

Método de Crout

Sabemos que la factorización de Doolittle exige que la matriz L (de la factorización LU) que es triangular superior, tiene que tener 1 en la diagonal principal. Si aplicamos Doolittle a nuestra matriz A traspuesta, conseguiremos una factorización tipo

Crout $\text{transpose}(L.U) = \text{transpose}(U).\text{transpose}(L)$

→ `a: matrix(
[3,6,9],
[1,4,11],
[0,4,19]
);`

(a)
$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 1 & 4 & 11 \\ 0 & 4 & 19 \end{bmatrix}$$

→

→ `l: matrix(
[1,0,0],
[0,1,0],
[0,0,1]
);`

(l)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

→ `u:ident(3);`

(u)
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

→ `/·u:matrix([0,0,0],[0,0,0],[0,0,0]);·/`

(u)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

→ `b:matrix([1/2],[-2/3],[-3/4]);`

(b)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{2}{3} \\ -\frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

Una vez tenemos todos los datos de partida, procedemos a construir el algoritmo para encontrar una factorización tipo Doolittle (LU), con 1 en la diagonal de L.

→ `for i:1 thru matrix_size(a)[1] do`
 `(for j:i thru matrix_size(a)[1] do`
 `u[i][j]:a[i][j]-sum(l[i][k]*u[k][j],k,1,i-1),`
 `for h:i+1 thru matrix_size(a)[1] do`
 `l[h][i]:1/u[i][i]*(a[h][i]-sum(l[h][k]*u[k][i],k,1,i-1))`
 `done`

→ `l;`

(%o48) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

→ `u;`

(%o49) $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

→ `l.u;`

(%o50) $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 1 & 4 & 11 \\ 0 & 4 & 19 \end{bmatrix}$