



Dokumentace k projektu pro předměty IZP a IUS

Iterační výpočty

Projekt č. 2

3. prosince 2014

Autor: David Kolečkář, xkolec07@stud.fit.vutbr.cz
Fakulta Informačních technologií
Vysoké Učení Technické v Brně

Obsah

1	Úvod.....	3
2	Analýza problému.....	3
2.1	Zadání problému	3
2.2	Funkce tangens	3
3	Návrh řešení problému.....	4
3.1	Taylorova řada pro tangens	4
3.2	Zřetěžené zlomky	4
3.3	Odvození počtu iterací.....	4
3.4	Výpočet vzdálenosti a výšky objektu	5
4	Specifikace testů.....	6
5	Popis řešení.....	7
5.1	Ovládání programu.....	7
5.2	Volba datových typů.....	7
5.3	Vlastní implementace.....	7
6	Závěr.....	8
A	METRIKY KÓDU.....	8

1 Úvod

Tento dokument popisuje návrh a implementaci programu v jazyce C, pro výpočet funkce tangens pomocí Taylorova polynomu a zřetězených zlomků. Dále program provádí výpočet vzdálenosti a výšky měřeného objektu pomocí údajů ze senzorů natočení měřicího přístroje. Dokument se skládá z několika částí. V kapitole 2 se věnuji analýze problému a popisem zadáním projektu. Kapitola 3 se zabývá algoritmy pro Taylorovu řadu a zřetězený zlomek. Následuje kapitola 4 s testovacími daty. A na konec kapitola 5 je věnována konkrétní implementaci a popisu ovládání programu.

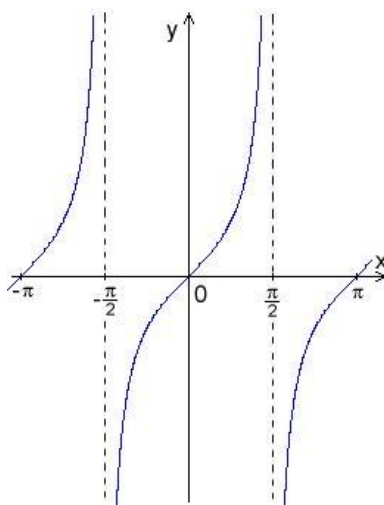
2 Analýza problému

2.1 Zadání problému

Cílem tohoto projektu je vytvořit program v jazyce C, který musí být schopen provádět výpočet funkce tangens pomocí Taylorova polynomu a zřetězených zlomků. Ve výpočtech je zakázáno použít funkce z matematické knihovny. Jedinou výjimkou je funkce `tan` použitá pouze pro srovnání výpočtů. Další částí projektu je výpočet vzdálenosti a výšky měřeného objektu pomocí údajů ze senzorů natočení měřicího přístroje. K výpočtu se používá metoda zřetězených zlomků, ve které je nutné odvodit počet zvolených iterací. Program musí zkontrolovat, zda zadané parametry a vstupní hodnoty odpovídají zadání. V případě neočekávaných stavů, vypsát chybová hlášení.

2.2 Funkce tangens

Tangens je goniometrická funkce. Pro označení této funkce se obvykle používá značka \tan . V pravoúhlém trojúhelníku je definována jako poměr protilehlé odvěsny a odvěsny přilehlé.



Obrázek 1 Funkce tangens

Tangens je v prvním a třetím kvadrantu nezáporná (≥ 0), ve druhém a čtvrtém nekladná (≤ 0) a pro úhly $\alpha = 90^\circ$ a $\alpha = 270^\circ$ (resp. $\pi/2$ a $3\pi/2$ v obloukové míře) není definován, protože průsečík s tečnou neexistuje. V celém definičním oboru je tangens rostoucí funkcí. V rámci tohoto projektu máme definiční obor definovaný $0 < \alpha \leq \pi/2$.

3 Návrh řešení problému

3.1 Taylorova řada pro tangens

Taylorův polynom pro funkci tangens vypadá následovně:

$$\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \frac{62x^9}{2835} + \dots$$

Obrázek 2 Taylorův polynom

Přičemž řada čítelů a jmenovatelů ve zlomcích koeficientů je přesně definována. V zadání bylo zdůrazněno, použití pouze 13 prvních koeficientů.

Řada čítelů vypadá následovně: 1, 1, 2, 17, 62, 1382, 21844, 929569, 6404582, 443861162, 18888466084, 113927491862, 58870668456604, 8374643517010684, 689005380505609448, 129848163681107301953, 1736640792209901647222, 418781231495293038913922.

A řada jmenovatelů: 1, 3, 15, 315, 2835, 155925, 6081075, 638512875, 10854718875, 1856156927625, 194896477400625, 49308808782358125, 3698160658676859375, 1298054391195577640625, 263505041412702261046875

3.2 Zřetěžené zlomky

Zřetěžený zlomek pro funkci tangens vypadá následovně:

$$\tan(x) = \frac{x}{1 - \frac{x^2}{3 - \frac{x^2}{5 - \frac{x^2}{7 - \dots}}}}$$

Obrázek 3 Zřetěžený zlomek pro tangens

K výpočtu je nutné předem znát, kolik iterací se provede, protože zřetěžený zlomek se počítá směrem ze spodu nahoru. Odvození počtu iterací je popsáno v kapitole 3.3.

3.3 Odvození počtu iterací

Iterace znamená proces opakovaného použití funkce s cílem přiblížení se výsledku. Každé opakování procesu je nazváno iterací a výsledky z jedné iterace se použijí jako

vstup pro další iteraci. Aby bylo možné výše uvedené iterační vztahy použít, je nutné si definovat určitou hodnotu posledního členu. Ze zadání máme uvažovat přesnost na 10 míst. K určení této přesnosti jsem si vytvořil funkci `find_iteration`, která nalezne potřebný počet iterací. Cyklus před každým opakováním testuje, zda je již dosaženo požadované přesnosti a pokud ano, výpočet skončí.

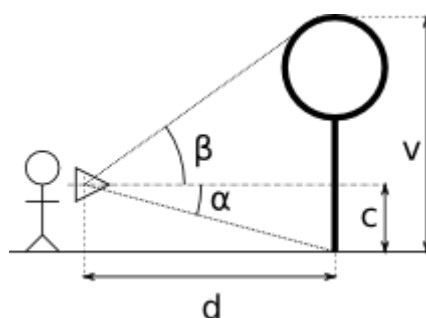
$$|Y_i - Y_{i-1}| \leq \varepsilon$$

$$\varepsilon = 1e - 10$$

Obrázek 4 Podmínka pro dosažení přesnosti

3.4 Výpočet vzdálenosti a výšky objektu

Jeden z pod úkolů bylo implementovat funkci pro výpočet vzdálenosti a výšky měřeného objektu.



Obrázek 5 Ilustrační obrázek měřeného objektu

Pro výpočet vzdálenosti jsem sestavil vzorec podle pravoúhlého trojúhelníka:

$$d = \frac{c}{\tan \alpha}$$

Obrázek 6 Vzorec vzdálenosti

A pro výpočet výšky objektu vzorec:

$$v = \tan \beta * d + c$$

Obrázek 7 Vzorec výšky

4 Specifikace testů

Je potřeba otestovat několik rizikových oblastí např. chyby při výpočtu, špatné parametry příkazové řádky, chybný rozsah vstupních hodnot.

Test č. 1: Správnost výpočtu – předpokládaná správná hodnota

Parametry: --tan 1.024 6 8

Výstup:

6 1.642829e+00 1.634327e+00 8.502803e-03 1.642829e+00 3.298801e-09

7 1.642829e+00 1.639216e+00 3.613451e-03 1.642829e+00 1.794520e-11

8 1.642829e+00 1.641294e+00 1.535615e-03 1.642829e+00 7.460699e-14

Test č. 2: Správnost výpočtu – předpokládaná správná hodnota

Parametry: -m 0.3

Výstup:

4.8490922156e+00

Test č. 3: Správnost výpočtu – předpokládaná správná hodnota

Parametry: -c 1.7 -m 0.15 1.3

Výstup:

1.1248205560e+01

4.2217188781e+01

Test č. 4: Chybné parametry – vypíše chybové hlášení na stderr a ukončí se.

Parametry:

-help 123

tan 0.9 1.4 6 5 9

m 0.9

-c 25

Výstup:

„Chybné parametry příkazového řádku!“

Test č. 5: Kontrola mezních hodnot - vypíše chybové hlášení na stderr a ukončí se.

Parametry:

--tan 0.9 -5 6

--tan 1.6 1 10

--tan 0.3 1 25

-m 1.6 2.5

-c -50 -m 0.9 0.3

Výstup:

„Zadaná hodnota NENI v daném rozsahu“

5 Popis řešení

Tato kapitola popisuje implementaci programu, při které jsem vycházel ze závěrů v přechozích kapitolách.

5.1 Ovládání programu

Program funguje jako konzolová aplikace. Při spuštění program reaguje na různé parametry příkazové řádky. Následuje seznam možných parametrů:

- `-help` Pokud je program s tímto parametrem zavolán, vypíše se do konzole nápověda.
- `-tan A N M` Srovná přesnosti výpočtu tangens úhlu A (v radiánech) mezi voláním tangens z matematické knihovny, a výpočtu tangens pomocí Taylorova polynomu a zřetězeného zlomku. Argumenty N a M udávají, ve kterých iteracích iteračního výpočtu má srovnání probíhat.
- [`-c X`] `-m A [B]` Argument A (v radiánech) vypočítá a vypíše vzdálenost měřeného objektu. Když je zadán i argument B (v radiánech), který je volitelný, program vypočítá a vypíše vzdálenost i výšku měřeného objektu. Argument `-c` je také volitelný a nastavuje výšku měřicího přístroje pro výpočet. Implicitní výška je nastavena na 1.5m.

5.2 Volba datových typů

Funkce sloužící pro výpočet hodnoty tangens pomocí zřetězených zlomků nebo Taylorova polynomu vracejí hodnotu typu `double`. Jen funkce `find_iteration` sloužící pro nalezení vhodného počtu iterací, vrací hodnotu typu `int`.

5.3 Vlastní implementace

Ve funkci `main` je první spuštěna funkce `getParams`, která zpracovává parametry příkazové řádky. V případě že některý z nich neodpovídá požadované formě či rozsahu hodnot, program vypíše na `stderr` chybové hlášení a ukončí se. Pro výpočet funkce tangens pomocí Taylorova polynomu slouží funkce `taylor_tan` a pro zřetězené zlomky funkce `cfrac_tan`. Funkce `compare_value` nedělá nic jiného, než porovná hodnotu funkce `taylor_tan` a `cfrac_tan` s matematickou knihovnou jazyka C pro zadaný počet iterací. Pro výpočet vzdálenosti a výšky objektu slouží funkce `calculate`, která k výpočtu používá funkci `cfrac_tan`. K nalezení požadované přesnosti na 10 míst slouží funkce `find_iteration`, která vrací vhodný počet iterací.

6 Závěr

Program počítá tangens pomocí Taylorova polynomu a zřetězených zlomků. Výsledky mých algoritmů jsem porovnal s knihovní funkcí jazyka C, výsledky byly k vzhladem požadované přesnosti na 10 míst přesné. Program byl úspěšně otestován v prostředí operačního systému Linux se všemi testovacími hodnotami.

A METRIKY KÓDU

Počet souborů: 1 soubor

Počet řádků zdrojového textu: 331 řádků

Velikost statických dat: 9070B

Velikost spustitelného souboru: 13265B (systém Linux Ubuntu, 32 bitová architektura, při překladu bez ladících informací)