Mode d’emploi du script Blender “Calcul des éléments d’inertie d’un maillage et détermination de la position de son centre de gravité”

Vincent Vansuyt

v1.01

Table des matières

1 Introduction

En 1995, Brian Mirtich (de l’université de Berkeley `http://www.cs.berkeley.edu/~jfc/mirtich/`) a écrit un code C (volInt.C) qui calcule les éléments éléments d’inertie d’un maillage, ainsi que la position de son centre de gravité. Son code prend en entrée un fichier au format “Polyhedron” (qui ressemble au format des fichiers OFF ou OBJ).
Pour faciliter l’utilisation de son programme, j’en ai fait un portage en Python pour Blender.

2 Installation du script

Ce programme tient en un seul fichier Python, il s’appelle “`object_Compute_polyhedral_mass_properties.py`”. Pour l’installer, il suffit de le copier dans le répertoire des scripts utilisateurs de Python (voir le tutoriel “Comment installer et programmer des scripts Python dans Blender”)

3 Prérequis

Afin que le résultat du calcul soit valide, il faut s’assurer que le maillage dont on souhaite calculer les éléments d’inertie soit manifold (le maillage enveloppe un seul volume) et que ses faces soient toutes orientées dans le même sens.

3.1 Obtention d’un maillage manifold

Par exemple, on souhaite calculer le centre de gravité et les éléments d’inertie du maillage figure 1.
Pour s’assurer que ce maillage est bien manifold, on passe en mode maillage (touche TAB), et on désélectionne tous les sommets (touche A). On obtient la figure 2.

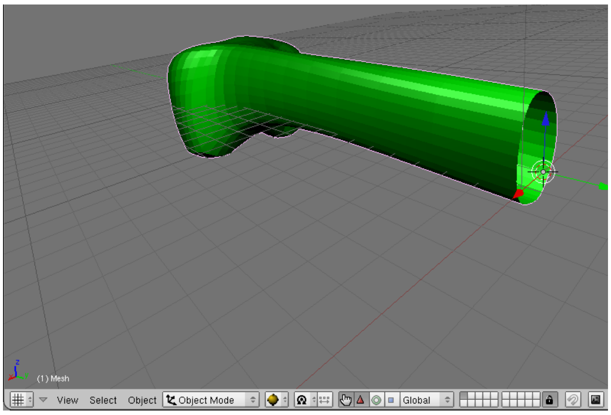

FIG. 1 – Objet à traiter

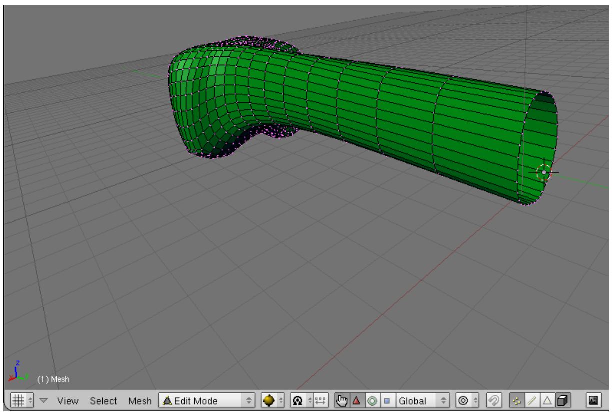

FIG. 2 – Objet en mode maillage

Pour détecter les sommets non-manifold, il faut être en mode "vertex" (CTRL-TAB, 1), puis dans le menu "Select", choisir "Non-manifold (CTRL-ALT-SHIFT-M), comme sur la figure 3. On obtient la figure 4, avec les sommets non-manifold sélectionnés.

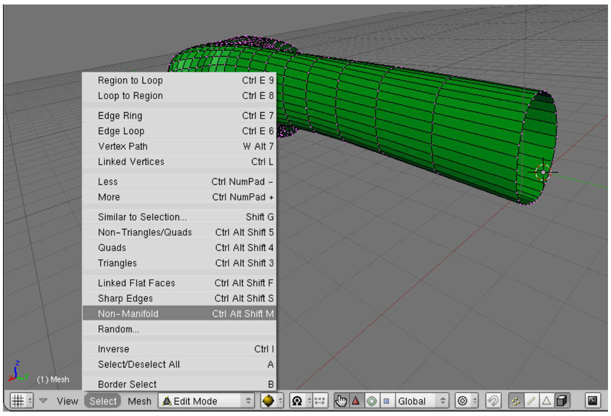

FIG. 3 – Appel de la fonction de détection des sommets non-manifold

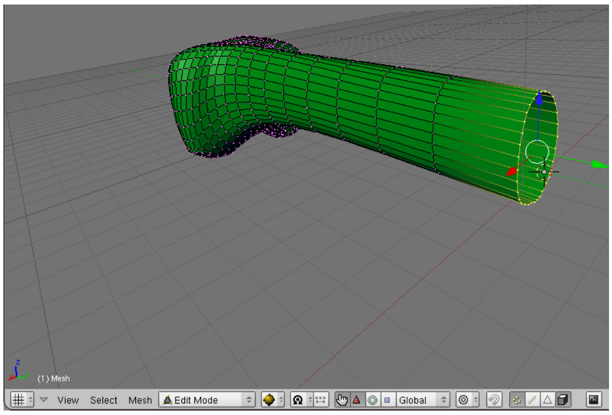

FIG. 4 – Sommets non-manifold sélectionnés

Ensuite, pour obtenir un maillage manifold dans ce cas, il est évident qu'il faut fermer l'ouverture formée la sélection de sommets. Pour cela, Blender propose la fonction "Mesh / Faces / Fill" (SHIFT F).

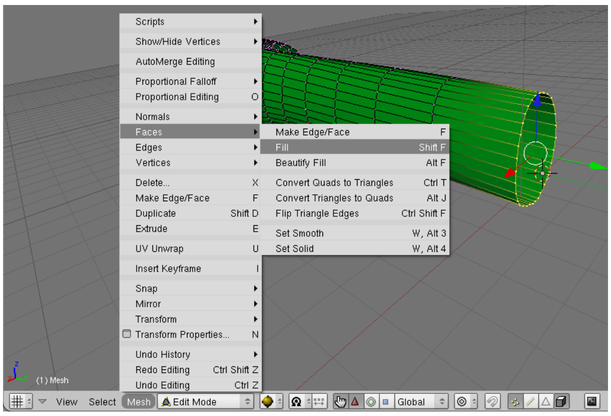

FIG. 5 – Appel de la fonction de remplissage des faces

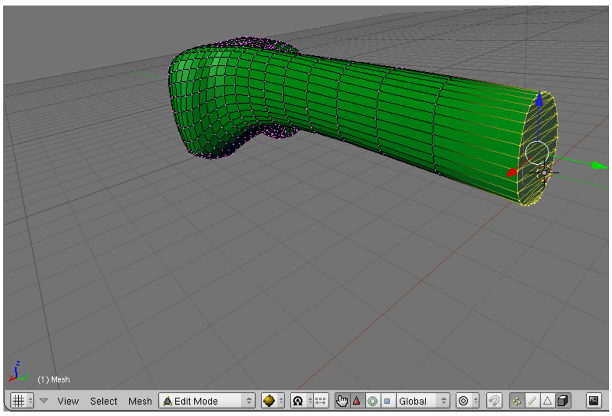

FIG. 6 – Résultat

Le maillage résultat, figure 6 est bien manifold. Il ne reste plus qu'à calculer les normales pour que les nouvelles faces soient correctement orientées.

3.2 Affichage et calcul des normales

Les normales sont affichables en mode maillage avec l'aide du menu "Mesh tools more". Ce menu est visible dans un panneau "Buttons windows" (touche F9]. Voir figure 7. Il faut cocher l'option "Draw Normals" et choisir leur taille avec l'indicateur "NSize".

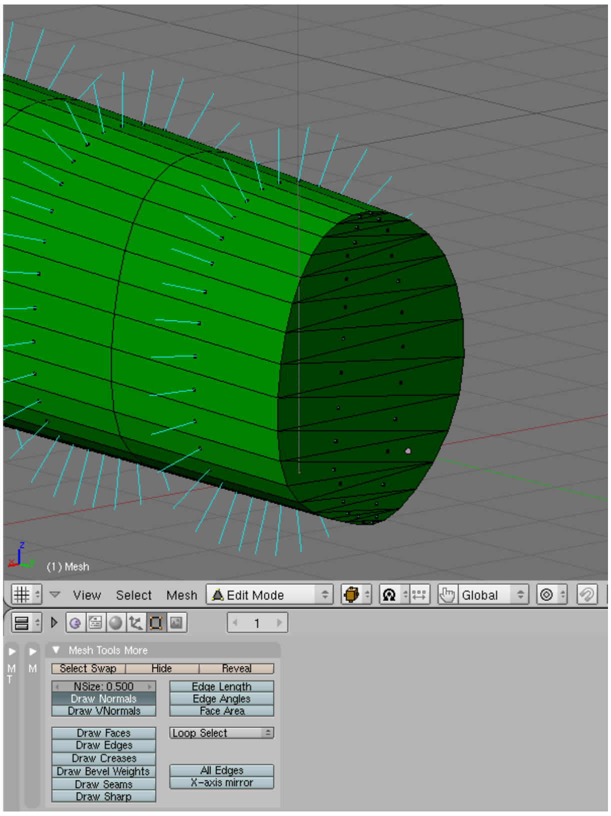

FIG. 7 – Affichage des normales

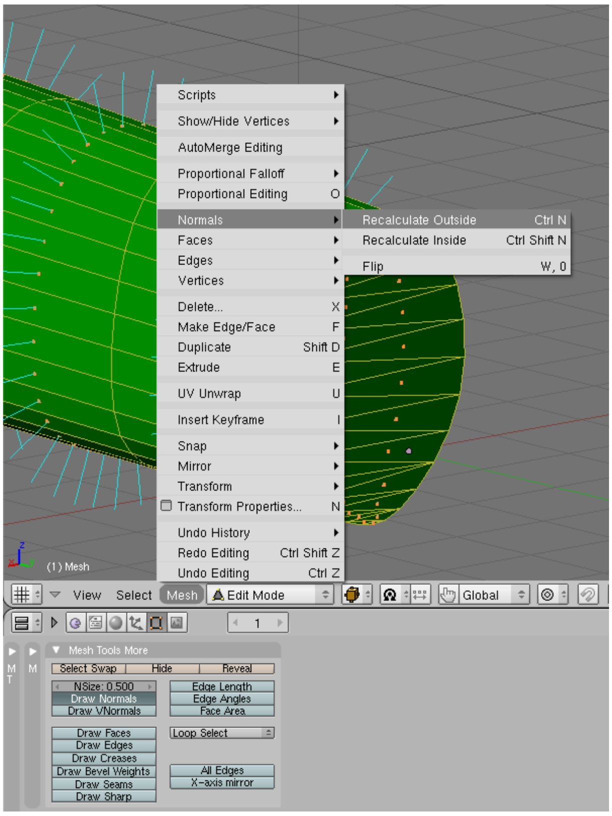

FIG. 8 – Appel du recalcul

Le calcul des normales s'effectue ensuite par le menu Mesh/Normals/Recalculate Outside (Ctrl-N).

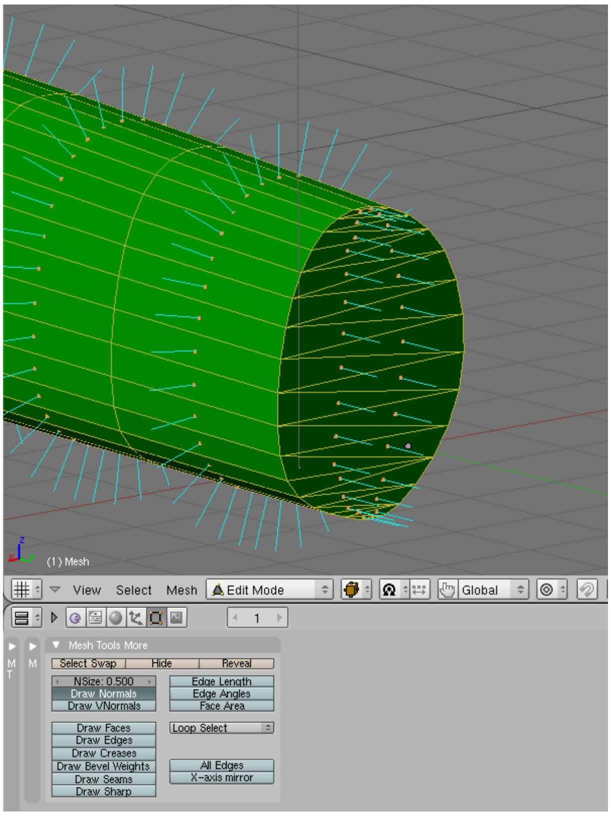

FIG. 9 – Résultat

Ci-contre, le résultat final. Les normales des nouvelles faces ont été recalculées et donc les faces sont orientées correctement.

4 Exemple d'utilisation sur le maillage d'un fémur

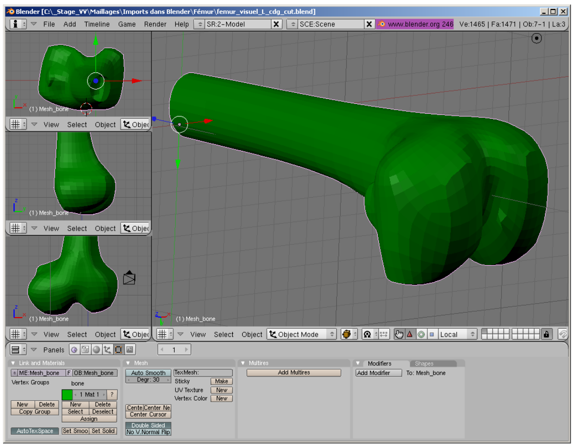

FIG. 10 – Le maillage original avec son origine en haut à gauche, dans la fenêtre principale

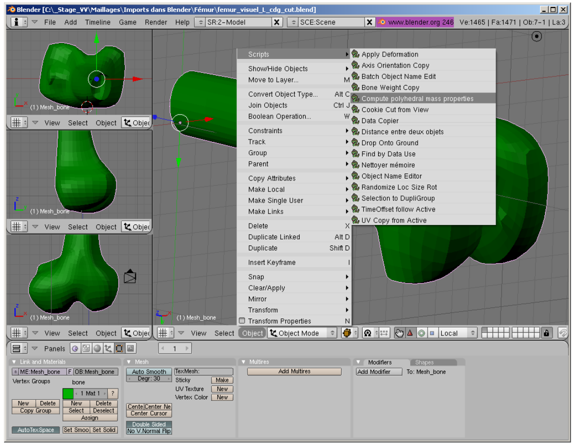

FIG. 11 – Appel du script de calcul par le menu "Object"

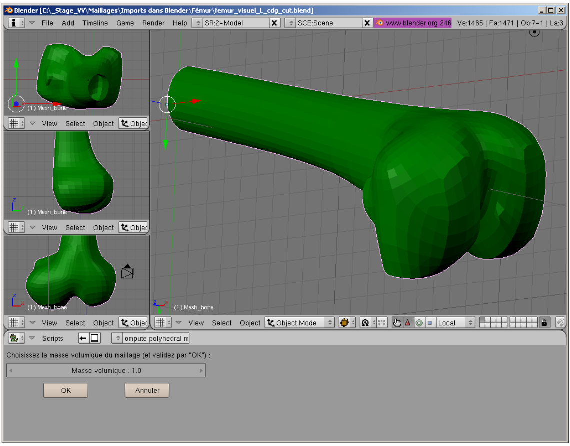

FIG. 12 – Choix de la masse volumique dans le dialogue en bas à droite

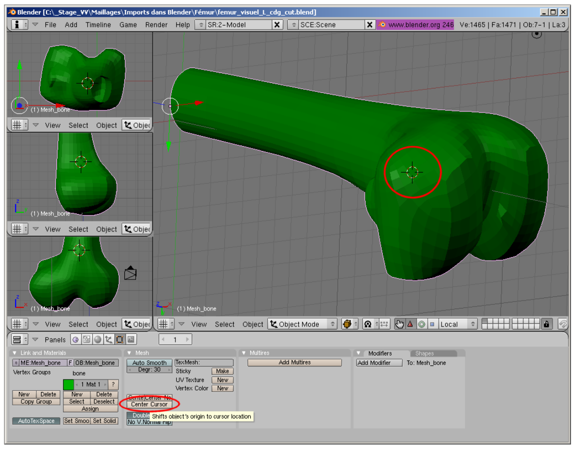

FIG. 13 – Le curseur de Blender a été déplacé au centre de gravité du maillage (voir cercle rouge, sur la fenêtre principale)

Pour déplacer le centre du maillage au curseur 3D de Blender, il suffit de cliquer sur le bouton "Shifts object's origin to cursor location" (bouton en entouré en rouge, en bas, sur la figure 13). Après déplacement, on obtient les figures 14 et 15.

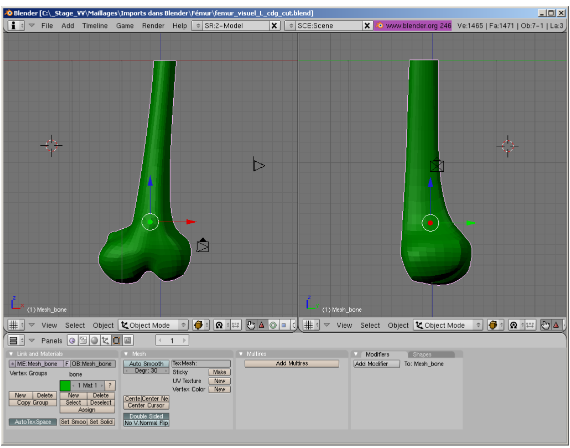

FIG. 14 – L'origine du maillage a été déplacée au centre de gravité

```
Elements d'inertie et centre de gravite pour le maillage "Mesh_bone"

Masse =           +323.034402
Volume =          +323.034402
Masse volumique = +1.000000

Centre de gravite :  (   +7.239683,   +2.364255,   -8.008470)

   Matrice d'inertie avec comme origine, le centre de gravité :
```

$$I = \begin{pmatrix} A = & +7103.159067 & -F = & +103.644440 & -E = & -859.320463 \\ -F = & +103.644440 & B = & +7608.784218 & -D = & +393.847155 \\ -E = & -859.320463 & -D = & +393.847155 & C = & +1897.386123 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} A = \int_V \left(y^2+z^2\right) dm & D = \int_V (y.z)\, dm \\ B = \int_V \left(x^2+z^2\right) dm & E = \int_V (x.z)\, dm \\ C = \int_V \left(x^2+y^2\right) dm & F = \int_V (x.y)\, dm \end{array}$$

FIG. 15 – Résultats numériques obtenus dans la console de Blender

En sortie, le programme génère un fichier texte au format LaTeX avec les éléments figure 15.

5 Vérification du fonctionnement du programme sur un exemple simple

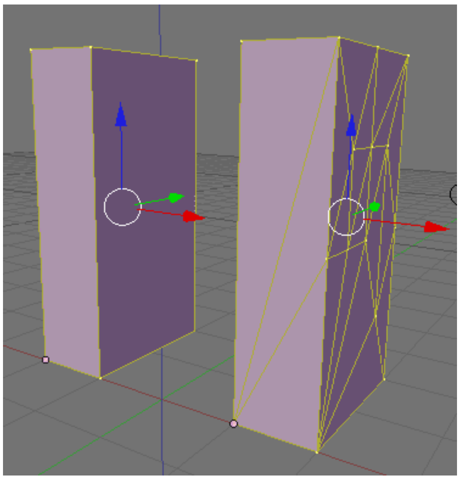

FIG. 16 – Deux parallélépipèdes test de même dimension (1x2x4)

Sur la figure 16, le maillage à gauche est nommé “Maillage simple” composé de 6 faces rectangulaires et le maillage droit (nommé “Maillage complexe”) a une topologie différente, basée sur une triangulation non régulière. Le calcul du centre de gravité et des éléments d'inertie de ces deux maillages doit donner le même résultat.
Voici le résultat du calcul avec une masse volumique égale à 1 :
Elements d'inertie et centre de gravite pour le maillage “Maillage_simple”

```
Masse =           +7.999993
Volume =          +7.999993
Masse volumique = +1.000000

Centre de gravite :  (   +0.500000,   +1.000001,   +1.999999)
```

Matrice d'inertie avec comme origine, le centre de gravité :

$$I = \begin{pmatrix} A = & +13.333311 & -F = & +0.000003 & -E = & -0.000000 \\ -F = & +0.000003 & B = & +11.333316 & -D = & +0.000005 \\ -E = & -0.000000 & -D = & +0.000005 & C = & +3.333326 \end{pmatrix}$$

Élements d'inertie et centre de gravite pour le maillage “Maillage_complexe”

```
Masse =           +7.999992
Volume =          +7.999992
Masse volumique = +1.000000

Centre de gravite :  (   +0.500000,   +0.999999,   +2.000000)
```

Matrice d'inertie avec comme origine, le centre de gravité :

$$I = \begin{pmatrix} A = & +13.333317 & -F = & -0.000000 & -E = & +0.000000 \\ -F = & -0.000000 & B = & +11.333321 & -D = & +0.000001 \\ -E = & +0.000000 & -D = & +0.000001 & C = & +3.333327 \end{pmatrix}$$

$$A = \int_V \left(y^2 + z^2\right) dm \qquad C = \int_V \left(x^2 + y^2\right) dm \qquad E = \int_V (x.z)\, dm$$

$$B = \int_V \left(x^2 + z^2\right) dm \qquad D = \int_V (y.z)\, dm \qquad F = \int_V (x.y)\, dm$$

On vérifie également que le volume et la masse valent $1 \times 2 \times 4 = 8$
Par ailleurs les valeurs des éléments d'inertie sont donnés dans les formulaire de mécanique :
Les formules suivantes sont valables avec $a = 1$, $b = 2$ et $c = 4$, dans le cas des deux parallélépidèdes de test :

$$A = \frac{m}{12} \times (b^2 + c^2) \;\; = \frac{8}{12} \times (4 + 16) \;\; = 13.3333$$
$$B = \frac{m}{12} \times (a^2 + c^2) \;\; = \frac{8}{12} \times (1 + 16) \;\; = 11.3333$$
$$C = \frac{m}{12} \times (a^2 + b^2) \;\; = \frac{8}{12} \times (1 + 4) \;\; = 3.3333$$

D'autre part les valeurs D, E et F doivent être nulles, ce qui est bien le cas.