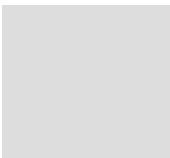


CS231. Nhập môn Thị giác máy tính

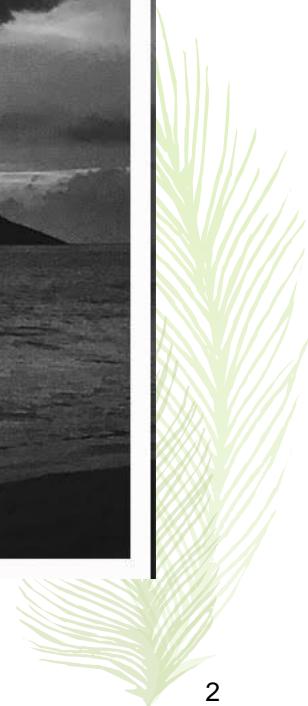
Bài 02 Đặc trưng màu sắc (1)



Mai Tiến Dũng



https://www.youtube.com/watch?v=_hUB7VeaYnE



Color



Color is life; for a world without color appears to us as dead. Colors are primordial ideas, the children of light.

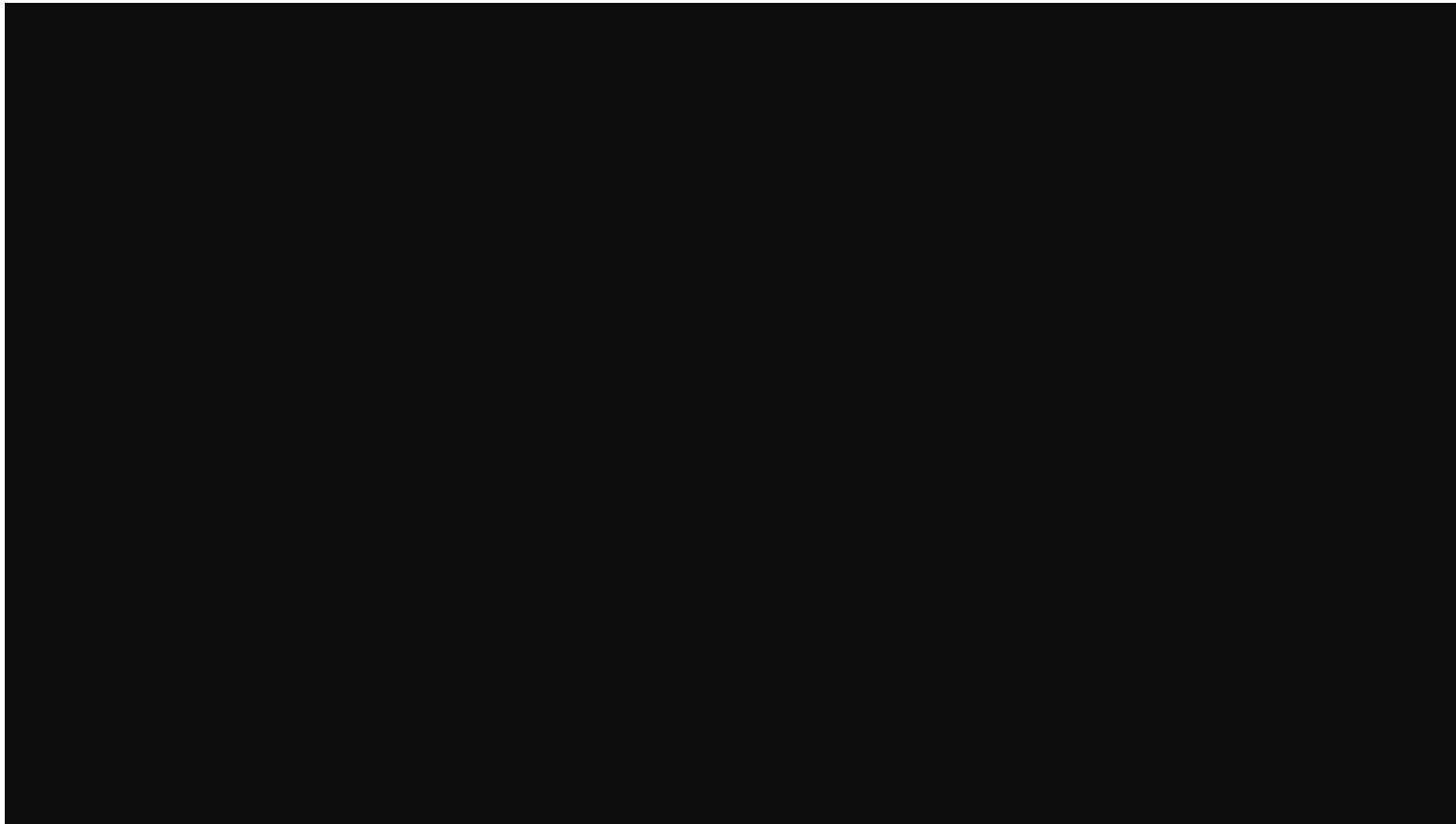
— Johannes Itten —

Màu sắc là cuộc sống; vì một thế giới không có màu sắc dường như đã chết đối với chúng ta.
Màu sắc là những ý tưởng nguyên thủy, là đứa con của ánh sáng.

<https://www.azquotes.com/quote/654530>



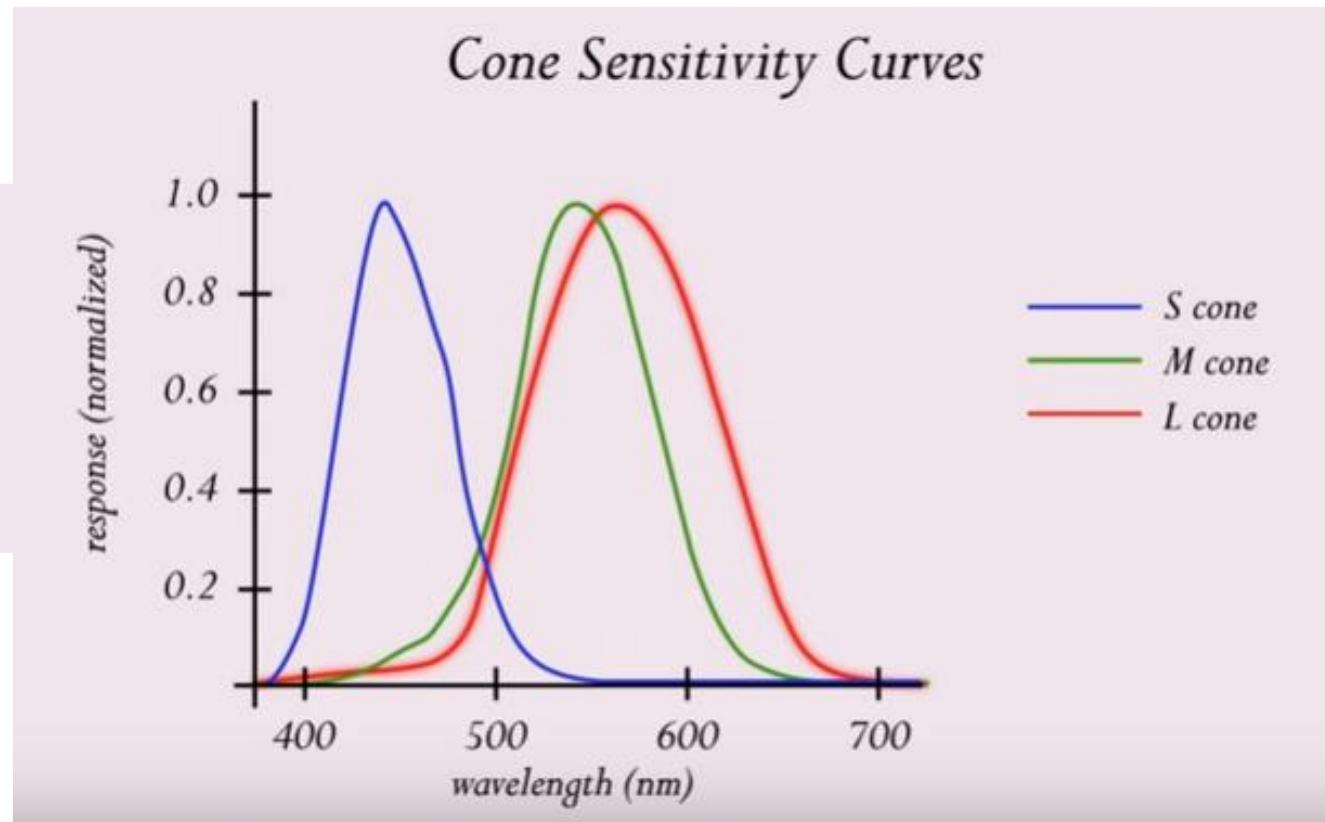
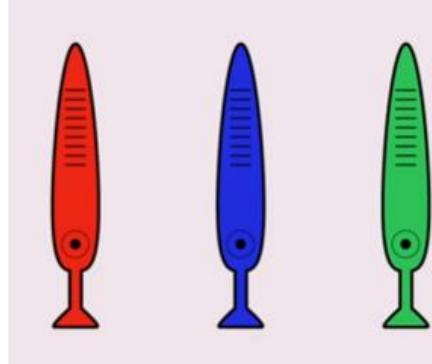
An introduction to color and the human eye



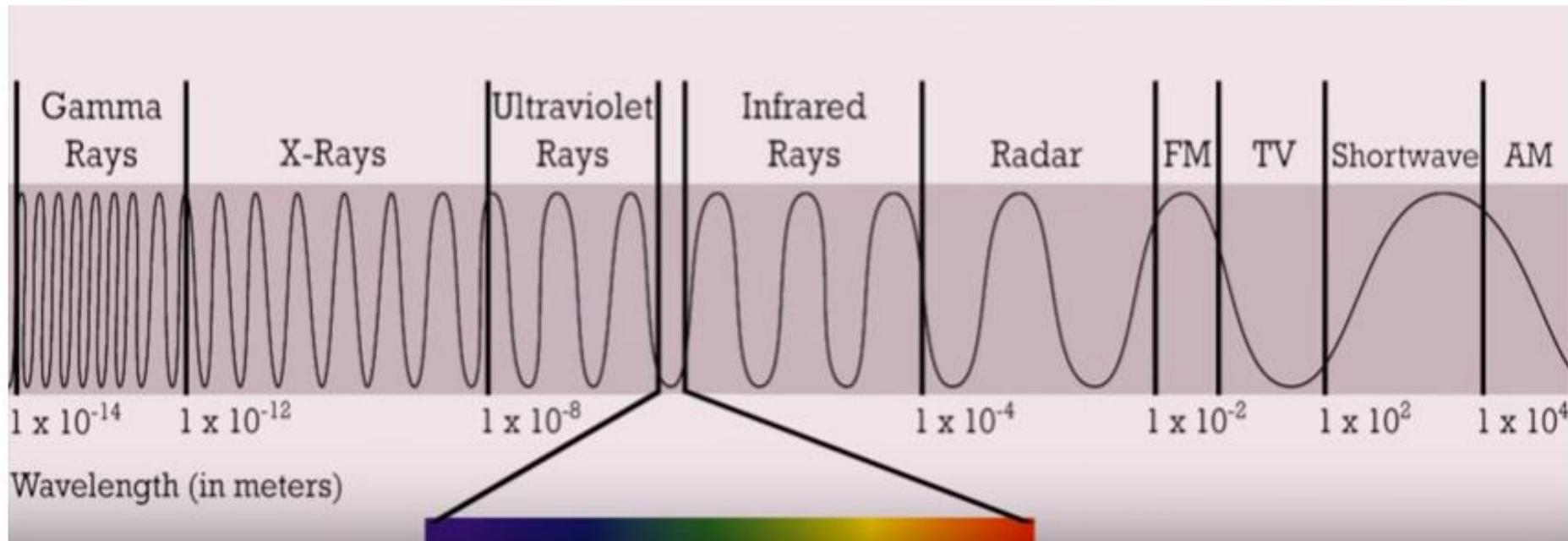
- https://www.youtube.com/watch?v=l8_fZPHasdo



An introduction to color and the human eye



An introduction to color and the human eye



Ảnh số

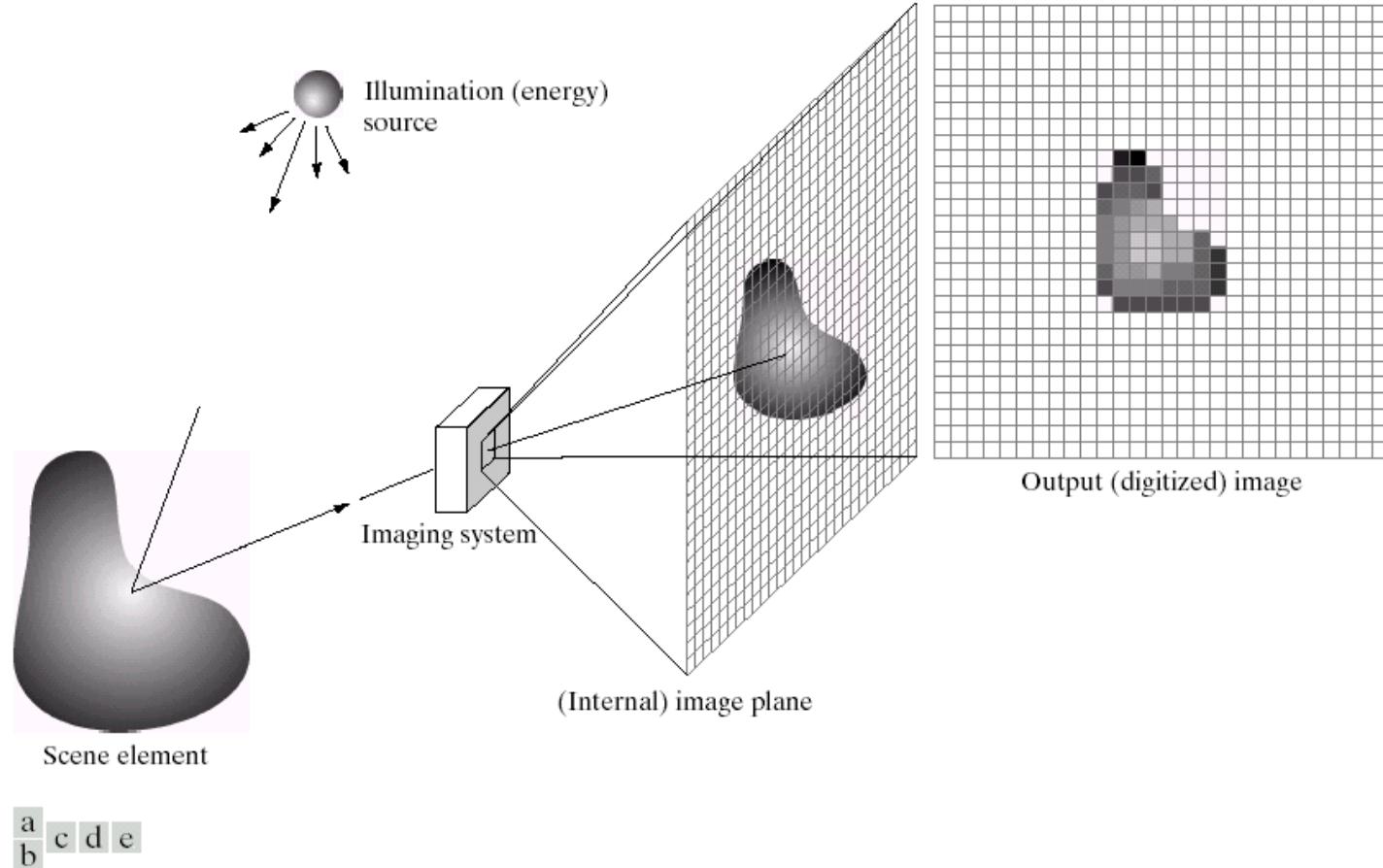


FIGURE 2.15 An example of the digital image acquisition process. (a) Energy (“illumination”) source. (b) An element of a scene. (c) Imaging system. (d) Projection of the scene onto the image plane. (e) Digitized image.

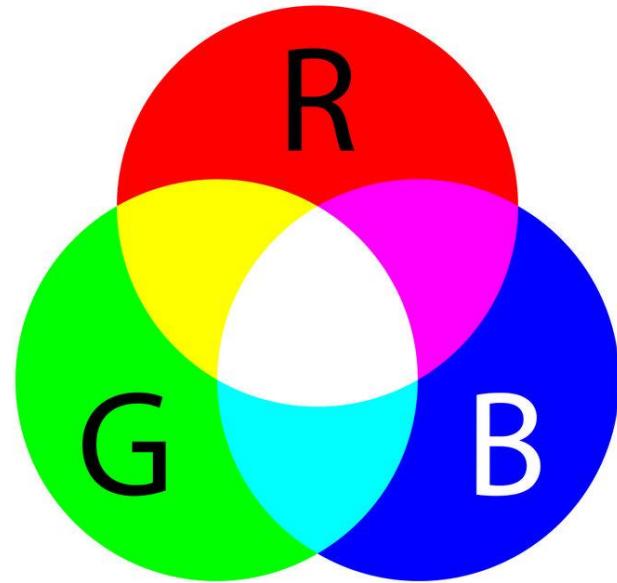
Ảnh grayscale



34	34	37	35	38	40	34
29	30	48	38	42	50	43
42	43	28	31	62	128	104
46	36	56	48	104	167	165
40	46	71	100	130	173	165
60	42	42	72	124	181	163
65	37	40	26	91	171	164



Ảnh RGB



Ảnh RGB

CSS1 / HTML3–4 / VGA color names

	Name	Hex triplet	Red			Green			Blue			Hue	Satur	Light	Satur		Value	
			■	■	■	■	■	■	■	■	■				■	■	■	
	White	#FFFFFF	100%	100%	100%				0°	0%	100%				0%	100%		
	Silver	#C0C0C0	75%	75%	75%				0°	0%	75%				0%	75%		
	Gray	#808080	50%	50%	50%				0°	0%	50%				0%	50%		
	Black	#000000	0%	0%	0%				0°	0%	0%				0%	0%		
	Red	#FF0000	100%	0%	0%				0°	100%	50%				100%	100%		
	Maroon	#800000	50%	0%	0%				0°	100%	25%				100%	50%		
	Yellow	#FFFF00	100%	100%	0%				60°	100%	50%				100%	100%		
	Olive	#808000	50%	50%	0%				60°	100%	25%				100%	50%		
	Lime	#00FF00	0%	100%	0%				120°	100%	50%				100%	100%	green	
	Green	#008000	0%	50%	0%				120°	100%	25%				100%	50%		
	Aqua	#00FFFF	0%	100%	100%				180°	100%	50%				100%	100%	cyan	
	Teal	#008080	0%	50%	50%				180°	100%	25%				100%	50%		
	Blue	#0000FF	0%	0%	100%				240°	100%	50%				100%	100%		
	Navy	#000080	0%	0%	50%				240°	100%	25%				100%	50%		
	Fuchsia	#FF00FF	100%	0%	100%				300°	100%	50%				100%	100%	magenta	
	Purple	#800080	50%	0%	50%				300°	100%	25%				100%	50%		

<http://www.moneymentor.com/MS16Colors.html>



image_0001.jpg



image_0002.jpg



image_0003.jpg



image_0004.jpg





image_0365.jpg



image_0366.jpg



image_0367.jpg



image_0368.jpg





image_0813.jpg



image_0814.jpg



image_0815.jpg



image_0816.jpg



image_0817.jpg



image_0818.jpg



image_0819.jpg



image_0820.jpg



[google.com/search?q=sunrise&source=lnms&tbo=isch&sa=X&sqi=2&ved=2ahUKEwiHivTP8_3yAhW7q5UCHT6KCWIQ_AUoAXoECAIQAw&biw=1366&bih=657](https://www.google.com/search?q=sunrise&source=lnms&tbo=isch&sa=X&sqi=2&ved=2ahUKEwiHivTP8_3yAhW7q5UCHT6KCWIQ_AUoAXoECAIQAw&biw=1366&bih=657)

Google

sunrise

[All](#)[Images](#)[Maps](#)[Videos](#)[News](#)[More](#)[Tools](#)[Collections](#)[SafeSearch](#)

morning



wallpaper



beach



beautiful



mountain



ocean



sunset



nature



good morning



Sydney - Sunrise Over the South Pacific
heygo.com



20 Sunrise Quotes - Sayings About the Sun
countryliving.com



The Science Of Sunrises: 4 Fun Facts
forbes.com



Sunrise in Vietnam ...
itourvn.com



Beautiful Sunrise
snapshot.canon-asia.com



SUNRISE INS VIET NAM



SUNRISE - National Day Cal...



June 14th: The Earliest Sunrise of 2021 ...



20000+ Sunrise & ảnh Bình Minh miễn phí



Sunrise Wallpaper cho Android - Tải về APK

hoa phượng - Google Search

google.com/search?q=hoa+phượng&tbm=isch&ved=2ahUKEwikt5DR8_3yAhXNeX0KHVtfBYsQ2-cCegQIABAA&oq=hoa+phượng&gs_lcp=CgNpbWcQAzIFCAAQ...

Images

hoa phượng

All Maps Videos News More Tools Collections SafeSearch

học trò mùa hè thơ sân trường hải phòng cây băng lăng vàng hình ảnh trời

Hoa Phượng đỏ - Loài Hoa Của Tuổi...
baokhuyennong.com

sst hay ...
meta.vn

Hoa phượng khoe sắc sớm
congan.com.vn

Mùa hạ, đỏ rực trời hoa phượng – Tiển...
rfa.org

Hoa phượng | Hoa, Phượng vĩ, Hình ảnh
pinterest.com

stt hay ...

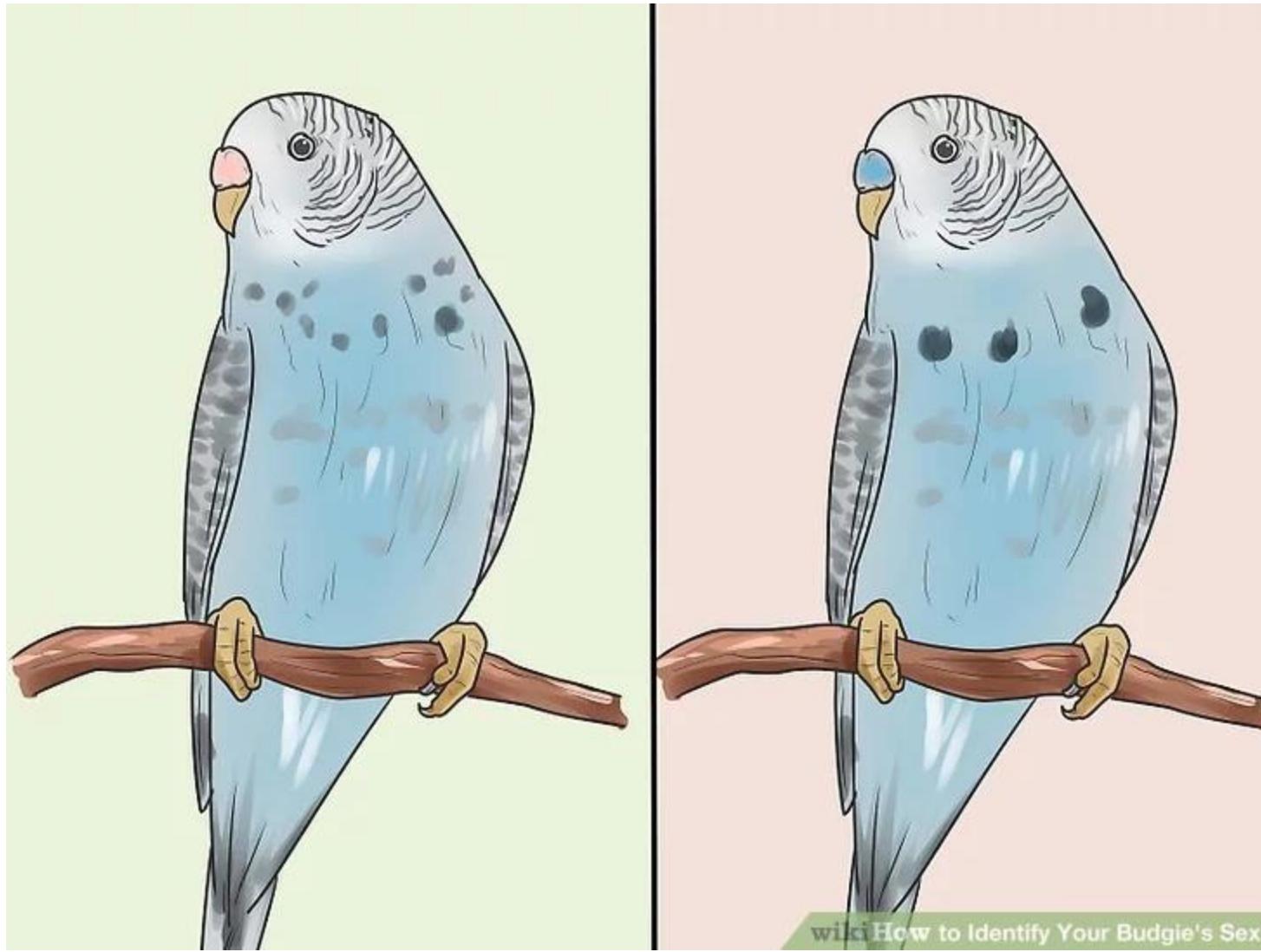
Ý Nghĩa Hoa Phượng - Cảnh Phượng T...

Hoa phượng về trời | Văn Thơ Công Giáo

Ý nghĩa hoa phượng (hoa phượng vỹ)

Phượng đỏ-Một sắc duyên Hải Phòng

The image shows a Google search results page for the query "hoa phượng". The search bar at the top contains "hoa phượng". Below the search bar, there are tabs for All, Images (which is selected), Maps, Videos, News, and More. There are also links for Tools, Collections, and SafeSearch. A row of suggested search terms is shown below the tabs, including "học trò", "mùa hè", "thơ", "sân trường", "hải phòng", "cây", "băng lăng", "vàng", "hình ảnh", "trời", and several more partially visible. The main content area displays a grid of images of Flame Trees (Delonix regia). The first two rows each contain five images. The first image in the first row is a close-up of red flowers. The second image is another close-up of red flowers. The third image is a branch with red flowers. The fourth image is a branch with red flowers. The fifth image is a branch with red flowers. The first image in the second row is a large tree with red flowers. The second image is a branch with red flowers. The third image is a branch with red flowers. The fourth image is a branch with red flowers. The fifth image is a branch with red flowers.



wiki How to Identify Your Budgie's Sex



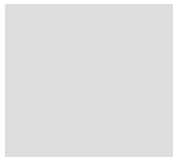
Male



Female



Xác định sự giống nhau giữa 2 ảnh ?



Bài toán

- Cho 2 ảnh x và y là ảnh về bông hoa.
- Hãy xác định x và y có **cùng thuộc 1 loài hoa** ?



image_0813.jpg



image_0814.jpg



image_0815.jpg



image_0816.jpg



image_0817.jpg



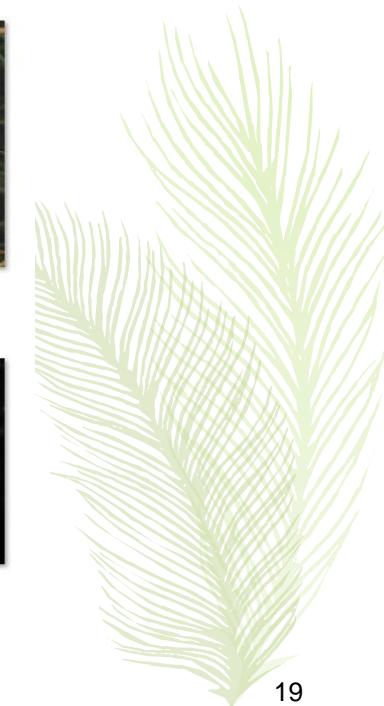
image_0818.jpg



image_0819.jpg



image_0820.jpg



Bài toán

- Cho 2 ảnh x và y là ảnh về bông hoa.
- Hãy xác định x và y có **cùng thuộc 1 loài hoa** ?



x



y



Xác định độ đo



	Hàm khoảng cách: $dist(x,y)$	Hàm đo sự tương đồng: $sim(x,y)$
Giống nhau		
Khác nhau hoàn toàn		

Xác định độ đo

https://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_distance ::

Euclidean distance - Wikipedia

In mathematics, the **Euclidean distance** between two points in Euclidean space is the length of a line segment between the two points.

[Distance formulas](#) · [Two dimensions](#) · [Properties](#) · [Squared Euclidean distance](#)

https://vi.wikipedia.org/wiki/Kho%C3%A1ng_c%C3%A1ch_Euclid · [Translate this page](#) ::

Khoảng cách Euclid – Wikipedia tiếng Việt

Trong toán học, khoảng cách Euclid (tiếng Anh: **Euclidean distance**) giữa hai điểm trong không gian Euclid là độ dài của đoạn thẳng nối hai điểm đó.

[Các công thức khoảng cách](#) · [Hai chiều](#) · [Nhiều chiều](#) · [Tính chất](#)

cosine similarity



All Images Videos Books News More Tools

About 8,550,000 results (0.55 seconds)

$$\text{cos}(\theta) = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{\|\mathbf{A}\| \|\mathbf{B}\|} = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n B_i^2}}$$

Cosine similarity measures **the similarity between two vectors of an inner product space**. It is measured by the cosine of the angle between two vectors and determines whether two vectors are pointing in roughly the same direction. It is often used to measure document similarity in text analysis.

<https://www.sciencedirect.com/topics/computer-science> ::

Formula

$$d(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - p_i)^2}$$

\mathbf{p}, \mathbf{q} = two points in Euclidean n-space

$\mathbf{q}_i, \mathbf{p}_i$ = Euclidean vectors, starting from the origin of the space (initial point)

n = n-space

$$\text{os}(\theta) = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{\|\mathbf{A}\| \|\mathbf{B}\|} = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n B_i^2}}$$

Cosine similarity

Cosine similarity is a measure of similarity between

Xác định độ đo

- <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.spatial.distance.euclidean.html>

```
>>> from scipy.spatial import distance  
>>> distance.euclidean([1, 0, 0], [0, 1, 0])  
1.4142135623730951  
>>> distance.euclidean([1, 1, 0], [0, 1, 0])  
1.0
```

Biểu diễn ảnh



x



y

	Hàm khoảng cách: $dist(x,y)$	Hàm đo sự tương đồng: $sim(x,y)$
?		
?		

Biểu diễn ảnh



x



y

	Hàm khoảng cách: $dist(x,y)$	Hàm đo sự tương đồng: $sim(x,y)$
?		
?		

Biểu diễn ảnh



x



y

	Hàm khoảng cách: $dist(x,y)$	Hàm đo sự tương đồng: $sim(x,y)$
?		
?		

Biểu diễn ảnh



x



y

	Hàm khoảng cách: $\text{dist}(x,y)$	Hàm đo sự tương đồng: $\text{sim}(x,y)$
?		
?		

Biểu diễn ảnh

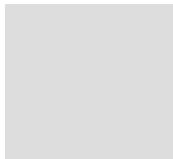
254	143	203	176	109	229	177	220	192	9	229	142	138	64	0	63	28	8	88	82
27	68	231	75	141	107	149	210	13	239	141	35	68	242	110	208	244	0	33	88
54	42	17	215	230	254	47	41	95	180	55	253	233	47	122	208	76	110	152	100
9	186	192	71	104	193	89	171	37	233	18	147	174	1	143	211	176	188	192	66
179	20	238	192	190	132	41	248	22	134	83	133	110	254	176	238	168	234	51	204
232	25	0	163	174	129	61	30	110	189	0	173	197	163	153	43	22	87	68	118
235	35	151	185	129	81	239	170	195	94	38	21	67	101	56	37	196	149	52	154
155	242	54	0	104	109	189	47	130	254	225	156	31	161	121	15	126	35	252	205
223	114	79	129	147	6	201	68	89	107	58	44	253	84	36	1	62	5	231	218
55	188	237	188	80	101	131	241	66	133	124	151	111	28	190	4	240	78	117	145
152	155	229	76	90	217	219	105	116	77	38	49	2	9	214	181	205	116	135	33
162	94	176	199	20	149	57	223	232	113	32	45	177	15	31	179	100	119	208	81
224	118	124	172	75	29	69	180	187	195	41	44	8	170	158	101	131	31	28	112
238	83	38	7	83	69	173	183	96	237	67	227	18	218	248	237	75	192	201	146
88	195	224	207	140	22	31	118	234	34	182	116	23	47	68	242	189	152	116	248
140	37	101	230	246	145	123	64	27	58	229	1	225	143	91	100	98	90	40	195
251	4	178	139	121	95	97	174	249	162	77	115	223	186	162	82	65	252	83	198
179	180	223	230	87	162	148	78	176	19	17	4	184	176	183	102	83	81	132	206
173	137	185	242	181	161	214	49	74	238	197	37	98	102	15	217	148	8	102	168
85	9	17	222	16	210	70	21	76	241	184	216	93	93	208	102	153	212	119	47

VS

24	143	203	181	100	229	178	220	192	9	229	142	138	64	0	63	28	8	88	82
52	98	231	32	141	103	148	210	13	329	141	32	88	245	110	208	244	0	33	88
24	45	14	312	30	224	42	41	88	180	32	223	282	44	143	211	120	188	105	98
0	188	105	31	104	193	89	171	32	329	18	143	154	1	123	182	183	43	25	84
128	20	328	183	180	183	41	248	85	123	110	183	204	121	188	234	21	204	204	118
235	82	0	183	124	158	81	230	160	180	84	88	21	82	101	98	32	100	148	224
233	32	121	183	158	81	230	160	180	84	88	21	82	101	98	32	100	148	224	118
122	245	0	104	109	189	47	130	254	225	156	31	161	121	15	126	35	252	205	118
233	114	28	150	84	201	88	99	102	98	44	223	9	1	95	2	221	218	118	145
32	188	232	188	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
123	123	255	188	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
102	123	255	188	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
232	118	154	128	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
234	118	154	128	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
235	83	38	4	88	99	123	183	88	324	9	88	21	82	101	98	32	100	148	224
88	102	255	202	140	22	35	230	119	35	42	123	12	31	123	21	22	115	115	115
234	118	154	128	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
102	123	255	188	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
233	118	154	128	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
88	102	255	202	140	22	35	230	119	35	42	123	12	31	123	21	22	115	115	115
232	118	154	128	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
102	123	255	188	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
233	118	154	128	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
88	102	255	202	140	22	35	230	119	35	42	123	12	31	123	21	22	115	115	115
232	118	154	128	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
102	123	255	188	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
233	118	154	128	80	101	131	241	34	123	154	121	111	28	190	4	240	48	112	145
88	102	255	202	140	22	35	230	119	35	42	123	12	31	123	21	22	115	115	115

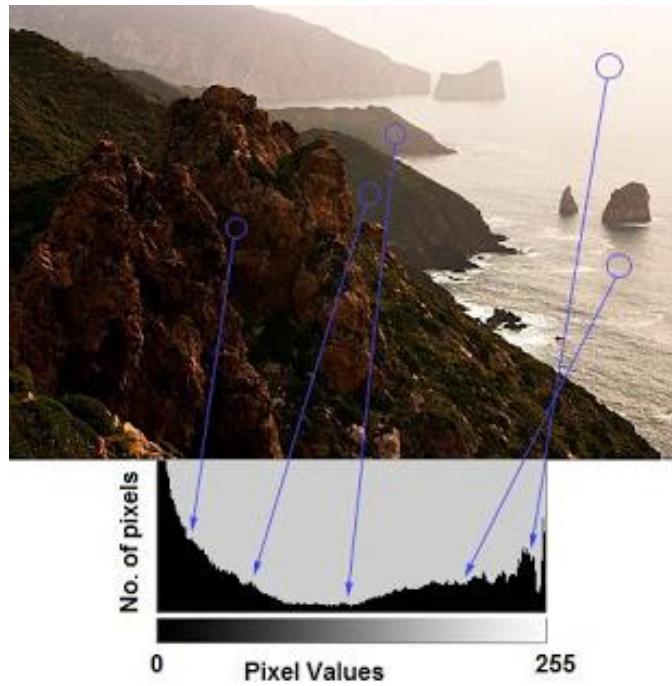


Histogram



Định nghĩa Histogram

- Histogram of an image represents the relative frequency of occurrence of various gray levels in the image



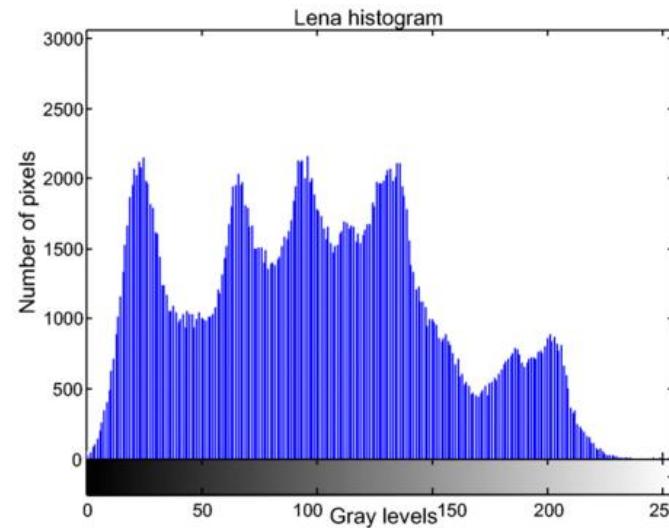
https://docs.opencv.org/4.5.1/d1/db7/tutorial_py_histogram_begins.html

Định nghĩa Histogram

- Histogram of an image represents the relative frequency of occurrence of various gray levels in the image



(a)



(b)

https://www.researchgate.net/figure/a-Original-lena-image-b-Histogram-of-lena-image_fig1_335591569

Định nghĩa Histogram

- Histogram (còn gọi là đồ thị cột hay lược đồ xám) của một ảnh số với L mức xám trong miền $[0, L-1]$ là một hàm rời rạc:

$$p(m) = \frac{n_m}{n} \quad (1)$$

- Trong đó: m là giá trị mức xám, $m \in [0, L-1]$
- n_m là số pixel có mức xám m
- n là tổng số pixel trong ảnh



Histogram of color images

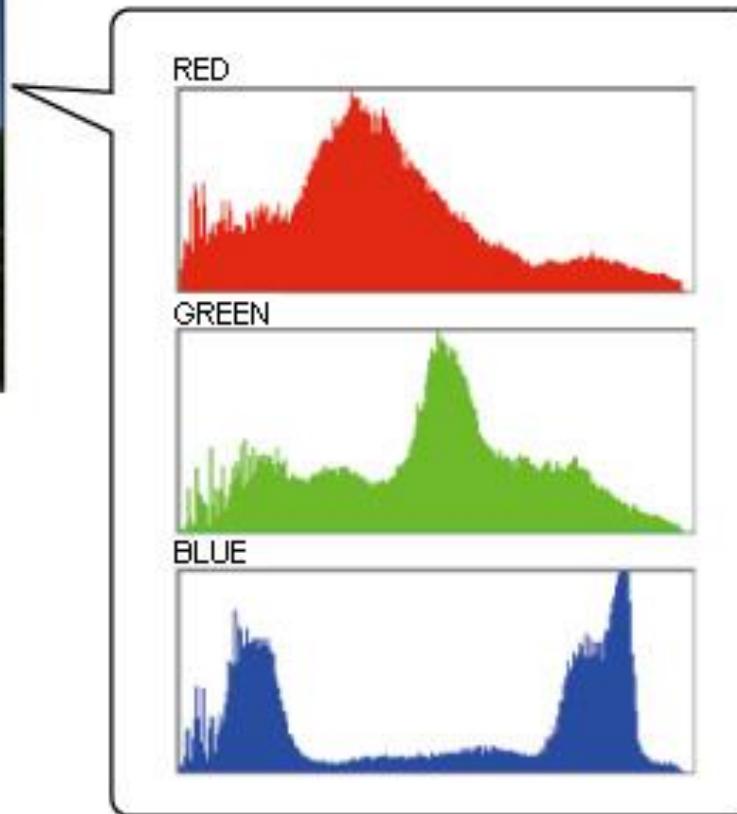
- RGB color can be converted to a gray scale value by

$$Y = 0.299R + 0.587G + 0.114B$$

- Y: the grayscale component in the YIQ color space used in NTSC television.
- The weights reflect the eye's brightness sensitivity to the color primaries.

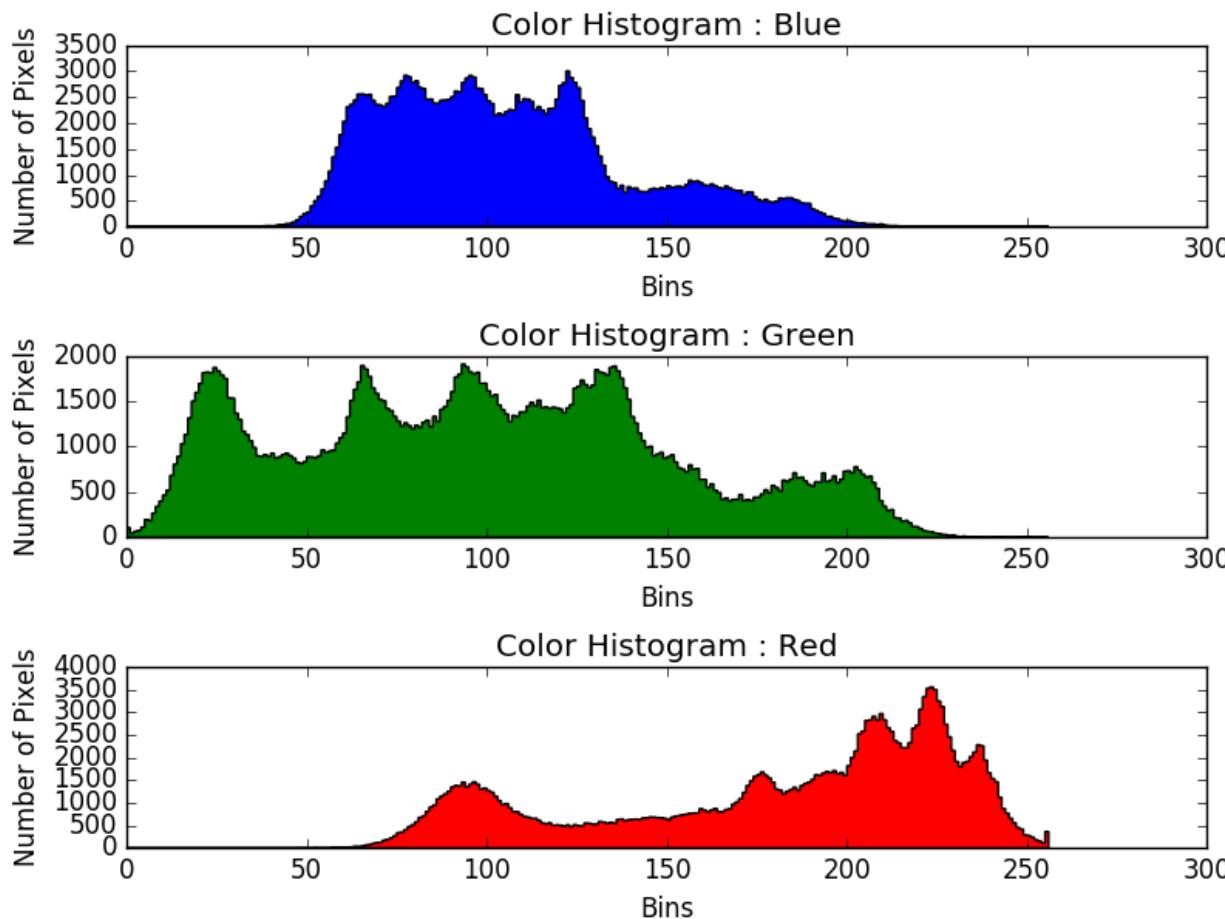


Histogram of color images



<https://vn.canon/vi/support/8200098700>

Histogram of color images



https://www.researchgate.net/figure/Global-feature-Color-histogram-of-RGB-image_fig2_342367884

Ví dụ

- Tính histogram của ảnh sau

255	○	137	137	137	137	○
○	128	255	128	137	255	137
128	○	○	64	128	64	64
128	128	○	255	137	255	○
○	255	128	137	137	137	○
128	137	137	137	○	255	64
255	128	128	128	128	64	64



```
import cv2  
import numpy as np  
from matplotlib import pyplot as plt  
  
img = cv2.imread('empire',0)  
plt.hist(img.ravel(),256,[0,256])  
plt.show()
```



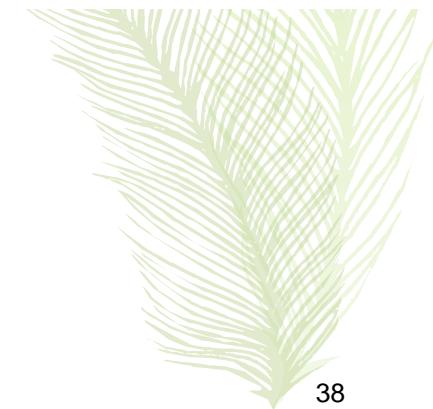
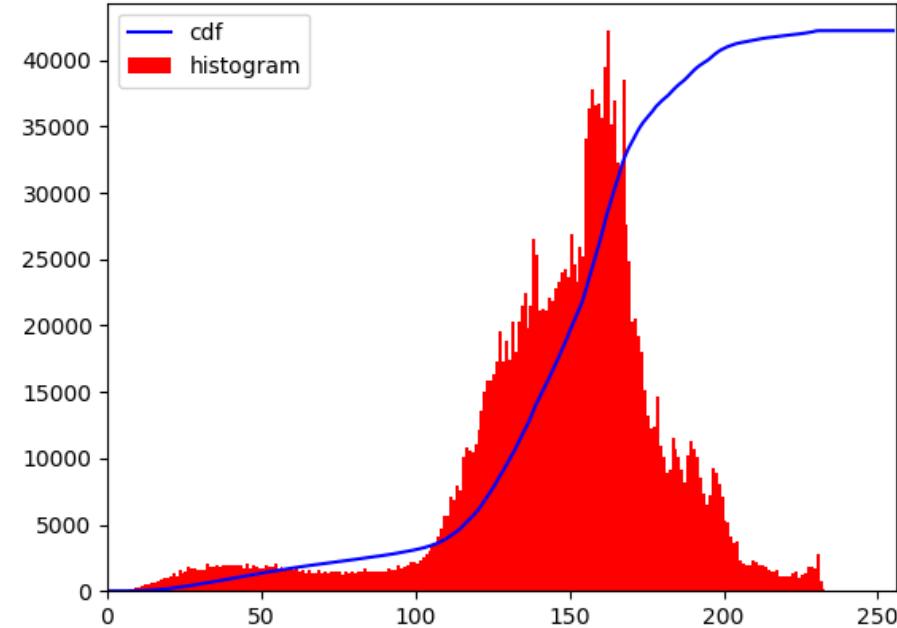
```

import numpy as np
import cv2 as cv
from matplotlib import pyplot as plt
img = cv.imread('empire.jpg',0)

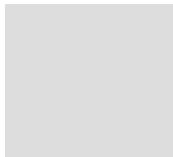
hist,bins =
np.histogram(img.flatten(),256,[0,256])
cdf = hist.cumsum()
cdf_normalized =
cdf*float(hist.max())/cdf.max()

plt.plot(cdf_normalized, color = 'b')
plt.hist(img.flatten(),256,[0,256],color = 'r')
plt.xlim([0,256])
plt.legend(('cdf','histogram'), loc = 'upper left')
plt.show()

```



Thực hành Histogram

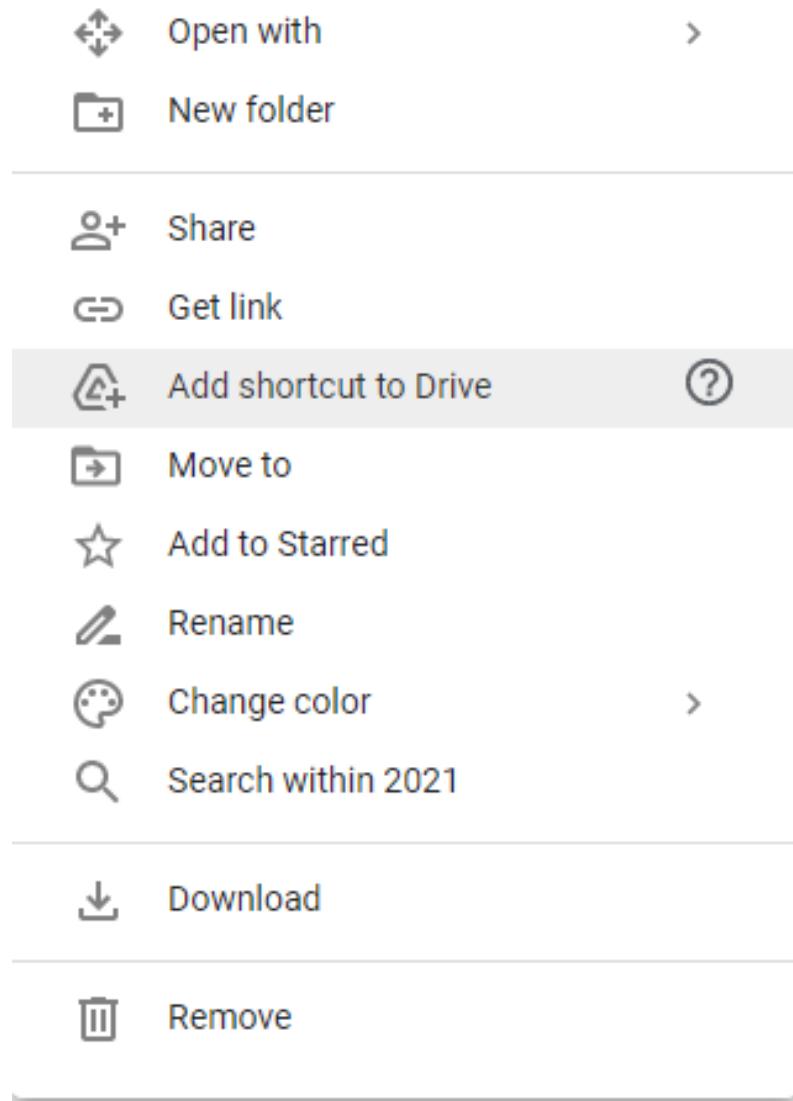


YÊU CẦU 1: ĐỌC ẢNH VÀ HIỂN THỊ HISTOGRAM



Tổ chức thư mục

- Tạo shortcut thư mục môn học CS231.XXX.YYYY vào Drive của sinh viên



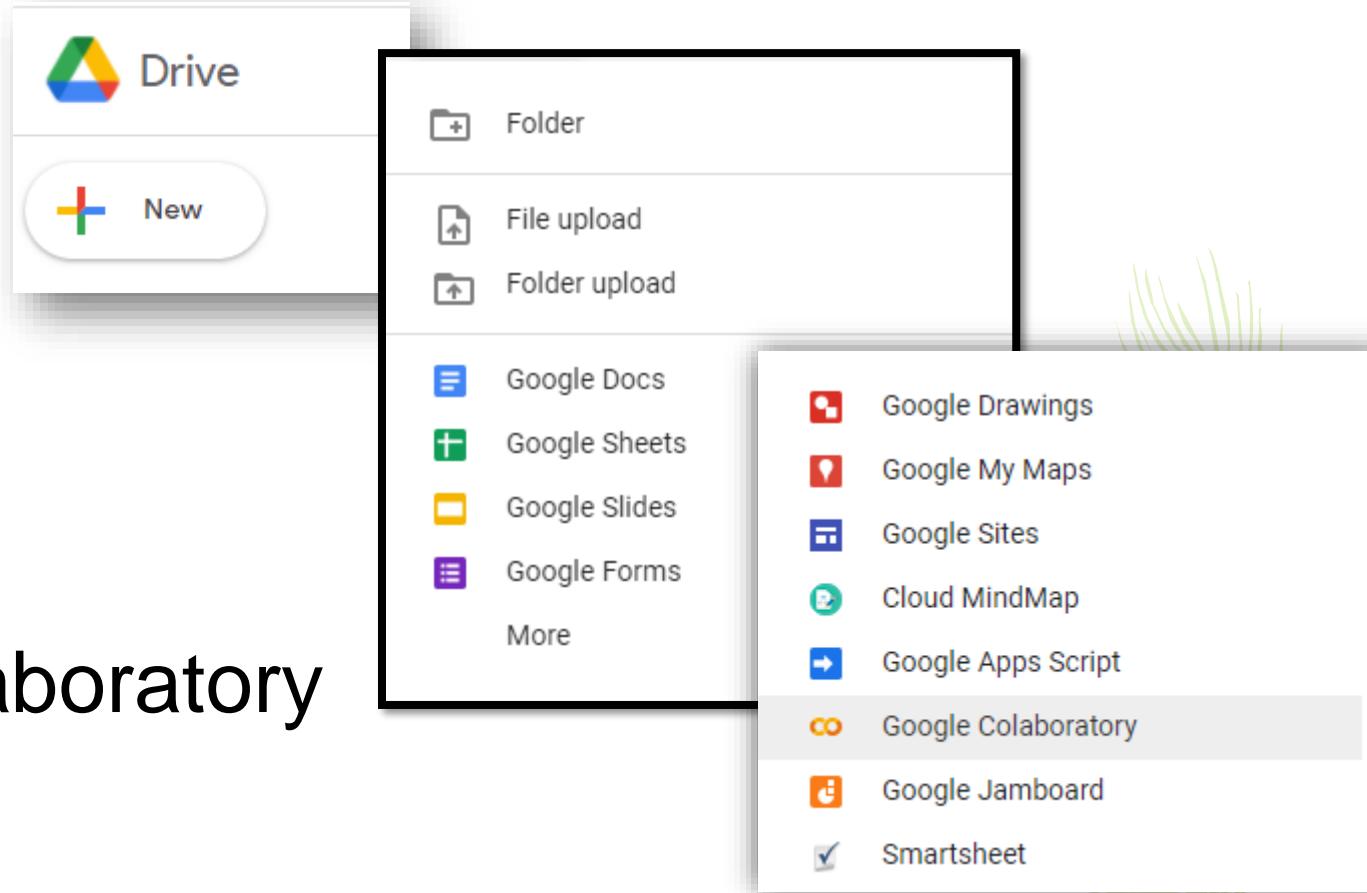
Tạo file lập trình trong Colab

1. Chọn thư mục bài tập tương ứng

2. Chọn New

3. Chọn More

4. Google Colaboratory



Mô tả thông tin cho chương trình

1. Đổi tên tập tin → mã số sinh viên



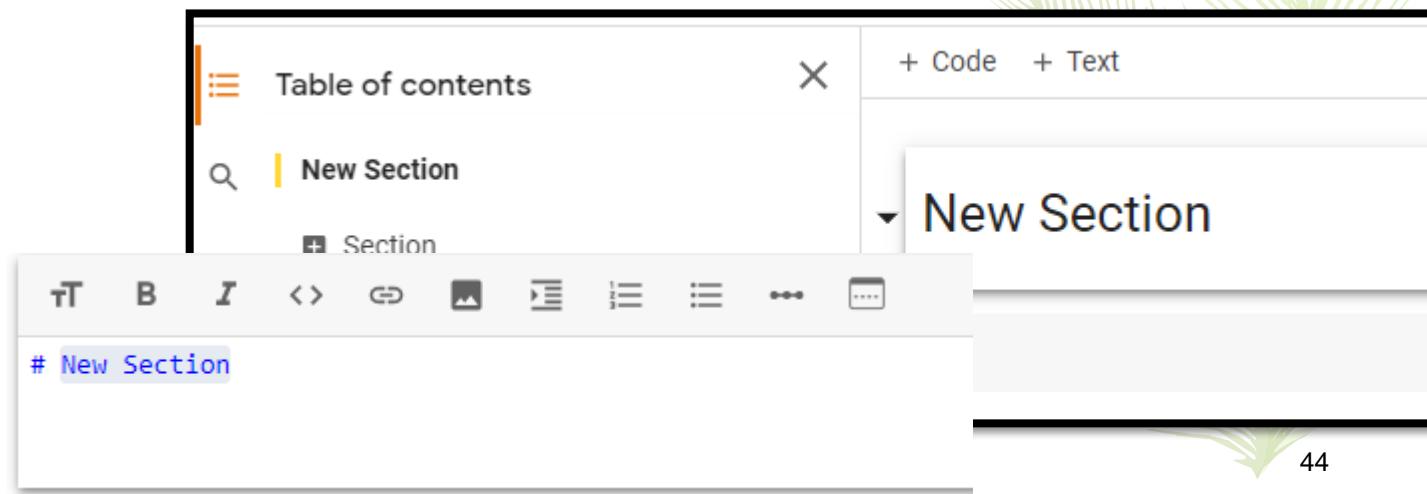
Tạo section

1. Một section gồm các lệnh, text,...

2. Đặt tên cho section

Bước 2: Thay đổi nội dung

Bước 1: Chọn



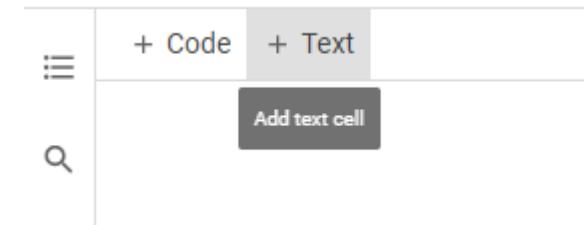
The screenshot shows a software interface for creating sections. On the left, there's a toolbar with icons for bold, italic, and other text styles, along with buttons for 'Code' and 'Text'. Below the toolbar is a search bar and a 'Table of contents' button. In the center, a modal window titled 'New Section' is open, showing a dropdown menu with 'New Section' selected. The main workspace below has a header '# New Section'. A preview pane on the right shows the text 'New Section'.

Mô tả thông tin cho chương trình

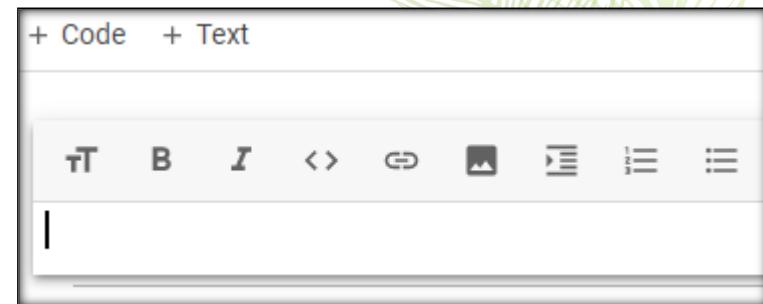
Section: Thông tin

1. MSSV:
2. Họ tên:.....
3. Bài tập:.....
4. Ngày thực hiện:.....

Bước 1: Chọn



Bước 2: Nhập thông tin



Section kết nối đến google drive

- 1

- Kết nối đến goolge drive



```
from google.colab import drive  
drive.mount('/gdrive')
```

- 2

from google.colab import drive
Run cell (Ctrl+Enter)
cell has not been executed in this session

- 3

from google.colab import drive
drive.mount('/gdrive')
... Go to this URL in a browser: <https://accounts.google.com/o/oauth2/auth?cli>
Enter your authorization code:

Đặt các đường dẫn cho bài tập

- Khai báp đường dẫn đến môn học CS231.**XXX.YYYY**:

```
import os
```

```
dir_monhoc = '/gdrive/MyDrive/CS231.XXX.YYYY'
```

- Khai báo các đường dẫn đến bài tập:

```
dir_baitap = os.path.join(dir_monhoc, 'Baitap', 'Baitap1')  
dir_images = os.path.join(dir_baitap, 'images')
```

Đọc và hiển thị ảnh

% Khai báo sử dụng thư viện cv

```
import cv2 as cv
```

% Đọc ảnh lena.jpg và chuyển thành ảnh xám

```
path_filename = os.path.join(dir_images, 'lena.jpg')  
img = cv.imread(path_filename, 0)
```

% Hiển thị ảnh

```
from google.colab.patches import cv2_imshow  
  
cv2_imshow(img)
```



Tính và hiển thị histogram

```
% import numpy as np  
% hist = np.histogram(img.flatten(),256,[0,256])  
-----  
hist = cv.calcHist([img],[0],None,[256],[0,256])  
import matplotlib.pyplot as plt  
plt.plot(hist)  
plt.xlim([0,256])  
plt.legend(['histogram'],loc = 'upper left')  
plt.show()
```

Yêu cầu 2

- Đọc 2 ảnh
- Tính khoảng cách euclidean giữa 2 ảnh: sử dụng thư viện của scipy
- Tính sự tương đồng theo cosin giữa 2 ảnh.

2 cặp ảnh:

< image_0814.jpg, image_0816.jpg>

< image_0814.jpg, image_1248.jpg>



Tính histogram cho ảnh

```
#Hàm tính histogram
```

```
def TinhHist(pathfilename):  
    img = cv.imread(pathfilename, 0)  
    hist = cv.calcHist([img], [0], None,  
                      [256], [0, 256])  
    size = img.shape[0]*img.shape[1]  
    hist = hist / size  
    return hist
```

WHY HISTOGRAM ?

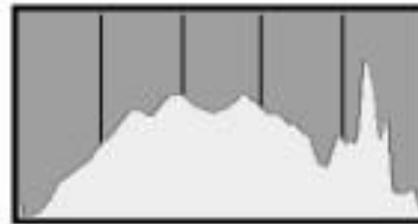


Why histogram ?

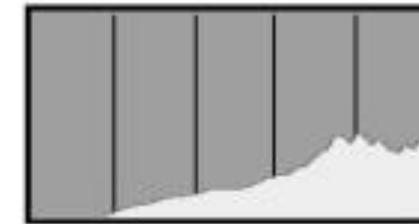
- By looking at an image and its histogram, you can check the exposure level and the overall gradation in the image.
-



Dark image



Normal brightness

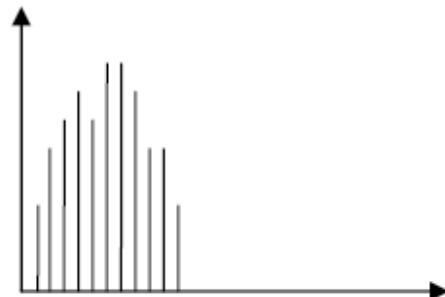


Bright image

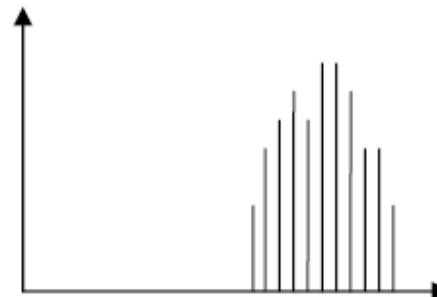
<https://vn.canon/vi/support/8200098700>

Why histogram ?

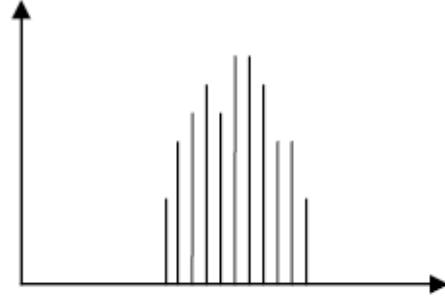
- Lưu ý: Độ thị cột của $p(m)$, $\forall m$ cho ta biết tính chất toàn cục của ảnh. Tính chất này có thể được sử dụng để nâng cao độ tương phản.
- Ví dụ:



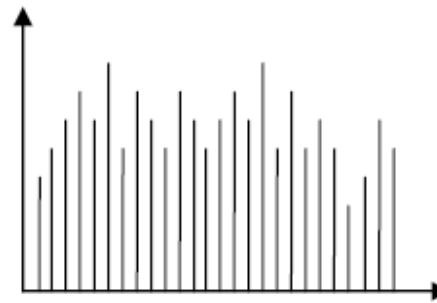
Ảnh bị tối



Ảnh dư sáng



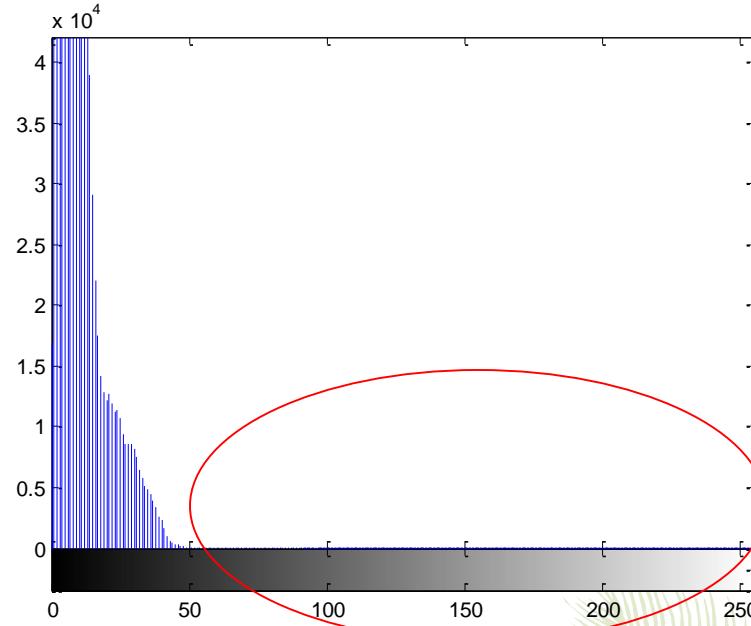
Ảnh có độ tương phản thấp



Ảnh có độ tương phản tốt



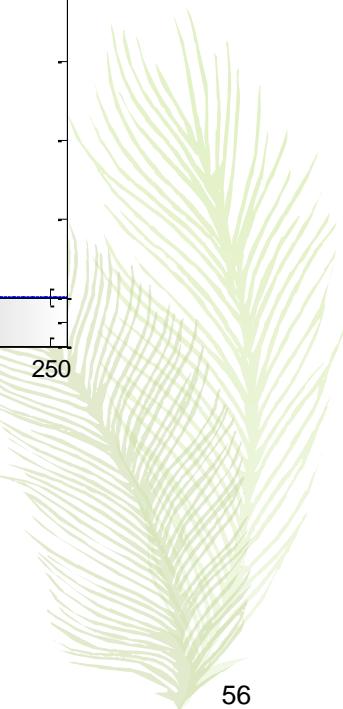
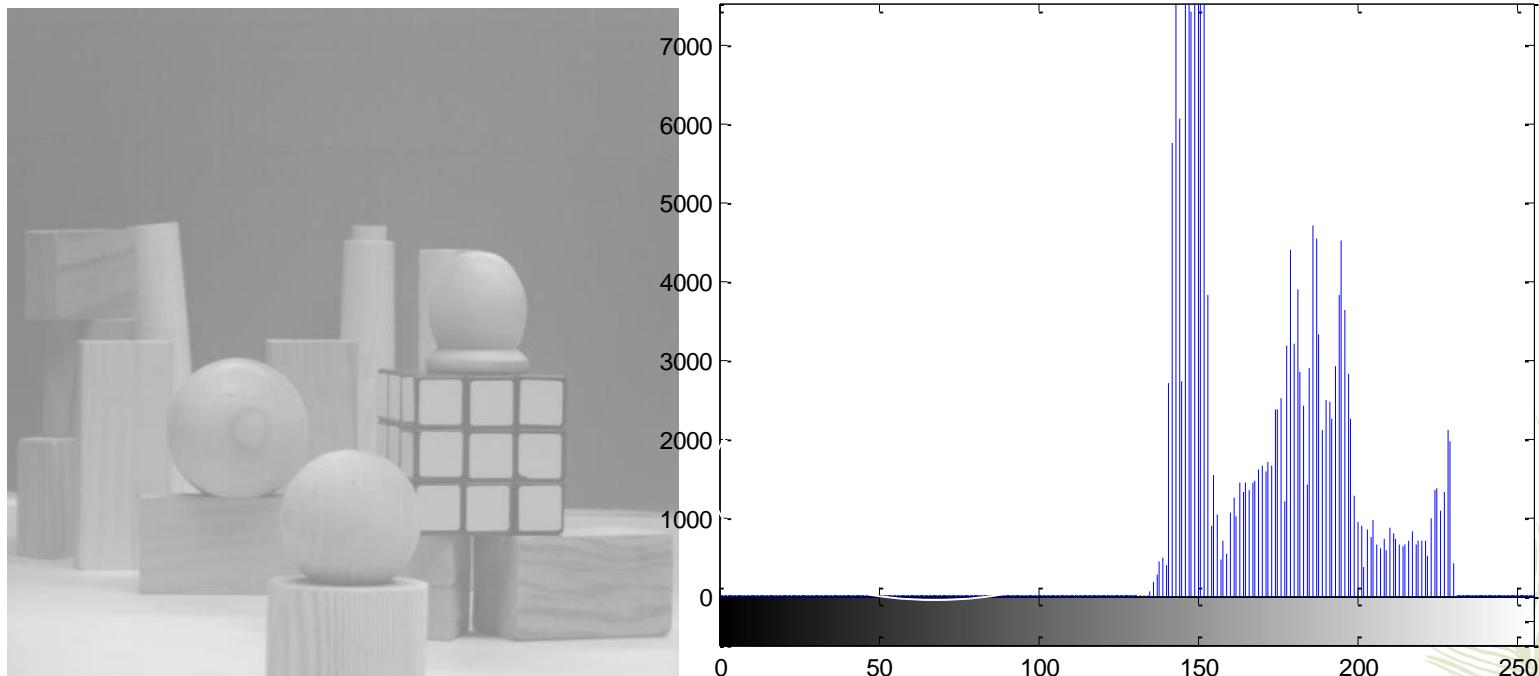
Why Histogram?



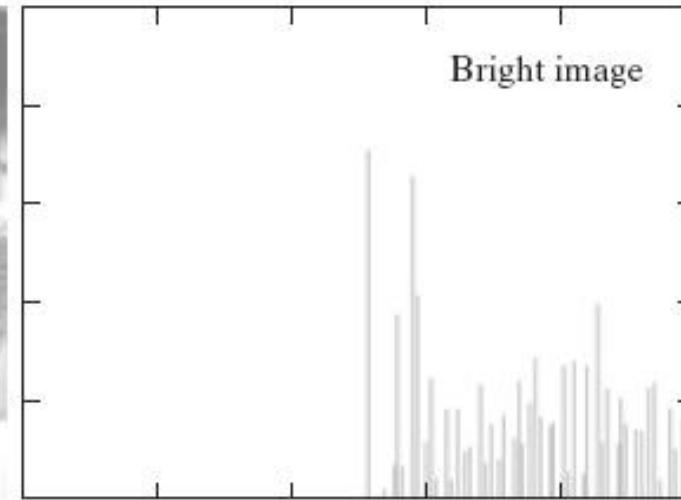
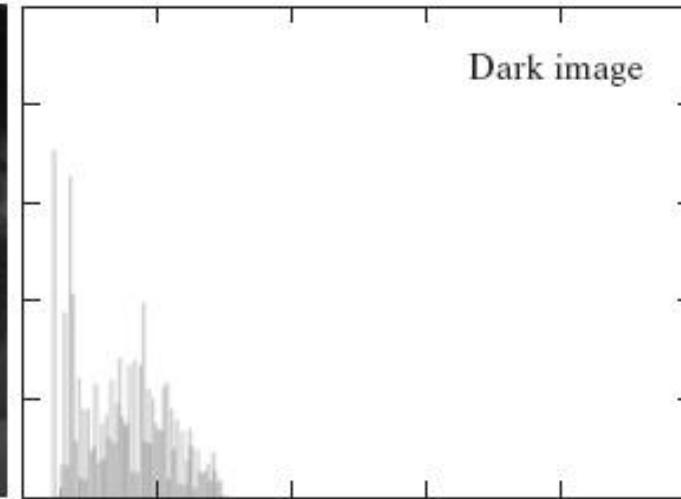
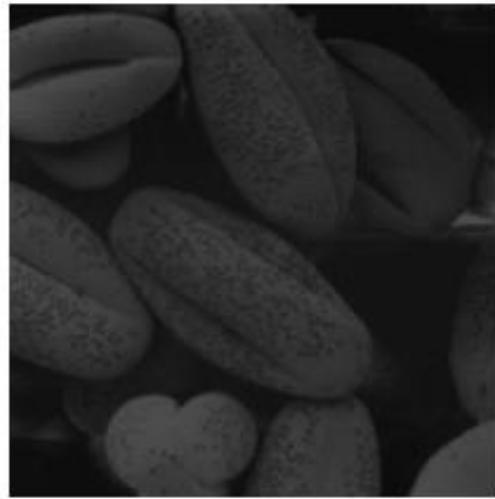
It is a baby in the cradle!

Histogram information reveals that image is under-exposed

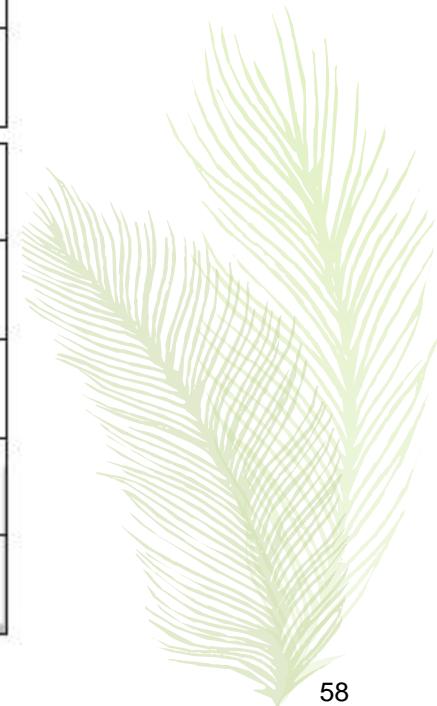
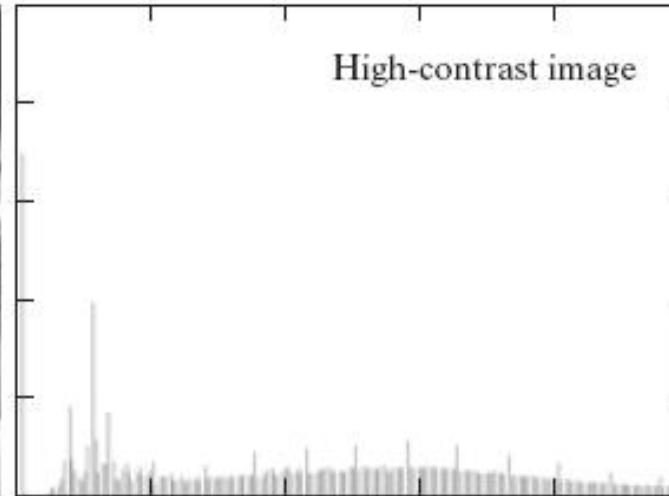
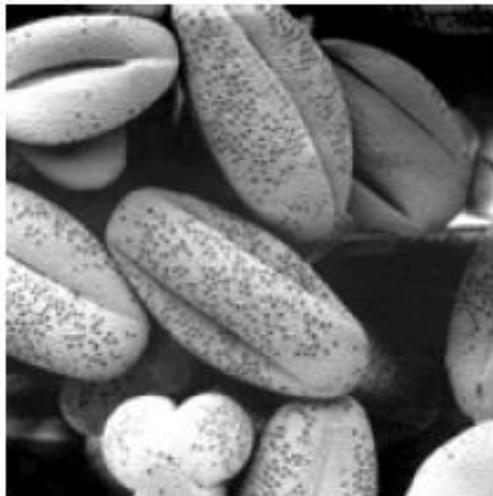
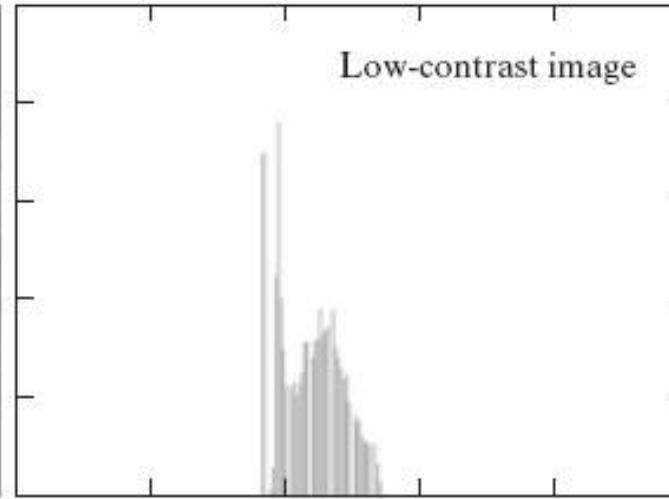
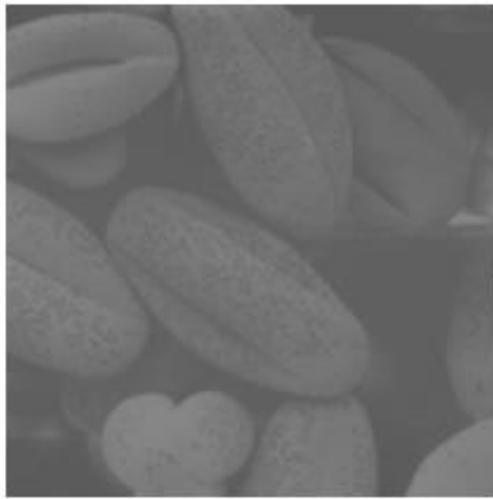
Another Example



Tính histogram không chuẩn hóa (3)



Tính histogram không chuẩn hóa (4)

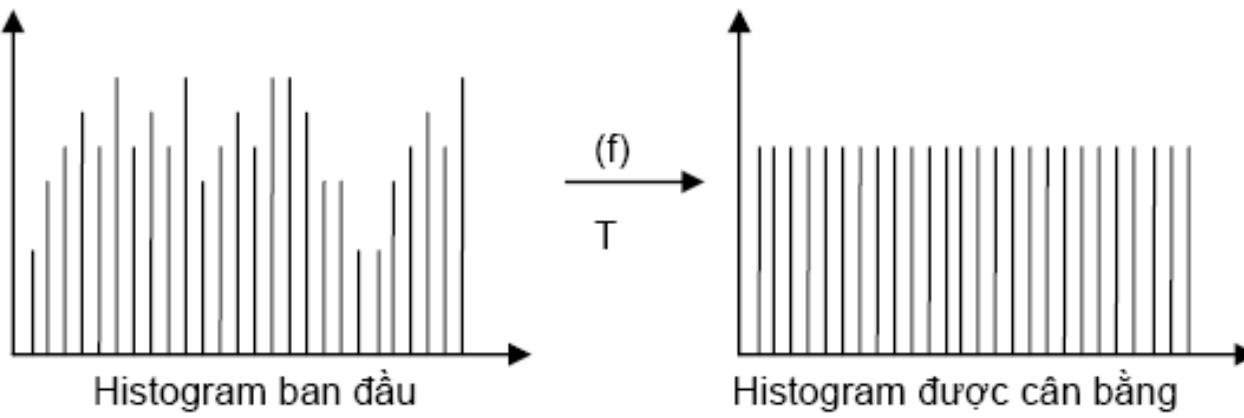


HISTOGRAM EQUALIZATION



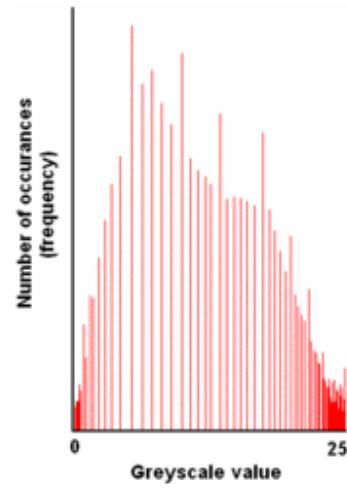
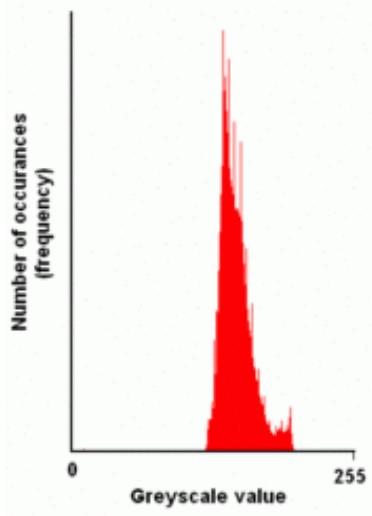
Cân bằng histogram (1)

- Phương pháp cân bằng histogram sẽ làm cho ảnh đích có 1 histogram phẳng, khi đó mọi mức xám trong ảnh đích có cùng xác suất xuất hiện như sau.

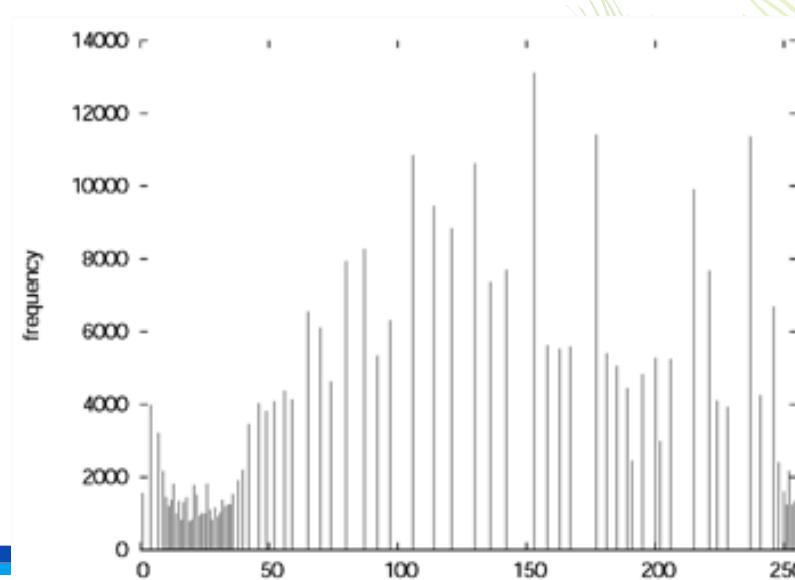
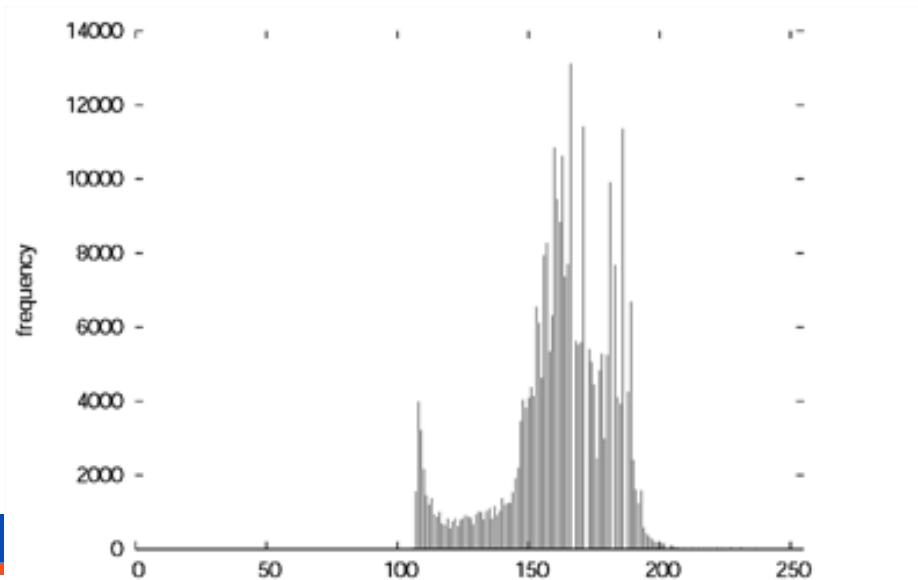


- Nhận xét: Cân bằng histogram là một thao tác điểm thông qua một hàm ánh xạ (bảng tra cứu)

Cân bằng histogram (2)



Cân bằng histogram (3)



Cân bằng histogram (4)

- Ý tưởng:
- Tìm một hàm biến đổi phi tuyến T :

$$d = T(s)$$

- để áp dụng lên từng pixel của ảnh $s(x,y)$ sao cho phân bố của các mức xám trong ảnh kết quả $d(x,y)$ là đồng nhất.



Cân bằng histogram (5)

Xác định hàm ánh xạ

- Một cách tổng quát, ta xét tín hiệu liên tục (analog), sau đó sẽ xét đến tín hiệu không liên tục (digital).
- + Gọi s là các mức xám trong ảnh cần được cải thiện. Giả thuyết rằng s liên tục và thuộc $[0,1]$ với:
 - $s=0$: màu đen (hoàn toàn)
 - $s=1$: màu trắng (hoàn toàn)
- + Gọi S : ảnh nguồn; $p_S(s)$: hàm mật độ xác suất của S
 D : ảnh đích; $p_D(d)$: hàm mật độ xác suất của D
 T : là hàm ánh xạ từ s sang d , ta có $T(s)=d$
- Để được histogram phẳng, ta có thể tìm hàm T sao cho
 $p_D(d)=1, \forall d \in [0,1]$



Cân bằng histogram (6)

- Xét hàm biến đổi sau:

$$d = T(s) = \int_0^s p_s(w) dw, \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (2)$$

Đây chính là hàm phân bố xác suất tích lũy của ảnh nguồn.

Ta sẽ chứng minh với T như trên thì $p_D(d) = 1, \forall d \in [0,1]$

- Từ lý thuyết xác suất, ta có:

$$p_D(d) = \left[p_s(s) \frac{ds}{dd} \right]_{s=T^{-1}(d)} \quad (3)$$

- Từ (2) lấy đạo hàm d theo s :

$$\frac{dd}{ds} = p_s(s) \Leftrightarrow \frac{ds}{dd} = \frac{1}{p_s(s)} \quad (4)$$

- Thay (4) vào (3) ta được:

$$p_D(d) = 1, \forall d \in [0,1] \quad (\text{đpcm})$$



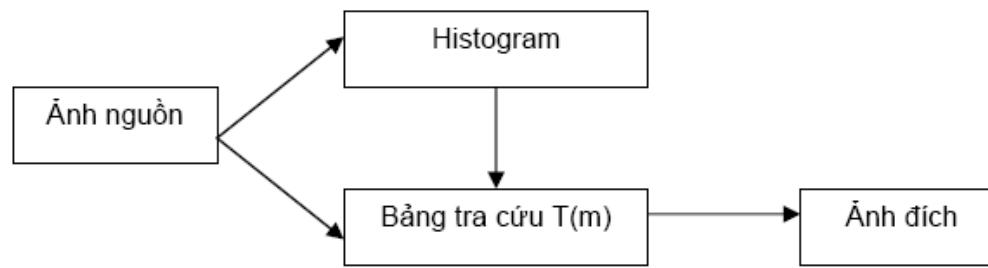
Cân bằng histogram (7)

Đối với tín hiệu rời rạc (không liên tục)

- Ta có: $p_0=n_0/n, p_1=n_1/n, \dots, p_{L-1}=n_{L-1}/n,$
- Đối với tín hiệu rời rạc (không liên tục), thì phép biến đổi $T(s)$ ở (2) có thể được viết lại:

$$T(k)=\sum_{i=0}^k P_i$$

- Lưu ý:
 - Do giá trị của $T(k) \in [0,1] \rightarrow$ cần phải chuẩn hóa lại giá trị $T(k)=T(k)*(L-1)$
 - Khi chuyển từ miền analog sang miền digital thì histogram của ảnh đích không thực sự phẳng do lỗi lượng hoá (quantization error).

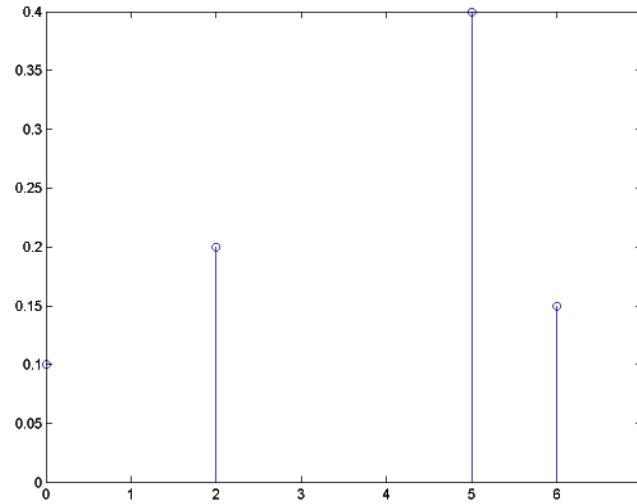
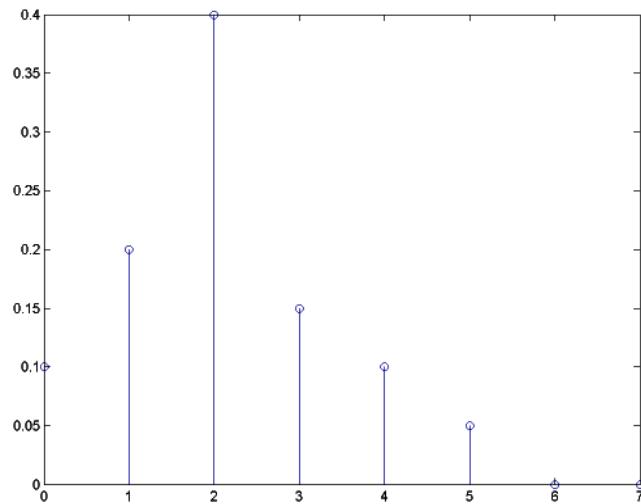


Cân bằng histogram (8)

– Ví dụ 1

– m	0	1	2	3	4	5	6	7	($L=8$)
– $p(m)$	0.1	0.2	0.4	0.15	0.1	0.05	0	0	
– $T(m)$	0.1	0.3	0.7	0.85	0.95	1.0	1.0	1.0	
– Chuẩn hóa	1	2	5	6	7	7	7	7	

$$T(m) = T(m) * (L-1)$$



Ví dụ 2

2	3	2	1	2
1	2	0	2	3
0	1	1	3	1
2	3	0	1	2
0	1	2	2	0

Sample Image

Pixel Value	Number of Pixels
0	5
1	7
2	9
3	4

Intensity distribution of the above image

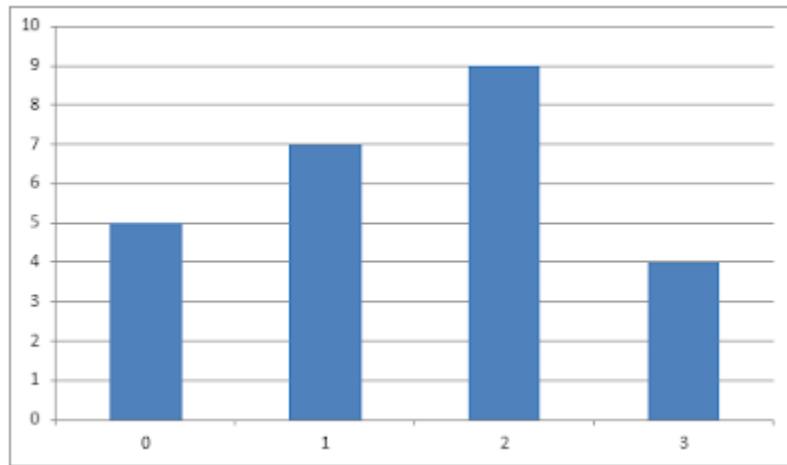
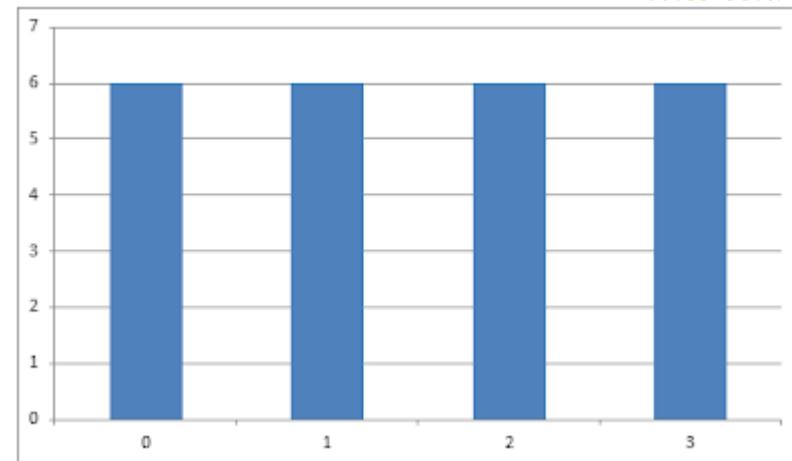


Image Histogram



Ideal histogram of the image after the equalization

Cân bằng histogram (9)

* Cài đặt:

```
Input: unsigned char* src;      // Ảnh nguồn
       int cols;                // Số cột
       int rows;                 // Số dòng
Output:unsigned char* dst;      // Ảnh đích
int hist[256]={0};
histogram(src,dst,cols,rows); //Tính histogram của ảnh nguồn
// Tính hàm biến đổi T(m)
int tolPix=cols*rows;
unsigned char cdfLut[256];
int i,sum=0;
for(i=0;i<256;i++)
{
    sum+= hist[i];
    cdfLut[i] = (unsigned char) ((sum*255)/tolPix);
}
// Cân bằng histogram bằng bảng tra cứu
table_lookup(src,dst,cdfLut,cols,rows);
```

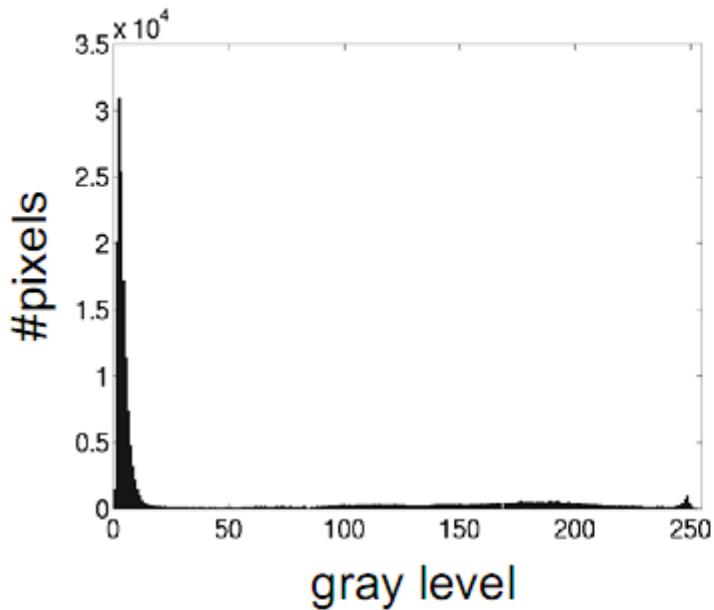


Cân bằng histogram (10)

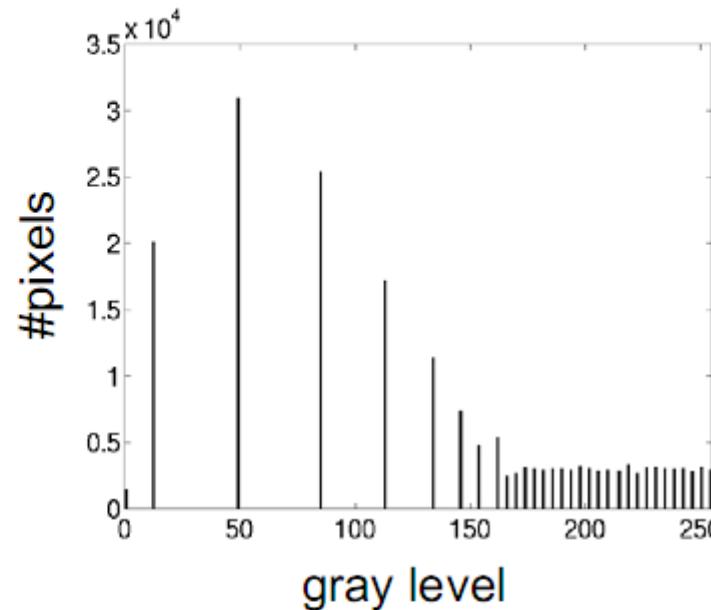
- Nhận xét: Cân bằng histogram là một thao tác điểm thông qua một hàm ánh xạ (bảng tra cứu)
- Lưu ý: Đối với ảnh mà phần nền hay phần đối tượng chiếm tỉ lệ đa số trong toàn bộ diện tích ảnh thì không nên dùng cân bằng histogram.

Cân bằng histogram (11)

Original image *Moon*



. . . after histogram equalization

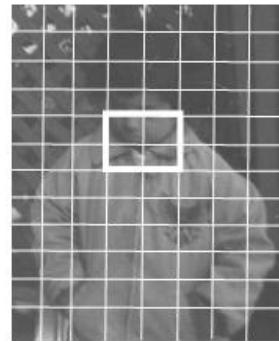


Adaptive Histogram Equalization

- Là thao tác cân bằng histogram trên các vùng nhỏ (được gọi là tiles) trong ảnh.
- Dùng để nâng cao độ tương phản của bộ ảnh.



Sliding window approach:
different histogram (and mapping)
for every pixel



Tiling approach:
subdivide into overlapping regions,
mitigate blocking effect by smooth blending
between neighboring tiles

- adaptive histogram equalization (CLAHE), được phát triển trong bài toán khuếch đại nhiễu.

Adaptive Histogram Equalization



Original

Global histogram

Tiling
8x8 histograms

Tiling
32x32 histograms



Original image *Tire*



Tire after
equalization of
global histogram



Tire after
adaptive histogram equalization
8x8 tiles



Yêu cầu 3

- Cân bằng histogram cho ảnh: baby.jpg
- Ref:
 - <https://ukdevguy.com/histogram-equalization-in-python/>
 - https://docs.opencv.org/3.4/d4/d1b/tutorial_histogr_am_equalization.html

