

Teorie obvodů 2014/2015

Projekt

21. prosince 2014

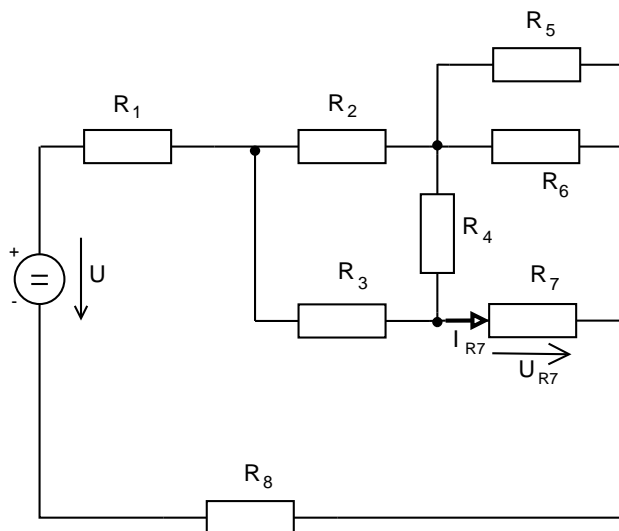
Autor: David Kolečkář, xkolec07@stud.fit.vutbr.cz
Fakulta Informačních Technologí
Vysoké Učení Technické v Brně

Příklad 1, Varianta D

Stanovte napětí U_{R7} a proud I_{R7} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

Zadané hodnoty

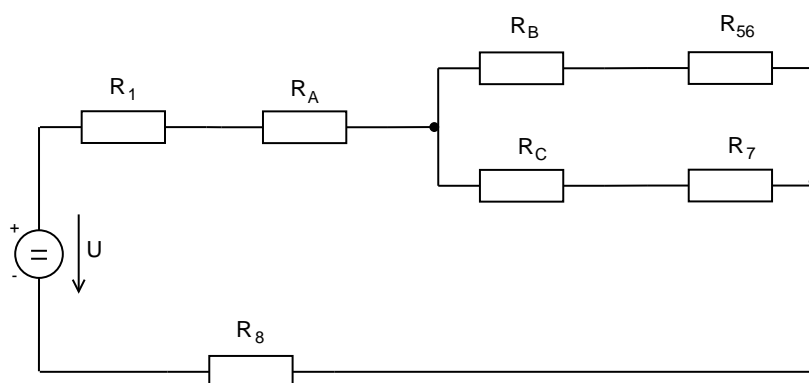
U[V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
105	420	980	330	280	310	710	240	200



1. Obvody R_5 a R_6 jsou zapojeny paralelně. Spočítáme je.

$$R_{56} = \frac{R_5 * R_6}{R_5 + R_6} = \frac{310 \, \Omega * 710 \, \Omega}{310 \, \Omega + 710 \, \Omega} = 215,7843 \, \Omega$$

2. Obvod transfigurujeme na hvězdu

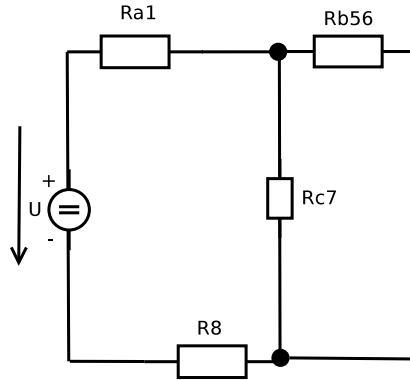


$$R_A = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{420 \, \Omega * 330 \, \Omega}{420 \, \Omega + 330 \, \Omega + 280 \, \Omega} = 203,3962 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{420 \, \Omega * 280 \, \Omega}{420 \, \Omega + 330 \, \Omega + 280 \, \Omega} = 172,5786 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{R_3 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{330 \, \Omega * 280 \, \Omega}{420 \, \Omega + 330 \, \Omega + 280 \, \Omega} = 58,1132 \, \Omega$$

3. Nyní sečteme rezistory, které jsou zapojeny sériově. Tedy R_1 a R_A , R_B a R_{56} , R_C a R_7

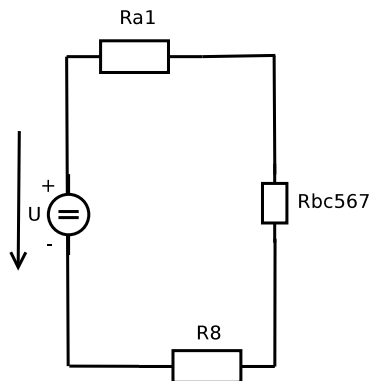


$$R_{A1} = R_A + R_1 = 203,3962 \, \Omega + 420 \, \Omega = 623,3962 \, \Omega$$

$$R_{B56} = R_B + R_{56} = 172,5786 \, \Omega + 215,7843 \, \Omega = 388,3629 \, \Omega$$

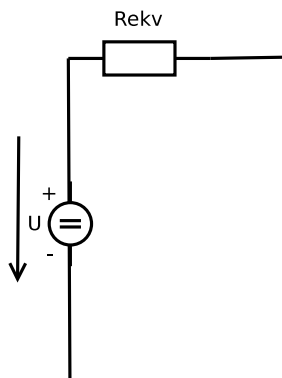
$$R_{C7} = R_C + R_7 = 58,1132 \, \Omega + 240 \, \Omega = 298,1132 \, \Omega$$

4. A poté sečteme paralelně zapojené rezistory R_{B56} a R_{C7} a výsledný odpor R_{BC567} sečteme s rezistorem R_{A1} a R_8 . Dostáváme R_{EKV} .



$$R_{BC567} = \frac{R_{B56} * R_{C7}}{R_{B56} + R_{C7}} = \frac{298,1132 \, \Omega * 388,3629 \, \Omega}{298,1132 \, \Omega + 388,3629 \, \Omega} = 168,6528 \, \Omega$$

$$R_{EKV} = R_{A1} + R_{BC567} + R_8 = 623,3962 \, \Omega + 168,6528 \, \Omega = 792,049 \, \Omega$$



5. Vypočítáme proud I

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{105 \text{ V}}{992,049 \text{ } \Omega} = 0,1058 \text{ A}$$

6. Vypočítáme napětí U_{BC567}

$$U_{BC567} = R_{BC567} * I = 168,6528 \text{ } \Omega * 0,1058 \text{ A} = 17,8505 \text{ V}$$

7. Dále vypočítáme proud I_{R7}

$$I_{R7} = \frac{U_{BC567}}{R_{C7}} = \frac{17,8505 \text{ V}}{298,1132 \text{ } \Omega} = 0,0599 \text{ A}$$

8. Nakonec vypočítáme napětí U_{R7}

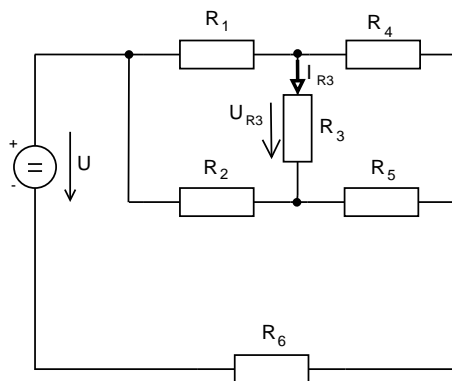
$$U_{R7} = R_7 * I_{R7} = 240 \text{ } \Omega * 0,0599 \text{ A} = 14,376 \text{ V}$$

Příklad 2, Varianta H

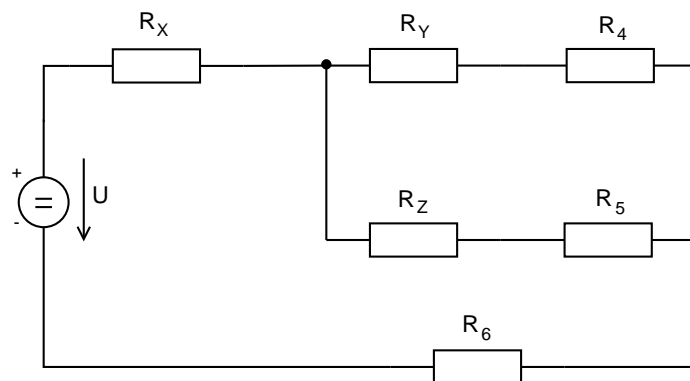
Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu Theveninovy věty.

Zadané hodnoty

U[V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
220	360	580	205	560	350	300



1. Vypočítáme R_{EKV} pomocí hvězdy



$$R_X = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{360 \, \Omega * 580 \, \Omega}{360 \, \Omega + 580 \, \Omega + 205 \, \Omega} = 182,3581 \, \Omega$$

$$R_Y = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{360 \, \Omega * 205 \, \Omega}{360 \, \Omega + 580 \, \Omega + 205 \, \Omega} = 64,4541 \, \Omega$$

$$R_Z = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{580 \, \Omega * 205 \, \Omega}{360 \, \Omega + 580 \, \Omega + 205 \, \Omega} = 103,8427 \, \Omega$$

$$R_{Y4} = 64,4541 \, \Omega + 560 \, \Omega = 624,4541 \, \Omega$$

$$R_{Z5} = 103,8427 \, \Omega + 350 \, \Omega = 453,8427 \, \Omega$$

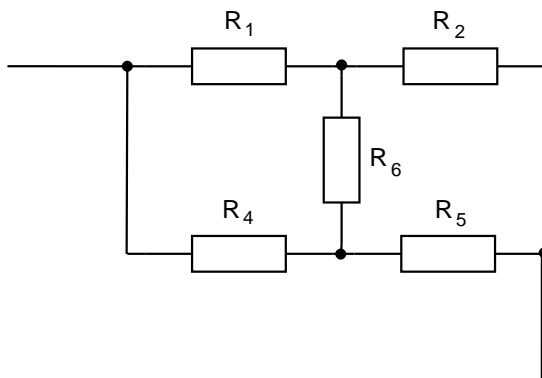
$$R_{YZ45} = \frac{R_{Y4} * R_{Z5}}{R_{Y4} + R_{Z5}} = \frac{624,4541 \, \Omega * 453,8427 \, \Omega}{624,4541 \, \Omega + 453,8427 \, \Omega} = 262,8255 \, \Omega$$

$$R_{EKV} = R_X + R_{YZ45} + R_6 = 745,1836 \, \Omega$$

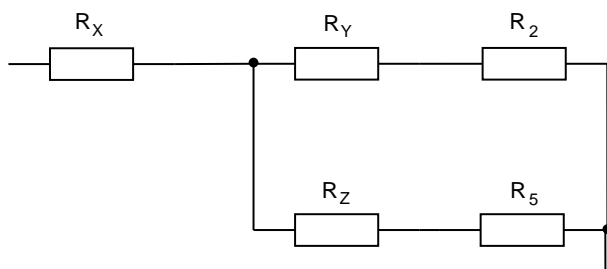
2. Vypočítáme celkový proud v obvodu

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{220V}{745,1836 \Omega} = 0,2952 A$$

3. Zkratujeme R_3 a zjednodušíme:



4. Zjednodušený obvod upravíme na hvězdu a vypočítáme R_i



$$R_X = \frac{R_1 * R_4}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{360 \Omega * 560 \Omega}{360 \Omega + 560 \Omega + 300 \Omega} = 165,2459 \Omega$$

$$R_Y = \frac{R_1 * R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{360 \Omega * 300 \Omega}{360 \Omega + 560 \Omega + 300 \Omega} = 88,5245 \Omega$$

$$R_Z = \frac{R_4 * R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{560 \Omega * 300 \Omega}{360 \Omega + 560 \Omega + 300 \Omega} = 137,7049 \Omega$$

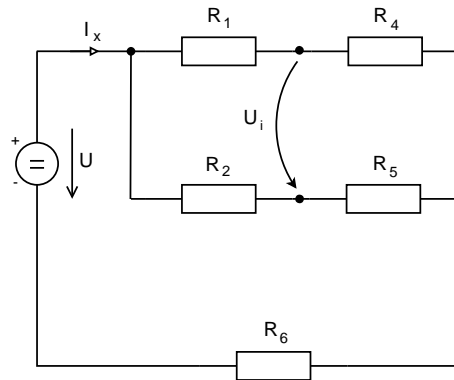
$$R_{Y2} = R_Y + R_2 = 88,5245 \Omega + 580 \Omega = 668,5245 \Omega$$

$$R_{Z5} = R_Z + R_5 = 137,7049 \Omega + 350 \Omega = 487,7049 \Omega$$

$$R_{ZY25} = \frac{R_{Y2} * R_{Z5}}{R_{Y2} + R_{Z5}} = \frac{668,5245 \Omega * 487,7049 \Omega}{668,5245 \Omega + 487,7049 \Omega} = 281,9878 \Omega$$

$$R_i = R_{ZY25} + R_X = 281,9878 \Omega + 165,2459 \Omega = 447,2338 \Omega$$

5. Dále vypočítáme napětí U_i



$$R_1 * I_X + R_4 * I_X + R_6 * I - U = 0$$

$$R_2 * I_Y + R_5 * I_Y + R_6 * I - U = 0$$

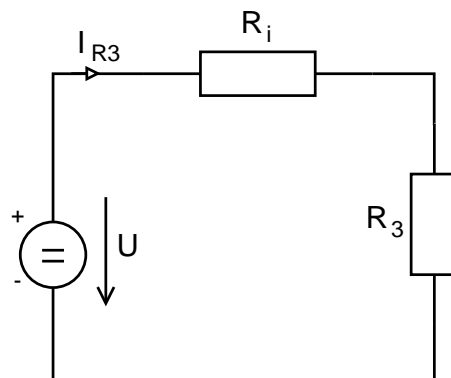
$$R_1 * I_X + U_i - R_2 * I_Y = 0$$

$$I_X = \frac{U - R_6 * I}{R_1 + R_4} = \frac{220 \text{ V} - 300 \text{ } \Omega * 0,2952 \text{ A}}{360 \text{ } \Omega + 560 \text{ } \Omega} = 0,1428 \text{ A}$$

$$I_Y = \frac{U - R_6 * I}{R_2 + R_5} = \frac{220 \text{ V} - 300 \text{ } \Omega * 0,2952 \text{ A}}{580 \text{ } \Omega + 350 \text{ } \Omega} = 0,1413 \text{ A}$$

$$U_i = R_2 * I_Y - R_1 * I_X = 580 \text{ } \Omega * 0,1413 \text{ A} - 360 \text{ } \Omega * 0,1428 \text{ A} = 30,546 \text{ V}$$

6. Vytvoříme ekvivalentní obvod a vypočítáme I_{R3} a U_{R3}



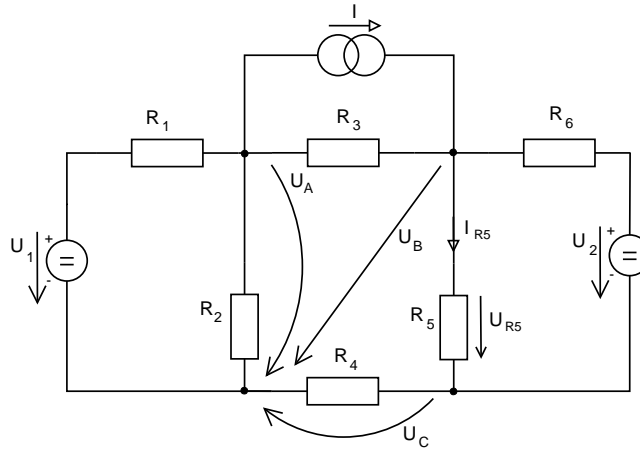
$$I_{R3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \frac{30,546 \text{ V}}{447,2338 \text{ } \Omega + 205 \text{ } \Omega} = 0,05449 \text{ A}$$

$$U_{R3} = R_3 * I_{R3} = 205 \text{ } \Omega * 0,05449 \text{ A} = 11,1704 \text{ V}$$

Příklad 3, Varianta F

Stanovte napětí U_{R_5} a proud I_{R_5} . Použijte metodu uzlových napětí (U_a , U_b , U_c).

$U_1[V]$	$U_2[V]$	$I[A]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
145	75	0,85	480	440	530	360	255	190



1. Stanovíme rovnice pro jednotlivé uzly

$$A : I_{R_1} - I - I_{R_2} - I_{R_3} = 0$$

$$B : I_{R_3} + I - I_{R_5} + I_{R_6} = 0$$

$$C : I_{R_5} - I_{R_6} - I_{R_4} = 0$$

2. Vyjádříme jednotlivé proudy

$$I_{R_1} = \frac{U_1 - U_A}{R_1} \quad I_{R_2} = \frac{U_A}{R_2} \quad I_{R_3} = \frac{U_A - U_B}{R_3}$$

$$I_{R_4} = \frac{U_C}{R_4} \quad I_{R_5} = \frac{U_B - U_C}{R_5} \quad I_{R_6} = \frac{U_C - U_B + U_2}{R_6}$$

3. Dosadíme do rovnice

$$A : \frac{145 - U_A}{480} - 0,85 - \frac{U_A}{440} - \frac{U_A - U_B}{530} = 0$$

$$B : \frac{U_A - U_B}{530} + 0,85 - \frac{U_B - U_C}{255} + \frac{U_C - U_B + 75}{190} = 0$$

$$C : \frac{U_B - U_C}{255} - \frac{U_C - U_B + 75}{190} - \frac{U_C}{360} = 0$$

4. Vyřešíme rovnice o třech neznámých

$$U_A = -19,7673 \text{ V}$$

$$U_B = 224,9912 \text{ V}$$

$$U_C = 139,7489 \text{ V}$$

5. Vypočítáme požadované hodnoty

$$I_{R_5} = \frac{U_B - U_C}{R_5} = \frac{224,9912 \text{ V} - 139,7489 \text{ V}}{255 \Omega} = 0,3343 \text{ A}$$

$$U_{R_5} = R_5 * I_{R_5} = 255 \Omega * 0,3343 \text{ A} = 85,2424 \text{ V}$$

Příklad 4, Varianta D

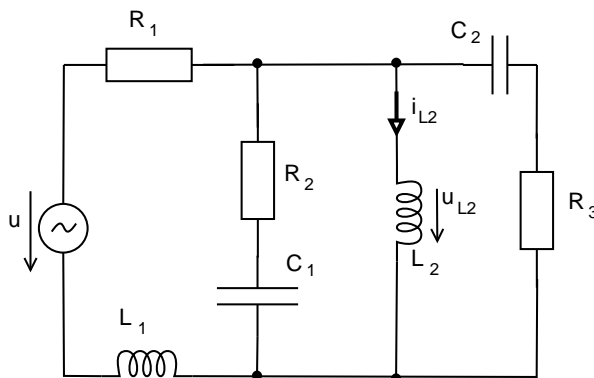
Pro napájecí napětí platí: $u = U * \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} * \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2} . Použijte metodu zjednodušování obvodu.

Pozn: Pomocný směr šipky napájecího zdroje platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

Zadané hodnoty

U[V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$L_1[mH]$	$L_2[mH]$	$C_1[\mu F]$	$C_2[\mu F]$	f [Hz]
50	190	180	220	420	270	120	205	90



1. Výpočet úhlové rychlosti.

$$\omega = 2\pi f = 565,4862 \text{ rad/s}$$

2. Výpočet indukancí a kapacitancí

$$X_{C1} = \frac{-j}{\omega * C_1} = \frac{-j}{565,4862 * 120 * 10^{-6}} = -14,7492j \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{-j}{\omega * C_2} = \frac{-j}{565,4862 * 205 * 10^{-6}} = -8,6281j \Omega$$

$$X_{L1} = j\omega * L_1 = 565,4862 * 0,42 = 237,5042j \Omega$$

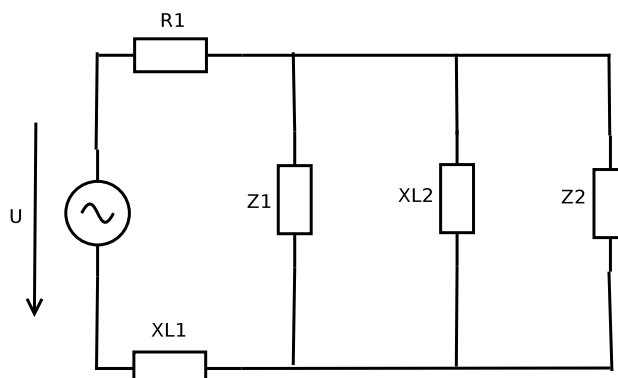
$$X_{L2} = j\omega * L_2 = 565,4862 * 0,27 = 152,6812j \Omega$$

3. Sériově spojíme R_2 a X_{C1} , R_3 a X_{C2}

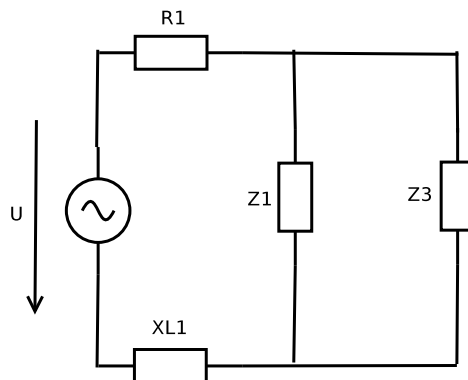
$$Z_1 = R_2 + X_{C1} = 180 - 14,7492j \Omega$$

$$Z_2 = R_3 + X_{C2} = 220 - 8,6281j \Omega$$

4. Paralelně spojíme Z_2 a X_{L2} , Z_1 a Z_3

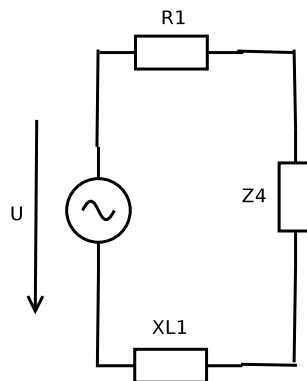


$$Z_3 = \frac{Z_2 * X_{L2}}{Z_2 + X_{L2}} = \frac{(220 - 8,6281j) * (152,6812j)}{(220 - 8,6281j) + (152,6812j)} = 74,1336 + 104,1194j \Omega$$



$$Z_4 = \frac{Z_3 * Z_1}{Z_3 + Z_1} = \frac{(74,1336 + 104,1194j) * (180 - 14,7492j)}{(74,1336 + 104,1194j) + (180 - 14,7492j)} = 73,8465 + 43,4679j \Omega$$

5. Sériově spojíme R_1 , Z_4 , X_{L1}



$$Z = R_1 + Z_4 + X_{L1} = 190 + (73,8465 + 43,4679j) + 237,5042j = 263,8465 + 280,9723j \Omega$$

6. Výpočet celkového proudu

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{50}{263,8465 + 280,9723j} = 0,0888 - 0,0945j \text{ A}$$

7. Výpočet napětí U_{Z4} , proud I_{L2} a U_{L2}

$$U_{Z4} = I * Z_4 = (0,0888 - 0,0945j) * (73,8465 + 43,4679j) = 10,6681 - 3,1232j \text{ V}$$

$$I_{L2} = \frac{U_{Z4}}{X_{L2}} = \frac{10,6681 - 3,1232j}{152,6812j} = -0,0205 - 0,0698j \text{ A}$$

$$U_{L2} = U_{Z4} = 10,6681 - 3,1232j \text{ V}$$

$$|U_{L2}| = \sqrt{10,6681^2 + (-3,1232)^2} = 11,1159 \text{ V}$$

$$\varphi_{L2} = \arctan \left| \frac{\text{komplexni}}{\text{realna}} \right| = \arctan \left| \frac{-3,1232}{10,6681} \right| = -0,2848 \text{ rad} = -16,3183^\circ$$

Příklad 5, Varianta H

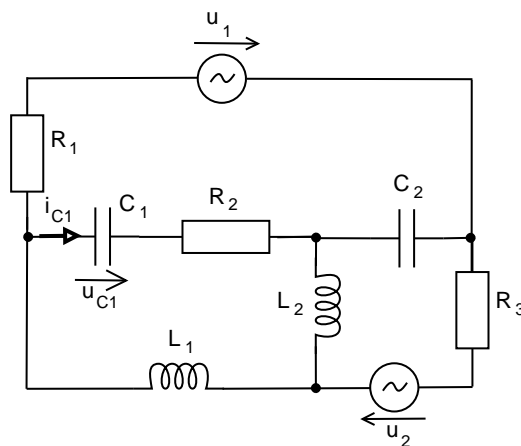
Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 * \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 * \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C_1} = U_{C_1} * \sin(2\pi ft + \varphi_{C_1})$ určete $|U_{C_1}|$ a φ_{C_1} .

Použijte metodu smyčkových proudů. Pozn: Pomocné "směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$)."

Zadané hodnoty

$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$L_1[mH]$	$L_2[mH]$	$C_1[\mu F]$	$C_2[\mu F]$	$f [Hz]$
65	60	100	105	145	160	75	155	70	95



1. Výpočet úhlové rychlosti.

$$\omega = 2\pi f = 596,9021 \text{ rad/s}$$

2. Výpočet indukancí a kapacitancí

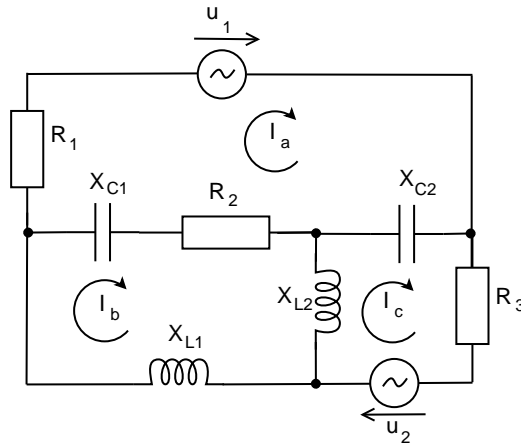
$$X_{C1} = \frac{-j}{\omega * C_1} = \frac{-j}{596,9021 * 155 * 10^{-6}} = -10,8108j \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{-j}{\omega * C_2} = \frac{-j}{596,9021 * 70 * 10^{-6}} = -23,9808j \Omega$$

$$X_{L1} = j\omega * L_1 = 596,9021 * 0,16 = 95,5043j \Omega$$

$$X_{L2} = j\omega * L_2 = 596,9021 * 0,075 = 44,7676j \Omega$$

3. Sestavíme rovnice pro jednotlivé smyčkové proudy



$$I_A : R_1 I_A + U_1 + X_{C2}(I_A - I_C) + R_2(I_A - I_B) + X_{C1}(I_A - I_B) = 0$$

$$I_B : X_{C1}(I_B - I_A) + R_2(I_B - I_A) + X_{L2}(I_B - I_C) + X_{L1} I_B = 0$$

$$I_C : X_{C2}(I_C - I_A) + R_3 I_C + U_2 + X_{L2}(I_C - I_B) = 0$$

4. Zjednodušíme

$$(R_1 + R_2 + X_{C1} + X_{C2})I_A - (R_2 + X_{C1})I_B + X_{C2}I_C + U_1 = 0$$

$$(R_2 + X_{C1} + X_{L1} + X_{L2})I_B - (R_2 + X_{C1})I_A - X_{L2}I_C = 0$$

$$(R_3 + X_{C2} + X_{L2})I_C - X_{C2}I_A - X_{L2}I_B + U_2 = 0$$

5. Dosadíme hodnoty a vypočítáme I_A, I_B, I_C

$$(100 + 105 + (-10,8108j) + (-23,9808j))I_A - (105 + (-10,8108j))I_B + (-23,9808j)I_C + 65 = 0$$

$$(105 + (-10,8108j) + (95,5043j) + (44,7676j))I_B - (105 + (-10,8108j))I_A - (44,7676j)I_C = 0$$

$$(145 + (-23,9808j) + (44,7676j))I_C - (-23,9808j)I_A - (44,7676j)I_B + 60 = 0$$

$$I_A = -0,4176 + 0,0903j \text{ A}$$

$$I_B = -0,2022 + 0,1916j \text{ A}$$

$$I_C = -0,4478 + 0,0708j \text{ A}$$

6. Vypočítáme napětí $|U_{C1}|$ a φ_{C1}

$$U_{C1} = X_{C1}(I_A - I_B)$$

$$U_{C1} = (-10,8108j) * [(-0,4176 + 0,0903j) - (-0,2022 + 0,1916j)]$$

$$U_{C1} = 1,0949 - 2,3280j \text{ V}$$

$$|U_{C1}| = \sqrt{1,0949^2 + (-2,3280)^2} = 2,5726 \text{ V}$$

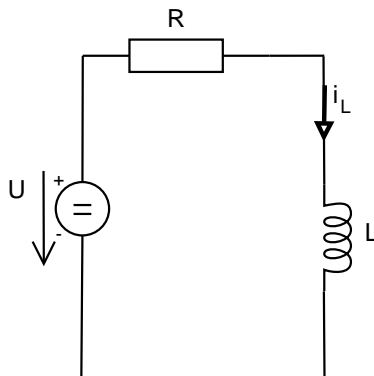
$$\varphi_{C1} = \arctan \left| \frac{\text{komplexni}}{\text{realna}} \right| = \arctan \left| \frac{-2,3280}{1,0949} \right| = -1,1031 \text{ rad} = -62,8109^\circ$$

Příklad 6, Varianta F

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Zadané hodnoty

U [V]	L [R]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
9	35	15	4



$$i_L' = \frac{u_L}{L}$$

$$u_R + u_L - U = 0$$

$$u_L = U - u_R$$

$$u_L = U - R * i_L$$

$$i_L' = \frac{U - R * i_L}{L}$$

$$i_L' * L = U - R * i_L$$

$$35i_L' + 15i_L = 9$$

$$7i_L' + 3i_L = 1,8$$

$$7\lambda + 3 = 0$$

$$\lambda = -\frac{3}{7}$$

Očekávané řešení:

$$i_L = K(t) * e^{-\frac{3}{7}t}$$

$$7(K'(t) * e^{-\frac{3}{7}t} + K(t) * e^{-\frac{3}{7}t} * (-\frac{3}{7})) + 3(K(t) * e^{-\frac{3}{7}t}) = 1,8$$

$$7K'(t) * e^{-\frac{3}{7}t} = 1,8$$

$$K'(t) = \frac{9}{35} * e^{\frac{3}{7}t}$$

$$K(t) = \frac{9}{35} * \frac{e^{\frac{3}{7}}}{\frac{3}{7}}$$

$$K(t) = 0,6 * e^{\frac{3}{7}} + c$$

$$i_L = (0,6 * e^{\frac{3}{7}} + c) * e^{-\frac{3}{7}}$$

$$i_L = 0,6 + e^{-\frac{3}{7}} * c$$

$$4 = 0,6 + e^{-\frac{3}{7} * 0} * c$$

$$4 = 0,6 + c$$

$$3,4 = c$$

Řešením je:

$$i_L = 0,6 + 3,4 * e^{-\frac{3}{7}t}$$

Souhrn výsledků

Příklad č.	Varianta zadání	Výsledek
1	D	$U_{R_7} = 14,376\text{V}$ $I_{R_7} = 0,0599\text{A}$
2	H	$U_{R_3} = 11,1704\text{V}$ $I_{R_3} = 0,05449\text{A}$
3	F	$U_{R_5} = 85,2424\text{V}$ $I_{R_5} = 0,3343\text{A}$
4	D	$ U_{L2} = 11,1159$ $\varphi_{L2} = -16,3183^\circ$
5	H	$ U_{C1} = 2,5726$ $\varphi_{C1} = -64,8109^\circ$
6	F	$i_L(t) = 0,6 + 3,4 * e^{-\frac{3}{7}t}$