

# Determinación, implementación y análisis de eficiencia de métrica inteligente para mejorar la precisión de un sensor de bajo costo

**Juan D. Vega, Ciro Gélvez, Deivy Olago\***

*Universidad Industrial de Santander*

*Calle 9 Número 27*

23 de abril de 2024

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Marco teórico</b>	<b>2</b>
2.1. Distancia Euclidiana . . . . .	3
2.2. Media Móvil . . . . .	3
2.3. Cálculo del ángulo . . . . .	3
2.4. Filtro de Kalman . . . . .	4
2.4.1. Caso de tiempo discreto: . . . . .	4
2.4.2. Caso de tiempo continuo: . . . . .	5
2.5. Predicción . . . . .	5
2.6. Corrección . . . . .	6
<b>3. Metodología</b>	<b>6</b>
3.1. Análisis inicial de los valores . . . . .	7
3.1.1. Desviación estándar . . . . .	8
3.1.2. Filtro de Kalman . . . . .	9
3.2. Tablas . . . . .	9
3.3. Figuras . . . . .	9
<b>4. El experimento y los resultados</b>	<b>9</b>
<b>5. Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>10</b>

---

\*e-mail: [juan2220654@correo.uis.edu.co](mailto:juan2220654@correo.uis.edu.co)

## 6. Referencias

10

### Resumen

Desde los inicios de la electrónica y Robótica, los dispositivos con microchips integrados llamados Sensores se han convertido en la base fundamental en la electrónica moderna, medir ha sido una necesidad desde los inicios de la humanidad, y la presencia de estos circuitos en los dispositivos de uso diario de las personas entre muchas IoT es lo que básicamente hace que el mundo sea como lo conocemos. Sin embargo, cuando nos adentramos en el mundo de estos datos, nos encontramos con un enemigo complejo llamado Ruido y en general errores en las mediciones, más aún, el acceso a sensores puede ser costoso, particularmente los IMU (unidades de medición inercial) por sus siglas en inglés, y los sensores de bajo costo suelen ser muy propensos a este Ruido y variaciones, así que en este proyecto vamos a investigar algunas formas de reducir el ruido entendiendo la idea de métrica entre los valores reales y los valores que el sensor detecta.

En el caso particular de este proyecto, usaremos el sensor de bajo costo MPU6050, este IMU incluye acelerómetro y giroscopio. Es comúnmente utilizado en aplicaciones robóticas como la construcción de drones y robots dirigidos, una de las mediciones importantes que se necesitan para estas aplicaciones son los ángulos respecto un marco de referencia, hablaremos particularmente de ángulos respecto al suelo.

Nos enfocaremos en utilizar la noción de distancia y trataremos de construir una métrica inteligente para eliminar el ruido en la medición del ángulo del sensor respecto al suelo, recordando que el ángulo es una función de 3 variables, estas son las aceleraciones que a su vez son funciones del tiempo.

## 1. Introducción

Para empezar, es necesario caracterizar el problema, las aceleraciones cuando el sensor está totalmente quieto parecen ser estables, el problema es que el ruido asociado al sensor termina modificando significativamente el valor del ángulo. Existen dos opciones para resolver el problema del ángulo, una de ellas es reducir al máximo las variaciones en los valores de la aceleración, en teoría si las variables de la función del ángulo son más exactas y precisas, la función, por lo tanto, debe serlo también, la segunda opción es aplicar los filtros directamente a los valores del ángulo en una malla de tiempo.

De forma computacional, la segunda opción es más barata y más rápida, ya que requiere aplicar el filtro a un solo valor, el valor del ángulo ya calculado, utilizando la primera opción tendríamos 3 cálculos independientes y un cuarto al calcular el ángulo, esto no es lo óptimo.

esa no es la introduccion, defina el problemaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa

## 2. Marco teórico

En este artículo, exploramos tres conceptos fundamentales en el procesamiento de señales y la estimación: la distancia euclidiana, la media móvil y el filtro de Kalman. Estas herramientas son ampliamente utilizadas en una variedad de campos, incluyendo la ingeniería, la ciencia de datos y

la robótica, entre otros. Comenzaremos definiendo cada uno de estos conceptos y discutiendo sus aplicaciones y propiedades.

## 2.1. Distancia Euclidiana

La distancia euclidiana es una medida de la distancia entre dos puntos en un espacio euclidiano. Se define como la longitud del segmento de línea que une los dos puntos. Matemáticamente, si tenemos dos puntos  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  y  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$  en un espacio  $n$ -dimensional, la distancia euclidiana entre ellos se calcula como:

$$\text{dist}(p, q) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i - q_i)^2} \quad (1)$$

La distancia euclidiana es una medida importante en muchas aplicaciones, incluyendo reconocimiento de patrones, análisis de imágenes y seguimiento de objetos.

## 2.2. Media Móvil

La media móvil es una técnica utilizada para suavizar una serie de datos eliminando las fluctuaciones aleatorias para resaltar las tendencias subyacentes. Se calcula tomando el promedio de un número fijo de puntos adyacentes en la serie de datos. Formalmente, si tenemos una serie de datos  $x_1, x_2, \dots, x_n$  y queremos calcular la media móvil con una ventana de tamaño  $k$ , el valor de la media móvil en el punto  $i$  se calcula como:

$$\text{MA}_i = \frac{1}{k} \sum_{j=i}^{i+k-1} x_j \quad (2)$$

La media móvil es útil para suavizar series de tiempo y eliminar el ruido en señales.

## 2.3. Cálculo del ángulo

Gracias a la gravedad terrestre se puede utilizar las lecturas del acelerómetro para conocer el ángulo de inclinación respecto al eje X o al eje Y.

$$\text{Angle } Y = \text{atan} \left( \frac{X}{\sqrt{Y^2 + Z^2}} \right) \quad (3)$$

$$\text{Angle } X = \text{atan} \left( \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Z^2}} \right) \quad (4)$$

Siendo  $X, Y, Z$  la componente de aceleración correspondiente

$$\text{Angle}_Y = \text{PreviousAngle}_Y + \text{GyraData}_Y \cdot \text{elapsedTime} \quad (5)$$

$$\text{Angle}_X = \text{PreviousAngle}_X + \text{GyraData}_X \cdot \text{elapsedTime} \quad (6)$$

$$\rho = \arctan\left(\frac{A_X}{\sqrt{A_Y^2 + A_Z^2}}\right)$$

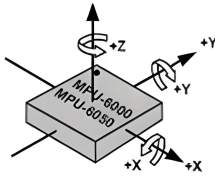
$$\phi = \arctan\left(\frac{A_Y}{\sqrt{A_X^2 + A_Z^2}}\right)$$


Figura 1: Fórmulas Roll y Pitch

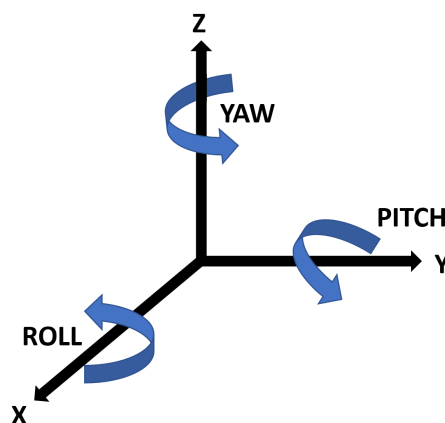


Figura 2: Roll, Pitch y Yaw

## 2.4. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un método de estimación recursiva que se utiliza para estimar el estado de un sistema dinámico a partir de una serie de mediciones ruidosas. Se basa en un modelo matemático del sistema y las mediciones, y utiliza la teoría de probabilidad para calcular la estimación óptima del estado del sistema. El filtro de Kalman es ampliamente utilizado en aplicaciones de seguimiento, navegación y control, entre otras.

El algoritmo del filtro de Kalman se compone de dos pasos principales: la predicción y la actualización. En el paso de predicción, se utiliza el modelo del sistema para predecir el estado futuro del sistema. En el paso de actualización, se utilizan las mediciones más recientes para corregir la predicción y obtener una estimación más precisa del estado del sistema.

Se entiende como espacio de estado el conjunto de todos los posibles estados de un sistema dinámico. Cada estado corresponde a un punto del espacio de estado.

### 2.4.1. Caso de tiempo discreto:

Se tiene un sistema representado en el espacio de estado:

$$\begin{aligned}x_k &= A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + w_{k-1} \\z_k &= H_kx_k + v_k\end{aligned}\tag{7}$$

siendo  $x_k$  y  $z_k$  el verdadero estado y su estimación (u observación) en el tiempo  $k$ . Se consideran  $w_k$  y  $v_k$  tales que:

- $w_k$  es ruido blanco de valor promedio igual a cero y con varianza  $Q_k$  en el instante  $k$ .
- $v_k$  es ruido blanco de valor promedio igual a cero y con varianza  $R_k$  en el instante  $k$ .

El filtro de Kalman permite estimar el estado  $x_k$  a partir de las mediciones anteriores de  $u_{k-i}$ ,  $z_{k-i}$ ,  $Q_{k-i}$ ,  $R_{k-i}$  y las estimaciones anteriores de  $x_{k-i}$ .

#### 2.4.2. Caso de tiempo continuo:

Se tiene un sistema representado en el espacio de estado:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + w(t) \\z(t) &= C(t)x(t) + v(t)\end{aligned}\tag{8}$$

Podemos referirnos a la ecuación (8) para describir el sistema en el espacio de estado. donde:

- $w(t)$  es ruido blanco de valor promedio igual a cero y con varianza  $Q(t)$  en el intervalo de tiempo descrito como  $t$ .
- $v(t)$  es ruido blanco de valor promedio igual a cero y con varianza  $R(t)$  en el intervalo de tiempo descrito como  $t$ .
- El filtro de Kalman permite estimar el estado  $x(t + dt)$  a partir de las mediciones anteriores de  $u(t)$ ,  $z(t)$ ,  $Q(t)$ ,  $R(t)$  y las estimaciones anteriores de  $x(t)$ .

### 2.5. Predicción

El primer paso del filtro de Kalman es la predicción:

$$\text{Estimación a priori : } \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \Phi_k \mathbf{x}_{k-1|k-1} \tag{9}$$

$$\text{Covarianza del error asociada a la estimación a priori : } \mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k \tag{10}$$

## 2.6. Corrección

El segundo paso del filtro de Kalman es la corrección:

$$\text{Actualización del residuo de la medición : } \tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (11)$$

$$\text{Ganancia de Kalman : } \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (12)$$

$$\text{Estimación a posteriori : } \hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k \quad (13)$$

$$\text{Covarianza del error asociada a la estimación a posteriori : } \mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (14)$$

donde:

- $\Phi_k$ : Matriz de transición de estados. Es la matriz que relaciona  $\mathbf{x}_{k|k-1}$  con  $\mathbf{x}_{k-1|k-1}$  en la ausencia de funciones forzantes (funciones que dependen únicamente del tiempo y ninguna otra variable).
- $\mathbf{x}_{k|k-1}$ : El estimado a priori del vector de estados.
- $\mathbf{P}_{k|k-1}$ : Covarianza del error asociada a la estimación a priori.
- $\mathbf{z}_k$ : Vector de mediciones al momento  $k$ .
- $\mathbf{H}_k$ : La matriz que indica la relación entre mediciones y el vector de estado al momento  $k$ , en el supuesto ideal de que no hubiera ruido en las mediciones.
- $\mathbf{R}_k$ : La matriz de covarianza del ruido de las mediciones (depende de la resolución de los sensores).

## 3. Metodología

Para la realización del proyecto primero, se colocó el sensor en la superficie plana, donde se conocía que el ángulo con respecto al piso era 0 grados. Luego de detectar las inexactitudes en las mediciones, se aplicó el cálculo de la desviación estándar para evaluar la dispersión de los datos. Sin embargo, este enfoque no proporcionó una aproximación precisa a la medida real. Se exploró entonces el uso de la ecuación de media móvil (2) como una técnica alternativa para filtrar los datos, ya que cuenta con varias ventajas las cuales incluyen la reducción del ruido, la facilidad de implementación y la flexibilidad para adaptarse a diferentes aplicaciones ajustando el tamaño de la ventana de promediado.

Finalmente, se implementó el filtro de Kalman en tiempo real para mejorar la precisión de las mediciones. Este filtro combina la información de las mediciones con un modelo de predicción para estimar el estado real del sistema, teniendo en cuenta la incertidumbre y el ruido presentes en las mediciones. Se utilizaron como medidas iniciales un ángulo de 0 grados y una estimación inicial del error.

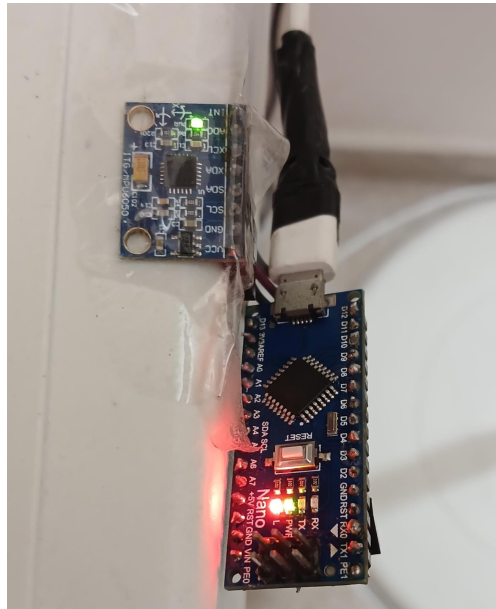


Figura 3: Sensor fijado a 0 grados aproximadamente

### 3.1. Análisis inicial de los valores

Con el uso de un teléfono móvil y sus sensores, se calibró el nivel que estos disponen para conseguir una superficie cuya inclinación fuera lo más cercana a 0 respecto al suelo, hecho esto, se fijó el sensor y a partir de esta medida se realizaron los siguientes análisis.

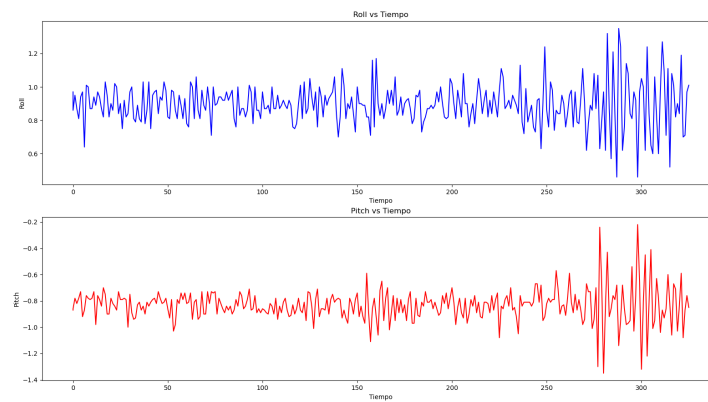


Figura 4: Medición sin calibrar del sensor

Como podemos notar, a pesar de que el sensor está en una base plana con ángulo muy cercano

a 0 el sensor tiene mucho ruido y presenta incómodas variaciones. El primer objetivo será analizar la desviación estándar de las muestras.

### 3.1.1. Desviación estándar

La desviación estándar es una medida de dispersión que indica cuánto se alejan los valores de un conjunto de datos de la media de ese conjunto. Es una medida comúnmente utilizada para describir la variabilidad o la dispersión de un conjunto de datos.

La desviación estándar se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (15)$$

Donde:

- $\sigma$  es la desviación estándar.
- $n$  es el número de datos en el conjunto.
- $x_i$  es cada valor individual del conjunto.
- $\mu$  es la media del conjunto de datos.

La desviación estándar se puede interpretar como una medida de cuánto varían los valores individuales del conjunto de datos con respecto a la media. Una desviación estándar más grande indica una mayor dispersión de los datos alrededor de la media, mientras que una desviación estándar más pequeña indica que los valores están más agrupados cerca de la media.

La desviación estándar se utiliza en una variedad de aplicaciones, incluyendo la estadística descriptiva, el análisis de datos y la inferencia estadística. Se utiliza para comprender la variabilidad de los datos, comparar la dispersión entre diferentes conjuntos de datos y evaluar la precisión de un modelo estadístico.

En el caso del sensor, analizaremos la desviación estándar de los valores obtenidos para *Roll* y *Pitch* cuando el sensor está en la base con cero grados.

```
Conexión serial establecida en el puerto COM7
-0.3345999999999995 -2.5235
Las desviaciones estandar son:  0.11816446166254892  0.11820638730627042
Conexión serial cerrada
```

Figura 5: Desviación estándar para 100 datos

Analizaremos un par de mediciones de la desviación estándar del sensor quieto:

Como se puede ver, a pesar de que es el mismo sensor en la misma posición, hay variaciones en la desviación estándar, lo que haremos será encontrar un promedio entre estas variaciones, para hallar aproximadamente cuál es la variación entre ellas.



Desviación Estándar Roll	Desviación Estándar Pitch
0.11816446166254892	0.11820638730627042
0.2413424745045928	0.21166187658621946
0.29323533211398645	0.23761237341519065
0.07810019206122354	0.08147735881826312

Cuadro 1: Desviación estándar de roll y pitch.

El promedio de la desviación estándar de *Roll* es aproximadamente 0,1827106150855879 y el promedio de la desviación estándar de *Pitch* es aproximadamente 0,1622394990314859.

Ahora, con el valor de la desviación estándar, y conociendo la media entre ellas, podemos entender que los datos se separan aproximadamente 0,1827106150855879 y 0,1622394990314859 de la media de los datos, y esta separación debe analizarse también con el valor real, que es de 0.

### 3.1.2. Filtro de Kalman

### 3.2. Tablas

### 3.3. Figuras

## 4. El experimento y los resultados

El experimento consistió en la utilización del acelerómetro del módulo de bajo costo MPU6050 con el fin de encontrar los ángulos de inclinación del sensor.

Mediante la toma de las aceleraciones proporcionadas por el sensor y utilizando trigonometría se puede llegar a una fórmula que describa el ángulo de inclinación del sensor (como fue explicado anteriormente) sin embargo, esta estimación del ángulo es muy sensible a pequeñas vibraciones.

Para mostrar esto, vamos a realizar una primera medición que consiste en calcular el ángulo de inclinación del sensor en una posición estática en una superficie la cual tiene un ángulo de inclinación Roll (con respecto al eje x del sensor) de aproximadamente  $-1.1^\circ$  al momento de hacer la medición, encenderemos un motor cerca al sensor para ver como este es afectado (grafica1, figura 6) y de igual forma, el cálculo del filtro de Kalman para esos mismos datos (grafica 3, figura 6)

Calculando las distancias euclídeas entre cada conjunto de datos y su referencia, se llegan a los siguientes promedios

Promedio de las distancias euclidianas entre los valores de la matriz de ángulos y 1.1: 2.960959044980516

Promedio de las distancias euclidianas entre los valores de la matriz de filtro y 1.1: 0.2241184828274847

Para estos datos, procedemos a calcular la distancia euclídea entre cada uno y el valor de referencia

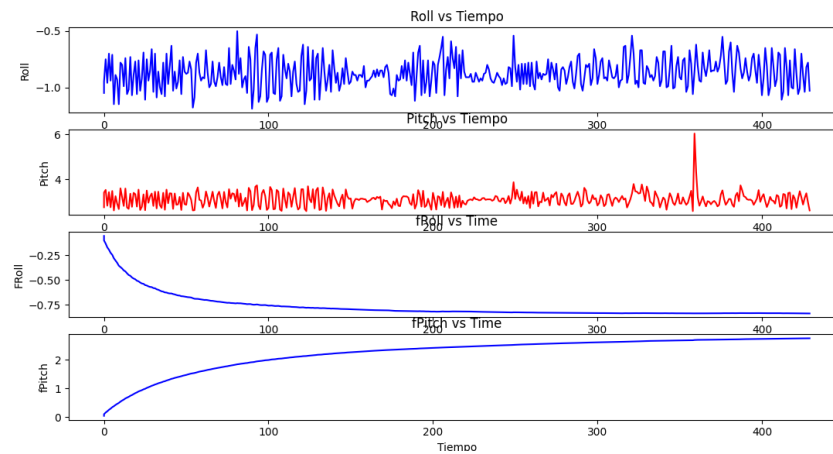


Figura 6: Desviación estándar para 100 datos

## 5. Conclusiones y Recomendaciones

## 6. Referencias

### Referencias

Nota: Este document es un borrador no terminado, el cual tiene un canvas de complemento.