Projekt 1 i TAOP18 *Supply chain optimization*

Pedersen, Anton
antpe759@student.liu.se

Lindholm, David
davli921@student.liu.se

20 November, 2016

Innehåll

1 Uppgift 1

Den första uppgiften gick ut på att formulera en matematisk modell för att bestämma om slutmontering ska ske i distributionscenter och/eller fabriker, samt var eventuella distributionscenter bör placeras. För det skapades en matematisk modell för att maximera vinsten under en tidsperiod. I denna uppgift krävs det bara en komponent för att slutmontera en produkt.

Följande variabler definerades:

x_{fkp} = Antal produkter som skickas från fabrik f till kund k av produkt p

y_{fdp} = Antal komponenter som skickas från fabrik f till distributionscenter d av komponent p

buy_comp_{fp} = Antal komponenter som köps in från en underleverantör till fabrik f av komponent p

r_{dkp} = Antal produkter som skickas från distributionscenter d till kund k av produkt p

e_{kpn} = Antal produkter som säljs till kund k av produkt p till överskottsnivå n, där $n = 1, 2, 3$

dc_d = 1 om distributionscenter d används, 0 annars

Som bekant är $vinst = intäkter - kostnader$. Vi har två delar som ger intäkter och sex delar som ger kostnader.

Intäktsbiten består av följande:

1. Försäljning av produkter upp till varje kunds efterfrågan.

2. Försäljning av produkter över varje kunds efterfrågan.

Kostnadsbiten består av följande:

1. Kostnaden att använda ett distributionscenter.

2. Kostnaden att köpa in komponenter från en underleverantör

3. Kostnaden att transportera produkter från fabrik till slutkund

4. Kostnaden att transportera komponenter från fabrik till distributionscenter

5. Kostnaden att transportera produkter från distributionscenter till slutkund

6. Kostnaden att slutmontera produkter i ett distrubtionscenter

Vi har givetvis också ett par bivillkor. Följande behöver vi ta hänsyn till:

1. Varje produkt tar en given tid att montera och varje distributionscenter har en övre tidsgräns för hur länge de kan montera produkter.

2. Antalet av en produkt som skickas till en kund måste vara lika med efterfrågan och försäljning över efterfrågan till kunden, för varje kund och produkt.

3. Varje komponent i varje fabrik har en begränsad tillgång, dock finns möjligheten att öka tillgången genom att köpa in fler komponenter från en underleverantör.

4. Antalet produkter som skickas från varje distrubitionscenter måste vara lika med antalet komponenter som skickas till varje distrubitionscenter.

5. Rätt excesslimit ska väljas

Med hjälp av ovan kan nu en målfuktion och bivillkor formuleras, som vi har som utgångspunkt när vi löser de tre deluppgifterna. Det görs enligt följande

$$\begin{aligned}
\text{Max } z = & \sum_k \sum_p Demand_{kp} * Revenue_{kp} \\
& + \sum_k \sum_p \sum_n e_{kpn} * RevScale_n * Revenue_{kp} \\
& - \sum_d dc_d * DCsetup_d \\
& - \sum_f \sum_p buy_comp_{fp} * CompCost_{fp} \\
& - \sum_f \sum_k \sum_p x_{fkp} * Tcost_F2C * distFC_{fk} \\
& - \sum_f \sum_d \sum_p y_{fdp} * Tcost_F2D * distFD_{fd} \\
& - \sum_d \sum_k \sum_p r_{dkp} * Tcost_D2C * distDC_{dk} \\
& - \sum_d \sum_k \sum_p r_{dkp} * AssemblyCost_{fk}
\end{aligned} \tag{1}$$

då

$$\sum_k \sum_p r_{dkp} * AssemblyTime_{dp} \leq dc_d * DC\_Capacity_d \qquad \forall d \tag{2}$$

$$\sum_f x_{fkp} + \sum_d r_{dkp} = Demand_{kp} + \sum_n e_{kpn} \qquad \forall k, p \tag{3}$$

$$\sum_k x_{fkp} + \sum_d r_{dkp} \leq Supply_{fp} + buy\_comp_{fp} \qquad \forall f, p \tag{4}$$

$$\sum_k r_{dkp} = \sum_f yfdp \qquad \forall d, p \tag{5}$$

$$e_{kpn} \leq Demand_{kp} * ExcessLimit_n \qquad \forall p, kn \tag{6}$$

Tabell 1: Intäkts- och kostnadsfördelningar deluppgift a

Post	**Belopp**
Intäkt vanlig försäljning	353 100
Intäkt försäljning över efterfrågan	71 704
Kostnad använda DC	0
Kostnad köpa in komponent underleverantör	1 923
Kostnad transport fabrik till kund	369 434
Kostnad transport fabrik till DC	0
Kostnad transport DC till kund	0
Kostnad slutmontera i fabrik	31 487
Kostnad slutmontera i DC	0

1.1 Deluppgift a

I den första deluppgift ska all slutmontering ske i fabriken. Vi gör det enkelt genom att tvinga

$$dc_d = 0 \qquad \forall d \tag{7}$$

Det vill säga inga distrubitionscenter kan användas. Modellen implementeras i AMPL och vi får målfunktionsvärdet (optimum) 21 961. Intäkter och kostnader fördelar sig enligt tabell 1. Vi kan snabbt notera att transportkostnaden är den största kostnadsposten.

1.2 Deluppgift b

I deluppgift b får ingen slutmontering ske i fabriken. Vi inför villkoret

$$x_{fkp} = 0 \qquad \forall f,k,p \tag{8}$$

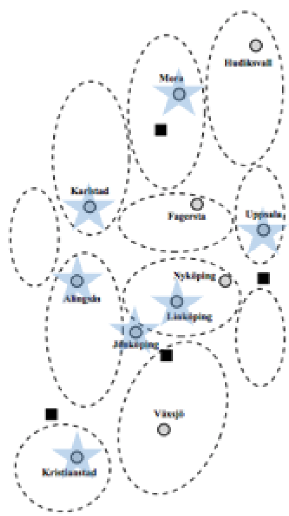
Modellen implementeras i AMPL och vi får optimum 161 005. Vi får ett målfunktionsvärde som blir 630% högre än i deluppgift a. Det är därför intressant att jämföra intäkts- och kostnadsposterna. Resultat syns i tabell 2.

Det är intressant att den totala transportkostnaden minskar 45%, trots att fler varor skickas. Dessutom torde transportsträckan öka om man använder distributionscenter. Att transportkostnaden blir lägre är egentligen inte så konstigt. Man kan tänka sig att egna bilar/lastbilar används för att transportera produkter från fabrik från kund, men att en 3PL används för att transportera mellan distributionscenter och kund. En 3PL kan generellt sett ha bättre ruttplanering, effektivare lastbilar och högre utnyttjandegrad (Björklund, 2012). Därför torde det inte bli så stor skillnad på att också tillåta montering i fabrik (men nu ska vi inte gå händelsen i förväg!).

Följande distributionscenter används: Kristianstad, Jönköping, Linköpng, Alingsås, Uppsala, Karlstad och Mora. De finns utmarkerade med en stjärna i figur 1. Det finns några intressanta observationer man kan göra, bland annat att inte distributionscentralen i Nyköping används, eftersom att Jönköping, Linköping och Uppsala klarar av att täcka efterfrågan i Östergötland. Dock kan det som logisitkplanerare i företaget vara

Tabell 2: Intäkts- och kostnadsfördelningar deluppgift b

Post	**Belopp**
Intäkt vanlig försäljning	353 100
Intäkt försäljning över efterfrågan	142 861
Kostnad använda DC	102 000
Kostnad köpa in komponent underleverantör	3 357
Kostnad transport fabrik till kund	0
Kostnad transport fabrik till DC	21 088
Kostnad transport DC till kund	180 603
Kostnad slutmontera i fabrik	0
Kostnad slutmontera i DC	27 908



Figur 1: Distrubitionscenter som öppnar i deluppgift b

bra att vara medveten om att det kan löna sig att använda Nyköping i framtiden, om efterfrågan i Östergötlandsregionen (och omnejd) skulle öka.

1.3 Deluppgift c

I deluppgift c kan slutmontering ske i både fabriken och ute i distrubitionscenter. Urpsrungsmodellen som presenteras ovan implementerades i AMPL och vi får det optimala målfunktionsvärdet 164 230. Ingen markant skillnad från deluppgift b. Intäkter och kostnader fördelades enligt tabell 3.

Tabell 3: Intäkts- och kostnadsfördelningar deluppgift c

Post	**Belopp**
Intäkt vanlig försäljning	353 100
Intäkt försäljning över efterfrågan	154 586
Kostnad använda DC	102 000
Kostnad köpa in komponent underleverantör	3 904
Kostnad transport fabrik till kund	14 432.4
Kostnad transport fabrik till DC	20 135.7
Kostnad transport DC till kund	174 232
Kostnad slutmontera i fabrik	1 257
Kostnad slutmontera i DC	27 495

Samma distributionscenter används, men av naturliga skäl (t.ex. att fabriken ligger väldigt nära kunden) sker slutmontering i fabriken i vissa fall. Det är trots det något bättre målfunktionsvärdet tveksamt om det är bättra att tillåta slutmontering i fabriken. Detta för att det kan vara önskvärt att komplexiteten i värdekjedjan är låg, särskilt om företaget har låg logistikkompetens. Det är författarnas uppfattning att det kan vara bättre att frigöra resurser (det kostar ju trots allt en del att ha en fungerande monteringslina) till något som har högre verkningsgrad. Emellertid kan man få högre responsivitet om man tillåter montering i fabriken, som t.ex. skulle möjliggöra att korta ledtiden då det krävs, vilket leder till förbättrad logistikservice och möjligen ökade intäkter på lång sikt.

2 Uppgift 2

Denna uppgift är i stort uppgift 1 deluppgift b, fast med skillnaden att varje produkt nu består av ett givet antal olika komponenter. Vi inför följande bivillkor i modellen

$$\sum_{\hat{p}}\sum_{k} r_{dk\hat{p}} \leq \sum_{f} y_{fdc} \qquad \forall d, c \tag{9}$$

Där $\hat{p}$ är mängden av alla produkter som innehåller komponent c. Tolkningen av bivillkoret är att summan av antalet produkter som använder en viss komponent vid ett distrubitionscenter måste vara lika med antalet av den komponent som skickats till samma distrubitionscenter. Det ska givetvis gälla för alla komponenter och distrubitionscenter. Bivillkoret implementeras och det optimala målfunktionsvärdet blir 91 143. Samma distributionscenter som i uppgift 1 deluppgift b används och de illustreras i figur 1. Det är rätt naturligt att målfunktionsvärdet blir lägre i detta fall eftersom att det nu är specifierat vilka komponenter som krävs för en produkt och att många produkter innehåller fler än en komponent. Det ökar givetvis transportkostnaderna mellan fabriken och distributionscenter. Intäkts- och kostnadsfördelningen syns i Tabell 4.

Tabell 4: Intäkts- och kostnadsfördelningar uppgift 2

Post	**Belopp**
Intäkt vanlig försäljning	353 100
Intäkt försäljning över efterfrågan	91 030
Kostnad använda DC	102 000
Kostnad köpa in komponent underleverantör	7 283
Kostnad transport fabrik till DC	65 195.5
Kostnad transport DC till kund	154 957
Kostnad slutmontera i DC	27 495

En snabb jämförelse mellan Tabell 4 och Tabell 2 ger att kostnaden att transportera från fabrik till distributionscenter har ökat väsentligt. Resterande kostnader är inte riktigt jämförbara eftersom att kostnader har ändrats från tidigare uppgift.

3 Uppgift 3

Denna uppgift går ut på att utveckla en modell för att maximera vinsten för ett problem med flera olika perioder. I denna uppgift kan vi lagra både komponenter och produkter. Möjlighet att öka kapacitet i distributionscentrum finns (till en kostnad). Följande variabler införs:

y_{fdct} = Antal komponenter som skickas från fabrik f till distributionscenter d av komponent c under tidsperiod t

buy_comp_{fct} = Antal komponenter som köps in från en underleverantör till fabrik f av komponent c under tidsperiod t

r_sent_{dkpt} = Antal produkter som skickas från distributionscenter d til kund k av produkt p under tidsperiod t.

r_prod_{dpt} = Antal produkter monteras i distributionscenter d av produkt p under tidsperiod t.

e_{kpnt} = Antal produkter som säljs till kund k av produkt p till överskottsnivå n, där $n = 1,2,3$ under tidsperiod t

$i\_c_{d,c,t}$ = Antal komponenter som lagras i distributionscenter d av komponent c i slutet av tidsperiod t

$i\_p_{d,p,t}$ = Antal komponenter som lagras i distributionscenter d av produkt p i slutet av tidsperiod t

$buy\_cap_{d,cl,t} = 1$ om kapacitetsnivå cl vid distributionscenter d används under tidsperiod t, annars 0

Målfunktionen konstruerades med samma princip som i uppgift 1. I stort sett är bivillkoren också samma med några undantag som vi redegör för nedan.

Nu har vi möjligheten att köpa in extra kapacitet i ett distrubitionscentrum vilket skapar bivillkoret

$$\sum_p r\_prod_{dpt} * AssemblyTime_{dpt} \leq \sum_{cl} DC\_Capacity_{d,cl,t} * buy\_cap_{d,cl,t} \qquad \forall d,t \quad (10)$$

Bara en kapacitetsnivå kan användas samtidigt i varje distributionscentrum så att

$$\sum_{cl} buy\_cap_{d,cl,t} = 1 \qquad \forall d,t \quad (11)$$

Vi har också lagervillkor som formuleras enligt nedan

$$i\_c_{d,c,t} = i\_c_{d,c,t-1} + \sum_f y_{f,d,c,t} - \sum_{\hat{p}} r\_prod_{r,d,p} \qquad \forall d,c,t \quad (12)$$

Där $\hat{p}$ är definierad som tidigare

$$i\_p_{d,p,t} = i\_p_{d,p,t-1} + r\_prod_{d,p,t} - \sum_k r\_sent_{d,k,p,t} \qquad \forall d,p,t \quad (13)$$

Vi vet också att initiallagret är 0 så

$$i\_p_{d,p,0} = \qquad \forall d,p \tag{14}$$

och

$$i\_c_{d,c,0} = \qquad \forall d,c \tag{15}$$

3.1 Deluppgift a

Modellen implementeras i AMPL och i deluppgift a får vi målfunktionsvärdet 160 319 (mipgap 1/1000).

Detta problem kan jämföras med problemet i uppgift 2, de är i stort sett samma problem med skillnaden att i uppgift 3 så ska företaget kunna planera för mer än en period. Förutom att värdena på de olika parametrarna så som till exempel efterfrågan skiljer sig lite så finns det två andra stora skillnader.
Nu är det redan bestämt sedan tidigare vilka distributionscenter som finns tillgängliga och modellen behöver inte längre ta hänsyn till om ett distributionscenter ska öppnas eller inte, det innebär också att kostnaden för att öppna ett distributionscenter inte längre finns med i målfunktionen då man kan anta att distributionscentren har varit öppna under en längre tid och att man inte längre behöver ta hänsyn till den kostnaden. Det har istället uppkommit ett par nya kostnader i form av kostnader av att hålla produkter i lager och köpa in personal till lagret, vilket modellen har möjlighet att göra för att öka kapaciteten av hur mycket man kan lagra under en viss period. Personalkostnaden är ungefär lika stor eller ibland till och med större än kostnaden som fanns i uppgift 2 för att öppna ett distributionscenter.

Det är svårt att bara jämföra de två problemen rakt av och deras målfunktionsvärden, men en snabb granskning av de två tillhörande dat-filerna visar att det verkar rimligt att anta att kostnaderna har ökat i problem 3 jämfört med problem 2, vilket också är fallet. En annan rimlighetsbedömning vi gjort är att man kan förvänta sig att modellen inte kommer använda något lager, varken för komponenter eller för produkter, i tidsperiod 3, då det skulle ge en lagerkostnad men inte ge någon möjlighet att sälja produkten/använda komponenten. Resultatet visar föga förvånande att så blir fallet.

Att hyra in personal för att utöka lagerkapaciteten visar sig vara en stor kostnad, man kan se det i dat-filen men det visar sig också i resultatet då modellen väljer att använda låga (och billiga) nivåer av lagerkapacitet när det är möjligt.

Något vi reagerade på är att det används väldigt mycket lager i period 1, dvs hög produktion i period 1 som sen kan förbrukas i period 2 och/eller period 2. Vi har inte fastställt någon anledning till det men ser det som troligt att anledningen är att det är billigt att producera i period 1 eller att det inte är möjligt att uppfylla efterfrågan i period 2 utan att använda lager eller köpa in komponenter från underleverantörer.

3.2 Deluppgift b

Problemet i deluppgift b är i princip samma som i deluppgift a, men uppskalat. Modellen som sådan klarar att lösa modellen, men på grund av problemets storlek krävs det rejält med datorkraft och/eller tid. Problemet kördes i knappt 3 timmar och vi fick ett målfunktionsvärde mellan 808603 och 86039 med ett MIP GAP på 6.48%.

I resfilen kan man se att i vissa perioder och för vissa komponenter skickas väldigt stora volymer, det kan bero på att modellen ser en möjlighet att producera mycket en viss period eller att den behöver göra det för att klara av en framtida efterfrågan på produkten/komponenten. Lagret används på samma sätt.

Modellen verkar föredra att inte använda lagret i de sista tidsperioderna, åtminstone inte i samma utsträckning som i de tidigare perioderna. Man kan anta att modellen gör det för att kunna sälja hela sitt lager innan den sista perioden, eftersom den bara skulle få kostnader från att ha lager kvar i slutet av perioden. Det gör att det kan bli svårt att använda modellen och resultaten rakt av i ett riktigt problem, förmodligen skulle man vilja ha något krav på utgångslager i den sista perioden så att modellen inte tillåts sätta det lagret till 0, då i verkligheten kommer företaget fortsätta vara verksamt även efter den sista perioden.

4 Uppgift 4

Genom att använda en konstruktiv heuristik vill vi hitta en tillåten lösning till problemet i uppgift 1 b. I uppgift 1 b så finns det två typer av problem, dels har vi ett flödesproblem som ska se till att kunderna får de produkter som de efterfrågar med tillhörande bivillkor, men det finns också ett annat problem som består av att välja vilka distributionscenter som ska öppnas.[1] Det är rimligt att anta att problemet blir enklare att lösa om man bara har en problem-typ. Eftersom de flesta villkor tillhör den första problemtypen så valde vi att göra problemet enklare att lösa genom att välja vilka distributionscenter som ska vara öppna med en konstruktiv heuristik.

Vår mycket enkla heuristik består av följande 3 steg:
Steg 1 Stäng all DC
Steg 2 Öppna nästa DC i listan
Steg 3 Lös subproblemet. Om lösning saknas, gå till steg 2, annars avbryt.

Vi har nu hittat en giltig lösning. Lösningen är emellertid rätt tråkig för företagsledningen eftersom att det optimala målfunktionsvärdet blir -81399. Jönköping, Kristianstad, Linköping och Växjö. Om ordningen våra distrubitionscenter står i ändras, kan vi få ett ett optimalt målfunktionsvärde på 9000.

Vi provar att implementera en annan heuristisk för att se om vi kan få ett bättre resultat. Denna gång prövar vi med lokal sökning enligt nedan.

Vår nya heuristik består av följande 5 steg:
Steg 1
Börja med att låta alla distributionscenter vara öppna.[2]
Steg 2
Lös problemet och uppdatera den bästa hittade lösningen.[3]
Steg 3
Stäng det första distributionscentret i listan som inte har blivit stängt tidigare, lös problemet.
Steg 4
Om den nya lösningen är sämre (har lägre målfunktionsvärde), öppna det distributionscenter som stängdes i Steg 3.
Fortsätt sedan med steg 3.
Steg 5
Om den nya lösningen (från steg 3) är bättre (har högre målfunktionsvärde), uppdatera den bästa hittade lösningen.
Fortsätt med steg 3.

Huristiken körs tills man har gått igenom hela listan av möjliga distributionscenter. De bästa lösningarna (hittils hittade) sparas och kan hittas i filerna: Pro-

[1] open shop problem på engelska
[2] Använd detta för att sedan lösa problemet.
[3] Vår bästa lösning blir en pessimistisk skattning eller en undre gräns.

ject1_A4_Current_bestNR.res[4]

Lösningen i ampl består av att låta problemet i uppgift 1b se ut som det gjorde i 1b, med en enda skillnad, vi låter vår variabel dc_d bli en parameter. På så sätt kan värdet på parametern väljas i run-filen och sedan kan problemet lösas.

Resultat och kommentarer:
Heuristiken ger 4 bästa resultat, de blir: [5]

Det första bästa målfunktionsvärdet blir: $z = 136076$
Det andra bästa målfunktionsvärdet blir: $z = 148656$
Det tredje bästa målfunktionsvärdet blir: $z = 154339$
Det fjärde bästa målfunktionsvärdet blir: $z = 161005$

Från uppgift 1b vet vi att optimum är $z = 161005$, vilket heuristiken också hittar i sin fjärde bästa lösning.Variabeln iter, sparar hur många gånger iterationer som heuristiken har löst problemet (kört steg 3), vilket är 11 gånger i den fjärde lösningen, alltså så hittar heuristiken optimum i den sista iterationen. Resultatet verkar rimligt, det är rimligt att anta att heuristiken kommer att gå från lägre målfunktionsvärden i början av heuristiken till högre efter ett tag.

För att testa heuristiken har vi ändrat på ordningen av distributionscentren. Om ordningen till exempel sätts till:

UPPSALA	FAGERSTA	HUDIKSVALL	LINKOPING	ALINGSAS	KARLSTAD
JONKOPING	VAXJO	KRISTIANSTAD	NYKOPING	MORA	

Vilket kan jämföras med den ursprungliga ordningen i problemet:

KRISTIANSTAD	VAXJO	JONKOPING	LINKOPING	ALINGSAS	NYKOPING
UPPSALA	KARLSTAD	FAGERSTA	MORA	HUDIKSVALL	

Så fås lösningarna:
Det första bästa målfunktionsvärdet blir: $z = 140713$
Det andra bästa målfunktionsvärdet blir: $z = 147379$
Det tredje bästa målfunktionsvärdet blir: $z = 149783$
Det fjärde bästa målfunktionsvärdet blir: $z = 160348$

Det blir en skillnad i vilka distributionscenter som öppnas beroende på ordningen de är listade:

I vårt fall fungerar lokal sökning mycket bättre än en vår konstruktiva heurustik, vilket vi tror beror på två anledningar. Vår konstruktiva algoritm är mer avancerad och kan stänga ett dc om det inte är fördelaktigt att ha det öppet. Dessutom ger faktiskt all dc öppna (dvs startpunkten i vår lokal sökning-heuristik) ett målfunktionsvärde som

[4]NR är numret på den bästa lösningen hittad hittils, den bästa lösningen kommer att finnas i filen med högst nummer.
[5]om dc-listan är i ordningen som finns i dat-filen.

Orginal ordning i DC_CENTERS		Annan ordning i DC_CENTERS	
ALINGSAS	1	ALINGSAS	1
FAGERSTA	0	FAGERSTA	0
HUDIKSVALL	0	HUDIKSVALL	0
JONKOPING	**1**	**JONKOPING**	**0**
KARLSTAD	1	KARLSTAD	1
KRISTIANSTAD	1	KRISTIANSTAD	1
LINKOPING	1	LINKOPING	1
MORA	1	MORA	1
NYKOPING	0	NYKOPING	0
UPPSALA	1	UPPSALA	1
VAXJO	**0**	**VAXJO**	**1**

är rätt bra (132953). Vår konstruktiva algoritm är emellertid enkel och kan lämpa sig bättre för stora problem där man bara nöjer sig med att hitta en giltig lösning.

5 Uppgift 5

I denna uppgift vill vi använda oss av en konstruktiv rullande horisont heuristik[6] för att lösa problemet som presenteras i uppgift 3. Tanken är att istället för att försöka lösa ett problem över en stor tidsperiod så delar man upp problemet och löser flera mindre tidsperioder. Man löser de tidsperioderna som ligger nära i framtiden och tar inte hänsyn till framtiden.

Vi har valt att använda oss av följande tidsperioder i vårt problem:

T = Totala antalet tidsperioder.

H = Horisonten, inom den ingår ett visst antal perioder N.

N = Nära framtid, inom detta tidsspann ingår det ett litet antal perioder.

Heuristiken löser först problemet för ett visst antal perioder, med startpunkt i tid 1 och slutpunkt i tid H. Sedan fixeras vissa variabler till de värden som lösningen gav under tidsperioden. Därefter löses problemet för resterande variabler i varje tidsperiod som ingår i perioden 1 till H.

När en period är löst, så fortsätter heuristiken med nästa tidsspann: N*k till H+N*k där k är antal perioder som har fixerats tidigare. Heuristiken kommer fortsätta tills den har löst alla perioder fram till slutperioden T. Då har man hittat en lösning till hela problemet, från period 1 till period T.

I vårt problem har vi antagit att det är svårt för modellen att hantera lagervariablerna[7] i_c och i_p som representerar lager för komponenter respektive för produkter. Därför har vi valt att inom tidsperioden N att fixera dessa värden för att göra problemet enklare att lösa.

5.1 Deluppgift a

I 3a fick var vårt optimala målfunktionsvärde $z = 160463$, det är rimligt att anta att detta faktiskt är optimum för problemet, då problemet inte är alltför stort och bör kunna hanteras av vår modell och lösare. Problemet består av att lösa ett flödesproblem för 3 tidsperioder.

Om vi använder heuristiken och väljer vår horisont H till $H = 2$ och vårt N till $N = 1$ så fås lösningen: $z = 151852$. Det verkar vara en rimlig lösning som fås, det är rimligt att anta att heuristiken ger ett lägre målfunktionsvärde i det lilla problemet, då man kan lösa det för alla perioder i ett steg tack vare dess storlek. Om man väljer att fixera

[6] Engelska: Constructive rolling-horizon heuristic.

[7] Och tillhörande bivillkor.

värden för flera perioder så lär det ge en sämre lösning än om man löser hela problemet i ett steg och då kan välja värden för alla variabler i alla perioder som ger optimum.

5.2 Deluppgift b

I 3b, där vi har använt modellen på ett större problem med 15 tidsperioder så ligger målfunktionsvärdet mellan 808 603 och 861 039 med ett MIP GAP på 6.48%.

Heuristiken ger olika värden beroende på hur man fixerar perioderna:

För N = 2 och H = 4 fås z = 766 249.
För N = 3 och H = 5 fås z = 786 892.

Vi kommer inte riktigt upp till en lika bra lösning som i uppgift 3b, men det kan bero på att när man fixerar värden med hjälp av vår heuristik så minskar man modellens möjligheter att hitta optimum. Däremot kan man jämföra tidsåtgången att köra modellen, i problem 3b tar det över 2 och en halv timme att få lösningen ovan, till skillnad mot vår heuristik som bara tar ett par sekunder att köra.

6 Uppgift 6

6.1 Deluppgift a

Vårt Lagrange duala problem blir: $\underset{u \geq 0}{min}\ h(u)$

Med den duala målfunktionen:

$$h(u) = \underset{x \in X}{max} L(x,u) = z + \sum_d u_d * (dc_d * DC_Capacity_d - \sum_{fp} y_{fdp} * AssemblyTime_{dp}). \tag{16}$$

Där z är samma målfunktion som i uppgift 1 och det som vi tar minus z är vårt komplicerande bivillkor $g(x)$. $g(x)$ är bivillkoret DCcapacity. X är mängden som beskrivs av alla andra bivillkor, utan $g(x)$.

Tanken är att problemet ska "straffas" om det inte skapar en tillåten lösning. Det händer till exempel om det inte öppnas några distributionscenter alls, då kommer straffet i målfunktionen att vara kostnaden från $g(x)$:

$$u_d * (dc_d * DC_Capacity_d - \sum_{fp} y_{fdp} * AssemblyTime_{dp}) = /dc_d = 0/ = u_d * (0 * DC_Capacity_d - \sum_{fp} y_{fdp} * AssemblyTime_{dp})$$

Om vårt duala problem är vårt masterproblem, så kommer vårt primära subproblem vara att maximera $h(u) = \underset{x \in X}{max} L(x,u)$ med avseende på x. Alltså att maximera det Lagrange relaxerade problemet.

Masterproblemet ger oss ett värde på vår dualvariabel u och när vi löser vårt subproblem, så fås en tillåten lösning i subproblemet som är $x(u)$. Här löser vi det duala problemet genom subgradient optimering med Polyak steg. Våra steg i vår subgradient "algoritm" blir:

Steg 0
Låt: $u^0 \geq 0, k = 0, UBD = \infty, LBD = 0$
Steg 1
Lös subproblemet: $h(u) = \underset{x \in X}{max} L(x,u)$
Det ger lösningen $x(u^k)$[8] och målfunktionsvärdet $h(u^k)$.
Steg 2
Låt, subgradienten γ bli:
$\gamma^k = g(x(u^k)) = (dc_d * DCCapacity_d - \sum_{fp} y_{fdp} * AssemblyTime_{dp})$.
Lös det primala problemet med lösningen $x(u^k)$ från det Lagrange relaxerade problemet[9], målfunktionsvärdet till det primala problemet ger LBD.
Välj steglängd: $t_k = \lambda_k * (h(u^k) - LBD)$

[8] I vårt problem är det mest intressant att titta på det $x(u^k)$ som beskriver vilka distributionscenter som ska öppnas. (alltså variablen dc.

[9] I vårt problem fixerar vi vilka distributionscenter som ska vara öppna, från lösningen i det Lagrange relaxerade problemet och ger den fixeringen till det primala problemet.

Steg 3
Låt $u^{k+1} = \max(0, u^k - t_k) * \frac{\gamma}{\|\gamma\|^2}$
Steg 4
k = k + 1, börja om på steg 1.

6.2 Deluppgift b

Om vi kör vi heuristik fast istället för att räkna ut en undre skattning så används den optimum från uppgift 1b som undre skattning, så fås en övre skattning från Lagrange relaxeringen: $Lagrangian = 200840$. Dual gapet i uppgiften blir: $h^* - z^* = 200840 - 161005 = 39835$ och den övre skattningen ligger ca 25% över optimum.

6.3 Deluppgift c

Genom att använda oss av subgradients optimering och lagrange fick vi följande svar:

Övre skattning från Lagrange relaxeringen: $Lagrangian = 201143$.[10]

Undre skattning från att lösa det primala problemet: $z = 147926$.

Om vi kollar på våra lagrange multiplikatorer, u, så ser man att de sjunker med antalet iterationer. Vilket det ska göra. När heuristiken stoppas efter 2000 iterationer så verkar våra subgradienter, γ, ställa in sig runt samma värden och vår faktor λ går mot 0. Så det verkar rimligt att anta att heuristiken inte kommer ge än bättre övre skattning även om man kör fler iterationer.

Eftersom problemet är av typen heltalsproblem så bör vårt problem inte vara konvext. Då gäller inte heller stark dualitet, då konvexitet är ett krav för att stark dualitet ska gälla. Alltså kan vi inte förvänta oss att hitta en övre skattning som skulle kunna ge vårt målfunktionsvärde, utan vi kommer alltid att ha ett dual gap ($h^* - z^* > 0$).

I uppgift 1b fick vi att optimum är $z = 161005$. Optimum ligger inom våra undre och övre skattningar. Vår övre skattning ligger 25% över optimum och vår undre skattning ligger 8% under optimum. Med tanke på att vi i deluppgift b fick en övre skattning som ligger väldigt nära den övre skattning som vi får med vår heurisik så verkar det vara ett rimligt svar. Det är rimligt att skattningen i denna deluppgift hamnar lite över skattningen som vi fick i deluppgift b, då vi här inte längre har optimum som undre gräns utan får ta fram en undre skattning.

[10]Denna lösning går att hitta i filen Project1_A6_UBD_588.res som finns bifogad till rapporten.

7 Allmäna reflektioner

Vi har reflekterade över tre delar av projektet som var svårt.

1. Det var initialt (det vill säga i första uppgiften) svårt att förstå skillnaden mellan komponenter och produkter. I andra uppgiften klarnade det, men det var svårt att komma på vilket bivillkor som krävdes

2. Det var svårt att implementera en del kod i AMPL, särskilt uppgift 4,5,6. Majoriteten av tiden lades på att få AMPL att fungera som vi ville; inte att lösa optimeringsproblem.

3. Det är svårt att visualisera våra resultat. Hade varit intressant och lärorikt om det funnits något verktyg och guide hur man kan göra det på bästa sätt.
I övrigt tycker vi att det hade varit roligt om det hade varit ett mer realistiskt logistiksystem. I uppgiften diskuteras ingenting om ledtid, utnyttjandegrad på transporter, lagring i färdigvarulager med mera.

Referenser

[1] Maria Björklund, *Hållbara logistiksystem*, Studentlitteratur, 2012.