PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN (Design and Analysis of Algorithms)

L/O/G/O

GV: HUỲNH THỊ THANH THƯƠNG

Email: hh.thanhthuong@gmail.com

thuonghtt@uit.edu.vn

CHƯƠNG 3

THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

Algorithm Design

GV: ThS. HUỲNH THỊ THANH THƯƠNG
Email:
thuonghtt@uit.edu.vn

Nội dung

- Phương pháp chia để trị, giảm để trị, biến đổi để trị
- Phương pháp tham lam

  (Greedy method)
- Phương pháp quay lui, nhánh cận, cắt tỉa
- Phương pháp quy hoạch động
- Các phương pháp khác

Bài toán tối ưu tổ hợp

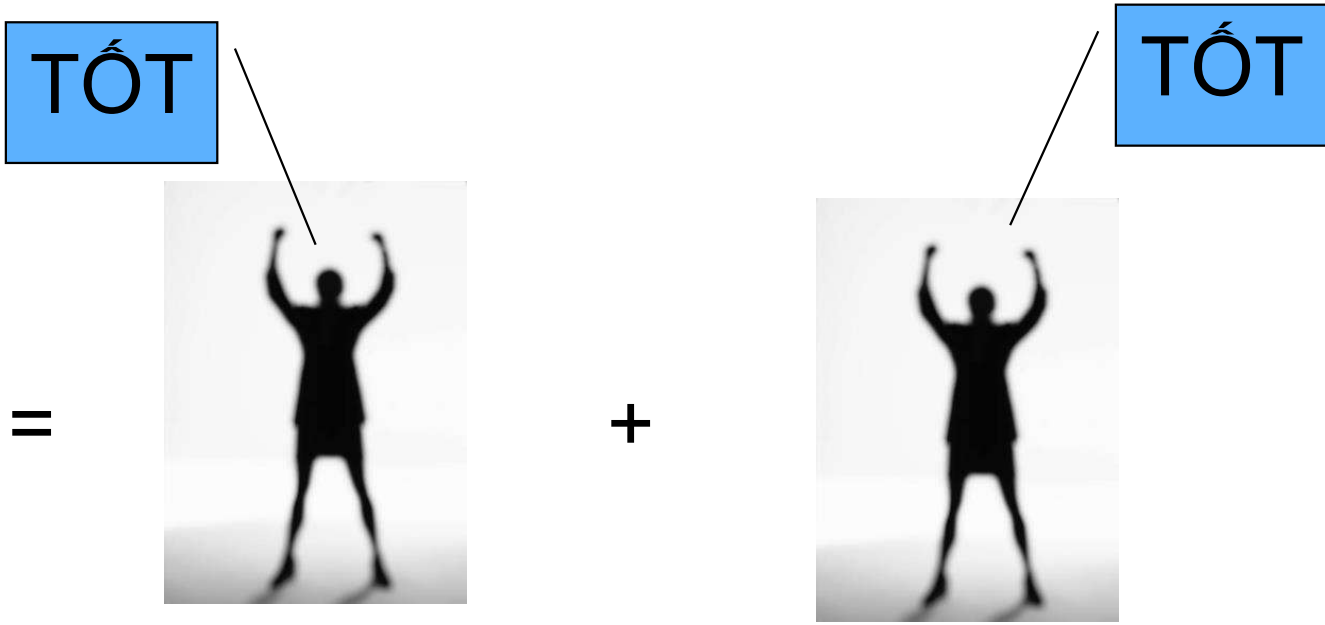
- Cách giải quyết
  - Vét cạn
  - Các thuật toán Quy hoạch tuyến tính

  (Toán học: ngành tối ưu)
  - Tối ưu cục bộ → phương pháp tham lam

- Đi qua 1 số bước với 1 tập các khả năng lựa chọn cho mỗi bước
- Tại mỗi bước, chọn một khả năng được xem là tốt nhất tại lúc đó

Phương pháp tham lam

Lấy tiêu chuẩn tối ưu (trên phạm vi toàn cục) của bài toán, dựa vào đó chọn lựa hành động tốt nhất của từng bước (hay từng giai đoạn) trong quá trình tìm kiếm lời giải.



Phương pháp tham lam

❖Mô hình hóa:

- Thường được vận dụng để giải bài toán tối ưu tổ hợp
- Xây dựng 1 phương án "tối ưu" X bằng cách:
  - Chọn lựa từng thành phần Xi của X cho đến khi đủ n thành phần (hoàn thành)
  - Với mỗi Xi, chọn Xi tối ưu
- Lời giải tối ưu (toàn cục) = tập hợp các lời giải tối ưu cục bộ.
- Từng bước tối ưu cục bộ, hi vọng sẽ tối ưu toàn cục

Properties of Greedy Algorithms

Các bài toán có thể giải được bằng phương pháp tham lam có 2 tính chất/đặc trưng sau (dấu hiệu nhận biết):

- Optimal Substructure

- Greedy choice property = thiết kế tiêu chuẩn tối ưu cục bộ

Phương pháp tham lam

- Ưu điểm:
  - Đơn giản, dễ cài đặt
  - Tốc độ nhanh (thời gian đa thức)

Phương pháp tham lam

❖Khuyết điểm:

- Chưa chắc cho lời giải chính xác (thường cho phương án tốt chứ chưa hẳn là tối ưu).
- Không phải luôn chấp nhận được (có thể cho lời giải tệ)
- Khó chứng minh tính đúng, nếu chứng minh được thì nó là thuật toán

Greedy Algorithm

```
GREEDY(P,n)
{                          // P(1:n) contains the n inputs//
   solution ← ϕ //initialize the solution to empty//
   for i ← 1 to n
   {
         x ← SELECT(P)
         P = P-{x}
         if FEASIBLE(solution,x)
                  solution ← UNION(solution,x)
   }
   return(solution)
}
```

Phương pháp tham lam

❖Mô hình

```
greedy (P,n) ≡
{
        G = ∅ ;                         // Khởi tạo lời giải rỗng
        while ( P ≠ ∅ )                 // P chứa n đối tượng input
        {       x= Chon(P); //chọn phần tử tốt nhất của P
                P = P-{x} hoặc cập nhật P để chọn ở bước kế
tiếp
                if( G ∪ {x} chấp nhận được )
                        G  = G ∪ {x};
        }
}
```

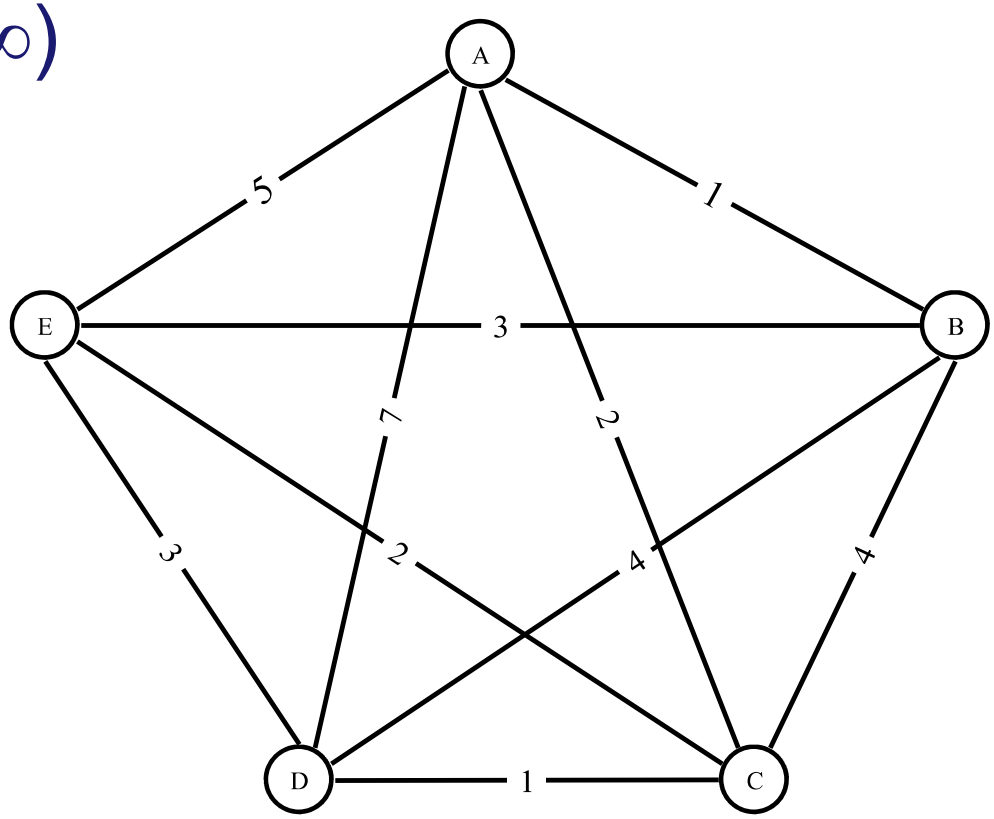
Phương pháp tham lam

❖ Ví dụ 1: Bài toán người giao hàng (du lịch, đưa thư)

Traveling Salesman Problem - TSP

Traveling Salesman Problem

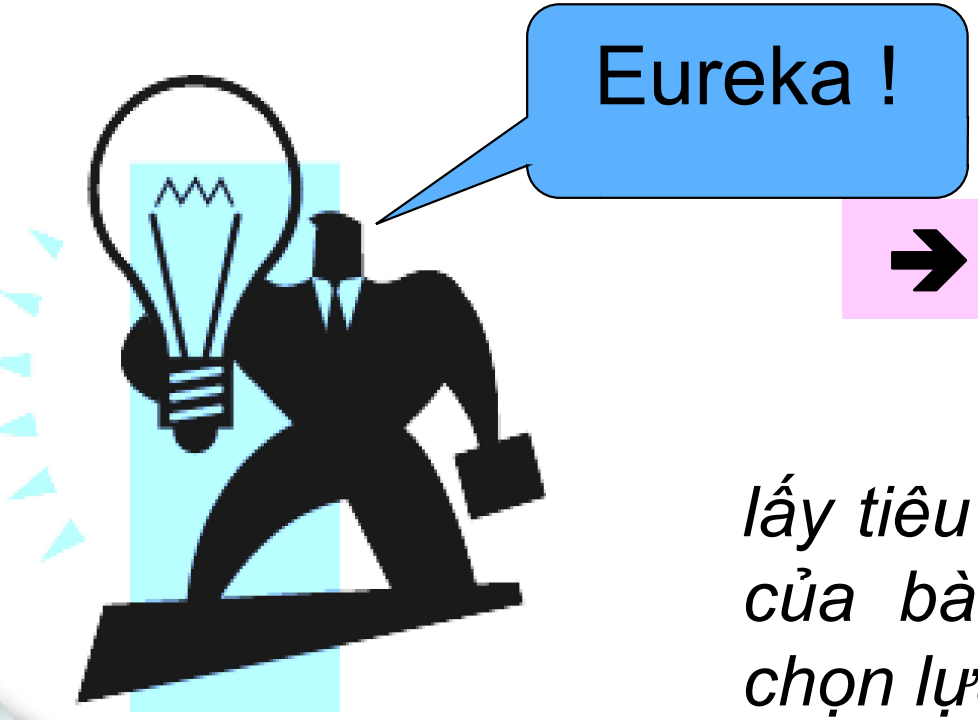
- Bài toán người giao hàng
  - Giả thiết: đồ thị đủ (nếu thực tế không có đường đi thì cho trọng số là ∞)
  - Ý tưởng ?
  - Viết thuật toán ?
  - Độ phức tạp ?
  - Cài đặt ?



Traveling Salesman Problem

❖ Dựa theo kinh nghiệm con người:

Khi đi trên những đoạn đường ngắn nhất thì cuối cùng ta sẽ có một hành trình ngắn nhất.



➔ Nguyên lý tham lam

lấy tiêu chuẩn hành trình ngắn nhất của bài toán làm tiêu chuẩn cho chọn lựa cục bộ

Traveling Salesman Problem

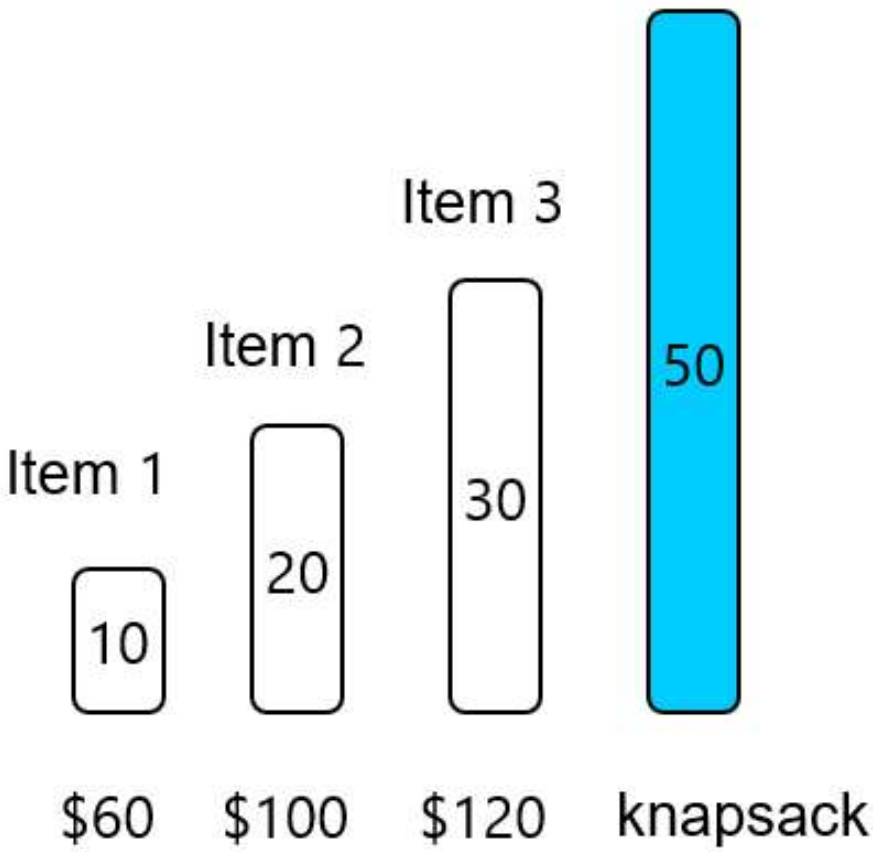
❖Thuật giải: Cách 1

P = {các đỉnh trên đồ thị}/ {S}
G = [S]
N = S; // đỉnh hiện hành
While (P ≠ ∅)
- Chọn đỉnh M trong P có khoảng cách tới N là nhỏ nhất
- Cập nhật các đối tượng để chọn: P = P/ {M}
- Cập nhật M vào G
- N = M;

Thêm S vào G

Phương pháp tham lam

❖ Ví dụ 2: Bài toán ba lô (Knapsack Problem) – ăn trộm



Phương pháp tham lam

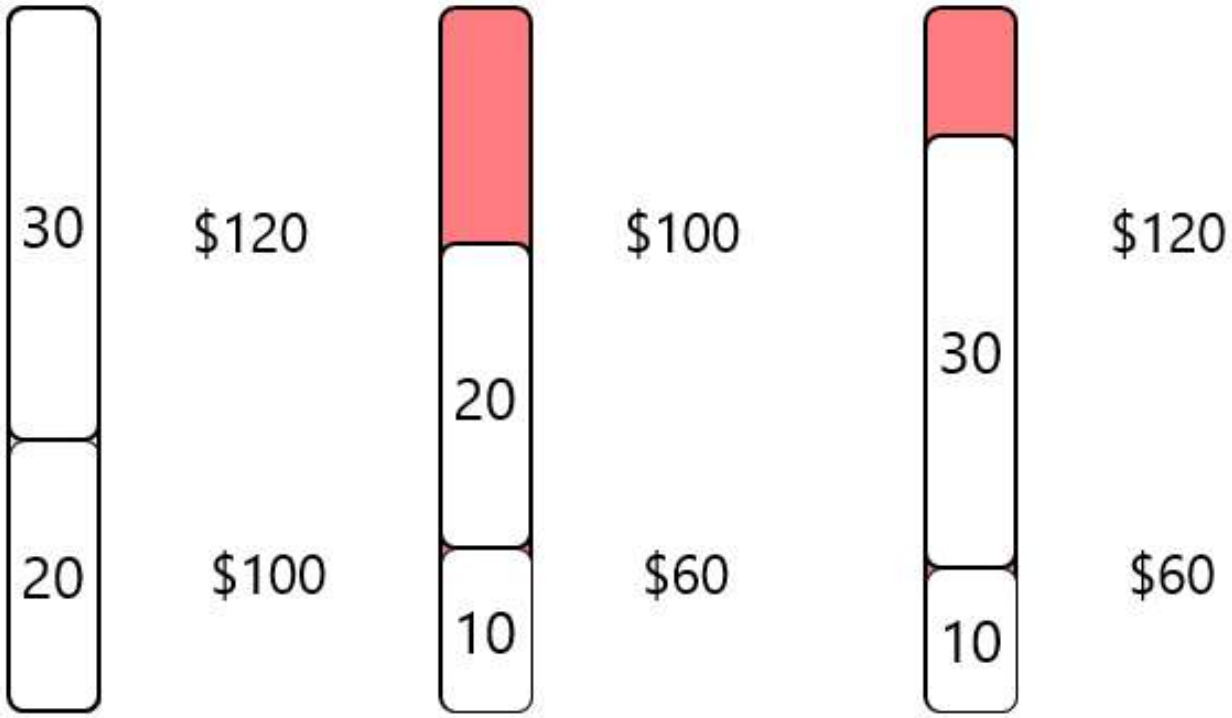
❖ Ví dụ 2: Knapsack 0/1 – Dạng 1

Cho n đồ vật và một cái ba lô có thể đựng trọng lượng tối đa *M*, mỗi đồ vật *i* có trọng lượng w_i và giá trị là p_i .

Chọn một cách lựa chọn các đồ vật cho vào túi sao cho trọng lượng không quá M và tổng giá trị là lớn nhất.

Mỗi đồ vật hoặc là lấy đi hoặc là bỏ lại

Knapsack 0/1



Total =$220 =$160 =$180

Knapsack 0/1

maximize z = $\sum_{1 \le i \le n} p_i x_i$

thỏa $\sum_{1 \le i \le n} w_i x_i \le M$

và $x_i \in \{0, 1\}$

Fractional Knapsack

❖Ví dụ: Ba lô có sức chứa là 100 kg và 5 đồ vật

Price ($)	20	30	65	40	50		
weight (kg)	10	20	30	40	50		

❖ Cách 1: chọn vật có trọng lượng nhỏ nhất trước (bad)

- Total Weight = 10 + 20 + 30 + 40 = 100
- Total Price = 20 + 30 + 65 + 40 = 155

Fractional Knapsack

Price ($)	20	30	65	40	50		
weight (kg)	10	20	30	40	50		

❖Cách 2: chọn vật có giá trị cao nhất trước (bad)

- Total Weight = 30 + 50 + 20 = 100
- Total Price = 65 + 50 + 30 = 145

Fractional Knapsack

Price ($)	20	30	65	40	50
weight (kg)	10	20	30	40	50
price/weight	2	1,5	2,1	1	1

- Cách 3: chọn vật có price/ weight lớn nhất trước

  - Total weight = 30 + 10 + 20 + 40 = 100
  - Total Price = 65 + 20 + 30 + 40 = 155

Phương pháp tham lam

❖ Ví dụ 2: Fractional Knapsack – Dạng 2

Cho *n* đồ vật và một cái ba lô có thể đựng trọng lượng tối đa *M,* mỗi đồ vật *i* có trọng lượng w_i và giá trị là p_i .

Đồ vật có thể được tháo rời/bẻ ra làm nhiều phần. Một phần x_i ($0 \le x_i \le 1$) của đồ vật i có giá trị là $p_i x_i$ (VD: ½ đồ vật i có giá trị ½ p_i)

Chọn một cách lựa chọn các đồ vật cho vào túi sao cho trọng lượng không quá M và tổng giá trị là lớn nhất.

Có thể lấy đi 1 phần của đồ vật

(Đã giải trên lớp)

Fractional Knapsack

$80

$100

$60

Total =$240

Fractional Knapsack

maximize z = $\sum_{1 \le i \le n} p_i x_i$

thỏa $\sum_{1 \le i \le n} w_i x_i \le M$

và $0 \le x_i \le 1$

Fractional Knapsack

- Ví dụ: n = 3, M = 20, (p_1,p_2,p_3) = (25,24,15) và (w_1,w_2,w_3) = (18,15,10)

(x1,x2,x3)	$\sum w_i x_i$	$\sum p_i x_i$
1) (1/2, 1/3, 1/4)	16.5	24.25
2) (1, 2/15, 0)	20	28.2
3) (0, 2/3, 1)	20	31
4) (0, 1, 1/2)	20	31.5

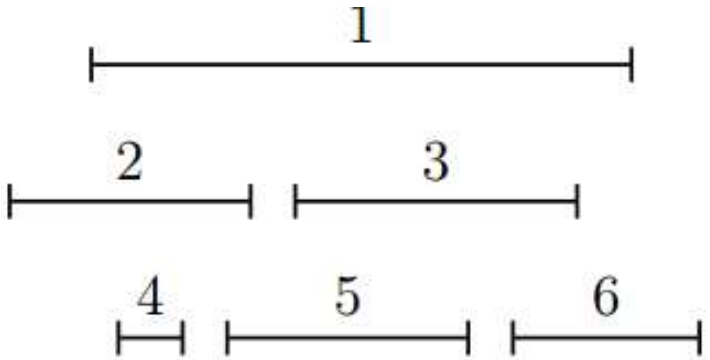
Phương pháp tham lam

❖ Ví dụ 3: Bài toán chọn hoạt động (Activity-Selection Problem/ Interval Scheduling)

- Cho một tập các hoạt động S = {1, 2, …, n}
- Một hoạt động i có thời điểm bắt đầu là s_i và thời điểm chấm dứt là f_i, $s_i < f_i$
- Nếu hoạt động i được chọn thì i tiến hành trong thời gian $[s_i, f_i)$

Phương pháp tham lam

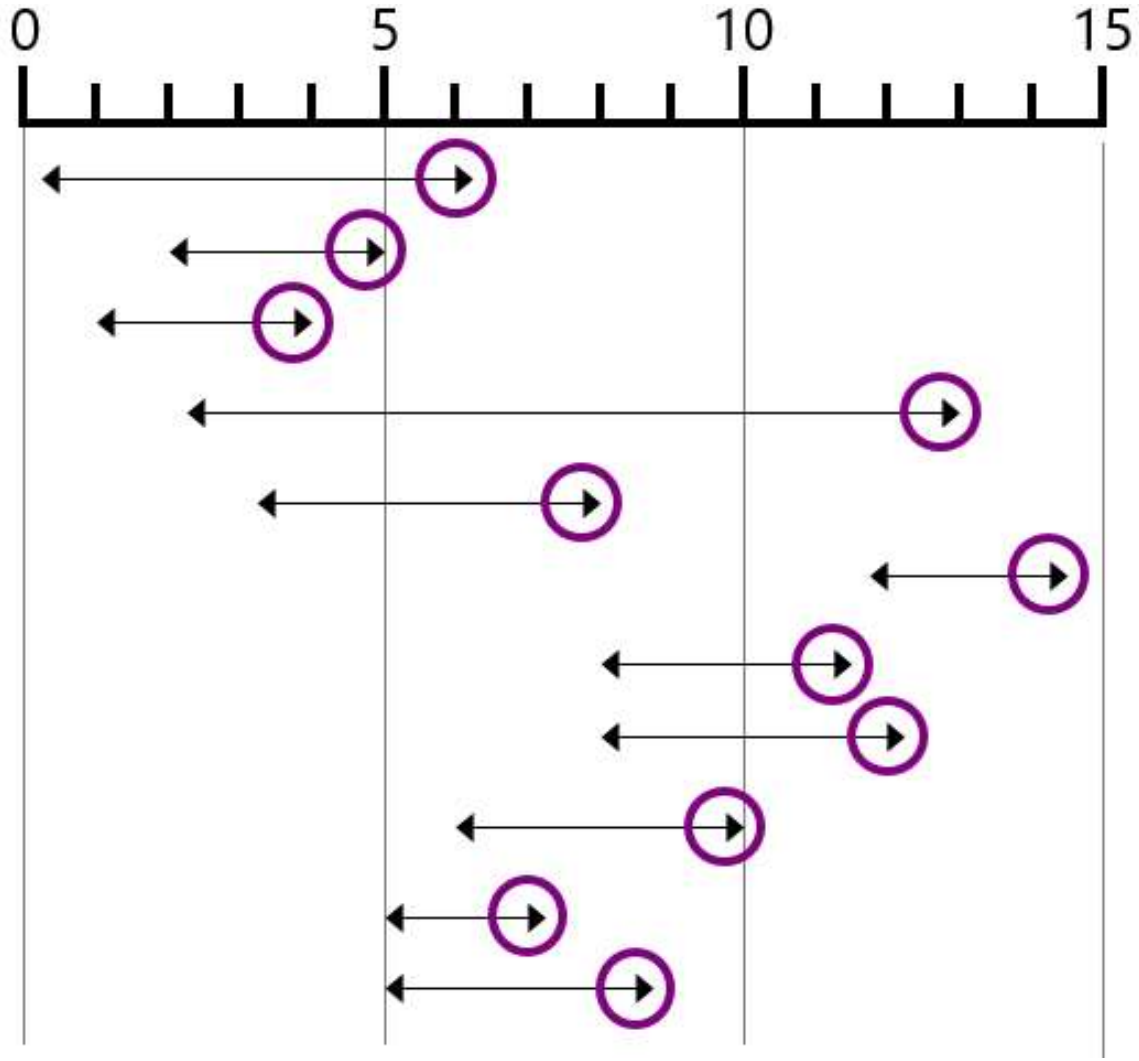
- Bài toán chọn hoạt động
  - Hai hoạt động i và j là "tương thích nhau" (compatible) nếu $[s_i, f_i)$ và $[s_j, f_j)$ không chạm nhau i.e. $f_i \leq s_j$ hoặc $f_j \leq s_i$.
  - Yêu cầu: Tìm tập hợp lớn nhất các hoạt động tương thích nhau?



Bài toán thực tế?

Phương pháp tham lam

i	s_i	f_i
1	0	6
2	3	5
3	1	4
4	2	13
5	3	8
6	12	14
7	8	11
8	8	12
9	6	10
10	5	7
11	5	9



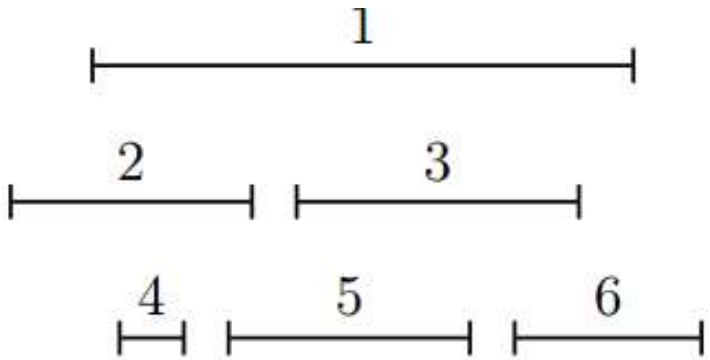
Interval Scheduling: Brute Force

- Xem xét tất cả các phương án (tập con các hoạt động) chấp nhận được
- Chọn tập con (chấp nhận được) lớn nhất
- Độ phức tạp: $\Theta(2^n)$

Greedy Interval Scheduling

❖ Ý tưởng:

1. Dùng 1 quy tắc đơn giản (?) để chọn 1 hoạt động i
2. Bỏ qua tất cả hoạt động không tương thích với i
3. Lặp lại cho đến khi tất cả hoạt động đều được xem xét



Greedy Interval Scheduling

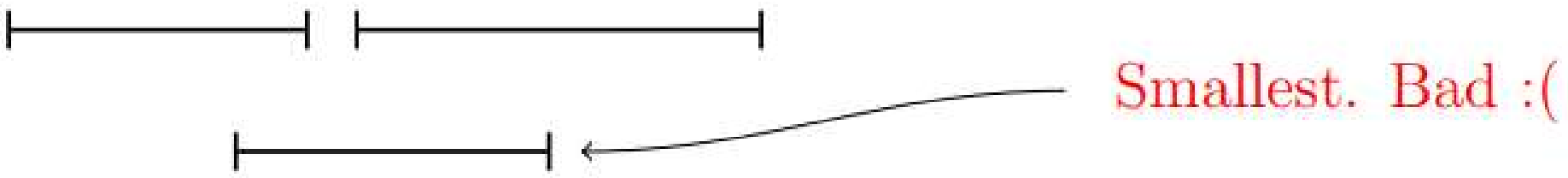
Những quy tắc có thể xem xét:

- Cách 1: Chọn hoạt động bắt đầu sớm nhất (s_i nhỏ nhất)

Greedy Interval Scheduling

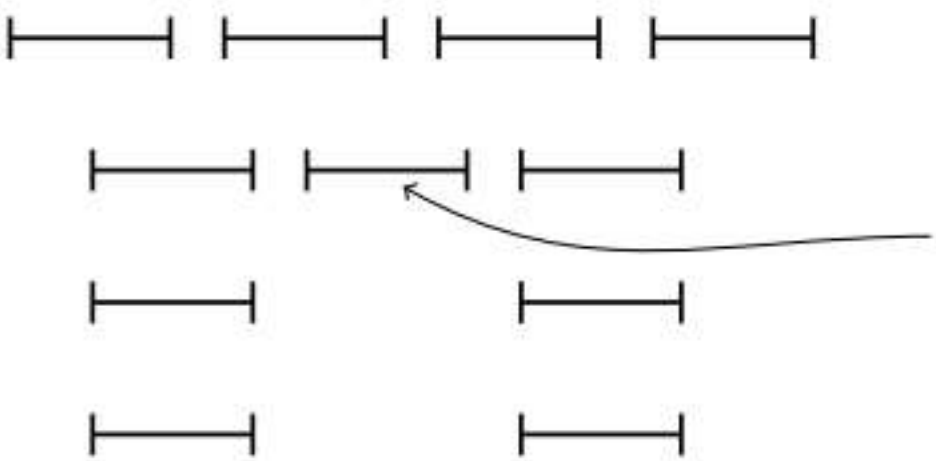
Những quy tắc có thể xem xét:

- Cách 2: Chọn hoạt động ngắn nhất ($f_i - s_i$ nhỏ nhất)



Greedy Interval Scheduling

- Cách 3: Với mỗi hoạt động, tìm số hoạt động tương thích với nó và chọn hoạt động nào có số tương thích lớn nhất



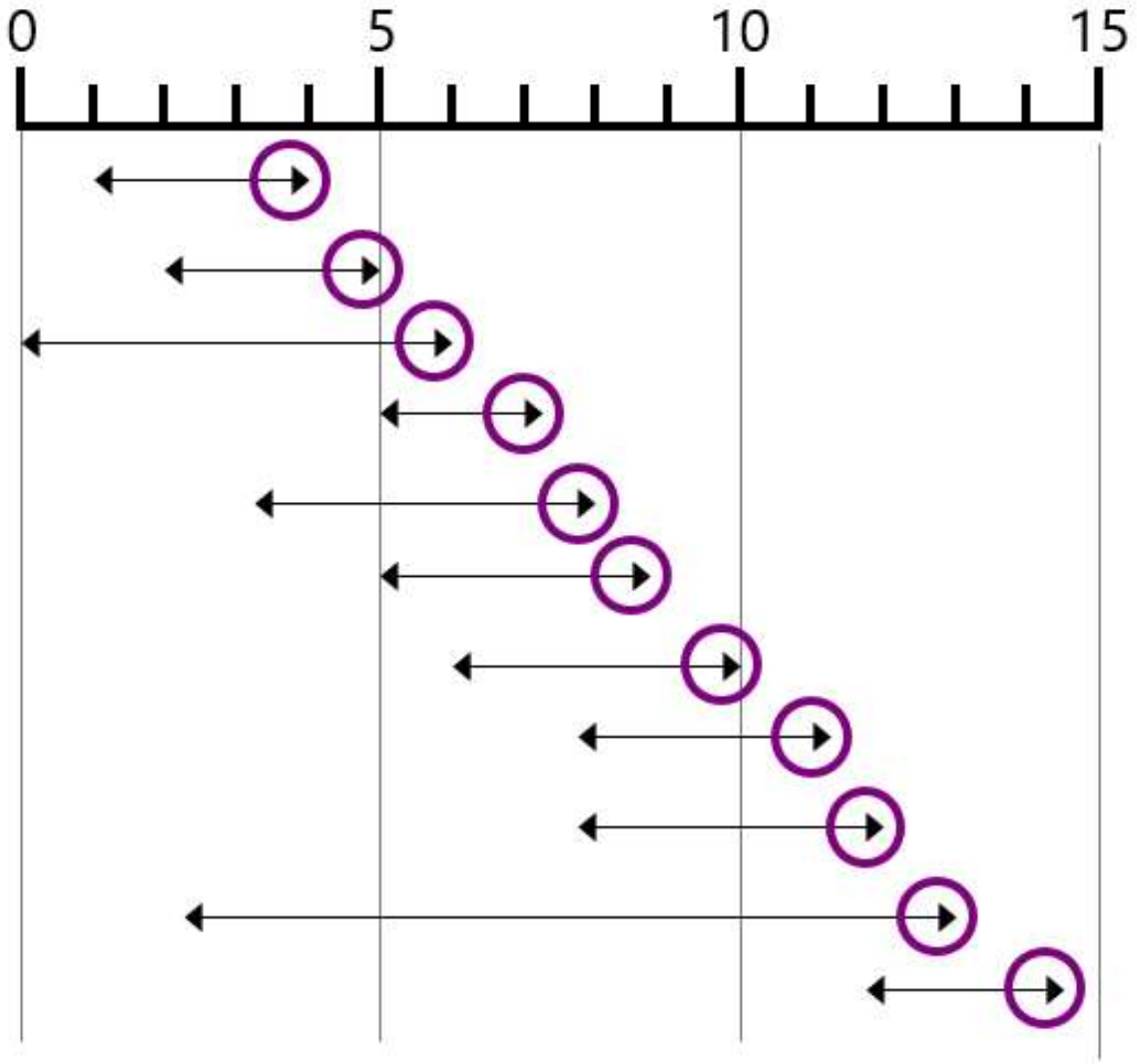
Greedy Interval Scheduling

Những quy tắc có thể xem xét:

- Cách 4: Chọn hoạt động hoàn thành sớm nhất (f_i nhỏ nhất)

Greedy Interval Scheduling

Sort by finish time



Bài tập tại lớp: viết mã giả

Một số ví dụ khác

- Minimum spanning tree : Prim's algorithm và Kruskal's algorithm
- Euler cycle
- Shortest paths: Dijkstra's algorithm, …

Kruskal's / Prim's algorithm