

Examen de Geometría I

Primer curso del doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

19 de noviembre de 2019

Ejercicio 1: En el espacio vectorial \mathbb{R}^4 , se consideran los subconjuntos

$$U = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 + x_4 = 0, x_1 - 2x_3 + 2x_4 = 0\},$$

$$W = \mathcal{L}\{(1, 0, 1, 1), (1, 2, 1, 2)\}.$$

1. (1 punto) Demuestra que U es un subespacio vectorial de \mathbb{R}^4 .
2. (1 punto) Calcula una base \mathcal{B}_U de U .
3. (1 punto) Amplía la base \mathcal{B}_U a una base \mathcal{B} de \mathbb{R}^4 .
4. (1 punto) Calcula las coordenadas del vector $w = (3, -1, 1, 1)$ respecto de \mathcal{B} .
5. (1 punto) Calcula la dimensión de $U + W$. Comprueba si dicha suma es directa.
6. (1 punto) Calcula unas ecuaciones cartesianas de $U + W$.

Ejercicio 2: (4 puntos) Discute y resuelve, cuando sea posible, en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$ el siguiente sistema:

$$ax + y + z + t + u = 1$$

$$x + ay + z + t + u = 1$$

$$x + y + az + t + u = -1$$