

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN KHOA KHOA HỌC MÁY TÍNH



BÀI TẬP MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

BÀI TẬP BONUS:

**ĐÁNH GIÁ ĐỘ PHỨC TẠP CỦA CHIẾN LƯỢC BACKTRACKING
TRONG BÀI TOÁN TÌM CÁC TẬP CON MỘT TẬP HỢP**

Mã lớp : CS112.N23.KHCL

GV hướng dẫn: Huỳnh Thị Thanh Thương

Sinh viên thực hiện:

| Họ và tên | MSSV |
|--------------------|----------|
| Nguyễn Nguyễn Khôi | 21521009 |

Ngày 5 tháng 7 năm 2023

I. Giới thiệu bài toán

- Input: một mảng A gồm n số nguyên khác nhau
- Output: tất cả các tập con có thể có của tập các phần tử trong A
- Ví dụ:

A = {2, 8, 1, 9}

Output:

{}

{2}

{2, 8}

{2, 8, 1}

{2, 8, 1, 9}

{2, 8, 9}

{2, 1}

{2, 1, 9}

{2, 9}

{8}

{8, 1}

{8, 1, 9}

{8, 9}

{1}

{1, 9}

{9}

II. Chương trình C++

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <set>

using namespace std;
set<set<int>> S;
set<int> P;
set<set<int>> result = {};

void printResult(set<set<int>> S)
{
    cout << "{}" << endl;
    for (auto s : S)
    {
        cout << '{ ' ;
        for (auto i : s)
```

```
        cout << ' ' << i;
        cout << '}' << endl;
    }
}

/*-----BACKTRACKING-----*/
void HoanVi(int i, vector<int> A, set<int> P, set<set<int>> S)
{
    for (int j = i; j < A.size(); j++)
    {
        P.insert(A[j]);
        S.insert(P);
        if (i < A.size() - 1)
            HoanVi(i + 1, A, P, S);
        else
            for (auto r : S)
                result.insert(r);
        S.erase(P);
        P.erase(A[j]);
    }
}

/*-----*/

int main()
{
    vector<int> A = {2, 8, 1, 9, 5, 7};    //just an example
    S = {}; P = {};
    HoanVi(0, A, P, S);
    printResult(result);
    return 0;
}
```

III. Đánh giá độ phức tạp Big-O của hàm HoanVi

Gọi n là kích thước của mảng A

Quy ước các hàm insert và erase không phải phép gán và so sánh

Với mỗi giá trị i và một hàm HoanVi, vòng lặp for lặp n-i lần

Theo như chương trình, i chạy từ 0 (dòng thứ 5 tính từ int main()) đến n - 1 (dòng if (i < A.size() - 1))

Suy ra phép so sánh trong hàm if được thực hiện tổng cộng $\sum_{i=0}^{n-1} (n-i)$ lần

Mỗi lần HoanVi(i, A, P, S), HoanVi(i+1, A, P, S) được gọi nếu i < n-1

Khi HoanVi(i+1, A, P, S) được gọi, kích thước bài toán giảm đi 1 (từ n xuống n-1)

Phương trình đệ quy:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & , \text{ nếu } n = 1 \\ \sum_{i=0}^{n-2} T(n-1) + \sum_{i=0}^{n-1} (n-i) & , \text{ nếu } n > 1 \end{cases} \quad (1)$$

Giải phương trình trên bằng phương pháp truy hồi:

$$\begin{aligned} T(n) &= \left[\sum_{i_1=0}^{n-2} T(n-1) \right] + \frac{n^2+n}{2} \\ &= \left[\sum_{i_1=0}^{n-2} \sum_{i_2=0}^{n-3} \left[T(n-2) + \frac{n^2+n}{2} \right] \right] + \frac{n^2+n}{2} \\ &= \left[\sum_{i_1=0}^{n-2} \sum_{i_2=0}^{n-3} [T(n-2)] \right] + (n-1)(n-2) \frac{n^2+n}{2} + \frac{n^2+n}{2} \\ &= \left[\sum_{i_1=0}^{n-2} \sum_{i_2=0}^{n-3} \sum_{i_3=0}^{n-4} \left[T(n-3) + \frac{n^2+n}{2} \right] \right] + (n-1)(n-2) \frac{n^2+n}{2} + \frac{n^2+n}{2} \\ &= \left[\sum_{i_1=0}^{n-2} \sum_{i_2=0}^{n-3} \sum_{i_3=0}^{n-4} [T(n-3)] \right] + (n-1)(n-2)(n-3) \frac{n^2+n}{2} + (n-1)(n-2) \frac{n^2+n}{2} + \frac{n^2+n}{2} \\ &\quad \cdot \\ &\quad \cdot \\ &\quad \cdot \\ &= \sum_{i_1=0}^{n-2} \dots \sum_{i_k=0}^{n-k-1} T(n-k) + \frac{n^2+n}{2} \left(1 + \sum_{u=2}^k \prod_{j=1}^u (n-j) \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Quá trình dừng lại khi và chỉ khi $n-k=1$, tức $k=n-1$

$$\begin{aligned} T(n) &= \sum_{i_1=0}^{n-2} \sum_{i_2=0}^{n-3} \dots \sum_{i_{n-2}=0}^3 \sum_{i_{n-1}=0}^2 T(1) + \frac{n^2+n}{2} \left(1 + \sum_{u=2}^{n-1} \prod_{j=1}^u (n-j) \right) \\ &= \frac{(n-1)!}{2} + \frac{n^2+n}{2} (1 + (n-1)(n-2) + (n-1)(n-2)(n-3) + \dots + (n-1)(n-2)(n-3)\dots 3.2.1) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{(n-1)!}{2} = \frac{1.2.3...(n-1)}{2} \leq \frac{n.n.n...n}{2}, n \geq 2 \quad (4)$$

//n số n nhân nhau

$$\frac{n^2+n}{2}(1+(n-1)(n-2)+(n-1)(n-2)(n-3)+\dots+(n-1)!) \leq c.n^n \quad (5)$$

với c là hằng số và $n \geq n_0, n_0 \in \mathbb{N}$

Từ (3), (4), (5) ta có:

$$T(n) \leq (c + \frac{1}{2})n^n$$

Suy ra $T(n) = O(n^n)$

IV. Đo thời gian của thuật toán với các kích thước mảng khác nhau

Dưới đây là thời gian tìm ra tất cả hoán vị với các kích thước mảng A n=1 đến 11. Ở thời điểm viết bài này, em cũng đang đo thời gian thực thi của thuật toán với n = 12. Tuy nhiên, do đợi quá lâu nên em quyết định chỉ lấy n từ 1 đến 11 làm ví dụ minh họa. Có thể tìm code là file cpp đính kèm.

D:\C++ DEMO\CS112 demo\Wecode_Greedy\x64\Debug\Wecode_Greedy.exe

| | | |
|--------|---------------------------|---|
| n = 1 | Execution time: 0ms | A={1, } |
| n = 2 | Execution time: 0ms | A={1, 2, } |
| n = 3 | Execution time: 0ms | A={1, 2, 3, } |
| n = 4 | Execution time: 0ms | A={1, 2, 3, 4, } |
| n = 5 | Execution time: 4ms | A={1, 2, 3, 4, 5, } |
| n = 6 | Execution time: 30ms | A={1, 2, 3, 4, 5, 6, } |
| n = 7 | Execution time: 248ms | A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, } |
| n = 8 | Execution time: 1943ms | A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, } |
| n = 9 | Execution time: 21277ms | A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, } |
| n = 10 | Execution time: 218042ms | A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, } |
| n = 11 | Execution time: 2838543ms | A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, } |