Tarea 7

ESCUELA de ECONOMÍA
UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EC4301 MACROECONOMETRÍA

Profesor: Randall Romero Aguilar, PhD

Estudiantes: David Mora Salazar y Manfred Ramírez Alfaro

Pregunta 1

(a)

(i)

En particular, el modelo es

$$
\begin{aligned}
q_t^s &= 0.7p_t + 2 + \epsilon_t^s && \text{(oferta)} \\
q_t^d &= -0.5p_t + 1m_t + 6 + \epsilon_t^d && \text{(demanda)}
\end{aligned}
$$

y puede escribirse de manera estructural como

$$
\underset{\Gamma}{\begin{pmatrix} 1 & -0.7 \\ 1 & 0.5 \end{pmatrix}} \underset{Y_t}{\begin{pmatrix} q_t \\ p_t \end{pmatrix}} + \underset{B}{\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 1 \\ m_t \end{pmatrix} = \underset{\epsilon_t}{\begin{pmatrix} \epsilon_t^s \\ \epsilon_t^d \end{pmatrix}}
$$

(ii)

La forma reducida tiene la forma

$$\underbrace{\begin{pmatrix} q_t \\ p_t \end{pmatrix}}_{Y_t} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{13}{3} & \frac{7}{12} \\ \frac{10}{3} & \frac{5}{6} \end{pmatrix}}_{\Pi} \begin{pmatrix} 1 \\ m_t \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{5\epsilon_t^s + 7\epsilon_t^d}{12} \\ \frac{-5\epsilon_t^s + 5\epsilon_t^d}{6} \end{pmatrix}}_{v_t}$$

De manera simple se tiene:

$$q_t = \frac{13}{3} + \frac{7}{12} m_t + \frac{5}{12}\epsilon_t^s + \frac{7}{12}\epsilon_t^d$$

$$p_t = \frac{10}{3} + \frac{5}{6} m_t - \frac{5}{6}\epsilon_t^s + \frac{5}{6}\epsilon_t^d$$

(iii)

$$\frac{\partial q_t}{\partial m_t} = \frac{7}{12}$$

Entonces

$$\frac{\triangle q_t}{\triangle m_{t=24}} = \frac{7}{12} * 24 = 14$$

Un aumento en mt en 24 aumenta qt en 14.

$$\frac{\partial p_t}{\partial m_t} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{\triangle p_t}{\triangle m_{t=24}} = \frac{5}{6} * 24 = 20$$

Un aumento en mt en 24 aumenta pt en 20.

(iv)

$$\frac{\partial q_t}{\partial \epsilon_t^s} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{\triangle q_t}{\triangle \epsilon_{t=24}^s} = \frac{5}{12} * 24 = 10$$

Un aumento en ets en 24 aumenta qt en 10.

$$\frac{\partial p_t}{\partial \epsilon_t^s} = \frac{-5}{6}$$

$$\frac{\triangle p_t}{\triangle \epsilon_{t=24}^s} = \frac{-5}{6} * 24 = -20$$

Un aumento en ets en 24 reduce pt en 20.

(b)

(i)

En particular, el modelo es

$$q_t^s = 0.4p_t + 3 + 0.25m_t + \epsilon_t^s \qquad \text{(oferta)}$$
$$q_t^d = -0.2p_t + 0.75m_t + 5 + \epsilon_t^d \qquad \text{(demanda)}$$

y puede escribirse de manera estructural como

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -0.4 \\ 1 & 0.2 \end{pmatrix}}_{\Gamma} \underbrace{\begin{pmatrix} q_t \\ p_t \end{pmatrix}}_{Y_t} + \underbrace{\begin{pmatrix} -3 & -0.25 \\ -5 & -0.75 \end{pmatrix}}_{B} \begin{pmatrix} 1 \\ m_t \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \epsilon_t^s \\ \epsilon_t^d \end{pmatrix}}_{\epsilon_t}$$

(ii)

La forma reducida tiene la forma

$$\underbrace{\begin{pmatrix} q_t \\ p_t \end{pmatrix}}_{Y_t} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{13}{3} & \frac{7}{12} \\ \frac{10}{3} & \frac{5}{6} \end{pmatrix}}_{\Pi} \begin{pmatrix} 1 \\ m_t \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\epsilon_t^s + 2\epsilon_t^d}{3} \\ \frac{-5\epsilon_t^s + 5\epsilon_t^d}{3} \end{pmatrix}}_{v_t}$$

De manera simple se tiene:

$$q_t = \frac{13}{3} + \frac{7}{12}m_t + \frac{1}{3}\epsilon_t^s + \frac{2}{3}\epsilon_t^d$$

$$p_t = \frac{10}{3} + \frac{5}{6}m_t - \frac{5}{3}\epsilon_t^s + \frac{5}{3}\epsilon_t^d$$

(iii)

$$\frac{\partial q_t}{\partial m_t} = \frac{7}{12}$$

Entonces

$$\frac{\triangle q_t}{\triangle m_{t=24}} = \frac{7}{12} * 24 = 14$$

Un aumento en mt en 24 aumenta qt en 14.

$$\frac{\partial p_t}{\partial m_t} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{\triangle p_t}{\triangle m_{t=24}} = \frac{5}{6} * 24 = 20$$

Un aumento en mt en 24 aumenta pt en 20.

(iv)

$$\frac{\partial q_t}{\partial \epsilon_t^s} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\triangle q_t}{\triangle \epsilon_{t=24}^s} = \frac{1}{3} * 24 = 8$$

Un aumento en ets en 24 aumenta qt en 8.

$$\frac{\partial p_t}{\partial \epsilon_t^s} = \frac{-5}{3}$$

$$\frac{\triangle p_t}{\triangle \epsilon_{t=24}^s} = \frac{-5}{3} * 24 = -40$$

Un aumento en ets en 24 reduce pt en 40.

(c)

(i)

Con base en mis propios resultados, los resultados externos no difieren de los míos a nivel reducido, sin embargo, los coeficientes de los errores sí son distintos y no es posible saber cuáles son los pesos o coeficiente del error reducido de mis ecuaciones. Se nota que ninguno es del todo creíble, pues no se pueden identificar con exactitud el efecto de los errores debido a que no se logra identificar esa información de mis resultados.

(ii)

Se tiene lo siguiente

$$\begin{pmatrix} q_t & p_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\gamma_{12} & -\gamma_{21} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & m_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\beta_{11} & -\beta_{21} \\ -\beta_{12} & -\beta_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_t^s & \epsilon_t^d \end{pmatrix}$$

De manera que se puede transformar en

$$A_{z_t} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_{12} & -\beta_{11} & -\beta_{12} \\ 1 & -\gamma_{21} & -\beta_{21} & -\beta_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_t \\ q_t \\ 1 \\ m_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_t^s \\ \epsilon_t^d \end{pmatrix}$$

Las matrices de restricción son

$$\tilde{A}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{A}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{A}_1 y \tilde{A}_2$$

No cumplen con la condición de orden porque 2 filas no pueden ser linealmente independientes si solo existe una columna.

Además,

$$\tilde{A}_1 y \tilde{A}_2$$

no cumplen con la condición de rango pues el número de filas que son linealmente independientes es 1, Rango=1, que es menor al número de variables dependientes M=2. Por lo tanto, ni la demanda ni la oferta están identificados.

(iii)

Si el modelo estructural no está identificado sus ecuaciones no pueden ser estimadas, por tanto, no se sabe a ciencia cierta el efecto. También, a partir de los parámetros reducidos no se pueden calcular los parámetros estructurales, esto precisamente genera el problema de la estimación, esto genera un problema para estimar los efectos de los errores o shocks estructurales, pues a nivel de la constante y la variable mt, las estimaciones de a.iii y b.iii son iguales. Dado que en el modelo no está identificado si ocurre un shock no se puede identificar si ocurrió por la oferta o por la demanda, por lo que no se puede estimar ninguno de los efectos, por lo cual, es riesgo tomar una decisión con base en estos resultados como gerente.

Pregunta 2

(a)

No. Vemos que las ecuaciones están definidas una a partir de la otra por la que hay un sesgo de simultaneidad por lo que no se debería de usar el método de mínimos cuadrados ordinarios.

(b)

$$M_t = a_0 + a_1 Y_t + u_{1t} \tag{4}$$

$$Y_t = b_0 + b_1 M_t + b_2 I_t + u_{2t} \tag{5}$$

Reacomodando las ecuaciones se obtiene

$$M_t - a_0 - a_1 Y_t + 0 I_t = u_{1t}$$

$$Y_t - b_0 - b_1 M_t - b_2 I_t = u_{2t}$$

Luego, su forma estructural matricial

$$[M_t Y_t] \begin{bmatrix} 1 & -b_0 \\ -a_1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & I_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a_0 & -b_0 \\ 0 & -b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1t} & u_{2t} \end{bmatrix}$$

Se busca la forma reducida utilizando la expresión

$$Y_t^{'} = X_t^{'}\Pi + V_t^{'}$$

donde

$$\Pi = -B\Gamma^{-1}$$

$$V_t^{'} = \epsilon_t^{'}\Gamma^{-1}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & -b_1 \\ -a_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma^{-1} = \frac{1}{1 - a_1 b_1} \begin{bmatrix} 1 & b_1 \\ a_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \frac{1}{1 - a_1 b_1} \begin{bmatrix} a_0 & b_0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & b_1 \\ a_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Pi = \frac{1}{1 - a_1 b_1} \begin{bmatrix} a_0 + a_1 b_0 & a_0 b_1 + b_0 \\ a_1 b_2 & b_2 \end{bmatrix}$$

$$V_t^{'} = \frac{1}{1 - a_1 b_1} \begin{bmatrix} u_{1t} & u_{2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & b_1 \\ a_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V_t^{'} = \frac{1}{1 - a_1 b_1} \begin{bmatrix} u_{1t} u_{2t} a_1 & u_{1t} b_1 + u_{2t} \end{bmatrix}$$

De esta manera la forma reducida es

$$[M_t Y_t] = \begin{bmatrix} 1 & I_t \end{bmatrix} \frac{1}{1 - a_1 b_1} \begin{bmatrix} a_0 + a_1 b_0 & a_0 b_1 + b_0 \\ a_1 b_2 & b_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{1 - a_1 b_1} \begin{bmatrix} u_{1t} u_{2t} a_1 & u_{1t} b_1 + u_{2t} \end{bmatrix}$$

$$[M_t Y_t] = \begin{bmatrix} 1 & I_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{a_0 + a_1 b_0}{1 - a_1 b_1} & \frac{a_0 b_1 + b_0}{1 - a_1 b_1} \\ \frac{a_1 b_2}{1 - a_1 b_1} & \frac{b_2}{1 - a_1 b_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u_{1t} + u_{2t} a_1}{1 - a_1 b_1} & \frac{u_{1t} b_1 + u_{2t}}{1 - a_1 b_1} \end{bmatrix}$$

En forma lineal se tienen las dos ecuaciones como

$$M_t^* = \frac{a_0 + a_1 b_0}{1 - a_1 b_1} + \frac{a_1 b_2}{1 - a_1 b_1} I_t + \frac{u_{1t} + u_{2t} a_1}{1 - a_1 b_1} \tag{6}$$

$$Y_t^* = \frac{a_0 b_1 + b_0}{1 - a_1 b_1} + \frac{b_2}{1 - a_1 b_1} I_t + \frac{u_{1t} b_1 + u_{2t}}{1 - a_1 b_1} \tag{7}$$

donde los parámetros reducidos son

$$\pi_0 = \frac{a_0 + a_1 b_0}{1 - a_1 b_1}$$

$$\pi_1 = \frac{a_1 b_2}{1 - a_1 b_1}$$

$$\pi_2 = \frac{a_0 b_1 + b_0}{1 - a_1 b_1}$$

$$\pi_3 = \frac{b_2}{1 - a_1 b_1}$$

y los shock reducidos en función de los estructurales

$$v_{1t} = \frac{u_{1t} + u_{2t} a_1}{1 - a_1 b_1}$$

$$v_{1t} = \frac{u_{1t} b_1 + u_{2t}}{1 - a_1 b_1}$$

(c)

Se escribe la forma estructural como

$$A_{zt} = \begin{bmatrix} 1 & -a_1 & -a_0 & 0 \\ -b_1 & 1 & -b_0 & -b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_t \\ Yt \\ It \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}$$

donde a partir de las restricciones se tiene

$$\tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -b_1 & b_2 \end{bmatrix} \rightarrow rango \left| \tilde{A}_1 \right| = -b_2$$

$$\tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} -a_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

En este caso si $b_2 \neq 0$ se tiene que el rango $\left| \tilde{A}_1 \right| = 0$ Por lo que se cumple la condición de rango. El número de restricciones es igual al número de variables endógenes del sistema por lo que la condición de orden se cumple con igualdad. Así, la ecuación de oferta de dinero es exactamente identificada, mientras que la de ingreso no cumple siquiera la condición de rango por lo que no está identificada y por lo tanto no puede ser estimada.

(d)

Tomando los parámetros reducidos, se obtiene los parámetro estructurales a_0 y a_1

$$\pi_0 = \frac{a_0 + a_1 b_0}{1 - a_1 b_1} \Rightarrow a_0 = \pi_0(1 - a_1 b_1 - a_1)$$

$$\pi_1 = \frac{a_1 b_2}{1 - a_1 b_1} \Rightarrow a_1 b_2 = \pi_1 - \pi_1 a_1 b_1 \Rightarrow a_1 b_2 + \pi_1 a_1 b_2 = \pi_1 \Rightarrow a_1(b_2 + \pi_1 b_2) = \pi_1 \Rightarrow a_1 = \frac{\pi_1}{b_2\,(1+\pi_1)}$$

$$a_0 = \pi_0 \left(1 - \left(\frac{\pi_1}{b_2\,(1+\pi_1)}\right) b_1\right) - \frac{\pi_1}{b_2\,(1+\pi_1)}$$

$$a_1 = \frac{\pi_1}{b_2\,(1+\pi_1)}$$

(e)

1: Regresion por OLS

```python
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

import statsmodels.api as sm
from statsmodels.sandbox.regression.predstd import wls_prediction_std
from statsmodels.sandbox.regression.gmm import IV2SLS


df= pd.read_table("salvatore-10-1.txt")
df['interc'] = 1

reg2 = sm.OLS(endog=df['M'], exog=df[["interc",'Y']])
results2 = reg2.fit()
print(results2.summary())
```

Dep. Variable:	M	**R-squared:**	0.855
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.846
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	94.05
Date:	Mon, 05 Jul 2021	**Prob (F-statistic):**	4.20e-08
Time:	10:07:58	**Log-Likelihood:**	-105.87
No. Observations:	18	**AIC:**	215.7
Df Residuals:	16	**BIC:**	217.5
Df Model:	1		

	coef	std err	t	P> |t|	[0.025	0.975]
interc	162.7044	76.555	2.125	0.049	0.415	324.994
Y	0.1159	0.012	9.698	0.000	0.091	0.141

Omnibus:	0.946	**Durbin-Watson:**	0.321
Prob(Omnibus):	0.623	**Jarque-Bera (JB):**	0.843
Skew:	0.454	**Prob(JB):**	0.656
Kurtosis:	2.453	**Cond. No.**	2.26e+04

2: Regresion por ILS

```
reg = sm.OLS(endog=df['M'], exog=df[['interc', 'I']])
results = reg.fit()
print(results.summary())
```

Dep. Variable:	M	**R-squared:**	0.666
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.646
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	31.97
Date:	Mon, 05 Jul 2021	**Prob (F-statistic):**	3.59e-05
Time:	09:49:22	**Log-Likelihood:**	-113.35
No. Observations:	18	**AIC:**	230.7
Df Residuals:	16	**BIC:**	232.5
Df Model:	1		

	coef	std err	t	P> |t|	[0.025	0.975]
interc	312.0608	104.789	2.978	0.009	89.918	534.204
I	0.5693	0.101	5.654	0.000	0.356	0.783

Omnibus:	1.795	**Durbin-Watson:**	0.239
Prob(Omnibus):	0.408	**Jarque-Bera (JB):**	1.182
Skew:	0.356	**Prob(JB):**	0.554
Kurtosis:	1.966	**Cond. No.**	3.32e+03

Los resultados muestran que para el regresión por OLS los coeficientes para la ecuación (4) son $a_0 = 162.7$ y $a_1 = 0.1159$ sin embargo, estos coeficiente son sesgados e inconsistentes dado a que existe simultniedad en las ecuaciones. Así que una forma correcta de aproximar los coeficientes es con regresión por ILS que da resultados $\pi_0 = 312.06$ y $\pi_1 = 0.57$.

(f)

3: Regresion por minimos cuadrados en dos etapas

```
endogenas = ['M', 'Y']
exogenas = ['interc', "I"]

regresores_eqs = [['I', "interc"]]

regresores_eqs = [['interc', 'Y'], ['interc',"M", 'I']]



Y = df[endogenas]
X = df[exogenas]


for xx, yy in zip(regresores_eqs, endogenas[:3]):
    fit = IV2SLS(df[yy], df[xx], instrument=X).fit()
    print(fit.summary())
```

Dep. Variable:	M	**R-squared:**	0.849
Model:	IV2SLS	**Adj. R-squared:**	0.839
Method:	Two Stage Least Squares	**F-statistic:**	70.53
		Prob (F-statistic):	2.94e-07
Date:	Mon, 05 Jul 2021		
Time:	10:16:35		
No. Observations:	18		
Df Residuals:	16		

	coef	**std err**	**t**	**P> |t|**	**[0.025**	**0.975]**
interc	221.4100	80.875	2.738	0.015	49.962	392.858
Y	0.1064	0.013	8.398	0.000	0.080	0.133

Omnibus:	1.877	**Durbin-Watson:**	0.300
Prob(Omnibus):	0.391	**Jarque-Bera (JB):**	1.526
Skew:	0.649	**Prob(JB):**	0.466
Kurtosis:	2.410	**Cond. No.**	2.26e+04

Estos resultados muestran $a_0 = 221.41$ y $a_1 = 0.1064$. Vemos que estos son similares a los otros dos métodos, sin embargo el método por ILS no es eficiente aunque si insesgado al igual que el método por dos etapas.El método que no debe ser utilizado para este modelo es el de OLS.