



Elementos de Máquinas

PME-3350

Prof. Dr. Marcelo Alves

1^a Edição

2018

Agradecimento:

A digitalização dessas notas de aula não seria possível sem a parceria entre o PME Departamento de Engenharia Mecânica com o PET-Mecânica, a colaboração do Prof. Dr. Marcelo Alves que auxiliou durante todo o processo, a gentileza de Beatriz Aires Tortora e Rodrigo Zabotto Chiusoli ao fornecer e permitir que utilizemos suas anotações e figuras, e os integrantes do PET-Mecânica, Gabriel Duarte de Oliveira, Matheus Bastos Rodrigues e Rodrigo Zabotto Chiusoli, que trabalharam na elaboração, digitalização, formatação e revisão de conteúdo de todo o material.



Sumário

1	Informações Gerais	2
1.1	Critério de Avaliação.....	2
1.2	Bibliografia.....	2
1.3	Datas de provas.....	2
1.4	Horário de Atendimento	2
2	Falhas	3
2.1	Critério da Máxima Tensão Principal.....	4
2.2	Critério da Máxima Tensão de Cisalhamento	4
2.3	Critério da Máxima Energia de Deformação.....	4
2.4	Critério da Máxima Energia de Distorção (ou de Von Mises)	5
3	Concentração de Tensões	7
3.1	Falhas resultantes de carregamento estático	8
3.2	Falhas resultantes de fadiga resultante de carregamento variável.....	8
4	Fadiga	10
4.1	Teste Padrão e Curva S-N	11
4.2	Limite de fadiga (σ_f) para baixos ciclos:	13
4.3	Fatores modificadores do limite de resistência a fadiga.....	14
4.4	Fator de Acabamento ou Modificação de Condição de Superfície (K_a) .	14
4.5	Fator de Modificação de Tamanho (K_b)	14
4.6	Fator de Modificação de Carga (K_c)	15
4.7	Fator de Modificação de Temperatura (K_θ).....	16
4.8	Fator de Confiabilidade (K_{conf}).....	17
4.9	Fator de Modificação por Efeitos Variados (K_f)	17
4.10	Equação de Marin	17
5	Critérios de Fadiga	18
5.1	Critério de Soderbergh (~1920)	18
5.2	Critério de Goodman (~1945).....	18
5.3	Critério da ASME (~1960)	18
5.4	Critério de Gerber (~1880)	18

Elementos de Máquinas

5.5	Análises Gráficas	19
5.6	Fadiga Sob Tensão Multiaxial.....	20
6	Dimensionamento de Eixos.....	23
6.1	Projeto.....	23
6.2	Passos para o Dimensionamento de Eixos	23

1 Informações Gerais

1.1 Critério de Avaliação

$$M = 0,3 \cdot (P_1 + P_2) + 0,4 \cdot \frac{\Sigma E}{3}$$

Sendo:

P_1 nota da primeira prova

P_2 nota da segunda prova

E nota dos exercícios e trabalhos semestrais

1.2 Bibliografia

- ✓ SHIGLEY, J. E. – “Elementos de Máquinas”, 2v., Rio de Janeiro, LTC, Editora S.A.;
- ✓ JUVINALL, R. C. – “Fundamentals of Machine Component Design”, New York, John Wiley & Sons, 1983;
- ✓ NORTON, R. L. – “Projeto de Máquinas – Uma abordagem integrada”, 2^a Edição, São Paulo, Bookman, 2003;
- ✓ ROLOFF – MATEK – “Maschinenelementen”, 16, Ausflage, Wiesbaden, Vieweg verlag, 2003;

1.3 Datas de provas

09/10/18: Primeira Prova (P_1)

07/12/18: Segunda Prova (P_2)

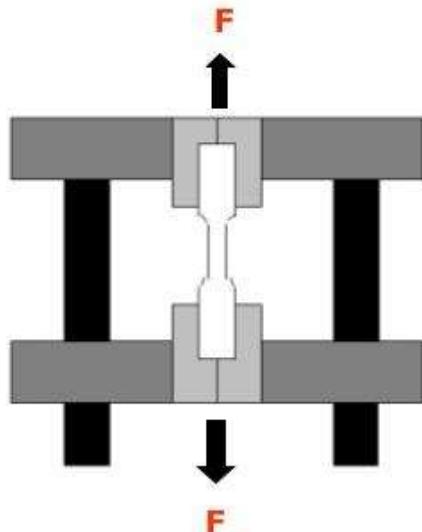
1.4 Horário de Atendimento

Preferencialmente de segunda feira, das 07:30 às 11:00 horas.

2 Falhas

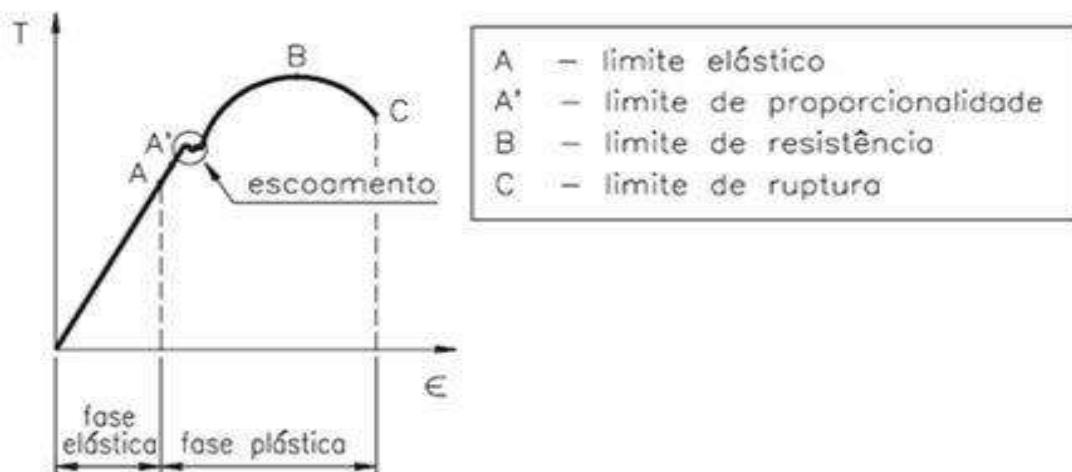
Falhas podem acontecer em peças de duas formas: através da ruptura abrupta ou através da deformação plástica. Elas variam de acordo com o tipo de material e o tipo de uso que é empregado, sempre a tensão constante (ou $\dot{\sigma} \approx 0$).

Figura 1 - Representação de Ensaio de Tração



As propriedades mecânicas são obtidas via ensaio de tração, ressaltando-se as tensões limites de escoamento (σ_y ou S_y – "yield Strength") e de tração (σ_t ou S_{ut} – "ultimate tension Strength").

Gráfico 1 – Curva de Ensaio de Tração



Existem alguns critérios para se avaliar as máximas tensões às quais pode-se submeter um material, que serão abordados a seguir.

2.1 Critério da Máxima Tensão Principal

Neste critério, a tensão principal máxima deve ser menor que a tensão limite de tração do material: $\sigma_1 \leq \sigma_t$.

Exemplo: Considerando um estado plano de tensão com tensão normal apenas no plano horizontal de 61,4MPa e tensão de cisalhamento de 17,3MPa, e sabendo que a tensão limite de tração é de 72MPa, diga se pelo Critério da Máxima Tensão Principal essa peça irá falhar.

Do enunciado, temos: $\sigma_x = 61,4\text{MPa}$, $\tau = 17,3\text{MPa}$ e $\sigma_t = 72\text{MPa}$.

Logo, temos o seguinte estado de tensões: $\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau \\ \tau & 0 \end{bmatrix}$. Resolvendo para os autovalores, temos que $\sigma_1 \cong 65,94\text{MPa}$. Assim, como $\sigma_1 < \sigma_t$, a peça não irá falhar pelo Critério da Máxima Tensão Principal.

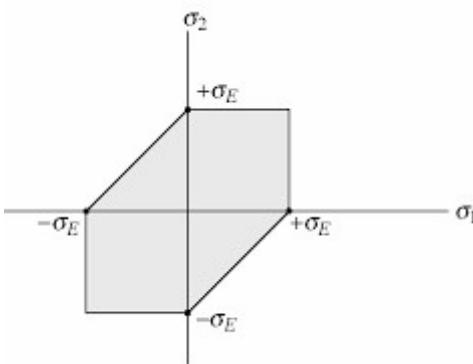
2.2 Critério da Máxima Tensão de Cisalhamento

Este critério estabelece que, para um estado de tensão qualquer, a tensão máxima de cisalhamento equivale à metade da tensão de escoamento obtida durante o ensaio de tração.

$$\tau \leq \frac{\sigma_y}{2}$$

Na figura 2 está a representação dos pontos (região hachurada) em que não há falha por este critério, sendo $\sigma_E = \sigma_y$, para o caso do estado plano de tensões.

Figura 2 - Representação Gráfica do Critério da Máxima Tensão de Cisalhamento



Exemplo: Estado de tensão hidrostático.

Como neste estado $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma \neq 0$ e $\tau_{max} = 0$, o material não falhará por este critério, pois $\tau_{max} \ll \sigma$.

2.3 Critério da Máxima Energia de Deformação

Se a energia máxima de deformação (U) for menor que a do ensaio de tração, o material não escoa.

$$U < U_{ensaio\ de\ tração} = U_{et}$$

Observação: este caso falha para o estado hidrostático.

Para o caso Elástico Linear, temos:

$$U = \frac{1}{2} \sigma \cdot \epsilon = \frac{1}{2} (\sigma_1 \cdot \epsilon_1 + \sigma_2 \cdot \epsilon_2 + \sigma_3 \cdot \epsilon_3)$$

Usando também a relação isotrópica:

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1 - \nu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)}{E}$$

Analogamente para ϵ_2 e ϵ_3 , e substituindo na equação anterior, tiramos que:

$$U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_2 \cdot \sigma_3)]$$

Para o ensaio de tração, temos que $\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_y$

$$\therefore U_{et} = \frac{1}{2E} \sigma_y^2$$

Assim, tiramos que o critério é:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_2 \cdot \sigma_3) < \sigma_y^2.$$

2.4 Critério da Máxima Energia de Distorção (ou de Von Mises)

Este critério consiste na análise entre a relação $U_d = U - U_{vol}$, onde U_d é a energia de distorção e U_{vol} é a energia de deformação volumétrica. Desta relação obtemos que

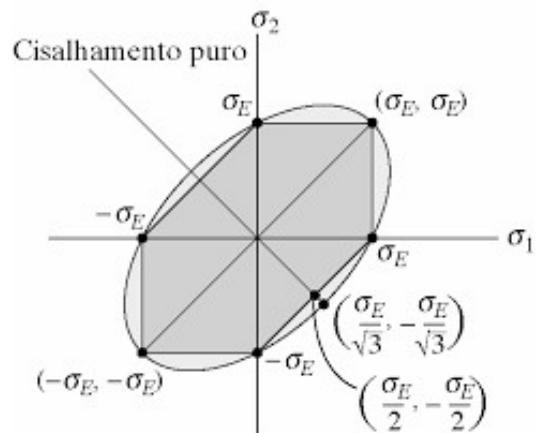
$$\sigma_{max} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]},$$

tal que $\sigma_{max} \leq \sigma_y$.

Na figura 3 temos a representação comparativa entre este critério (externo) e o da máxima tensão de cisalhamento (interno), também para o caso do estado plano de tensões. Pela figura, fica fácil ver que a região na qual a peça não irá falhar é maior para o critério de Von Mises, portanto este critério é menos conservador que o da máxima tensão de cisalhamento.

Elementos de Máquinas

Figura 3 – Representação Gráfica Comparativa entre os Critérios da Máxima Tensão de Cisalhamento e de Von Mises



3 Concentração de Tensões

Algumas estruturas, como eixos rotativos, parafusos entre outros podem apresentar mudanças em sua secção transversal. Outras peças podem precisar de furos, ranhuras e outros entalhes de vários tipos. Qualquer descontinuidade, que impossibilite equações elementares de descreverem o estado de tensão numa determinada peça, é chamada de concentrador de tensão, e elas ocorrem em áreas concentradoras de tensão. Se não houver regiões de concentração de tensão, diz-se que existe tensão nominal.

Usa-se um fator de concentração teórico ou geométrico (K_t e K_{ts}); para relacionar a tensão máxima verdadeira na descontinuidade com tensão nominal.

Observação: K_t é usado para tensões normais e K_{ts} é usado para tensões de cisalhamento.

$$K_t = \frac{\sigma_{máx}}{\sigma_0}$$

$$K_{ts} = \frac{\tau_{máx}}{\tau_0}$$

σ_0 ou τ_0 são mais difíceis de definir. As vezes são calculados usando equações elementares em área líquidas, mas podem ser determinados utilizando-se a seções transversais totais.

A maioria dos fatores de concentração de tensão são determinados por técnicas experimentais (R.E. Petterson). O elemento finito também pode ser utilizado, é um bom aproximador, mas por serem elementos finitos, alcançar as tensões máximas verdadeiras torna-se impossível.

Exemplo: Abaixo temos uma aplicação encontrando o fator concentrador de tensões. A figura 5, exibida posteriormente, é feita para uma condição particular de geometria da peça e de seu concentrador.

- Placa fina submetida a tensões de tração ou compressão.
- Área da seção transversal: $w \cdot t$

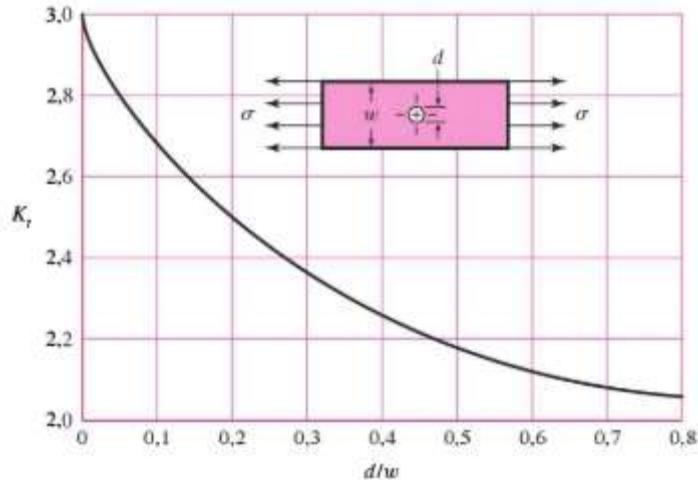
(t é a espessura da chapa, com direção ortogonal ao plano da folha).

- A força de tração pode ser dada por $F = \sigma \cdot w \cdot t$
- Tensão nominal:

$$\sigma_0 = \frac{F}{(w - d) \cdot t} = \frac{w \cdot \sigma}{(w - d)}$$

Gráfico 2 – Curva $\frac{d}{w}$ vs K_t

Uma fina placa sob tração ou compressão simples com um furo transversal central. A força de tração é $F = \sigma w t$, em que t é a espessura da chapa. A tensão nominal é dada pela equação

$$\sigma_0 = \frac{F}{(w - d)t} = \frac{w}{(w - d)}\sigma.$$


Comentário: Em materiais dúcteis o fator de concentração normalmente não é aplicado para prever a tensão crítica, pois a deformação é localizada e possui um grande efeito de enrijecimento. Em materiais frágeis o fator de concentração é aplicado à tensão nominal antes de compará-la com a resistência.

3.1 Falhas resultantes de carregamento estático

Normalmente em regiões de concentração de tensão, a presença de carga estática pode resultar em escoamento, mas acompanhado de encruamento e aumento da resistência no entalhe crítico do material. Para materiais que deformam e encruam, a posição crítica no entalhe tem uma tensão de escoamento mais elevada.

3.2 Falhas resultantes de fadiga resultante de carregamento variável

Alguns materiais não são totalmente sensíveis à presença de entalhes, portanto, para esses utiliza-se um fator K_t .

Para falha por fadiga utiliza-se o fator K_f , que é chamado de fator de concentração de tensão de fadiga. Portanto podemos pensar em K_f como um fator de concentração de tensão reduzido de K_t por causa da reduzida sensitividade a entalhes. O fator resultante é definido por meio da equação:

$$K_f = \frac{\text{Tensão máxima no espécime de entalhado}}{\text{Tensão no espécime sem entalhe}}$$

Sensitividade de entalhe q é definida pela equação:

$$q = \frac{(K_f - 1)}{(K_t - 1)}$$

- Se $q = 0$, o material não apresenta sensitividade ao entalhe.

- Se $q = 1$, o material possui sensitividade completa ao entalhe.

Procedimento recomendado: Numa análise primeiro encontre o valor de K_t a partir da geometria da peça. Depois especifique o material, encontre q e resolva K_f a partir da equação mostrada anteriormente.

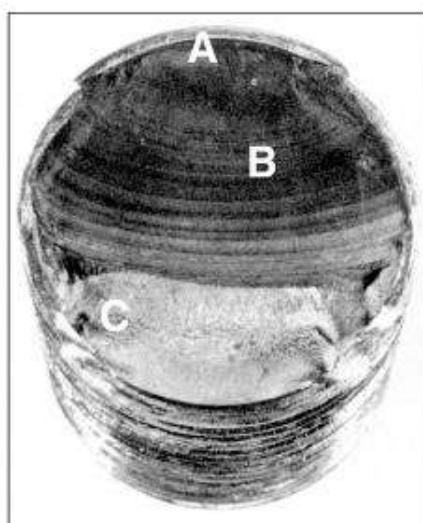
4 Fadiga

A fadiga é um fenômeno em que ocorre a falha de um elemento de máquina devido a esforços, que causam tensões variáveis no tempo (cíclicas ou aleatórias) sobre uma peça. Esse fenômeno é uma das principais causas de falhas estruturais de elementos de máquinas operando sob condições nominais, onde a tensão é inferior aos limites de resistência e de escoamento do material. Essa falha ocorre após algum tempo de uso, com um determinado número de ciclos de aplicação dos esforços e, normalmente, não há sinal prévio visível da falha, isto é, não há deformação plástica visível anterior à ruptura. É importante citar que a fadiga não é propriedade do material, e sim da peça, não existindo dessa forma uma propriedade mecânica relativa ao fenômeno.

A fratura final apresenta características semelhantes à de uma fratura frágil, uma vez que as superfícies de fratura são planas e perpendiculares ao eixo de tensão, com a ausência de estrição. As características de uma falha por fadiga, contudo, são bem diferentes das de uma estrutura frágil estática, surgindo de três estágios de desenvolvimento. Eles são:

- **Estágio 1:** É o estágio da nucleação, em que surgem micro trincas, devido à deformação plástica cíclica, seguida de propagação cristalográfica, que se estende de dois a cinco grãos em relação à sua origem. Esse primeiro estágio, geralmente, não é possível de ser identificado a olho nu.
- **Estágio 2:** Consiste na propagação dessas fraturas, e costuma trazer configurações bem características na peça em que está ocorrendo, que são as chamadas marcas de praia, que são bandas onduladas escuras e claras.
- **Estágio 3:** Ocorre no ciclo final em que o material não consegue suportar as cargas, levando a uma fratura rápida e repentina.

Figura 4 - Falha por fadiga de um parafuso em razão de flexão unidirecional repetida.



Na figura 4, a falha começou na raiz da rosca em A, propagou-se ao longo da maior parte da secção transversal como evidenciado pelas marcas de praia em B, antes da fratura rápida final em C.

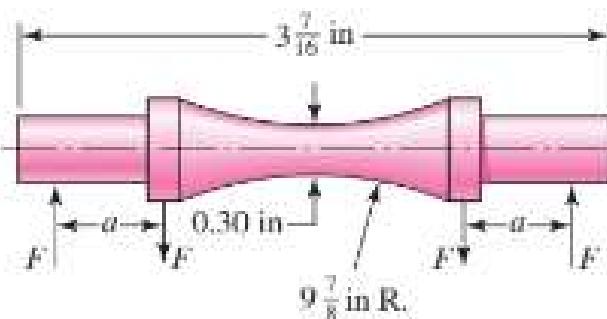
A fadiga começa sempre pela formação de uma trinca e sua propagação, que pode ser acelerada dependendo de outros fatores como meio corrosivo, temperaturas elevadas, entre outros. As trincas costumam surgir próximas a uma descontinuidade do material, em que a tensão cíclica é um máximo. Essas descontinuidades podem surgir em razão de:

- Mudanças rápidas na secção transversal, chavetas, furos, entre outros, onde ocorrem concentrações de tensão;
- Elementos que rolam e/ou deslizam uns contra os outros (mancais, engrenagens, cames, entre outros);
- Na localização de marcas de ferramentas, marcas de identificação, riscas e rebarbas;
- Composição do próprio material, que dependendo de como foi obtido pode possuir descontinuidades superficiais e subsuperficiais, microscópicas ou não.

4.1 Teste Padrão e Curva S-N

Para determinar a resistência a fadiga de um elemento de máquina, espécimes são sujeitas a forças repetidas ou variáveis de magnitudes especificadas enquanto os ciclos ou reversões de tensão (aplicação da mesma tensão no sentido contrário que foi aplicado antes, ou seja, tração em um ciclo e compressão na reversão) são contados até a destruição. O dispositivo de ensaio de fadiga mais amplamente utilizado é a máquina de viga rotativa de alta velocidade de R. R. Moore. Essa máquina sujeita o espécime à flexão pura (sem cisalhamento transversal) por meio de pesos. Esses espécimes são cuidadosamente usinados e polidos, para evitar criar descontinuidades no espécime. A figura 5 mostra um espécime de ensaio submetido à máquina de R. R. Moore. É interessante citar que existem outras máquinas de teste de fadiga, para aplicação de tensões diferentes no espécime.

Figura 5 - Exemplo de espécime sob teste na máquina rotativa



Para poder estabelecer a resistência à fadiga, é necessário um grande número de testes, devido à natureza estatística do fenômeno. Para o ensaio de viga rotativa, uma carga de flexão constante é aplicada, e o número de revoluções (ou de reversões de tensão) da viga requerido até que a falha ocorra é registrada. Primeiramente é determinada a resistência última do material (S_{ut}), que é a tensão em que ocorre a falha antes da realização de um ciclo completo. Após isso, as tensões são diminuídas pouco a pouco, e é medido o número de ciclos até a ruptura. Esses dados são todos registrados em uma curva conhecida como curva S-N, ou curva de Wöhler, em que na ordenada do diagrama consta a tensão aplicada (Resistência à fadiga) σ_f , e nas abscissas é colocado o número de ciclos correspondente.

No caso da experimentação com aços, o gráfico possuirá um joelho, isto é, um ponto em que a partir dali a inclinação do gráfico é, praticamente, horizontal, de forma que a resistência correspondente a esse nível horizontal é chamada de limite de endurança, S_e . A partir desse nível, esse espécime não falha mais por fadiga devido a tensões menores ou iguais a S_e . Para metais não ferrosos e ligas esse joelho não existe, de forma que o gráfico nunca atinge um patamar horizontal e, portanto, sempre haverá um número de ciclos em que o espécime irá falhar por fadiga. Os gráficos 3 e 4 mostram exemplos de curvas S-N.

Gráfico 3 - Exemplo de Curva S-N para o aço UNS G41 300

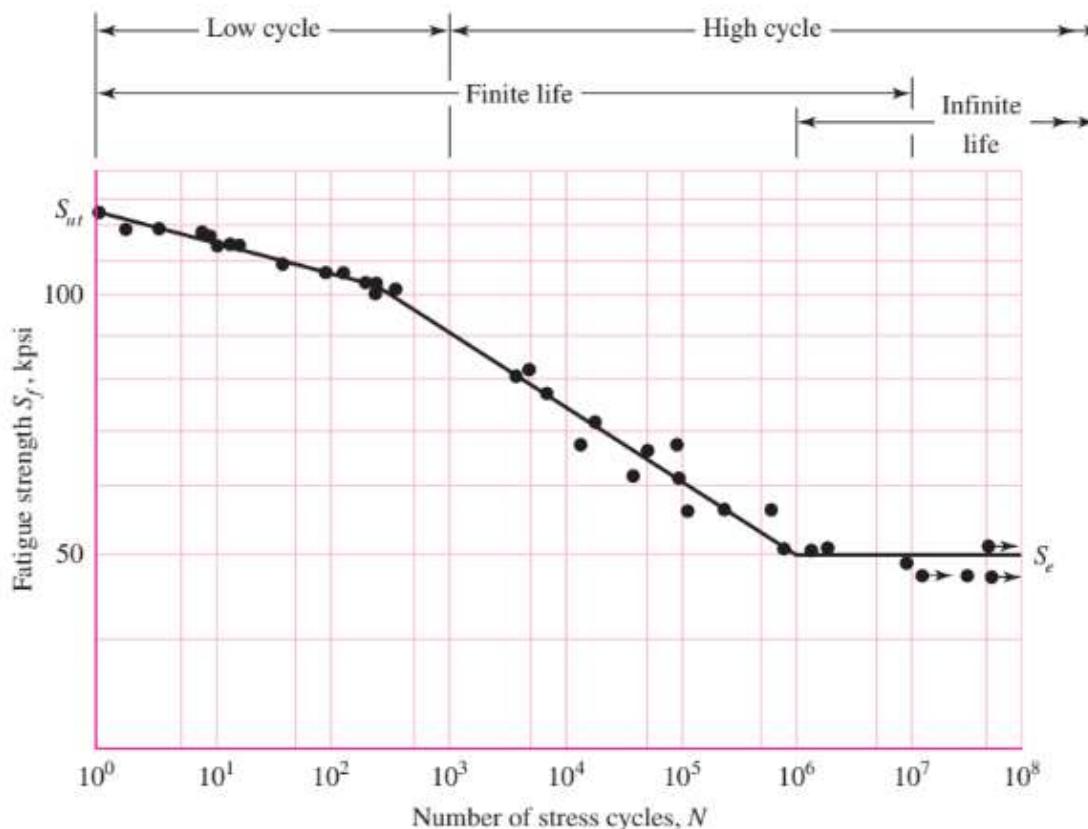
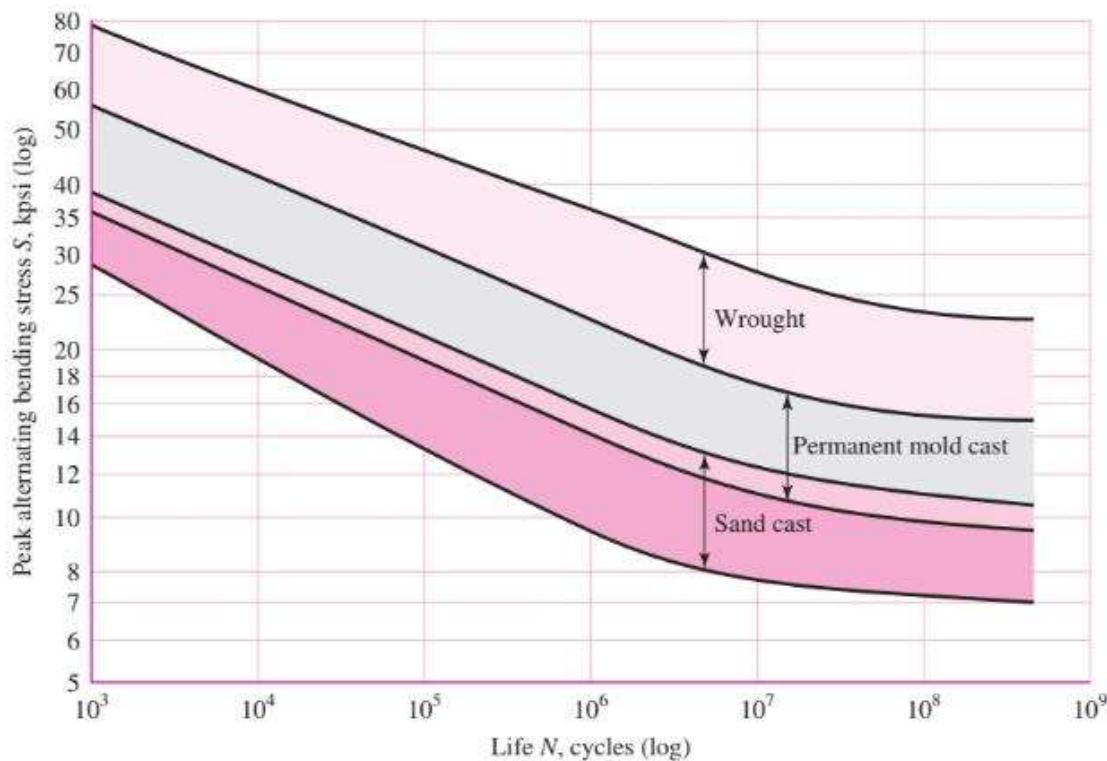


Gráfico 4 - Bandas S-N para ligas de alumínio representativas



Links de vídeos úteis:

- <https://www.youtube.com/watch?v=ywDsB3umK2Y>
- https://www.youtube.com/watch?annotation_id=annotation_56287&feature=iv&src_vid=ywDsB3umK2Y&v=msVt0mrvoPg

4.2 Limite de fadiga (σ_f) para baixos ciclos:

Como pode ser visto na curva S-N apresentada anteriormente para baixos ciclos, $N \leq 10^3$ ciclos, a resistência a fadiga é muito próxima a resistência a tração S_{ut} , de forma que podemos aproximar essa resistência por:

$$\sigma_{fp} = \sigma_{fSN} \cdot K_i$$

Em que K_i é um fator de ponderação (experimental).

Como exemplo, para aços, podemos simplificar essa observação e através de dados podemos calcular a resistência a fadiga, ou limite de endurança, como:

$$S'_{e} = \begin{cases} 700 \text{ MPa}, & \text{se } S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \\ 0,5 S_{ut}, & \text{se } S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa} \end{cases}$$

4.3 Fatores modificadores do limite de resistência a fadiga

Os espécimes testados em laboratório são extremamente precisos e polidos (além de possuírem diferenças de material, manufatura, ambiente e projeto), portanto não é correto esperar que as peças que serão utilizadas na prática terão as mesmas resistências a fadiga que essas de laboratório. Logo, é necessário aplicar alguns coeficientes experimentais para adequar esse limite de resistência para algo mais próximo da situação real.

4.4 Fator de Acabamento ou Modificação de Condição de Superfície (K_a)

O espécime real não é tão polido quanto o de testes, logo esse coeficiente tenta aproximar a tensão experimental para a real, dependendo da qualidade do acabamento da superfície da peça verdadeira e da resistência a tração do material da peça. Alguns estudos nessa área foram realizados por Lipson, Noll e Horger, e seus dados podem ser representados pela seguinte expressão:

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b,$$

em que S_{ut} é a resistência de tração mínima e a e b são encontrados na tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros para o fator de modificação de superfície de Marin

Surface Finish	Factor a S_{ut}, kpsi	Factor a S_{ut}, MPa	Exponent b
Ground	1.34	1.58	-0.085
Machined or cold-drawn	2.70	4.51	-0.265
Hot-rolled	14.4	57.7	-0.718
As-forged	39.9	272.	-0.995

4.5 Fator de Modificação de Tamanho (K_b)

O fator de tamanho pode ser dado por:

$$K_b = \begin{cases} \text{Para medidas no Sistema Imperial:} \\ \left(\frac{d}{0,3}\right)^{-0,107} = 0,879d^{-0,107}, \text{ para } 0,11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0,91d^{-0,157}, \text{ para } 2 < d \leq 10 \text{ in} \\ \text{Para medidas no Sistema Internacional:} \\ \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,107} = 1,24d^{-0,107}, \text{ para } 2,79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1,51d^{-0,157}, \text{ para } 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$

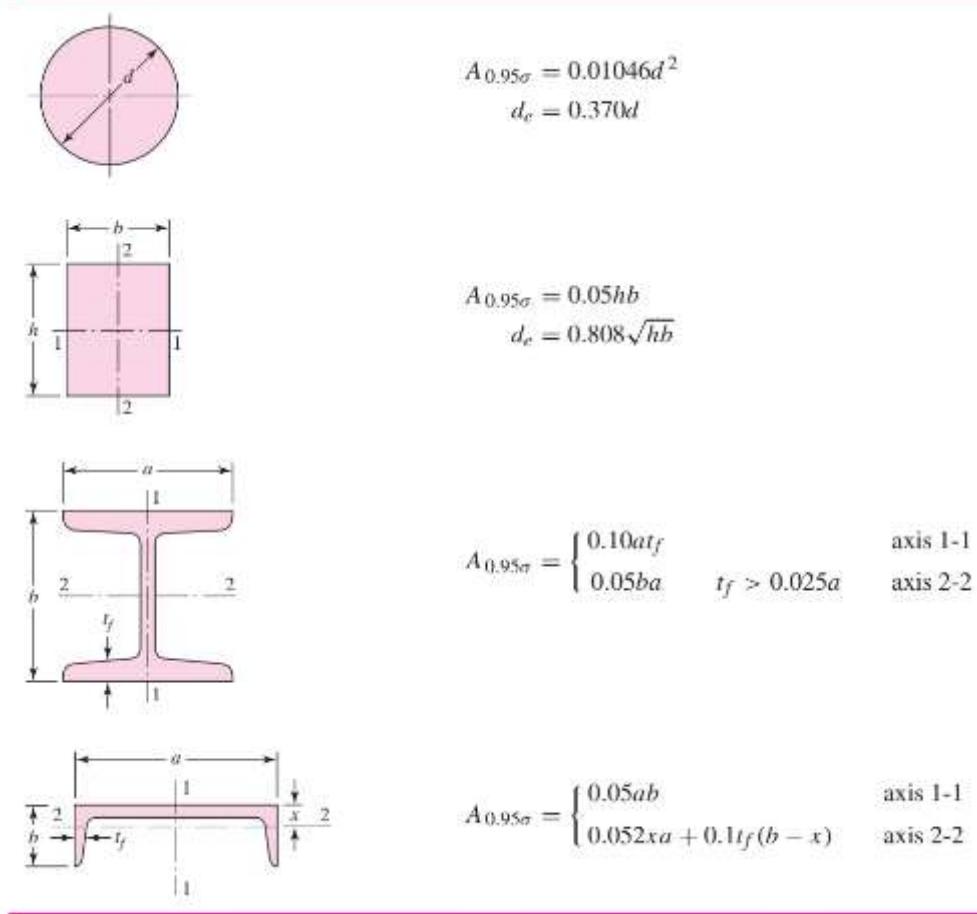
Elementos de Máquinas

Para carregamento axial não há efeito de tamanho, assim $K_b = 1$.

A variável d é o diâmetro de uma barra redonda em flexão rodando. Quando se utilizar uma barra que não está rodando ou não é circular, deve-se determinar uma dimensão efetiva d_e , que é obtida igualando-se o volume de material tensionado a , e acima de 95%, da tensão máxima ao mesmo volume no espécime de viga rotativa. Quando esses dois elementos são comparados, os comprimentos se cancelam, assim é necessário somente considerar as áreas. Designa-se a área de tensão de 95% como $A_{0,95}$.

Como exemplo, para barras não circulares ou não rotacionais, temos os dados expostos na figura 6, porém recomenda-se procurar a explicação do livro Shigley se desejar entender melhor como obter os valores de d_e .

Figura 6 - Áreas $A_{0,95}$ de formas estruturais não rotativas comuns



4.6 Fator de Modificação de Carga (K_c)

Os testes em laboratório são tipicamente feitos com ensaios de flexão alternada completa, pode ser necessária a resistência à fadiga, porém ter apenas um dado experimental. Para isso é possível aplicar os seguintes fatores:

$$K_c = \begin{cases} 1,00 - flexão \\ 0,85 - axial \\ 0,59 - torção \end{cases}$$

Quando a torção está combinada com outro carregamento, como a flexão, assuma $K_c = 1$, e o carregamento combinado é tratado utilizando a tensão efetiva de von Mises, como será descrito adiante.

4.7 Fator de Modificação de Temperatura (K_θ)

O limite de durabilidade pode variar com a temperatura, e dependendo dessa variação devemos analisar ou a fratura frágil ou o escoamento primeiramente, antes da análise de fadiga. Em termos práticos o coeficiente pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$K_\theta = 0,975 + 0,432(10^{-3})T_F - 0,115(10^{-5})T_F^2 + 0,104(10^{-8})T_F^3 - 0,595(10^{-12})T_F^4,$$

em que $70 \leq T_F \leq 1000\text{ }^\circ F$, ou da seguinte expressão e tabela:

$$K_\theta = \frac{S_T}{S_{RT}},$$

em que S_T é a resistência a tração na temperatura de operação e S_{RT} é a resistência a tração à temperatura ambiente.

Tabela 2 - Tabela para cálculo do coeficiente de variação com a temperatura

Temperature, °C	S_T/S_{RT}	Temperature, °F	S_T/S_{RT}
20	1.000	70	1.000
50	1.010	100	1.008
100	1.020	200	1.020
150	1.025	300	1.024
200	1.020	400	1.018
250	1.000	500	0.995
300	0.975	600	0.963
350	0.943	700	0.927
400	0.900	800	0.872
450	0.843	900	0.797
500	0.768	1000	0.698
550	0.672	1100	0.567
600	0.549		

4.8 Fator de Confiabilidade (K_{conf})

O limite de endurança pode variar dependendo da confiabilidade que é dada pela seguinte tabela e equação:

$$K_{conf} = 1 - 0,08z_a$$

Tabela 3 - Valores de z_a para o fator de confiabilidade

Reliability, %	Transformation Variate z_a	Reliability Factor k_e
50	0	1.000
90	1.288	0.897
95	1.645	0.868
99	2.326	0.814
99.9	3.091	0.753
99.99	3.719	0.702
99.999	4.265	0.659
99.9999	4.753	0.620

4.9 Fator de Modificação por Efeitos Variados (K_f)

O limite de endurança pode ser modificado dependendo de situações adversas na peça real em comparação a do espécime que foi testado em laboratório, como por exemplo, corrosão, chapeamento eletrolítico, pulverização de metal, dentre outros fatores. Para esses casos o coeficiente deve ser estudado separadamente.

4.10 Equação de Marin

Com esses coeficientes em mão, conseguimos calcular o valor de endurança real, que é dado pela equação de Marin abaixo:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_\theta \cdot K_{conf} \cdot K_f \cdot S'_e$$

Em que os K_s são os coeficientes comentados acima e S'_e é o limite de endurança do espécime de teste da viga rotativa e S_e o limite de endurança no local crítico de uma peça de máquina na geometria e condição de uso.

OBSERVAÇÃO: Esses valores são dados para testes em ensaios uni-axiais, ensaios multi-axiais são muito mais complexos e necessitam ser estudados de outra forma.

5 Critérios de Fadiga

Para a representação dos critérios, serão utilizadas as seguintes simbologias:

$\sigma_a \equiv$ Tensão alternada; $\sigma_m \equiv$ Tensão média; $\sigma_f \equiv$ Tensão de fadiga;

$\sigma_{esc} \equiv$ Tensão limite de escoamento; $\sigma_t \equiv$ Tensão limite de tração;

$FS \equiv$ Fator de Segurança

Por definição:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}; \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

A seguir, estão os principais critérios abordados no curso.

5.1 Critério de Soderbergh (~1920)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{esc}} = \frac{1}{FS}$$

5.2 Critério de Goodman (~1945)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} + \frac{\sigma_m}{\sigma_t} = \frac{1}{FS}$$

Observação: o critério de Goodman por si só acaba invadindo a região em que ocorre deformação plástica, e por isso é necessário modificar este critério. O critério de Goodman corrigido acaba sendo o mesmo que o não-modificado, porém para valores de σ_m mais elevados o valor de σ_a deve mudar, tal que $\sigma_a = \sigma_y$, como mostraremos adiante na forma gráfica.

5.3 Critério da ASME (~1960)

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_f}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{esc}}\right)^2 = \left(\frac{1}{FS}\right)^2$$

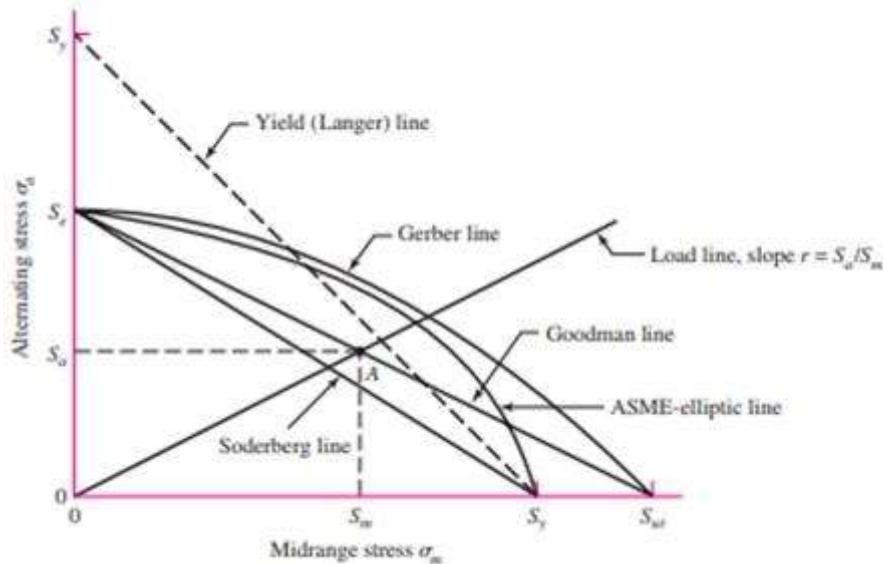
5.4 Critério de Gerber (~1880)

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_f}\right)^2 + \frac{\sigma_m}{\sigma_t} = \frac{1}{FS}$$

5.5 Análises Gráficas

Com base nos critérios acima, o gráfico 5, que mostra a relação σ_m vs σ_a para cada um desses critérios.

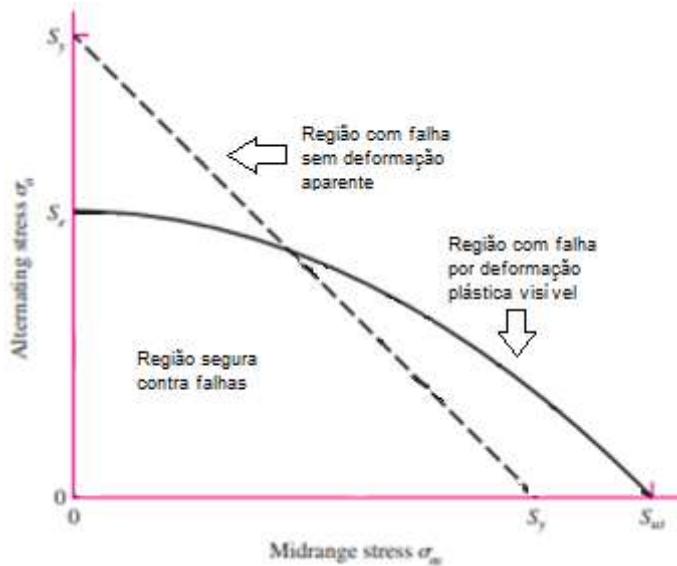
Gráfico 5 – Relação σ_m vs σ_a para todos os critérios mostrados, tirada do livro texto



Analizando o gráfico, podemos notar que o critério de Soderbergh é o critério mais “conservador”, ou seja, que tem maior margem de segurança em relação a falhas por fadiga. Este critério é seguido então pelos critérios de Goodman corrigido, ASME e por fim o de Gerber. A linha de carga (ou *load line*) é a linha que contém a relação fixa entre $\frac{\sigma_a}{\sigma_m}$, ou seja, é a linha em que se mantém as proporções entre essas tensões na peça.

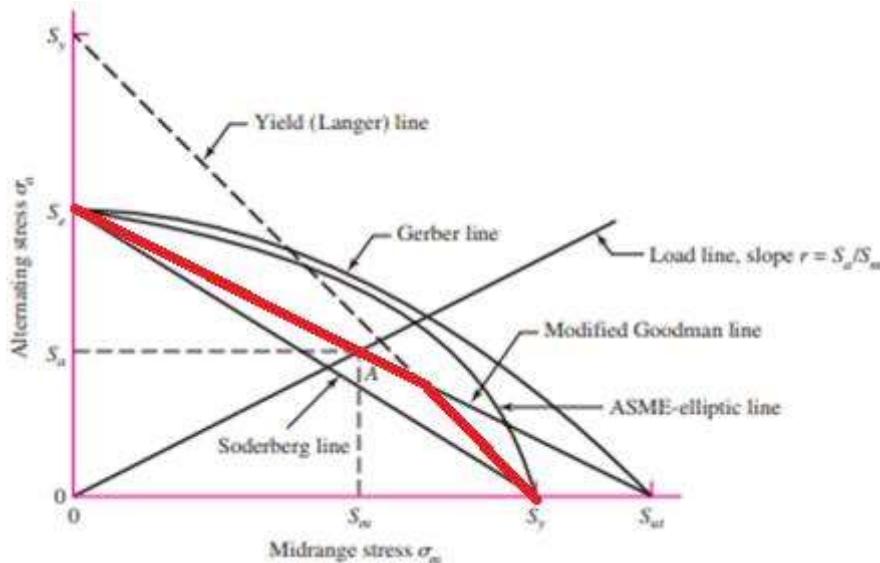
Além disso, vale entender melhor o que representam as diferentes regiões do gráfico 5, representadas no gráfico 6.

Gráfico 6 – Regiões de segurança e de falha na relação σ_m vs σ_a



Deve-se ficar atento aos pontos (σ_m, σ_a) que ultrapassam a linha de escoamento (*Yield line*), pois nessas condições de carga pode ocorrer falha por escoamento da peça, como em alguns pontos dos critérios de Goodman, ASME e Gerber. Assim, o critério de Soderbergh é ainda mais útil, pois em nenhum ponto é necessário se preocupar com a linha de escoamento. Assim, o critério de Goodman modificado pode ser representado graficamente como na figura 7.

Gráfico 7 – Relações σ_m vs σ_a com destaque para o Critério de Goodman Modificado



5.6 Fadiga Sob Tensão Multiaxial

Esse tipo de carregamento introduz algumas complicações, nas quais podem existir tensões normais com valores alternantes e médios. Vários dos fatores usados na determinação do limite de durabilidade dependem do tipo de carregamento.

O problema de como tratar tensões combinadas foi encontrado no desenvolvimento de teorias de falha estática. A teoria de falha da energia de distorção provou ser um método satisfatório de combinar as múltiplas tensões sobre um elemento de tensão em uma tensão simples equivalente.

O primeiro passo é gerar dois elementos de tensão: um para tensões alternantes e um para tensões médias. Aplicar os fatores de concentração de tensão de fadiga apropriados a cada uma das tensões. Depois, deve-se calcular as tensões de von Mises para cada um desses dois elementos de tensão. E selecionar um critério de falha por fadiga.

Um exemplo teórico:

Se um corpo apresentar tensão de Von Mises da forma:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_{máx}^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

As tensões de Von Mises para os dois elementos de tensão podem ser escritas como

Elementos de Máquinas

$$\sigma'_a = \left\{ \left[(K_f)_{\text{flexão}} (\sigma_a)_{\text{flexão}} + (K_f)_{\text{axial}} \frac{(\sigma_a)_{\text{axial}}}{0,85} \right]^2 + 3 [(K_{fs})_{\text{torção}} (\tau_a)_{\text{torção}}]^2 \right\}^{1/2} \quad (6-54)$$

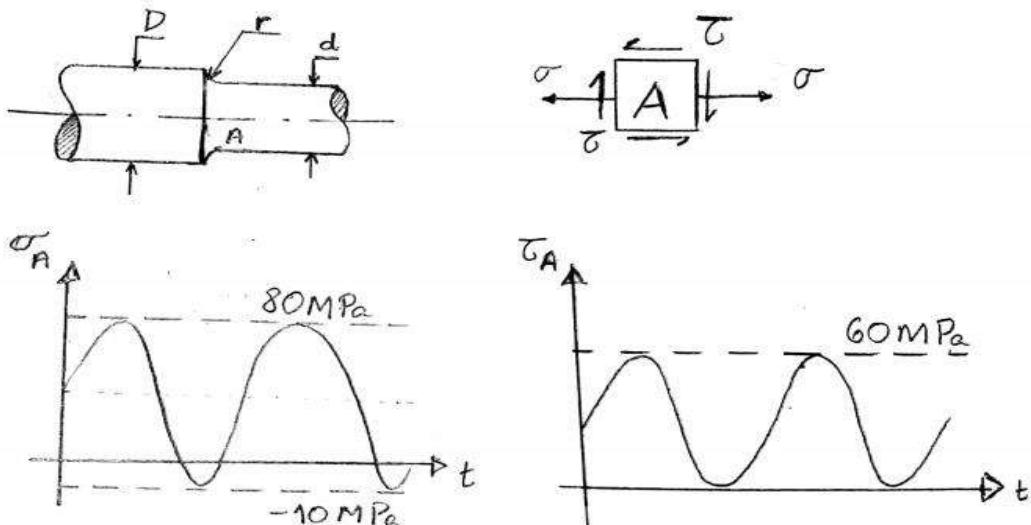
$$\sigma'_m = \left\{ \left[(K_f)_{\text{flexão}} (\sigma_m)_{\text{flexão}} + (K_f)_{\text{axial}} (\sigma_m)_{\text{axial}} \right]^2 + 3 [(K_{fs})_{\text{torção}} (\tau_m)_{\text{torção}}]^2 \right\}^{1/2} \quad (6-55)$$

Exemplo de exercício:

Deseja-se calcular o fator de segurança para uma peça, representada na figura 7. Sabe-se que o ponto mais crítico da peça é o ponto A, que está sujeito às tensões normal σ_A e de cisalhamento τ_A , e que o material tem as seguintes propriedades:

$$\sigma_{fp} = 120 \text{ MPa}; \sigma_{esc} = 340 \text{ MPa}; \sigma_t = 600 \text{ MPa}; k_{t\sigma} = 1,6; k_{tt} = 1,4.$$

Figura 7 – Imagens dadas no exercício



Devemos encontrar uma tensão equivalente para o estado de tensão multiaxial, para isso, faremos os seguintes procedimentos.

Para materiais frágeis: Máxima Tensão Principal

Para materiais dúcteis: Máxima energia de Distorção

- Separar as tensões atuantes em tensões médias e tensões variáveis.

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{80 - 10}{2} = 35 \text{ MPa} & \tau_m &= \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \text{ MPa} \\ \sigma_a &= \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{80 + 10}{2} = 45 \text{ MPa} & \tau_a &= \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = \frac{60 + 0}{2} = 30 \text{ MPa} \end{aligned}$$

- Calcular as tensões principais:

Tanto o elemento alternado deve ter suas tensões multiplicadas pelos devidos fatores de multiplicação. Para tensões normais nesse caso é 1,6 ($k_{t\sigma}$) e para

Elementos de Máquinas

tensão de cisalhamento 1,4 (k_{tr}). Nos valores médios de tensão, as tensões não são modificadas.

Recalcula-se então, as tensões alternadas.

$$\sigma_{a\ real} = 72MPa \text{ e } \tau_{a\ real} = 42MPa$$

Temos então que

$$\begin{aligned}\sigma_{1a} &= 91.3MPa & \sigma_{2a} &= -19.3MPa \\ \sigma_{1m} &= 78.5MPa & \sigma_{2m} &= -22.5MPa\end{aligned}$$

Agora, encontro os seguintes valores de tensão equivalente:

$$\begin{aligned}\sigma_{vm_a} &= \sqrt{\frac{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2}{2}} = 102.3MPa \\ \sigma_{vm_m} &= \sqrt{\frac{(\sigma_{1m} - \sigma_{2m})^2 + (\sigma_{1m} - \sigma_{3m})^2 + (\sigma_{2m} - \sigma_{3m})^2}{2}} = 91.8MPa\end{aligned}$$

- 3) Aplicar critérios Soderberg, Goodman ou ASME:

Aplicando o critério de Soderberg:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{fp}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{esc}} = \frac{1}{FS_s} \Rightarrow \frac{102.3}{120} + \frac{91.8}{340} = \frac{1}{FS_s} \quad \therefore FS_s = 0.89$$

6 Dimensionamento de Eixos

O conceito de eixo tecnicamente deve ser aplicado apenas ao conceito geométrico de eixo. O que comumente é chamado de eixo é na realidade chamado de árvore de transmissão. A árvore é o que transmite o torque e outros esforços através do conjunto.

6.1 Projeto

A posição do eixo-árvore é definida previamente por elementos associados a ele, como mancais, rotores e acoplamentos, entre outros, que regem os esforços ativos e reativos sobre o eixo. As uniões cubo-eixo são feitas em geral por chavetas, entalhes ou por ajustes com interferência. Deve-se levar em conta também requisitos adicionais como a rigidez (deflexões e frequências naturais) da peça durante o dimensionamento.

6.2 Passos para o Dimensionamento de Eixos

1. Definir os esforços solicitantes sobre o eixo;
2. Encontrar o ponto de maior esforço sobre o eixo, definindo os tipos de esforços (flexão, torção, tensão normal e tensão de cisalhamento) e seus valores máximos;
3. Calcular os valores de σ_a e σ_m ;
4. Se não tiver o valor de σ_f , calcular. Ficar atento aos concentradores de tensões;
5. Escolher o melhor critério para a situação, e calcular o que o enunciado pede. Ficar atento à possibilidade de precisar de resolver um processo com iterações;
6. Escolher um eixo adequado disponível (se o enunciado der) para o fator de segurança escolhido. Para isso, as dimensões do eixo nunca devem ser menores que as calculadas, pois isso reduziria a segurança da peça.