

Phân tích & Thiết kế thuật toán (Algorithms Design & Analysis)

L/O/G/O

GV: HUỖNH THỊ THANH THƯỜNG

Email: thuonghtt@uit.edu.vn



CHƯƠNG 2

PHÂN TÍCH THUẬT TOÁN

Algorithm Analysis



GV: ThS. HUỖNH THỊ THANH THƯƠNG

Email:

thuonghtt@uit.edu.vn

Phân tích thuật toán đệ quy

Bài tập 1: Thành lập phương trình đệ quy

KHÔNG GIẢI
PHƯƠNG TRÌNH

❖ a). Gửi ngân hàng 1000 USD, lãi suất 12%/năm. Số tiền có được sau 30 năm là bao nhiêu?

❖ b).

```
long Fibo(int n)
{
    if (n == 0 || n == 1)
        return 1;
    return Fibo(n-1)+Fibo(n-2);
}
```

Phân tích thuật toán đệ quy

❖ c)

```
public int g(int n) {  
    if (n == 1)  
        return 2;  
    else  
        return 3 * g(n / 2) + g(n / 2) + 5;  
}
```

❖ d)

```
long xn(int n)  
{  
    if (n == 0) return 1;  
    long s = 0;  
    for (int i=1; i<=n; i++)  
        s = s + i*i*xn(n-i);  
    return s;  
}
```

Phân tích thuật toán đệ quy

e)

ĐỀ THI CUỐI HỌC KỲ I (2022-2023)
MÔN: CS112 - PHÂN TÍCH VÀ THIẾT
KẾ THUẬT TOÁN
Thời gian: 90 phút

Câu 2 (2 điểm) (G2.) Phân tích thuật toán

Đánh giá độ phức tạp của hàm f được cho bên dưới:

```
int f (int n)
{
    if (n==1)    return 2;
    return  $3^{f(n/2)} + 2 * \log(f(n/2)) - f(n/2) + 1$ ;
}
```

Yêu cầu: Thành lập phương trình đệ quy (kèm giải thích ngắn gọn cách thành lập) và ~~giải phương trình dùng phương pháp truy hồi (còn gọi là thay thế).~~

KHÔNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Phân tích thuật toán đệ quy

f)

```
waste (n)
{
    if (n==0) return 0;
    for (i = 1 to n )
        for (j = 1 to i )
            print i,j,n;
    for (i = 1 to 3)
        waste (n/2);
}
```

Phân tích thuật toán đệ quy

g)

```
Draw (n)
{
    if (n < 1) return 0;
    for (i = 1 ; i <= n; i++ )
        for (j = 1 ; j <=n ; j++)
            print ("*");
    Draw (n-3);
}
```

Phân tích thuật toán đệ quy

h)

Gọi $T(n)$ là số phép cộng cần thực hiện khi gọi Zeta (k). Hãy thiết lập công thức truy hồi cho $T(n)$

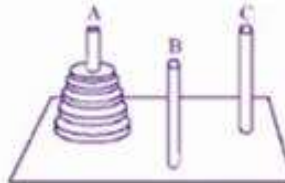
```
Cho hàm:  
Zeta (n)  
{  if (n == 0) Zeta = 6;  
    else  
    {  k = 0;  
        Ret = 0;  
        while (k <= n-1)  
        {  Ret = Ret + Zeta(k) ;  
            k = k+1;  
        }  
        Zeta = Ret;  
    }  
}
```


Phân tích thuật toán đệ quy

i) Bài toán Tháp Hà Nội - Towers of Hanoi

Cho bài toán Tháp Hà Nội như sau:

Mô tả bài toán: Có 3 cột được đặt tên là A,B,C. Cột A hiện đang gắn n đĩa có kích thước khác nhau, đĩa nhỏ ở trên đĩa lớn hơn ở dưới. Hãy chuyển chồng đĩa từ cột A sang cột C (xem cột B là cột trung gian) với điều kiện mỗi lần chỉ dời 1 đĩa, đĩa đặt trên bao giờ cũng nhỏ hơn đĩa đặt dưới.



- **Goal:** transfer all N disks from peg A to peg C
- **Rules:**
 - move one disk at a time
 - never place larger disk above smaller one
- **Recursive solution:**
 - transfer N - 1 disks from A to B
 - move largest disk from A to C
 - transfer N - 1 disks from B to C

Giả sử ta chỉ quan tâm đến thao tác chuyển đĩa (transfer) vì đây là tác vụ căn bản của thuật toán. Khi đó, thời gian thực hiện của thuật toán $T(n)$ được xác định bởi số lần chuyển n đĩa từ cột này sang cột kia và hiển nhiên $T(0) = 0$.

Yêu cầu:

- Viết mã giả thuật toán giải bài toán Tháp Hà Nội
- Thành lập phương trình đệ quy về số lần tác vụ căn bản được thực thi trong thuật toán.

Yêu cầu: đến chính xác số thao tác chuyển đĩa (không dùng tham số C1, C2)

Phân tích thuật toán đệ quy

ĐỀ THI CUỐI KỲ
HỌC KỲ 2 – NĂM HỌC 2021-2022

Môn thi: Phân tích và thiết kế thuật toán
Mã môn/lớp: CS112
Thời gian làm bài: 90 phút
(Sinh viên được sử dụng tài liệu)

j)

KHÔNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

b) Xét “Bài toán nhân 2 số nguyên dương lớn có n chữ số”, với n có thể lên đến hàng chục hay hàng trăm chữ số, áp dụng kỹ thuật Chia để trị ta có một cách giải như sau:

Chia 2 số nguyên X, Y (có n chữ số) thành các số nguyên lớn có $n/2$ chữ số: $X = A \cdot 10^{n/2} + B$ và $Y = C \cdot 10^{n/2} + D$. Ví dụ: $X = 1288$ thì $X = 12 \times 10^{n/2} + 88$

Khi đó, $X.Y = AC \cdot 10^n + [(A-B)(D-C) + AC + BD] \cdot 10^{n/2} + BD$ (*)

Với mỗi số có $n/2$ chữ số, chúng ta lại tiếp tục phân tích theo cách trên, quá trình phân tích sẽ dẫn đến bài toán cơ sở là nhân các số nguyên chỉ gồm một chữ số mà ta dễ dàng thực hiện. Việc tổng hợp kết quả chính là thực hiện các phép toán theo công thức (*).

Hãy đánh giá độ phức tạp của giải thuật đệ quy áp dụng kỹ thuật Chia để trị như trên, bằng cách thực hiện các yêu cầu sau: 1) Thành lập phương trình đệ quy (kèm giải thích ngắn gọn cách thành lập); 2) ~~Giải phương trình dùng phương pháp truy hồi (còn gọi là thay thế) hoặc phương pháp đoán nghiệm. SV không cần trình bày (mã giả) thuật toán.~~

Phân tích thuật toán đệ quy

Bài tập 2: Giải các phương trình đệ quy sau bằng PP truy hồi

1. $T(n) = T(n-1) + 5$ $T(1) = 0$

2. $T(n) = T(n-1) + n$ $T(1) = 1$

3. $T(n) = 3T(n-1) + 1$ $T(1) = 4$

4. $T(n) = 2T(n/2) + 1$ $T(1) = 1$

5. $T(n) = 2T(n/2) + n$ $T(1) = 1$

6. $T(n) = 2T(n/2) + n^2$ $T(1) = 1$

7. $T(n) = 2T(n/2) + \log n$ $T(1) = 1$

Phân tích thuật toán đệ quy

❖ Bài tập 3: Giải phương trình đệ quy sau bằng PP truy hồi: với $T(1) = 1$

1. $T(n) = 3T(n/2) + n^2$

2. $T(n) = 8T(n/2) + n^3$

3. $T(n) = 4T(n/3) + n$

4. $T(n) = 9T(n/3) + n^2$

5. $T(2) = 0 \quad T(n) = 2T(\sqrt{n}) + 1$

Phân tích thuật toán đệ quy

❖ Bài tập 4: Giải phương trình đệ quy sau dùng phương trình đặc trưng

a.
$$T(n) = 4T(n-1) - 3T(n-2)$$
$$T(0) = 1$$
$$T(1) = 2$$

b.
$$T(n) = 4T(n-1) - 5T(n-2) + 2T(n-3)$$
$$T(0) = 0$$
$$T(1) = 1$$
$$T(2) = 2$$

c.
$$T(n) = T(n-1) + T(n-2)$$
$$T(0) = 1$$
$$T(1) = 1$$

Phân tích thuật toán đệ quy

- ❖ Bài tập 5: Giải phương trình đệ quy sau dùng phương pháp hàm sinh

a.
$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{khi } n = 0 \\ 2T(n-1) + 7 & \text{khi } n > 0 \end{cases}$$

b.
$$T(n) = 7T(n-1) - 12T(n-2) \text{ nếu } n \geq 2$$

$$T(0) = 1$$

$$T(1) = 2$$

c.
$$T(n+1) = T(n) + 2(n+2) \text{ nếu } n \geq 1$$

$$T(0) = 3$$

Phân tích thuật toán đệ quy

❖ **Bài tập 6:** Cho phương trình đệ quy:

$$\begin{cases} T(1) = C_1 \\ T(n) = 4T(n/2) + n \quad \text{nếu } n \geq 2 \end{cases}$$

Một người dùng phương pháp đoán nghiệm để giải phương trình đệ quy trên. Giả sử anh ta lần lượt đoán 3 nghiệm như sau:

- i. $f(n) = an^3$
- ii. $f(n) = an^2$
- iii. $f(n) = an^2 - bn$

❖ Theo bạn, lần đoán nào thành công, thất bại và vì sao? (Gợi ý: thử đoán như anh ta)

Phân tích thuật toán đệ quy

❖ Bài tập 7: Giải các phương trình sau bằng phương pháp đoán nghiệm:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + n$$

$$T(n) = 1 \text{ với } n \leq 5$$

❖ Gợi ý đoán: $T(n) = O(n)$

Phân tích thuật toán đệ quy

❖ Bài tập 8: BONUS

Loading....GV SẼ CẬP NHẬT THÊM SAU