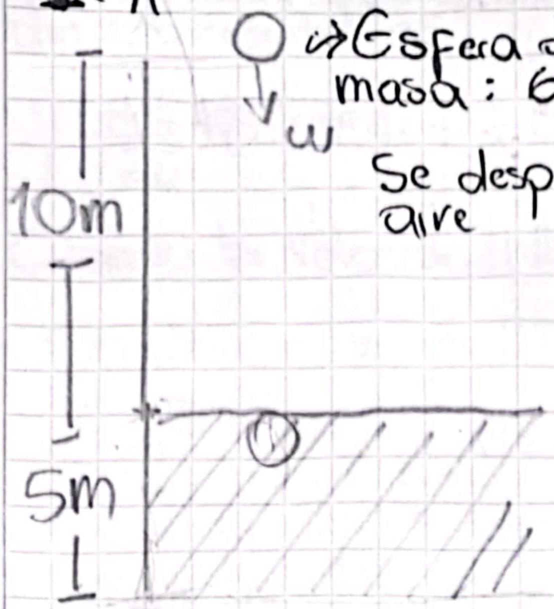
1-A




$\Rightarrow$ Esfera de radio 0.35m
masa: 60kg

Se desprecia el rozamiento con el aire

Se necesita hallar la velocidad con la que el cuerpo entra al agua.

$$\Rightarrow y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$10 = 0 + 0t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{20m}{9.81\frac{m}{s^2}}} = 1.42s \Rightarrow V(1.42) = -13.93$$

Diagrama de cuerpo libre al entrar en el agua

$\uparrow F_F + F_{empuje}$

$\downarrow w$

$$\sum F_y = 1000\frac{kg}{m^3}(4\pi r^3)(9.81\frac{m}{s^2}) - 60kg(9.81\frac{m}{s^2}) + \frac{1}{2}(0.47)(1000\frac{kg}{m^3})(2\pi r^2)\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{d^2t}$$

Por lo cual, obtenemos lo siguiente

$$m\frac{d^2y}{d^2t} = 5285.46 - 588.6 + 180.87\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{d^2t} = 78.28 + 3.01\frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{d^2t} - 3.01\frac{dy}{dx} = 78.28$$

Solucionamos la EDO

$$y'' - 3.01y' = 0$$

$$m^2 - 3.01m = 0 \Rightarrow m(m-3.01) = 0$$

$$m_1 = 0,\ m_2 = 3.01$$

Solución complementaria $y_c(t) = q_1 e^{0t} + q_2 e^{3.01t}$

$$y_p(t) = At + b$$

$$-3.01A = 78.28 \Rightarrow A = -26.01$$

$$y_p(t) + y_c(t) = q_2 e^{3.01t} - 26.01t + q_1$$

Sustituimos las condiciones iniciales

$$y(0) = 5 = q_2 + q_1$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = 3.01q_2 e^{3.01t} - 26.01 = V(t)$$

$$V(0) = -13.93 = 3.01q_2 - 26.01$$

$$q_2 = 4.01,\ 5 - 4.01 = q_1 = 0.99$$

La expresión que describe la posición vertical del clavadista es

$$y(t) = 4.01e^{3.01t} - 26.01t + 1$$

Cuando la velocidad del atleta sea 0

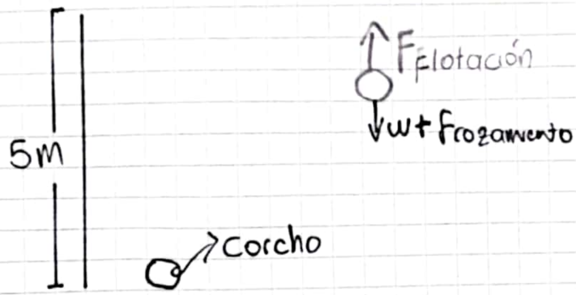
$$0 = v(t_f) = 4.01\cdot(3.01)e^{3.01t} - 26.01$$

$$e^{3.01t} = \frac{26.01}{12.07} = 2.15$$

$$\ln(e^{3.01t}) = 3.01t = \ln(2.15)$$

$$t_f = \ln(2.15)/3.01 = 0.255$$

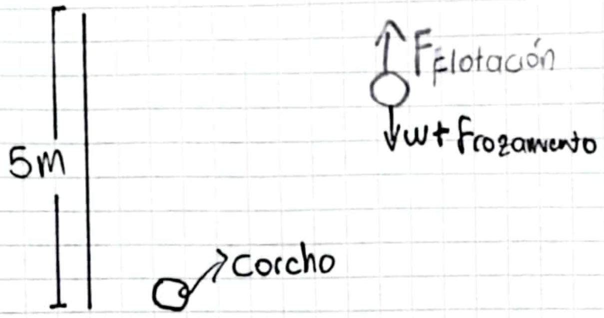
$$y(0.25) = 3.01 \text{ metros}$$




Volumen del corcho: $\frac{4}{3}\pi(0.025)$

Densidad: $256.74\ kg/m^3$

masa corcho: $0.02\ kg$




Volumen del corcho: $\frac{4}{3}\pi(0.025)^3$

Densidad: $256.77\ Kg/m^3$

masa corcho: $0.02\ Kg$

$$\sum F_y = F_{Flotación} - w - F_r = m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$= 1000\frac{Kg}{m^3}\cdot\left(\frac{4}{3}\pi(0.025m)^3\right)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right) - g\frac{4}{3}\pi(0.025)^3\left(256.7\frac{Kg}{m^3}\right)$$

$$-\frac{10.47}{2}\left(1000\frac{Kg}{m^3}\right)\left(\pi(0.025m)^2\right)\left(\frac{dy}{dt}\right)$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = 0.64 - 0.19 - 1.84\left(\frac{dy}{dt}\right)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 22.5 - 23.1\left(\frac{dy}{dt}\right)$$

$y'' + 23.1y' = 22.5$ ⇒ Solucionamos la EDO

$\Rightarrow m^2 + 23.1m = 0 \Rightarrow m(m+23.1) = 0 \mid m_1 = 0,\ m_2 = -23.1$

por lo cual $y_c(t) = a_1 + a_2e^{-23.1t}$

$y_p(t) = At + B \Rightarrow y_p'' + 23.1y' = 22.5 \Rightarrow 23.1A = 22.5$

$A = 0.97$

$y(t) = y_p(t) + y_c(t) = a_2e^{-23.1t} + 0.97t + a_1$

evaluamos las condiciones iniciales

$y(0) = a_2 + a_1 = -5,\ V(0) = -23.1a_2 + 0.97 =$



$a_2 = 0.04,\ a_1 = -5.04$

$y(t_F) = 0 = 0.04e^{-23.1t} + 0.97t - 5.04$

$126 = e^{-23.1t} + 24.25t$

$t = 5.19,\ V = 5.7\frac{cm}{s}$

$V(t) = -23.1(0.04)e^{-23.1t} + 0.97t - 5.04$

③


Gana masa conforme pasa por la nube a razón de $b\left(\frac{g}{s}\right)$


a) $\sum F_y: w - F_r = mg - qV = mg - q\frac{dx}{dt}$

Dado que la masa cambia

$\Rightarrow m(t)g - q\frac{dx}{dt} = m(t)\frac{d^2x}{dt^2}$

Podemos decir que la función $m(t)$ es:

$m(t) = m_0 + bt$ → incremento

↳ masa inicial

Reemplazando, se obtiene la siguiente ED:

$$(m_0 + bt)g - q\frac{dx}{dt} = (m_0 + bt)\frac{d^2x}{dt^2}$$

$q = \frac{1}{2}(k)(\rho)(\text{Area})$

$= \frac{1}{2}(0.47)\left(1\frac{kg}{m^3}\right) \cdot (2\pi r^2)$ ↳ Area superficial de una esfera

$= 1.32 \times 10^{-5}$

b) Determinar la vel de la gota al salir de la nube si duplica su masa

Esto es: $2m_0 = m_0 + bt \Rightarrow \frac{m_0}{b} = t$

dandole valores especificos a la ED ($g: 9.8\frac{m}{s}$, $q = 1.32\times10^{-5}$) ($b = 0.2\,g/s$) ($m_0 = 5\times10^{-4}$) $= 2\times10^{-4}\frac{kg}{s}$

$$\Rightarrow (5\times10^{-4}kg + 2\times10^{-4}\tfrac{kg}{s}t)g - 1.32\times10^{-5}\frac{dx}{dt} = (m_0 + bt)\frac{d^2x}{dt^2}$$

Solucionando con Runge Kutta

$V \approx 1.46 \times 10^{-6}\,m/s$