X,q2][q2,R,q1]
[q1,R,q2]->a[q1,X,q2][q2,R,q2]

2- [q1,X,q1]->a[q1,X,q1][q1,X,q1]
[q1,X,q2]->a[q1,X,q1][q1,X,q2]
[q1,X,q1]->a[q1,X,q2][q2,X,q1]
[q1,X,q2]->a[q1,X,q2][q2,X,q2]

3- [q1,R,q1]->b[q2,X,q1][q1,R,q1]
[q1,R,q2]->b[q2,X,q1][q1,R,q2]
[q1,R,q1]->b[q2,X,q2][q2,R,q1]
[q1,R,q2]->b[q2,X,q2][q2,R,q2]

4- [q1,X,q1]->b

5- [q1,X,q1]->b

6- [q1,R,q1]->ε

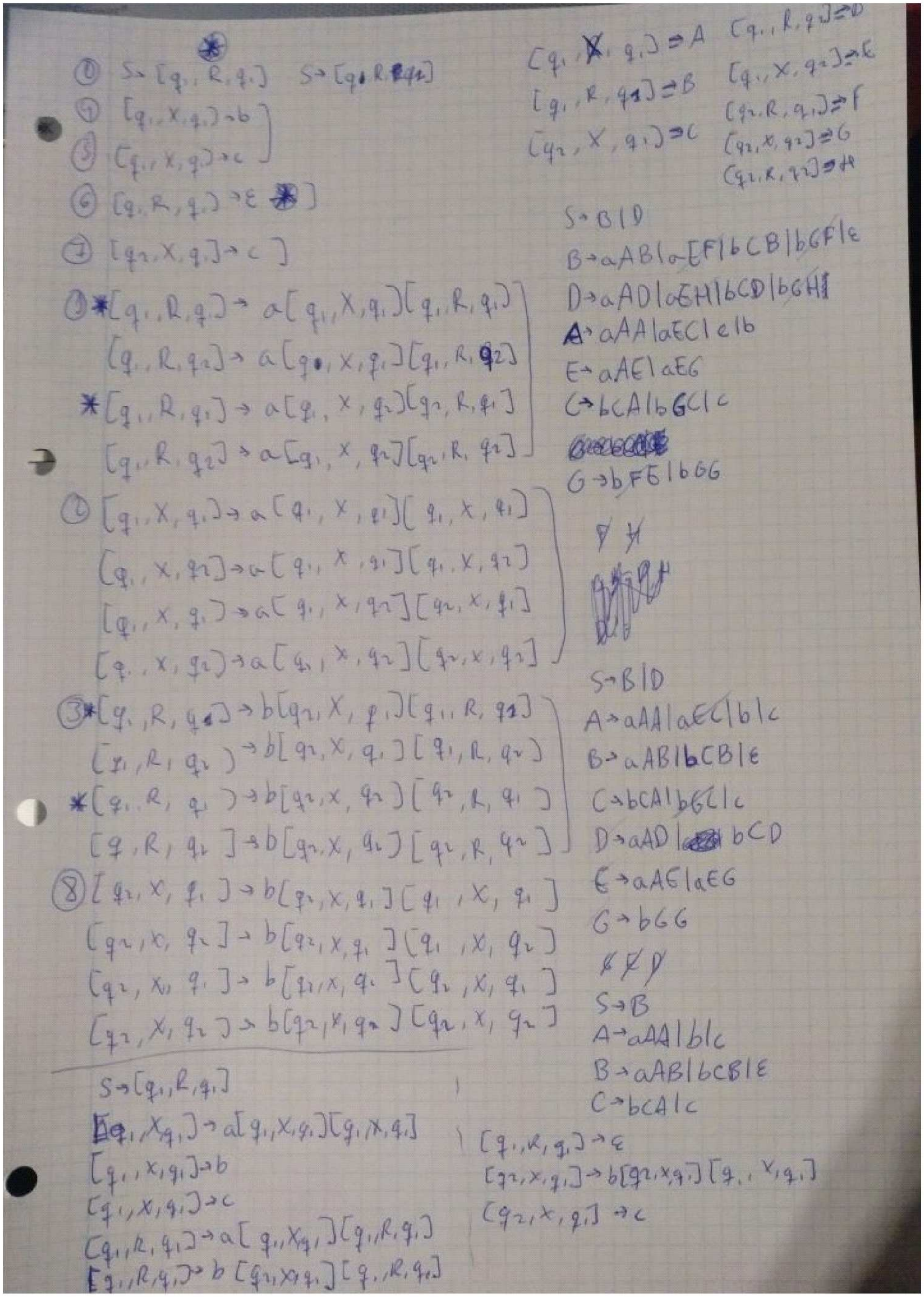
7- [q2,X,q1]->c

8- [q2,X,q1]->b[q2,X,q1][q1,X,q1]
[q2,X,q2]->b[q2,X,q1][q1,X,q2]
[q2,X,q1]->b[q2,X,q2][q2,X,q1]
[q2,X,q2]->b[q2,X,q2][q2,X,q2]

----

b) Al eliminar producciones y símbolos inútiles, la gramática resultante es:
S->a[q1,X,q1]S
S->b[q2,X,q1]S
S->ε
[q1,X,q1]->a[q1,X,q1][q1,X,q1]
[q1,X,q1]->b
[q1,X,q1]->c
[q2,X,q1]->b[q2,X,q1][q1,X,q1]
[q2,X,q1]->c

Para realizar la simplificación de la gramática di alias a las variables para que fuese más sencillo, adjunto una imagen donde hice la simplificación:


① S→[q1,R,q1]   S→[q1,R,q2]
④ [q1,X,q1]→b
⑤ [q1,X,q1]→c
⑥ [q1,R,q1]→ε *
⑦ [q2,X,q1]→c
① *[q1,R,q1]→a[q1,X,q1][q1,R,q1]
[q1,R,q2]→a[q1,X,q1][q1,R,q2]
*[q1,R,q1]→a[q1,X,q2][q2,R,q1]
[q1,R,q2]→a[q1,X,q2][q2,R,q2]
② [q1,X,q1]→a[q1,X,q1][q1,X,q1]
[q1,X,q2]→a[q1,X,q1][q1,X,q2]
[q1,X,q1]→a[q1,X,q2][q2,X,q1]
[q1,X,q2]→a[q1,X,q2][q2,X,q2]
③ *[q1,R,q1]→b[q2,X,q1][q1,R,q1]
[q1,R,q2]→b[q2,X,q1][q1,R,q2]
*[q1,R,q1]→b[q2,X,q2][q2,R,q1]
[q1,R,q2]→b[q2,X,q2][q2,R,q2]
⑧ [q2,X,q1]→b[q2,X,q1][q1,X,q1]
[q2,X,q2]→b[q2,X,q1][q1,X,q2]
[q2,X,q1]→b[q2,X,q2][q2,X,q1]
[q2,X,q2]→b[q2,X,q2][q2,X,q2]
S→[q1,R,q1]
[q1,X,q1]→a[q1,X,q1][q1,X,q1]
[q1,X,q1]→b
[q1,X,q1]→c
[q1,R,q1]→a[q1,X,q1][q1,R,q1]
[q1,R,q1]→b[q2,X,q1][q1,R,q1]
[q1,R,q1]→ε
[q2,X,q1]→b[q2,X,q1][q1,X,q1]
[q2,X,q1]→c
[q1,X,q1]⇒A   [q1,R,q2]⇒D
[q1,R,q1]⇒B   [q1,X,q2]⇒E
[q2,X,q1]⇒C   [q2,R,q1]⇒F
[q2,X,q2]⇒G
[q2,R,q2]⇒H
S→B|D
B→aAB|aEF|bCB|bGF|ε
D→aAD|aEH|bCD|bGH
A→aAA|aEC|c|b
E→aAE|aEG
C→bCA|bGC|c
G→bFE|bGG
~~F~~ ~~H~~
S→B|D
A→aAA|aEC|b|c
B→aAB|bCB|ε
C→bCA|bGC|c
D→aAD|bCD
E→aAE|aEG
G→bGG
~~E~~ ~~G~~ ~~D~~
S→B
A→aAA|b|c
B→aAB|bCB|ε
C→bCA|c

Probamos la gramática con, por ejemplo, la palabra abbbcc, y para que resulte más legible, daré alias a las variables:

S = S
A = [q1,X,q1]
B = [q2,X,q1]

entonces la gramática queda:
S->aAS|bBS|ε
A->aAA|b|c
B->bBA|c

probamos abbbcc:
S->
aAS->
abS->
abbBS->
abbbBAS->
abbbcAS->
abbbccS->
abbbcc

<u>8. - Determinar qué lenguajes son regulares y/o libres de contexto</u>

a) $z = 0^n1^n1^n0^n$
$z = 0^n1^n1^n0^n$
<u>000…0</u> <u>111…1</u> <u>111…1</u> <u>000…0</u> (____ = n)

El lenguaje no es libre de contexto, al bombear, la palabra resultante no pertenece al lenguaje.

----

b) $z = 0^n10^n10^{n+n}$
Aplicando el lema de bombeo, nos damos cuenta que el lenguaje es libre de conexto ya que hay una relación binaria entre 0^n y 0^n con 0^{n+m} y por tanto al bombear, las palabras resultantes siguien perteneciendo al lenguaje.
Sin embargo, si aplicamos el lema de bombeo para lenguajes regulares, obtenemos que el lenguaje no es regular porque, al haber una relación binaria, si bombeamos, las palabras resultantes no pertenecen al lenguaje, por ejemplo, al bombear 0^n, rompemos 0^{n+n}

----

c) Para representar este lenguaje podemos dar la expresión regular:

$(1(0+1))^*(1+\varepsilon)$

De forma que $(1(0+1))^*$ nos permite colocar un 1 siempre en la posición impar, y, $(1+\varepsilon)$ nos da la posibilidad de que la cadena tenga una longitud impar.

Por tanto, el lenguaje es regular.

9. - Encuentra una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el siguiente lenguaje definido sobre el alfabeto {a, 0, 1}:

Para encontrar la gramática, he construido primero un autómata con pila no determinista que acepta el lenguaje propuesto siguiendo el siguiente razonamiento:

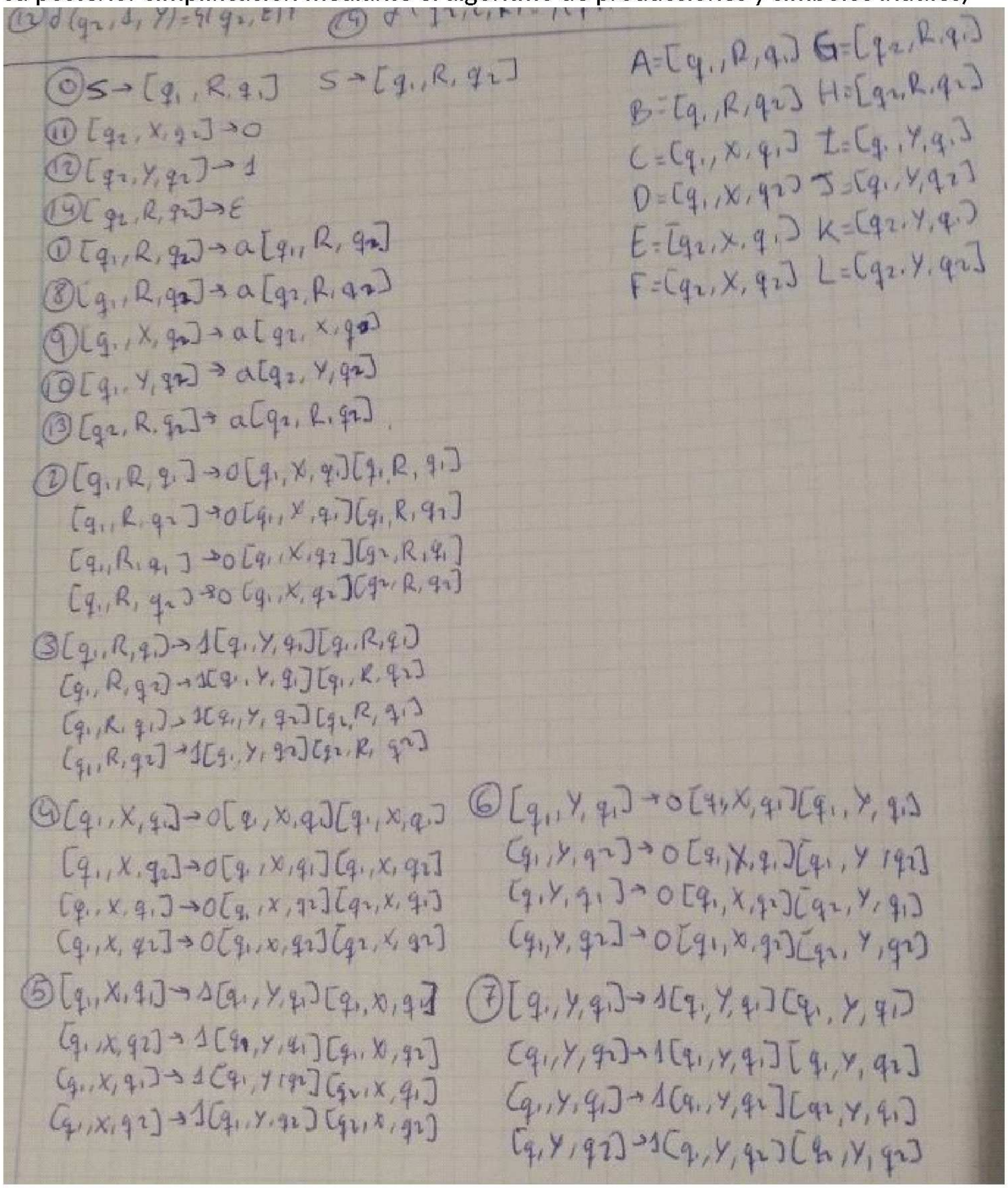
Leo a al empezar (R).
Leo 0 y 1 y meto X e Y en la pila.
Leo a y paso a q2.
Leo 0 y 1 mientras vacío la pila.
Leo a al acabar (R).
Retiro el símbolo inicial de la pila (R).

Estados = {q1, q2}
Alfabeto de entrada = {0, 1, a}
Alfabeto de pila = {R, X, Y}
Funcion de transición = δ
Estado inicial = {q1}
Símbolo inicial de la pila = {R}
Estados finales = {Ø}

1- δ(q1, a, R) = {(q1, R)} - leer la primera a
2- δ(q1, 0, R) = {(q1, XR)} - leer 0 y meter X
3- δ(q1, 1, R) = {(q1, YR)} - leer 1 y meter Y
4- δ(q1, 0, X) = {(q1, XX)} - leer 0 y meter X
5- δ(q1, 1, X) = {(q1, YX)} - leer 1 y meter Y
6- δ(q1, 0, Y) = {(q1, XY)} - leer 0 y meter X
7- δ(q1, 1, Y) = {(q1, YY)} - leer 1 y meter Y
8- δ(q1, a, R) = {(q2, R)} - leer la a del medio
9- δ(q1, a, X) = {(q2, X)} - leer la a del medio
10- δ(q1, a, Y) = {(q2, Y)} - leer la a del medio
11- δ(q2, 0, X) = {(q2, ε)} - leer 0 y quitar X
12- δ(q2, 1, Y) = {(q2, ε)} - leer 1 y quitar Y

13- δ(q2, a, R) = {(q2, R)} - leer la última a
14- δ(q2, ε, R) = {(q2, ε)} - retirar el símbolo inicial de la pila

A continuación paso el autómata a gramática:
(En la parte de arriba a la derecha se pueden ver los alias dados a las Producciones para su posterior simplificación mediante el algoritmo de producciones y símbolos inútiles)


(12) $\delta(q_2, 1, Y) = \{(q_2, \varepsilon)\}$ (14) $\delta(\ldots$

(0) $S \to [q_1, R, q_1]$ $S \to [q_1, R, q_2]$
(11) $[q_2, X, q_2] \to 0$
(12) $[q_2, Y, q_2] \to 1$
(14) $[q_2, R, q_2] \to \varepsilon$
(1) $[q_1, R, q_2] \to a[q_1, R, q_2]$
(8) $[q_1, R, q_2] \to a[q_2, R, q_2]$
(9) $[q_1, X, q_2] \to a[q_2, X, q_2]$
(10) $[q_1, Y, q_2] \to a[q_2, Y, q_2]$
(13) $[q_2, R, q_2] \to a[q_2, R, q_2]$
(2) $[q_1, R, q_1] \to 0[q_1, X, q_1][q_1, R, q_1]$
$[q_1, R, q_2] \to 0[q_1, X, q_1][q_1, R, q_2]$
$[q_1, R, q_1] \to 0[q_1, X, q_2][q_2, R, q_1]$
$[q_1, R, q_2] \to 0[q_1, X, q_2][q_2, R, q_2]$
(3) $[q_1, R, q_1] \to 1[q_1, Y, q_1][q_1, R, q_1]$
$[q_1, R, q_2] \to 1[q_1, Y, q_1][q_1, R, q_2]$
$[q_1, R, q_1] \to 1[q_1, Y, q_2][q_2, R, q_1]$
$[q_1, R, q_2] \to 1[q_1, Y, q_2][q_2, R, q_2]$
(4) $[q_1, X, q_1] \to 0[q_1, X, q_1][q_1, X, q_1]$
$[q_1, X, q_2] \to 0[q_1, X, q_1][q_1, X, q_2]$
$[q_1, X, q_1] \to 0[q_1, X, q_2][q_2, X, q_1]$
$[q_1, X, q_2] \to 0[q_1, X, q_2][q_2, X, q_2]$
(5) $[q_1, X, q_1] \to 1[q_1, Y, q_1][q_1, X, q_1]$
$[q_1, X, q_2] \to 1[q_1, Y, q_1][q_1, X, q_2]$
$[q_1, X, q_1] \to 1[q_1, Y, q_2][q_2, X, q_1]$
$[q_1, X, q_2] \to 1[q_1, Y, q_2][q_2, X, q_2]$
(6) $[q_1, Y, q_1] \to 0[q_1, X, q_1][q_1, Y, q_1]$
$[q_1, Y, q_2] \to 0[q_1, X, q_1][q_1, Y, q_2]$
$[q_1, Y, q_1] \to 0[q_1, X, q_2][q_2, Y, q_1]$
$[q_1, Y, q_2] \to 0[q_1, X, q_2][q_2, Y, q_2]$
(7) $[q_1, Y, q_1] \to 1[q_1, Y, q_1][q_1, Y, q_1]$
$[q_1, Y, q_2] \to 1[q_1, Y, q_1][q_1, Y, q_2]$
$[q_1, Y, q_1] \to 1[q_1, Y, q_2][q_2, Y, q_1]$
$[q_1, Y, q_2] \to 1[q_1, Y, q_2][q_2, Y, q_2]$

$A = [q_1, R, q_1]$ $G = [q_2, R, q_1]$
$B = [q_1, R, q_2]$ $H = [q_2, R, q_2]$
$C = [q_1, X, q_1]$ $I = [q_1, Y, q_1]$
$D = [q_1, X, q_2]$ $J = [q_1, Y, q_2]$
$E = [q_2, X, q_1]$ $K = [q_2, Y, q_1]$
$F = [q_2, X, q_2]$ $L = [q_2, Y, q_2]$

Simplificamos:

S → A | B

A → 0CA | 0DA | 1IA | 1JG

B → 0CB | 0DH | 1IB | 1JH | aB | aH

C → 0CC | 0DE | 1IC | 1JE

D → 0CD | 0DF | 1ID | 1JF | aF

I → 0CI | 0DK | 1II | 1Jk

J → 0CJ | 0DL | 1IJ | 1JL | aL

H → aH | ε

F → 0

L → 1

E, G, K

S → A | B

A → 0CA | 0DA | 1JA

B → 0CB | 0DH | 1IB | 1JH | aB | aH

C → 0CC | 1IC

D → 0CD | 0DF | 1ID | 1JF | aF

I → 0CI | 1II

J → 0CJ | 0DL | 1IJ | 1JL | aL

H → aH | ε

F → 0

L → 1

A, C, I

a001a100a

aS

a0DH

~~a0DH~~

a00DFH

a001JFFH

a001aLFFH

a001a100a

~~S → B~~

~~B → 0CB | 0DH | 1I~~

S → B

B → 0DH | 1JH | aB | aH

D → 0DF | 1JF | aF

J → 0DL | 1JL | aL

H → aH | ε

F → 0

L → 1

B

S → 0DH | 1JH | aS | aH

D → 0DF | 1JF | aF

J → 0DL | 1JL | aL

H → aH | ε

F → 0

L → 1

La gramática que genera el lenguaje es:
S->0DH|1JH|aS|aH
D->0DF|1JF|aF
J->0DL|1JL|aL
H->aH|ε
F->0
L->1

Antes de continuar la probamos con, por ejemplo, la palabra a001a100a:
S->
aS->
a0DH->
a00DFH->
a001JFFH->
a001aLFFH->
a001a1FFH->
a001a10FH->
a001a100H->
a001a100a

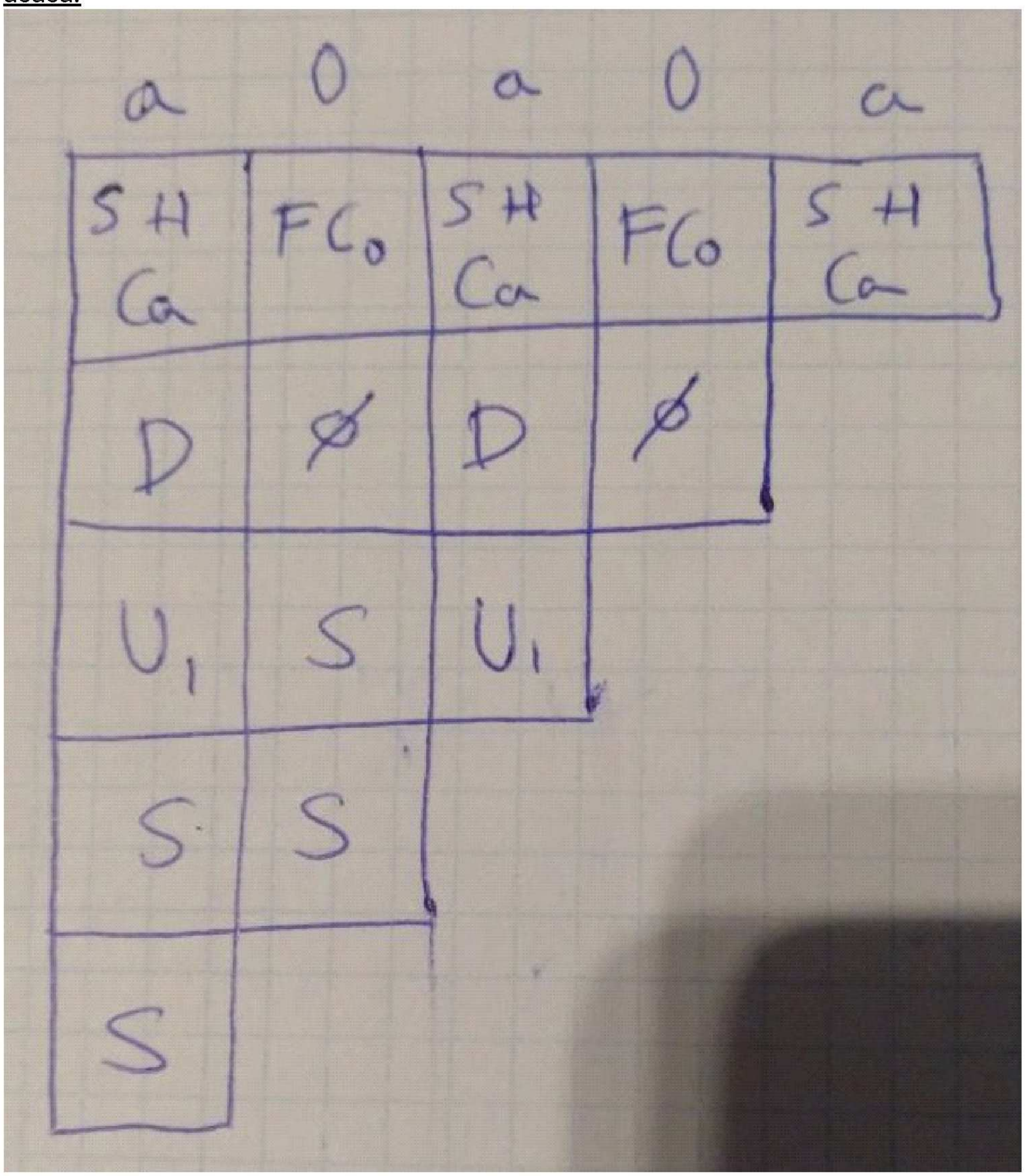
Como funciona, la pasamos a Forma Normal de Chomsky.

<u>Producciones nulas:</u>
S->0DH|1JH|aS|aH|0D|1J|a
D->0DF|1JF|aF
J->0DL|1JL|aL
H->aH|a
F->0
L->1

<u>Forma Normal de Chomsky:</u>
S->$C_0U_1|C_1U_2|C_aS|C_aH|C_0D|C_1J|a$
D->$C_0V_1|C_1V_2|C_aF$
J->$C_0W_1|C_1W_2|C_aL$
H->C_aH|a
F->0
L->1
U_1->DH
U_2->JH
V_1->DF
V_2->JF
W_1->DL
W_2->JL
C_a->a

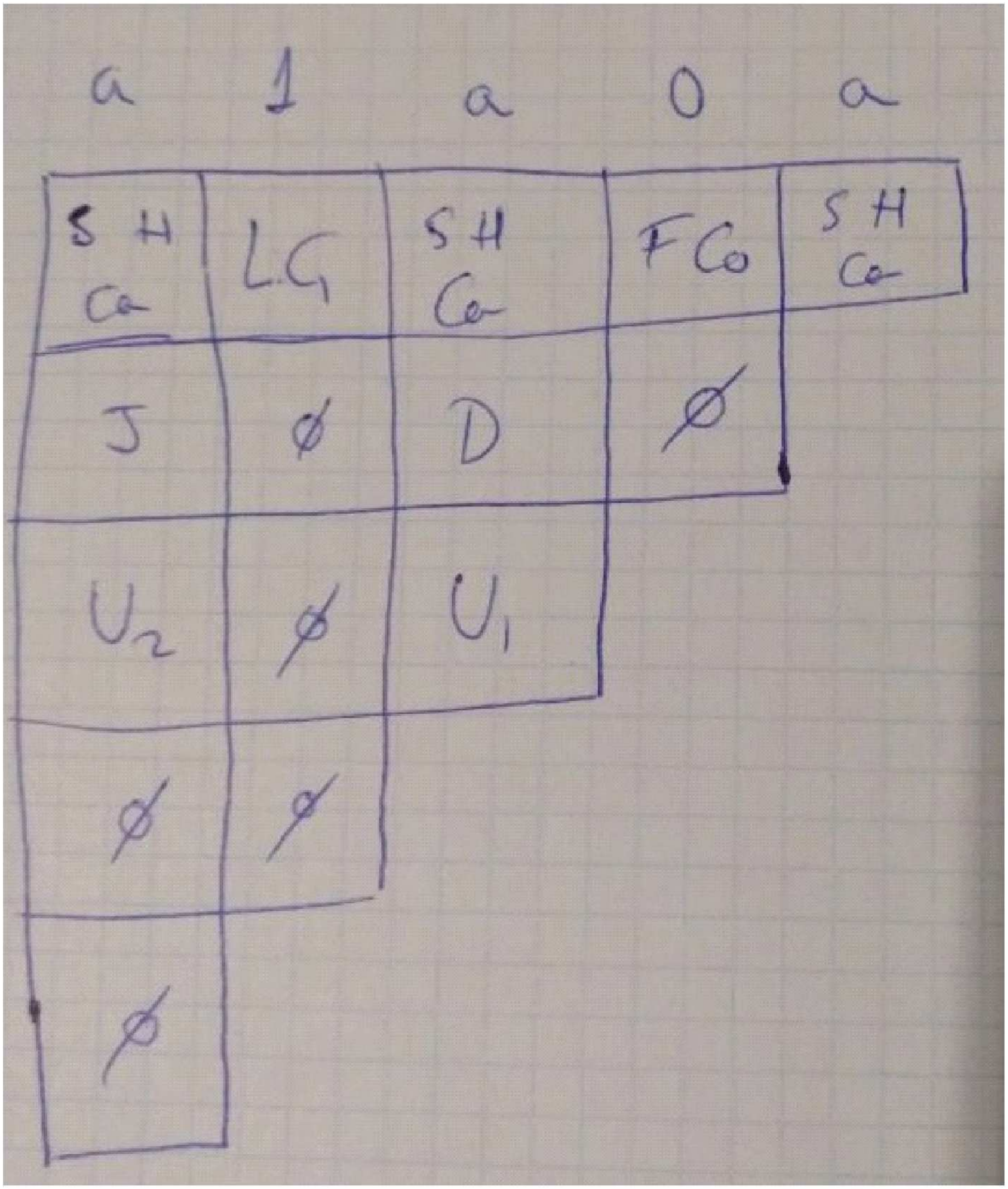
C_0->0
C_1->1

Usamos el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami para probar las palabras:
<u>a0a0a:</u>



La palabra a0a0a es generada.

<u>a1a0a:</u>



a	1	a	0	a
S H C_a	L G	S H C_a	F C_0	S H C_a
J	∅	D	∅	
U_2	∅	U_1		
∅	∅			
∅				

La palabra a1a0a no es generada.

10. - Comprobar, usando el algoritmo de Early si las palabras bba0d1 y cba1d1 pertenecen al lenguaje generado por la gramática:

a) bba0d1

Aplicamos el algoritmo de Early y, finalmente, en REGISTROS[6], aparece el registro de la forma (0, n, S, α, ε) -> (0, 6, S, AaC, ε) que confirma que la palabra bba0d1 pertenece al lenguaje generado por la gramática.

REGISTROS[0] = (0, 0, S, ε, AaB), (0, 0, S, ε, AaC), (0, 0, A, ε, Ab), (0, 0, A, ε, Ac),
(0, 0, A, ε, b), (0, 0, A, ε, c)
REGISTROS[1] = (0, 1, A, b, ε), (0, 1, S, A, aB), (0, 1, S, A, aC), (0, 1, A, A, b), (0, 1, A, A, c)
REGISTROS[2] = (0, 2, A, Ab, ε), (0, 2, A, b, ε), (0, 2, S, A, aB), (0, 2, S, A, aC), (0, 2, A, A, b),

(0, 2, A, A, c)
REGISTROS[3] = (0, 3, S, Aa, B), (0, 3, S, Aa, C), (3, 3, B, ε, BdC), (3, 3, B, ε, 0),
(3, 3, C, ε, CeB), (3, 3, C, ε, 1)
REGISTROS[4] = (3, 4, B, 0, ε), (3, 4, B, B, dC), (0, 4, S, AaB, ε)
REGISTROS[5] = (3, 5, B, Bd, C), (3, 5, B, B, dC), (0, 5, S, AaB, ε), (5, 5, C, ε, CeB),
(5, 5, C, ε, 1)
REGISTROS[6] = (5, 6, C, 1, ε), (3, 6, C, 1, ε), (3, 6, B, BcD, ε), (3, 6, C, C, eB),
(0, 6, S, AaC, ε)

----

b) cba1d1
Aplicamos el algoritmo de Early y al llegar a REGISTROS[5], no existe ningún registro que nos pueda proporcionar d, por tanto, se puede continuar el algoritmo, pero no se genera ningún registro, y así, la palabra cba1d1 no se genera.
Analizando la gramática observamos que esto tiene sentido, ya que para poder acceder a d, tendríamos que aplicar "Terminación" en B->BdC, cosa que nunca sucede.

REGISTROS[0] = (0, 0, S, ε, AaB), (0, 0, S, ε, AaC), (0, 0, A, ε, Ab), (0, 0, A, ε, Ac),
(0, 0, A, ε, b), (0, 0, A, ε, c)
REGISTROS[1] = (0, 1, A, c, ε), (0, 1, S, A, aB), (0, 1, S, A, aC), (0, 1, A, A, b), (0, 1, A, A, c)
REGISTROS[2] = (0, 2, A, b, ε), (0, 2, A, Ab, ε), (0, 2, S, A, aB), (0, 2, S, A, aC), (0, 2, A, A, b),
(0, 2, A, A, c)
REGISTROS[3] = (0, 3, S, Aa, B), (0, 3, S, Aa, C), (3, 3, B, ε, BdC), (3, 3, B, ε, 0),
(3, 3, C, ε, CeB), (3, 3, C, ε, 1)
REGISTROS[4] = (3, 4, C, 1, ε), (0, 4, S, AaC, ε), (3, 4, C, C, eB)
REGISTROS[5] =
REGISTROS[6] =

Ejercicio extra: Comprueba mediante el algoritmo CYK si la cadena *a10100a00101a* pertenece al lenguaje generado por la gramática del ejercicio 9:

(Este ejercicio ha sido inventado por mi)

La gramática era:

$S \to C_0U_1|C_1U_2|C_aS|C_aH|C_0D|C_1J|a$

$D \to C_0V_1|C_1V_2|C_aF$

$J \to C_0W_1|C_1W_2|C_aL$

$H \to C_aH|a$

$F \to 0$

$L \to 1$

$U_1 \to DH$

$U_2 \to JH$

$V_1 \to DF$

$V_2 \to JF$

$W_1 \to DL$

$W_2 \to JL$

$C_a \to a$

$C_0 \to 0$

$C_1 \to 1$

<u>a10100a00101a:</u>

a	1	0	1	0	0	a	0	0	1	0	1	a
S H Ca	L C1	F C0	L C1	F C0	F C0	S H Ca	F C0	F C0	L C1	F C0	L C1	S H Ca
J	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	D	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	
V2	Ø	Ø	Ø	Ø	S	V1	Ø	Ø	Ø	Ø		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	D	Ø	Ø	Ø	Ø			
Ø	Ø	Ø	Ø	S	W1	Ø	Ø	Ø				
Ø	Ø	Ø	Ø	J	Ø	Ø	Ø					
Ø	Ø	Ø	S	V2	Ø	Ø						
Ø	Ø	Ø	D	Ø	Ø							
Ø	Ø	S	W1	Ø								
Ø	Ø	J	Ø									
Ø	S	U2										
S	S											
S												

Como aparece S en la última casilla, la cadena a10100a00101a es generada.