Univerzita Karlova v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

David Marek

Implementace aproximativních bayesovských metod pro odhad stavu v dialogových systémech

Ústav formální a aplikované lingvistiky

Vedoucí diplomové práce: Ing. Mgr. Filip Jurčíček, Ph.D.

Studijní program: program

Studijní obor: obor

Praha 2013

Poděkování.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V .... dne .... Podpis autora

Název práce: Implementace aproximativních bayesovských metod pro odhad stavu v dialogových systémech

Autor: David Marek

Katedra: Ústav formální a aplikované lingvistiky

Vedoucí diplomové práce: Ing. Mgr. Filip Jurčíček, Ph.D., Ústav formální a aplikované lingvistiky

Abstrakt:

Klíčová slova:

Title:

Author: David Marek

Department: Institute of Formal and Applied Linguistics

Supervisor: Ing. Mgr. Filip Jurčíček, Ph.D., Institute of Formal and Applied Linguistics

Abstract:

Keywords:

Obsah

Úvod

Dialog je přirozený způsob dorozumívání a sdělování informací mezi lidmi. Počítač, který by dokázal vést dialog s uživatelem, byl vždy snem nejen příznivců vědecko-fantastické literatury. Už pro první počítače vnikaly programy, které se snažily využívat přirozenou řeč pro interakci s uživatelem. Jedním z takových programů byl například Eliza, program, který předstíral, že jej zajímá, co mu uživatel říká. Fungoval na principu rozpoznání textu pomocí gramatiky a následné transformace textu do promluv dle pravidel. Avšak gramatiky a pravidlové systémy se ukázaly nedostačné pro praktické aplikace a tak se vývoj přesunul do statistických metod. S využitím statistickým metod a metod strojového učení bylo možné začít s porozumíváním mluveného slova. Přijetí bylo zpočátku chladné a veřejnost byla

1. Teorie dialogových systémů

1.1 Dialogový systém

Dialogový systém je počítačový systém, který umožňuje uživatelům používat hlasových pokynů pro ovládání počítačů a získávání informací. Dialogové systémy nejsou pouhým hlasovým ovládáním počítače. Obsahují strategii řízení dialogu a navíc obsahují interní stav dialogu, díky kterému jsou schopny vést dialog s uživatelem. Dialog pak umožňuje využít složitějších příkazů, pokládat dotazy nad strukturovanými daty a upřesňovat dotaz.

Dialogové systémy stále mají spoustu problémů k překonání a pro praktické použití je třeba se uchýlit k několika předpokladům a zjednodušením. Prvním zjednodušením je doménová specializace, v současné době není možné vytvořit dialogový systém, který by se dokázal s uživatelem bavit o libovolném tématu. Vždy je potřeba při vývoji dialogového systému vědět, jaké informace má systém poskytovat a o čem se může chtít uživatel bavit. Další zjednodušení se týkají přímo dialogu. Předpokládá se, že dialog probíhá vždy mezi systémem a jedním uživatelem. Navíc se tito pravidelně střídají. Jedna obrátka dialogu je složená z jedné promluvy systému a jedné promluvy uživatele.

Příkladem dialogového systému může být systém pro nalezení spojení pomocí městské dopravy. Příkladem příkazu od uživatele pak může být např. „Chci jet z Malostranského náměstí na Anděl“. Dialogový systém se nyní může rozhodnout, zda-li mu zadané informace stačí pro nalezení spojení. V tomto případě systém stále neví, kdy chce uživatel jet. Může předpokládat, že uživatel už na zastávce stojí a tak tedy uživateli nalezne nejbližší spojení.

Důležitou vlastností dialogového systému je robustnost. Pokud budeme používat dialogový systém v přirozeném prostředí, tak se musíme vyrovnat s tím, že často nebude uživateli rozumět. Uživatel může chtít jet stejně jako v minulém případě, ale nyní dialogový systém přeslechne zastávku Anděl. Pro nalezení spojení už nemá dost informací, může si pořád domyslet, že uživatel chce jet nyní, ale je mnohem více možností, kterým směrem se vůbec chce uživatel vydat. Dialogový systém se proto uživatele zeptá na chybějící informace a zároveň může i implicitně potvrdit, že rozuměl alespoň odchozí zastávku: „Dobře, jedete ze zastávky Malostranské náměstí, můžete říct na jakou zastávku chcete jet?“.

1.1.1 Typy dialogových systémů

Dialogové systémy můžeme dělit podle několika kritérií. Podle toho, která strana dialog vede anebo třeba jakým způsobem funguje strategie dialogového systému.

Dělení podle iniciativy

Nejjednodušší dialogové systémy fungují na stejném principu jako automatické telefonní systémy. Systém je ten, kdo vede dialog, a uživatel pouze odpovídá na dotazy nebo vybírá z nabídnutých možností. Tento systém je velmi jednoduchý na implementaci, pokud nutíme uživatel, aby vždy pouze odpověděl na položený dotaz, tak velmi omezíme jeho vyjadřovací možnosti a díky tomu bude mnohem jednodušší rozpoznat co řekl. Například pokud se uživatele ptáme jestli musí nalezené spojení obsahovat pouze bezbariérové dopravní prostředky, tak můžeme očekávat pouze „Ano“ nebo „Ne“ a jejich synonyma. Tento přístup ovšem nebude velmi populární mezi častými uživateli systému, kteří by rádi zrychlili postup dialogem.

Další možností je tedy povolit uživateli sdělit informace i tehdy, kdy se ho systém ptá na něco jiného. Systém se tedy stále ptá na informace, které mu chybějí, ale může dialog začít obecnější otázkou: "Jaké spojení chcete nalézt?"oproti "Z jaké zastávky chcete jet?". V prvním případě dává systém pokročilému uživateli možnost popsat celou cestu a velmi rychle se tak dostat ke kýžené informaci. Pro nové uživatele, ale může být takováto obecně položená otázka matoucí a tak je většinou třeba přidat i příklad.

Posledním typem je takový, kde uživateli přenecháme iniciativu, příkladem může být například systém „How may I help you?“ [2] od společnosti AT&T. Ten slouží pro klasifikaci požadavků od uživatele a jejich přepojení k patřičnému operátorovi.

Dělení podle strategie řízení

Důležité rozdělení dialogových systémů je podle způsobu, jakým funguje jejich strategie řízení. Systém většinou předpokládá, že se v dialogu střídá s uživatelem. Vždy, když na systém přijde řada, tak se musí rozhodnout, zda-li už má dost informací k zodpovězení dotazu uživatele, případně zda-li se musí dotázat na další informace, nechat si nějakou informaci potvrdit od uživatele, anebo nechat uživatele vybrat si z nabízených možností.

Systém může mít přístup do databáze s informacemi a musí se tedy umět rozhodnout, zda-li je třeba v ní hledat. Pak musí samozřejmě na nalezená data reagovat. Může se stát, že je informací, které odpovídají zadání uživatele příliš velké množství a tak je třeba zpřísnit zadání, anebo naopak nebyla žádná informace nalezena a tedy je potřeba uživatele o tomto informovat.

Strategii, podle které se systém bude v těchto případech řídit lze implementovat několika způsoby. Přímým řešením je napsat ji ručně. Pak se rozhodnutí systému skládá z procházení série podmínek až do nalezení podmínky odpovídající aktuálnímu stavu a následné provedení akce specifikované touto podmínkou. Tento způsob může fungovat pro jednoduché systémy a pokud je vhodně napsaný, tak může fungovat velmi dobře. Dost často ale tento způsob selhává, pokud je dialogový systém příliš složitý, když se stávají podmínky neudržitelné, anebo v případě, kdy se nemůžeme spolehnout na rozpoznanou řeč.

Další možností jak vytvořit strategii řízení je použít učení s učitelem. Předpokládáme, že máme databázi hovorů mezi uživatelem a živým operátorem, z kterých se dialogový systém může naučit, jak v dialogu postupovat. Tento přístup se zdá jako dobrý nápad, ovšem naučíme se pouze napodobit operátora, což nemusí být ten nejlepší způsob jak vést dialog. Navíc je nepřeberné množství směrů, kterým se může dialog vyvíjet a jakmile se v jedné akci odchýlíme, tak dostáváme úplně jiný dialog a tedy je velmi těžké z pozorovaných dialogů zobecňovat. Proto se tento způsob téměř nevyužívá, existují ovšem pokusy jak jej skloubit s následující metodou učení [3].

Nejpoužívanější metodou v současnosti jak učit strategii dialogového systému je použít zpětnovazební učení [6], [7]. V takovém případě nám stačí pouze zhodnocení výsledku dialogu, které můžeme získat požádáním uživatelů dialogového systému, aby na konci dialogu oznámkovali, jak byli s výsledkem spokojeni. Při učení se nesnažíme napodobit existujícího operátora, ale získat co nejlepší hodnocení od uživatelů. Díky tomu se může dialogový systém naučit pracovat dokonce ještě lépe než operátor.

1.2 Součásti dialogového systému

Dialogový systém se skládá z několika částí, každá se specializuje na jiný úkol a dohromady tvoří spolupracující systém. Na vstupu je vždy zvukový záznam, o převedení do textu se stará systém rozpoznávání řeči (ASR). Z textu je potřeba získat sémantické informace pomocí systému porozumění mluvené řeči (SLU). Nad sémanticky anotovanými informacemi už může pracovat dialogový manager (DM), který rozhoduje o další akci. Výstupem dialogového manageru jsou informace, které se mají předat uživateli. O jejich převedení do textu se stará systém generování přirozené řeči (NLG). Do zvukového záznamu převede text syntetizér řeči (TTS).

1.2.1 Systém rozpoznávání řeči (ASR)

Systém rozpoznávání řeči slouží k převedení mluveného projevu do textové podoby. Po získání textové podoby je teprve možné se zabývat významem textu. Aktuálně nejlepší systémy jsou založené na pravděpodobnostním modelu a využívají skryté Markovské modely (HMM). Nejznámější je systém HTK [9], dalším otevřeným systémem je např. Kaldi [4]. Existuje i celá řada komerčního software od firem jako IBM nebo Nuance.

Úspěšnost systému rozpoznání řeči je závislá na obtížnosti úlohy a na počtu trénovacích dat, pocházejících ze stejné domény. Pro obecnou doménu se problém stává mnohem těžší. Příkladem obecného rozpoznávače je Google Voice Search.

Systém rozpoznávání řeči může produkovat více hypotéz pro jeden vstup. Často existuje pro jeden zvukový záznam více možných slovních sekvencí, z kterých by mohl pocházet. Jejich reprezentace může být seznamem možných hypotéz s věrohodností pro každou hypotézu. Věrohodnosti jsou skóre přiřazené hypotézám, které určují jakou důvěru má systém rozpoznávání řeči ve správnost dané hypotézy. V ideálním případě je věrohodnost ekvivalentní aposteriorní pravděpodobnosti sekvence slov, dáno vstupní zvuk. Ovšem ne všechny rozpoznávače pracují na pravděpodobnostním principu a pak není možné od nich požadovat skutečné pravděpodobnosti.

Další možností jak reprezentovat výstup je použití konfůzní sítě [1]. Konfůzní síť je vážený orientovaný graf obsahující startovní a konečný vrchol a hrany má označené slovy. Každá cesta ze startovního do konečného vrcholu vede přes všechny ostatní vrcholy. Váhy hran jsou pravděpodobnosti slova přiřazeného dané hraně. Hrany mohou obsahovat i prázdné slovo ϵ. Pravděpodobnost sekvence slov je součinem vah po cestě ze startovního do konečného uzlu. Výhodou konfůzní sítě je, že umožňuje v komprimované podobě uložit mnohem více hypotéz.

1.2.2 Porozumění mluvené řeči (SLU)

Systém SLU převádí text do dialogových aktů. Dialogový akt (DA) je reprezentace promluvy, skládá se z jedné nebo více položek dialogového aktu (DAI), které jsou spojené v konjunkci. Každá DAI se skládá z typu, názvu slotu a jeho hodnoty. Příklad DA z dialogového systému pro hledání restaurací:

`hello()&inform(food="chinese")`.

Zde se DA skládá ze dvou položek, první položka má pouze typ *hello*, značící pozdrav. Druhá položka má typ *inform*, tzn. uživatel nás informuje o svém požadavku. Název slotu je *food* a hodnota je „chinese“, tedy uživatel nám říká, že hledá restauraci, kde servírují čínské jídlo.

Typů může být libovolné množství, ale existuje několik základních, jejichž použití je ustálené.

- *inform* — sdělujeme informaci, doplňujeme hodnotu do slotu,

- *request* — požadujeme od protějšku doplnění hodnoty pro dotazovaný slot,
- *confirm* — chceme potvrdit hodnotu slotu, potvrzení může být implicitní, anebo explicitní. Při explicitním potvrzení očekáváme odpověď buď „Ano“ nebo „Ne“, U implicitního, pokud se nám nedostane odpovědi předpokládáme, že protějšek souhlasí,
- *select* — žádáme protějšek, aby zvolil z nabízených možností.

1.2.3 Dialogový manager (DM)

Dialogový manager tvoří mozek dialogového systému, jeho vstupem jsou dialogové akty z SLU, výstupem opět dialogové akty, pro NLG. DM se dělí na dvě části. První část se stará o udržování dialogového stavu, tzn. informace, které uživatel systému poskytl, historii dialogu, které informace už byly poskytnuty anebo např. potvrzeny či zamítnuty uživatelem. Dále obsahuje dialogovou strategii, která určuje příští akci v závislosti na dialogovém stavu.

Reprezentace stavu dialogu

Markovský rozhodovací proces (MDP) [5] je diskrétní, stochastický a kontrolovaný proces. V každém časovém okamžiku se systém nachází v nějakém stavu s. Uživatel provede akci a, dostupnou ve stavu s, a ta jej přesune náhodně do nového stavu s' a navíc dostane odměnu $r(s, s', a)$. Pravděpodobnost přechodu ze stavu s do stavu s' je dána přechodovou funkcí $p(s' \mid s, a)$.

Zobecněním MDP je částečně pozorovatelný Markovský rozhodovací proces (POMDP). Částečně pozorovatelný proto, že na rozdíl od MDP nevíme v jakém stavu se systém nachází. Naše představa o stavu je dána pouze pravděpodobnostním rozložením přes všechny možné stavy, tzv. belief $b(s)$. Výsledek provedení akce tedy nezávisí pouze na přechodové pravděpodobnosti, ale také na belief stavu. Pro aktualizaci stavu je potřeba vysčítat přes všechny možné stavy

$$b(s') = \sum_s p(s' \mid s, a) b(s). \tag{1.1}$$

Dialog je tedy popsán pomocí POMDP [8], protože musíme zakomponovat naši neznalost cílů uživatele a problémy s rozpoznáváním. Pro reprezentaci stavu dialogu existuje několik různých přístupů.

1.3 Grafické modely

2. Učení parametrů

2.1 Grafický model

Máme vybraný faktor f, tento faktor je spojený s několika proměnnými $\boldsymbol{x} = (x_0, x_1, \ldots, x_{N_x})$ a množinami parametrů $\boldsymbol{\Theta} = (\boldsymbol{\theta}_1, \ldots, \boldsymbol{\theta}_{N_\theta})$. Tento faktor reprezentuje podmíněnou pravděpodobnost:

$$f(\boldsymbol{x}, \Theta) = p(x_0 | x_1, \ldots, x_{N_x}; \Theta)$$

Rodičovské proměnné $x_1, \ldots, x_{N_x}$ označujeme jako $\boldsymbol{x'}$. Vektor $\boldsymbol{x'}$ určuje, která množina parametrů bude použita. Protože množiny parametrů jsou číslovány $1, \ldots, N_\theta$ a rodičovské proměnné $1, \ldots, N_x$, musí být pro vybrání správné množiny parametrů použito mapování $\rho(\boldsymbol{x'})$. Faktor pak může být zapsán zkráceně:

$$f(\boldsymbol{x}, \Theta) = p(x_0 | x_1, \ldots, x_{N_x}; \Theta) = \theta_{\rho(x'), x_0}$$

2.2 Výpočet marginálních pravděpodobností

Pro výpočet sdružené pravděpodobnosti používáme plně faktorizovanou distribuci. Pro každou proměnnou, anebo množinu parametrů je její marginální pravděpodobnost rovna součinu zpráv přicházejících z faktorů, které jsou s danou proměnnou nebo množinu parametrů propojeny. Pro daný faktor je cavity distribuce $q^{\setminus}(x_i)$, popř. $q^{\setminus}(\boldsymbol{\theta}_i)$ rovna součinu všech ostatních faktorů. Aproximovaná marginální pravděpodobnost proměnné je pak součinem cavity distribuce a zprávy z faktoru:

$$q(x_i) = q^{\setminus}(x_i) m_{f \to x_i}(x_i)$$

$$q(\boldsymbol{\theta}_i) = q^{\setminus}(\boldsymbol{\theta}_i) m_{f \to \theta}(\boldsymbol{\theta}_i)$$

2.2.1 Marginální pravděpodobnost proměnných

Pokud chceme aktualizovat hodnotu naší aproximace marginální pravděpodobnosti, tak je třeba minimalizovat její vzdálenost od skutečné marginální pravděpodobnosti:

$$\begin{aligned}
p^*(\tilde{x}_j) &= \sum_{\boldsymbol{x}:x_j=\tilde{x}_j} \int_{\boldsymbol{\Theta}} \prod_i q^{\backslash}(x_i) \prod_l q^{\backslash}(\boldsymbol{\theta}_l) f(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Theta}) &(2.1)\\
&= \sum_{\boldsymbol{x}:x_j=\tilde{x}_j} \prod_i q^{\backslash}(x_i) \int_{\boldsymbol{\theta}_{\rho(\boldsymbol{x'})}} q^{\backslash}(\boldsymbol{\theta}_{\rho(\boldsymbol{x'})}) \theta_{\rho(\boldsymbol{x'}),x_0} &(2.2)\\
&= \sum_{\boldsymbol{x}:x_j=\tilde{x}_j} \prod_i q^{\backslash}(x_i) \mathbb{E}_{q^{\backslash}}(\theta_{\rho(\boldsymbol{x'}),x_0}) &(2.3)
\end{aligned}$$

Rovnost (2.1) vychází z definice výpočtu marginální pravděpodobnosti ze sdružené pravděpodobnosti. V (2.2) byla použita definice faktoru, z integrálu byly vytaženy členy, které neobsahují Θ a nakonec bylo využito toho, že pro množiny parametrů, které nejsou spojeny s faktorem f, je jejich jejich cavity distribuce rovná marginální distribuci a tedy $\int_{\theta_i} q(\theta_i) = 1$. V (2.3) byla použita definice očekávané hodnoty.

Marginální pravděpodobnost proměnné x_i tedy je

$$p^*(\tilde{x}) = \sum_{\boldsymbol{x}:x_j=\tilde{x}_j} \prod_i q^{\backslash}(x_i) \mathbb{E}_{q^{\backslash}}(\theta_{\rho(\boldsymbol{x'}),x_0}) \tag{2.4}$$

Tady docházíme k výsledku, který je velmi podobný výpočtu marginální pravděpodobnosti v Loopy Belief Propagation algoritmu, střední hodnota $\mathbb{E}_{q^{\backslash}}(\theta_{\rho(\boldsymbol{x'}),x_0})$ zde reprezentuje zprávu z vrcholu $\boldsymbol{\theta}_{\rho_x}$.

Zprávu z faktoru f do vrcholu x_j pak získáme vydělením zprávy z x_j z marginální pravděpodobnosti.

$$m_{f\to x_j}(x_j) = \sum_{\boldsymbol{x}:x_j=\tilde{x}_j} \prod_{i\neq j} q^{\backslash}(x_i) \mathbb{E}_{q^{\backslash}}(\theta_{\rho(\boldsymbol{x'}),x_0}) \tag{2.5}$$

2.2.2 Marginální pravděpodobnost parametrů

Pro množiny parametrů se jejich marginální pravděpodobnost spočítá podobně jako pro proměnné.

$$
\begin{aligned}
p^*(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j) &= \sum_{\boldsymbol{x}} \int_{\boldsymbol{\Theta}:\boldsymbol{\theta}_j=\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j} \prod_i q^{\setminus}(x_i) \prod_l q^{\setminus}(\boldsymbol{\theta}_l) f(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\Theta}) && (2.6)\\
&= \sum_{l\neq j} \sum_{\boldsymbol{x}:\rho(\boldsymbol{x'})=l} \prod_i q^{\setminus}(x_i) \int_{\boldsymbol{\Theta}:\boldsymbol{\theta}_j=\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j} \prod_k q^{\setminus}(\boldsymbol{\theta}_k)\theta_{l,x_0} + && (2.7)\\
&+ \sum_{\boldsymbol{x}:\rho(\boldsymbol{x'})=j} \prod_i q^{\setminus}(x_i) \int_{\boldsymbol{\Theta}:\boldsymbol{\theta}_j=\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j} \prod_k q^{\setminus}(\boldsymbol{\theta}_k)\tilde{\theta}_{j,x_0}\\
&= \left[\sum_{l\neq j} \sum_{\boldsymbol{x}:\rho(\boldsymbol{x'})=l} \prod_i q^{\setminus}(x_i)\mathbb{E}_{q^{\setminus}(\boldsymbol{\theta}_l)}(\theta_{l,x_0})\right] q^{\setminus}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j) + && (2.8)\\
&+ \sum_{\boldsymbol{x}:\rho(\boldsymbol{x'})=j} \prod_i q^{\setminus}(x_i)\tilde{\theta}_{j,x_0} q^{\setminus}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j)\\
&= w_0 q^{\setminus}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j) + \sum_k w_k \tilde{\theta}_{j,k} q^{\setminus}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j), && (2.9)
\end{aligned}
$$

kde

$$
\begin{aligned}
w_0 &= \sum_{l\neq j} \sum_{\boldsymbol{x}:\rho(\boldsymbol{x'})=l} \prod_i q^{\setminus}(x_i)\mathbb{E}_{q^{\setminus}(\boldsymbol{\theta}_l)}(\theta_{l,x_0}) && (2.10)\\
w_k &= \sum_{\boldsymbol{x}:\rho(\boldsymbol{x'})=j,x_0=k} \prod_i q^{\setminus}(x_i) && (2.11)
\end{aligned}
$$

Opět vycházíme z výpočtu marginální pravděpodobnosti ze sdružené pravděpodobnosti. V rovnici (2.7) jsme rozdělili sumu přes $\boldsymbol{x}$ na ty, pro které se ve faktoru použije množina parametrů $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j$ a na ty ostatní. Také jsme z integrálu vytknuli součin cavity distribucí pro proměnné. V dalším kroku (2.8) jsme opět použili toho, že integrál přes $\boldsymbol{\Theta}$ je ve skutečnosti několik integrálů přes jednotlivé množiny parametrů. A tedy je můžeme vložit mezi jednotlivé členy produktu cavity distribucí pro množiny parametrů. Ve výsledku získáme $q^{\setminus}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_j) \int_{\boldsymbol{\theta}_l} q^{\setminus}(\boldsymbol{\theta}_l)\theta_{l,x_0}$ a pak zbylé členy, které zmizí.

Docházíme k vyjádření skutečné marginální pravděpodobnosti, ve které není třeba integrovat přes všechny množiny parametrů, ale stačí jen očekávaná hodnota těchto parametrů.

2.3 Aproximace marginálních pravděpodobností

Stále tu ovšem zůstává problém, že spočítat aproximující distribuci $q(\boldsymbol{\theta}_j)$ může být příliš složité, protože skutečná marginální distribuce je směs několika distribucí a ta nemusí být v obecném případě vyjádřitelná. Je tedy třeba model dále aproximovat. Pro zjednodušení výpočtu jsou zprávy z faktoru do množiny parametrů, $m_{f\to\boldsymbol{\theta}_i}(\boldsymbol{\theta}_i)$, ve tvaru Dirichletovského rozdělení s parametry $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i$:

$$m_{f\to\boldsymbol{\theta}_i}(\boldsymbol{\theta}_i) = Dir(\boldsymbol{\theta}_i;\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i) = \frac{\Gamma(\sum_j \hat{\alpha}_{i,j})}{\prod_j \Gamma(\hat{\alpha}_{i,j})}\prod_j \theta_{i,j}^{\hat{\alpha}_{i,j}-1} \tag{2.12}$$

kde Γ je Gamma funkce (zobecnění faktoriálu):

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1}\exp(-t)\mathrm{d}t \tag{2.13}$$

Dirichletovské rozdělení bylo zvoleno, protože má důležité vlastnosti pro součin, které budou využity dále pro výpočet cavity distribuce a celkové aproximace. Pokud označíme aproximované faktory indexem β a každý bude mít vlastní parametry $\hat{\alpha}_{\beta,i}$, tak výsledná aproximace bude tvaru:

$$\begin{aligned}
q(\boldsymbol{\theta}_i) &\propto \prod_\beta m_{f_\beta\to\boldsymbol{\theta}_i}(\boldsymbol{\theta}_i) && (2.14)\\
&\propto \prod_\beta\prod_j \theta_{i,j}^{\hat{\alpha}_{\beta,i,j}-1} && (2.15)\\
&\propto Dir(\boldsymbol{\theta}_i;\sum_\beta \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\beta,i} - (|\beta|-1)\mathbf{1}) && (2.16)\\
&= Dir(\boldsymbol{\theta}_i;\boldsymbol{\alpha}_i) && (2.17)
\end{aligned}$$

kde $\boldsymbol{\alpha}_i = \sum_\beta \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\beta,i} - (|\beta|-1)\mathbf{1}$.

Při aktualizaci faktoru $\tilde{\beta}$ tedy cavity distribuce bude:

$$\begin{aligned}
q^{\setminus\tilde{\beta}}(\boldsymbol{\theta_i}) &\propto \prod_{\beta\neq\tilde{\beta}} m_{f_\beta\to\boldsymbol{\theta}_i}(\boldsymbol{\theta}_i) && (2.18)\\
&\propto Dir(\boldsymbol{\theta}_i;\boldsymbol{\alpha}_i - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\beta,i} + \mathbf{1}) && (2.19)
\end{aligned}$$

Naším cílem je nalézt parametry $\boldsymbol{\alpha}^*$ aproximované marginální pravděpodobnosti (2.17), které minimalizují vzdálenost od skutečné marginální pravděpodobnosti (2.9). Pro měření vzdálenosti mezi dvěma pravděpodobnostními rozloženími se používá Kullback-Leiblerova divergence:

$$KL(p\|q) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right)\mathrm{d}x \tag{2.20}$$

Pro nalezení minima použijeme algoritmus Expectation Propagation a budeme tedy minimalizovat $KL(p^*\|q)$.

Pokud se podíváme na skutečnou marginální pravděpodobnost $p^*(\boldsymbol{\theta}_i)$, zjistíme, že můžeme některé její členy upravit. Využijeme také vlastnosti gamma funkce $\Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$.

$$
\begin{aligned}
w_j\theta_j Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}) &\propto w_j\theta_j \frac{\Gamma(\sum_i \alpha_i)}{\prod_i \Gamma(\alpha_i)} \prod_i \theta_i^{\alpha_i - 1} && (2.21)\\
&\propto w_j \frac{\Gamma(\sum_i \alpha_i)}{\prod_i \Gamma(\alpha_i)} \theta_j^{\alpha_j} \prod_{i\neq j} \theta_i^{\alpha_i - 1} && (2.22)\\
&\propto w_j \frac{\Gamma(\sum_i \alpha_i)}{\prod_i \Gamma(\alpha_i)} \frac{\Gamma(\alpha_j+1)\prod_{i\neq j}\Gamma(\alpha_i)}{\Gamma(1+\sum_i \alpha_i)} Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j) && (2.23)\\
&\propto w_j \frac{\Gamma(\sum_i \alpha_i)}{\prod_i \Gamma(\alpha_i)} \frac{\alpha_j\Gamma(\alpha_j)\prod_{i\neq j}\Gamma(\alpha_i)}{(\sum_i \alpha_i)\Gamma(\sum_i \alpha_i)} Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j) && (2.24)\\
&\propto w_j \frac{\alpha_j}{\sum_i \alpha_i} Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j) && (2.25)\\
& && (2.26)
\end{aligned}
$$

Díky této úpravě lze p^* vyjádřit jako směs Dirichletovských rozdělení.

$$p^*(\boldsymbol{\theta}) = w_0^* Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}) + \sum_j w_j^* Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j) \qquad (2.27)$$

kde

$$
\begin{aligned}
w_0^* &\propto w_0 && (2.28)\\
w_j^* &\propto w_j \frac{\alpha_j}{\sum_i \alpha_i} && (2.29)\\
\sum_{i=0}^{k} w_i^* &= 1 && (2.30)
\end{aligned}
$$

Pro minimalizaci KL divergence mezi dvěma rozděleními z exponenciální rozdělení stačí, pokud se budou rovnat jejich postačující statistiky. Dokážeme jednoduše spočítat první dva momenty Dirichletovského rozdělení a tedy použijeme aproximaci a budeme počítat pouze s nimi a zbylé momenty zanedbáme. Je tedy třeba nalézt střední hodnotu a rozptyl proměnných z $p^*(\boldsymbol{\theta})$.

$$\mathbb{E}_{p^*}[\boldsymbol{\theta}] = \int \boldsymbol{\theta} p^*(\boldsymbol{\theta})\ \mathrm{d}\boldsymbol{\theta} \tag{2.31}$$

$$= \int \boldsymbol{\theta}(w_0^* Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}) + \sum_j w_j^* Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j))\ \mathrm{d}\boldsymbol{\theta} \tag{2.32}$$

$$= w_0^* \int \boldsymbol{\theta} Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha})\ d\boldsymbol{\theta} + \sum_j w_j^* \int \boldsymbol{\theta} Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j)\ \mathrm{d}\boldsymbol{\theta} \tag{2.33}$$

$$= w_0^* \mathbb{E}_{Dir(\boldsymbol{\alpha})}[\boldsymbol{\theta}] + \sum_j w_j^* \mathbb{E}_{Dir(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j)}[\boldsymbol{\theta}] \tag{2.34}$$

Střední hodnotu proměnných $\boldsymbol{\theta}$ podle rozdělení p^* lze tedy spočítat jako vážený součet středních hodnot $\boldsymbol{\theta}$ podle jednotlivých Dirichletovských distribucí, z kterých se p^* skládá. Střední hodnota proměnné X_i podle Dirichletovského rozdělení je

První moment tedy máme spočítáný, pro výpočet rozptylu můžeme využít přímo definici:

$$Var[X] = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2 \tag{2.35}$$

Chybí nám tedy ještě výpočet střední hodnoty druhé mocniny proměnné $\boldsymbol{\theta}$ podle p^*. Můžeme ji vyjádřit z definice střední hodnoty.

$$\mathbb{E}_{p^*}[\boldsymbol{\theta}^2] = \int \boldsymbol{\theta}^2 p^*(\boldsymbol{\theta})\ d\boldsymbol{\theta} \tag{2.36}$$

$$= w_0^* \int \boldsymbol{\theta}^2 Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha})\ d\boldsymbol{\theta} + \sum_j w_j^* \int \boldsymbol{\theta}^2 Dir(\boldsymbol{\theta};\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j)\ d\boldsymbol{\theta} \tag{2.37}$$

$$= w_0^* \mathbb{E}_{Dir(\boldsymbol{\alpha})}[\boldsymbol{\theta}^2] + \sum_j w_j^* \mathbb{E}_{Dir(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\delta}_j)}[\boldsymbol{\theta}^2] \tag{2.38}$$

Opět získáváme vážený součet středních hodnot podle Dirichletovských rozdělení. Střední hodnotu druhé mocniny proměnné podle Dirichletovského rozdělení lze opět jednoduše odvodit z definice.

$$\mathbb{E}_{Dir(\boldsymbol{\alpha})}[x_i^2] = \int x_i^2 Dir(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\alpha}) d\boldsymbol{x} \tag{2.39}$$

$$= \int x_i^2 \frac{\Gamma(\alpha_0)}{\prod_{j=1}^N \Gamma(\alpha_j)} \prod_{j=1}^N x_j^{\alpha_j - 1} d\boldsymbol{x} \tag{2.40}$$

Nyní jsme v podobné situaci jako v (2.21). Budeme postupovat stejně, vyjádříme nové Dirichletovské rozdělení.

$$\mathbb{E}_{Dir(\boldsymbol{\alpha})}[x_i^2] = \int \frac{\Gamma(\alpha_0+2)\alpha_i(\alpha_i+1)}{\alpha_0(\alpha_0+1)\Gamma(\alpha_i+2)\prod_{j\neq i}\Gamma(\alpha_j)} x_i^{\alpha_i+1}\prod_{j\neq i} x_j^{\alpha_j-1}\mathrm{d}\boldsymbol{x} \tag{2.41}$$

$$= \frac{\alpha_i(\alpha_i+1)}{\alpha_0(\alpha_0+1)}\int \frac{\Gamma(\beta_0)}{\prod_i \Gamma(\beta_i)}\prod_i x_i^{\beta_i-1}\mathrm{d}\boldsymbol{x} \tag{2.42}$$

$$= \frac{\alpha_i(\alpha_i+1)}{\alpha_0(\alpha_0+1)}\int Dir(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\beta})\mathrm{d}\boldsymbol{x} \tag{2.43}$$

$$= \frac{\alpha_i(\alpha_i+1)}{\alpha_0(\alpha_0+1)} \tag{2.44}$$

Vyjádřili jsme $\Gamma(\alpha_0)$ a $\Gamma(\alpha_i)$ s pomocí $\Gamma(\alpha_0+2)$ a $\Gamma(\alpha_i+2)$

$$\Gamma(\alpha_0) = \frac{\Gamma(\alpha_0+2)}{\alpha_0(\alpha_0+1)} \tag{2.45}$$

$$\Gamma(\alpha_i) = \frac{\Gamma(\alpha_i+2)}{\alpha_i(\alpha_i+1)} \tag{2.46}$$

Následně jsme vytvořili nové parametry $\boldsymbol{\beta}$:

$$\beta_i = \alpha_i + 2 \tag{2.47}$$

$$\beta_{j\neq i} = \alpha_j \tag{2.48}$$

$$\beta_0 = \sum_i \beta_i \tag{2.49}$$

Nyní tedy dokážeme spočítat $\mathbb{E}_{p^*}[\boldsymbol{\theta}]$ a $\mathbb{E}_{p^*}[\boldsymbol{\theta}^2]$. Parametry aproximovaného rozdělení nalezneme následovně

$$\frac{\mathbb{E}[X_1]-\mathbb{E}[X_1^2]}{\mathbb{E}[X_1^2]-\mathbb{E}[X_1]^2} = \frac{\frac{\alpha_1}{\alpha_0}-\frac{\alpha_1(\alpha_1+1)}{\alpha_0(\alpha_0+1)}}{\frac{\alpha_1(\alpha_1+1)}{\alpha_0(\alpha_0+1)}-\frac{\alpha_1^2}{\alpha_0^2}} \tag{2.50}$$

$$= \frac{\frac{\alpha_1(\alpha_0+1)-\alpha_1(\alpha_1+1)}{\alpha_0(\alpha_0+1)}}{\frac{\alpha_0\alpha_1(\alpha_1+1)-\alpha_1^2(\alpha_0+1)}{\alpha_0^2(\alpha_0+1)}} \tag{2.51}$$

$$= \frac{\alpha_0\alpha_1(\alpha_0-\alpha_1)}{\alpha_1(\alpha_0\alpha_1+\alpha_0-\alpha_0\alpha_1-\alpha_1)} \tag{2.52}$$

$$= \alpha_0 \tag{2.53}$$

$$\alpha_i = \mathbb{E}[X_i]\alpha_0 \tag{2.54}$$

Z rovnice (2.50) vypočítáme sumu všech parametrů α_0, protože střední hodnota proměnné z Dirichletovského rozdělení je právě $\frac{\alpha_i}{\alpha_0}$, tak jednotlivé parametry získáme z rovnice (2.54).

2.4 Algoritmus

Algoritmus 1 Expectation Propagation pro učení parametrů

Parametry zpráv z faktoru β do množiny parametrů $\boldsymbol{\theta}_i$ označíme $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\beta,i}$.
Parametry zpráv z množiny parametrů $\boldsymbol{\theta}_i$ do faktoru β označíme $\boldsymbol{\alpha}_i^{\beta}$.
Parametry marginální distribuce množiny parametrů $\boldsymbol{\theta}_i$ označíme $\boldsymbol{\alpha}_i$.
init
    Nastav zprávy mezi faktory a proměnnými na 1.
    Nastav parametry $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\beta,i}$ na 1.
    Nastav parametry $\boldsymbol{\alpha}_i$ na apriorní hodnotu.
end init
repeat
    Vyber faktor $f_{\tilde{\beta}}$, který se bude aktualizovat.
    Spočítej všechny zpravy z parametrů:
    for každý parametr $\boldsymbol{\theta}_i$ spojený s faktorem $f_{\tilde{\beta}}$ **do**
        Parametry zprávy z $\boldsymbol{\theta}_i$ do $f_{\tilde{\beta}}$: $\boldsymbol{\alpha}_i^{\tilde{\beta}} = \boldsymbol{\alpha}_i - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\tilde{\beta},i} + 1$.
    end for
    Aktualizuj zprávy z faktoru do proměnných:
    for každou proměnnou X_i, spojenou s faktorem $f_{\tilde{\beta}}$ **do**
        Zpráva z $f_{\tilde{\beta}}$ do X_i podle (2.5):
            $\hat{f}(x_j) = \sum_{\boldsymbol{x}:x_j=\tilde{x}_j} \mathbb{E}_{q^{\setminus}}(\theta_{\rho(\boldsymbol{x'}),x_0}) \prod_{i\neq j} q^{\setminus}(x_i)$
    end for
    Aktualizuj marginální pravděpodobnost parametrů:
    for každý parametr $\boldsymbol{\theta}_i$ spojený s faktorem $f_{\tilde{\beta}}$ **do**
        Spočítej parametry $\boldsymbol{\alpha}_i^*$ pro Dirichletovské rozdělení, které nejlépe aproximuje cílovou marginální distribuci (2.27). Metoda popsána v sekci **??**
        Parametry zprávy z $f_{\tilde{\beta}}$ do $\boldsymbol{\theta}_i$:
            $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\beta,i} = \boldsymbol{\alpha}_i^* - \boldsymbol{\alpha}_i^{\setminus\tilde{\beta}} + 1$
        Aktualizuj parametry marginální distribuce $q(\boldsymbol{\theta}_i)$
            $\boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\alpha}_i^* = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\tilde{\beta},i} + \boldsymbol{\alpha}_i^{\setminus\beta}$.
    end for
    for každou proměnnou X_i, spojenou s faktorem $f_{\tilde{\beta}}$ **do**
        Aktualizuj zprávy z proměnných do faktoru:
            $q^{\setminus\beta}(x_i) = \prod_{\beta\neq\tilde{\beta}} \hat{f}_{\beta}(x_l)$
    end for
until konvergence

Závěr

Literatura

[1] Bertoldi, N.; Federico, M.: A new decoder for spoken language translation based on confusion networks. In *Automatic Speech Recognition and Understanding, 2005 IEEE Workshop on*, IEEE, 2005, s. 86–91.

[2] Gorin, A. L.; Riccardi, G.; Wright, J. H.: How may I help you? *Speech Communication*, ročník 23, č. 1-2, 1997: s. 113–127.

[3] Levin, E.; Pieraccini, R.; Eckert, W.: A stochastic model of human-machine interaction for learning dialog strategies. *Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on*, ročník 8, č. 1, 2000: s. 11–23.

[4] Povey, D.; Ghoshal, A.; Boulianne, G.; aj.: The Kaldi Speech Recognition Toolkit. In *IEEE 2011 Workshop on Automatic Speech Recognition and Understanding*, IEEE Signal Processing Society, Prosinec 2011, iEEE Catalog No.: CFP11SRW-USB.

[5] Puterman, M. L.: *Markov decision processes: discrete stochastic dynamic programming*, ročník 414. Wiley-Interscience, 2009.

[6] Singh, S.; Kearns, M.; Litman, D.; aj.: Reinforcement learning for spoken dialogue systems. In *Proc. NIPS99*, 1999.

[7] Walker, M. A.: An application of reinforcement learning to dialogue strategy selection in a spoken dialogue system for email. *arXiv preprint arXiv:1106.0241*, 2011.

[8] Williams, J. D.; Young, S.: Partially observable Markov decision processes for spoken dialog systems. *Computer Speech & Language*, ročník 21, č. 2, 2007: s. 393–422.

[9] Young, S.; Evermann, G.; Gales, M.; aj.: The HTK book. *Cambridge University Engineering Department*, ročník 3, 2002.

Seznam tabulek

Seznam použitých zkratek

Přílohy