

Cambio de variable continuo



Peso (kg)

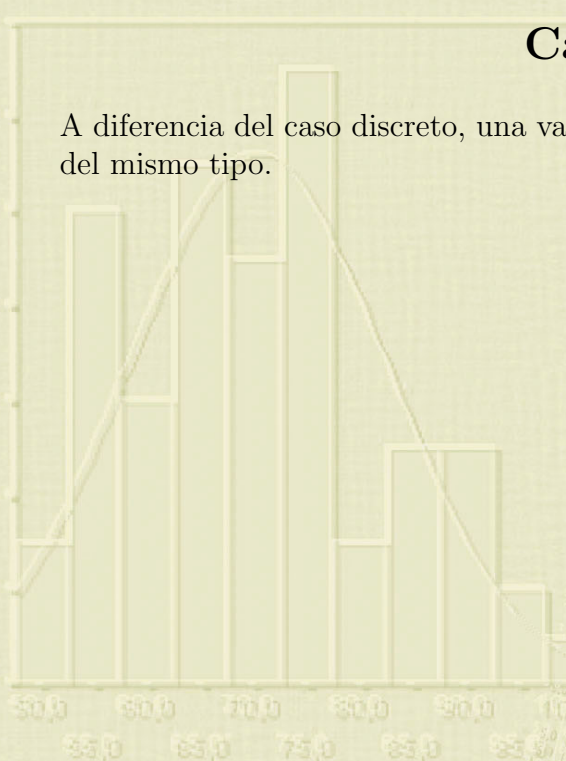
Probabilidad

(x)

TABLEAU DES PROBABILITES D'UNE VARIABLE ALÉATOIRE DE POISSON, P(X)													
$P(X=x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$													
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0905	0.0045	0.0002	0.0000								
0.2	0.8187	0.1647	0.0144	0.0011	0.0000								
0.3	0.7408	0.2225	0.0333	0.0023	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.2681	0.0546	0.0072	0.0005	0.0000							
0.5	0.6065	0.3073	0.0728	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.5488	0.3293	0.0898	0.0178	0.0036	0.0004	0.0000	0.0000					
0.7	0.4966	0.3476	0.1217	0.0249	0.0056	0.0007	0.0001	0.0000					
0.8	0.4493	0.3593	0.1448	0.0323	0.0077	0.0012	0.0001	0.0000					
0.9	0.4066	0.3659	0.1607	0.0404	0.0111	0.0026	0.0003	0.0000					
1.0	0.3679	0.3679	0.1835	0.0493	0.0153	0.0031	0.0005	0.0000					
1.1	0.3329	0.3662	0.2034	0.0578	0.0203	0.0043	0.0008						
1.2	0.3012	0.3614	0.2168	0.0665	0.0246	0.0052	0.0012						
1.3	0.2725	0.3493	0.2303	0.0768	0.0294	0.0064	0.0018						
1.4	0.2466	0.3422	0.2442	0.0878	0.0349	0.0080	0.0025						
1.5	0.2231	0.3347	0.2586	0.0993	0.0411	0.0095	0.0033						
1.6	0.2015	0.3266	0.2729	0.1118	0.0479	0.0111	0.0043						
1.7	0.1827	0.3186	0.2869	0.1258	0.0551	0.0126	0.0047	0.0004					
1.8	0.1663	0.3095	0.2996	0.1407	0.0626	0.0141	0.0051	0.0001					
1.9	0.1516	0.2992	0.3106	0.1567	0.0703	0.0156	0.0056	0.0001					
2.0	0.1388	0.2877	0.3206	0.1738	0.0783	0.0171	0.0061	0.0001					
2.1	0.1277	0.2755	0.3296	0.1918	0.0865	0.0186	0.0066	0.0001					
2.2	0.1181	0.2629	0.3378	0.2107	0.0949	0.0201	0.0071	0.0002					
2.3	0.1098	0.2501	0.3453	0.2294	0.1034	0.0216	0.0076	0.0002					
2.4	0.1026	0.2374	0.3521	0.2478	0.1118	0.0231	0.0081	0.0002					
2.5	0.0963	0.2249	0.3583	0.2659	0.1201	0.0246	0.0086	0.0002					
2.6	0.0908	0.2127	0.3641	0.2836	0.1283	0.0261	0.0091	0.0002					
2.7	0.0860	0.2008	0.3695	0.3009	0.1364	0.0276	0.0096	0.0002					
2.8	0.0818	0.1892	0.3746	0.3178	0.1444	0.0291	0.0101	0.0002					
2.9	0.0781	0.1780	0.3794	0.3343	0.1521	0.0306	0.0106	0.0002					
3.0	0.0748	0.1672	0.3838	0.3504	0.1596	0.0321	0.0111	0.0002					
3.1	0.0719	0.1568	0.3886	0.3661	0.1668	0.0336	0.0116	0.0002					
3.2	0.0693	0.1468	0.3929	0.3814	0.1738	0.0351	0.0121	0.0002					
3.3	0.0670	0.1372	0.3967	0.3963	0.1806	0.0366	0.0126	0.0002					
3.4	0.0649	0.1280	0.4000	0.4108	0.1871	0.0381	0.0131	0.0002					
3.5	0.0630	0.1192	0.4028	0.4249	0.1934	0.0396	0.0136	0.0002					
3.6	0.0612	0.1108	0.4051	0.4387	0.2000	0.0411	0.0141	0.0002					
3.7	0.0595	0.1028	0.4069	0.4521	0.2061	0.0426	0.0146	0.0002					
3.8	0.0579	0.0951	0.4083	0.4651	0.2118	0.0441	0.0151	0.0002					
3.9	0.0563	0.0877	0.4094	0.4778	0.2171	0.0456	0.0156	0.0002					
4.0	0.0548	0.0806	0.4102	0.4901	0.2221	0.0471	0.0161	0.0002					
4.1	0.0533	0.0738	0.4107	0.5019	0.2268	0.0486	0.0166	0.0002					
4.2	0.0519	0.0672	0.4110	0.5133	0.2312	0.0501	0.0171	0.0002					
4.3	0.0505	0.0608	0.4111	0.5244	0.2353	0.0516	0.0176	0.0002					
4.4	0.0492	0.0546	0.4110	0.5351	0.2391	0.0531	0.0181	0.0002					
4.5	0.0479	0.0486	0.4107	0.5455	0.2426	0.0546	0.0186	0.0002					
4.6	0.0467	0.0428	0.4102	0.5556	0.2459	0.0561	0.0191	0.0002					
4.7	0.0455	0.0372	0.4094	0.5654	0.2489	0.0576	0.0196	0.0002					
4.8	0.0443	0.0318	0.4083	0.5749	0.2516	0.0591	0.0201	0.0002					
4.9	0.0432	0.0266	0.4069	0.5841	0.2541	0.0606	0.0206	0.0002					
5.0	0.0421	0.0216	0.4051	0.5930	0.2563	0.0621	0.0211	0.0002					
5.1	0.0410	0.0168	0.4030	0.6016	0.2583	0.0636	0.0216	0.0002					
5.2	0.0400	0.0122	0.4007	0.6099	0.2600	0.0651	0.0221	0.0002					
5.3	0.0390	0.0078	0.3981	0.6179	0.2615	0.0666	0.0226	0.0002					
5.4	0.0380	0.0036	0.3952	0.6256	0.2628	0.0681	0.0231	0.0002					
5.5	0.0370	0.0016	0.3920	0.6329	0.2639	0.0696	0.0236	0.0002					
5.6	0.0360	0.0007	0.3885	0.6398	0.2648	0.0711	0.0241	0.0002					
5.7	0.0350	0.0003	0.3848	0.6463	0.2655	0.0726	0.0246	0.0002					
5.8	0.0340	0.0001	0.3809	0.6524	0.2660	0.0741	0.0251	0.0002					
5.9	0.0330	0.0000	0.3768	0.6581	0.2663	0.0756	0.0256	0.0002					
6.0	0.0320	0.0000	0.3725	0.6635	0.2664	0.0771	0.0261	0.0002					
6.1	0.0310	0.0000	0.3680	0.6686	0.2663	0.0786	0.0266	0.0002					
6.2	0.0300	0.0000	0.3633	0.6734	0.2660	0.0801	0.0271	0.0002					
6.3	0.0290	0.0000	0.3584	0.6779	0.2655	0.0816	0.0276	0.0002					
6.4	0.0280	0.0000	0.3533	0.6821	0.2648	0.0831	0.0281	0.0002					
6.5	0.0270	0.0000	0.3480	0.6861	0.2639	0.0846	0.0286	0.0002					
6.6	0.0260	0.0000	0.3425	0.6898	0.2628	0.0861	0.0291	0.0002					
6.7	0.0250	0.0000	0.3368	0.6933	0.2615	0.0876	0.0296	0.0002					
6.8	0.0240	0.0000	0.3309	0.6965	0.2600	0.0891	0.0301	0.0002					
6.9	0.0230	0.0000	0.3248	0.6994	0.2583	0.0906	0.0306	0.0002					
7.0	0.0220	0.0000	0.3185	0.7020	0.2563	0.0921	0.0311	0.0002					
7.1	0.0210	0.0000	0.3120	0.7043	0.2541	0.0936	0.0316	0.0002					
7.2	0.0200	0.0000	0.3053	0.7063	0.2516	0.0951	0.0321	0.0002					
7.3	0.0190	0.0000	0.2984	0.7080	0.2489	0.0966	0.0326	0.0002					
7.4	0.0180	0.0000	0.2913	0.7094	0.2459	0.0981	0.0331	0.0002					
7.5	0.0170	0.0000	0.2840	0.7105	0.2426	0.0996	0.0336	0.0002					
7.6	0.0160	0.0000	0.2765	0.7113	0.2391	0.1011	0.0341	0.0002					
7.7	0.0150	0.0000	0.2688	0.7118	0.2353	0.1026	0.0346	0.0002					
7.8	0.0140	0.0000	0.2609	0.7120	0.2312	0.1041	0.0351	0.0002					
7.9	0.0130	0.0000	0.2528	0.7119	0.2268	0.1056	0.0356	0.0002					
8.0	0.0120	0.0000	0.2445	0.7115	0.2221	0.1071	0.0361	0.0002					
8.1	0.0110	0.0000	0.2360	0.7108	0.2171	0.1086	0.0366	0.0002					
8.2	0.0100	0.0000	0.2273	0.7098	0.2118	0.1101	0.0371	0.0002					
8.3	0.0090	0.0000	0.2184	0.7085	0.2061	0.1116	0.0376	0.0002					
8.4	0.0080	0.0000	0.2093	0.7069	0.2000	0.1131	0.0381	0.0002					
8.5	0.0070	0.0000	0.2000	0.7050	0.1934	0.1146	0.0386	0.0002					
8.6	0.0060	0.0000	0.1905	0.7028	0.1871	0.1161	0.0391	0.0002					
8.7	0.0050	0.0000	0.1808	0.6999	0.1806	0.1176	0.0396	0.0002					
8.8	0.0040	0.0000	0.1709	0.6965	0.1738	0.1191	0.0401	0.0002					
8.9	0.0030	0.0000	0.1608	0.6928	0.1668	0.1206	0.0406	0.0002					
9.0	0.0020	0.0000	0.1505	0.6887	0.1596	0.1221	0.0411	0.0002					
9.1	0.0010	0.0000	0.1400	0.6843	0.1521	0.1236	0.0416	0.0002					
9.2	0.0000	0.0000	0.1293	0.6796	0.1444	0.1251	0.0421	0.0002					
9.3	0.0000	0.0000	0.1184	0.6746	0.1364	0.1266	0.0426	0.0002					
9.4	0.0000	0.0000	0.1073	0.6693	0.1283	0.1281	0.0431	0.0002					
9.5	0.0000	0.0000	0.0960	0.6637	0.1201	0.1296	0.0436	0.0002					
9.6	0.0000	0.0000	0.0845	0.6578	0.1118	0.1311	0.0441	0.0002					
9.7	0.0000	0.0000	0.0728	0.6516	0.1034	0.1326	0.0446	0.0002					
9.8	0.0000	0.0000	0.0609	0.6451	0.0949	0.1341	0.0451	0.0002					
9.9	0.0000	0.0000	0.0488	0.6383	0.0865	0.1356	0.0456	0.0002					
10.0	0.0000	0.0000	0.0365	0.6312	0.0783	0.1371	0.0461	0.0002					

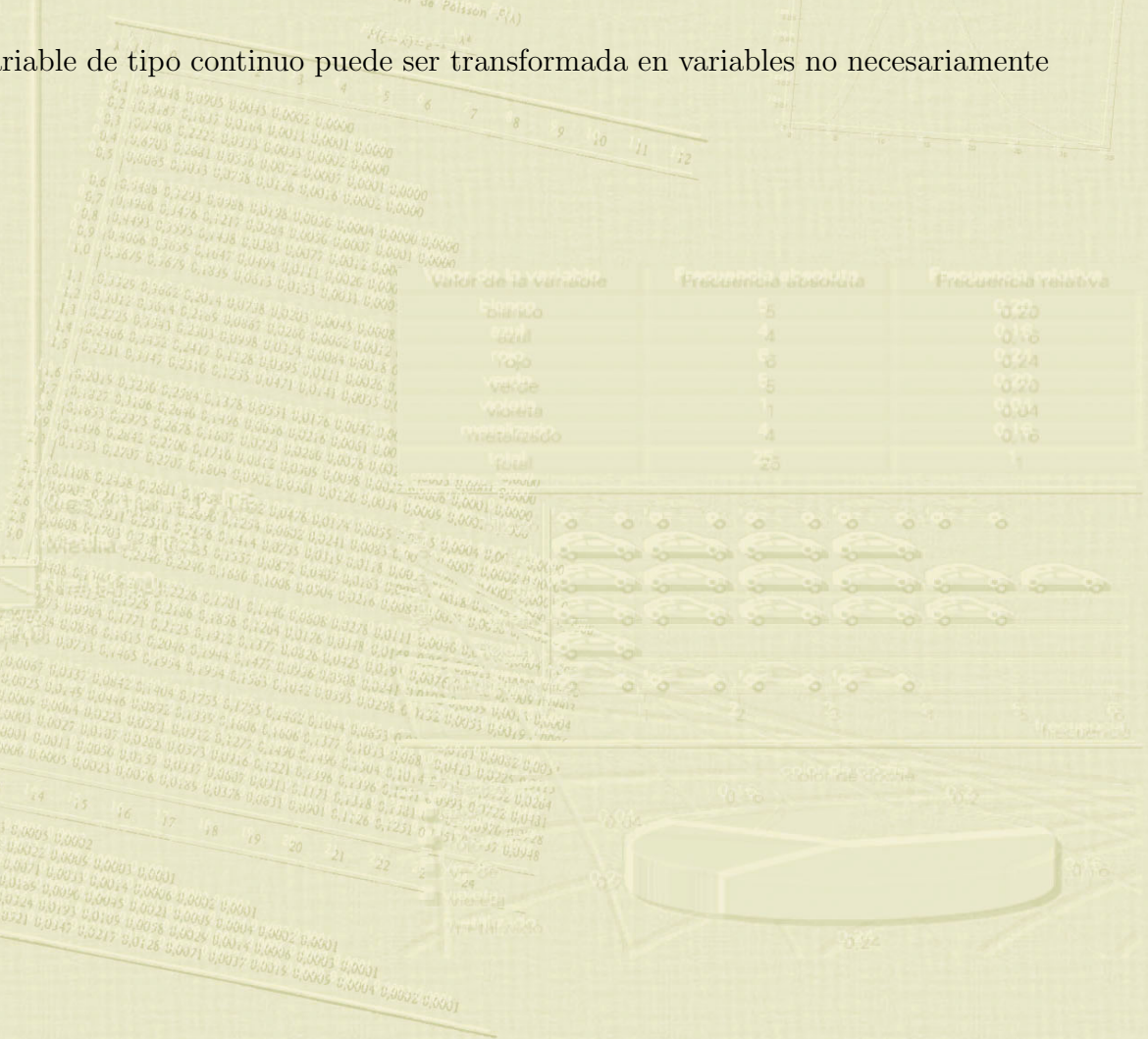
Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.



Peso (kg)

Probabilidad



Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.

Ejemplo 1: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad -1 < x < 1.$$

Vamos a analizar distintas transformaciones de esta variable, que toma valores en $(-1, 1)$.

Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
negro	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	18	1

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
f(x)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.

Ejemplo 1: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad -1 < x < 1.$$

Vamos a analizar distintas transformaciones de esta variable, que toma valores en $(-1, 1)$.

a) $Y_1 = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$

Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.

Ejemplo 1: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad -1 < x < 1.$$

Vamos a analizar distintas transformaciones de esta variable, que toma valores en $(-1, 1)$.

$$a) Y_1 = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

Ya que Y_1 sólo toma los valores 0 y 1, es una variable de tipo discreto y su distribución está determinada por su función masa de probabilidad, que calculamos a continuación:

Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.

Ejemplo 1: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad -1 < x < 1.$$

Vamos a analizar distintas transformaciones de esta variable, que toma valores en $(-1, 1)$.

$$a) Y_1 = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

Ya que Y_1 sólo toma los valores 0 y 1, es una variable de tipo discreto y su distribución está determinada por su función masa de probabilidad, que calculamos a continuación:

$$\blacksquare P(Y_1 = 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$$

Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.

Ejemplo 1: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad -1 < x < 1.$$

Vamos a analizar distintas transformaciones de esta variable, que toma valores en $(-1, 1)$.

$$a) Y_1 = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

Ya que Y_1 sólo toma los valores 0 y 1, es una variable de tipo discreto y su distribución está determinada por su función masa de probabilidad, que calculamos a continuación:

$$\blacksquare P(Y_1 = 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$$

$$\blacksquare P(Y_1 = 1) = P(X \geq 0) = 1 - P(X < 0) = \frac{1}{2}.$$

Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.

Ejemplo 1: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad -1 < x < 1.$$

Vamos a analizar distintas transformaciones de esta variable, que toma valores en $(-1, 1)$.

$$a) Y_1 = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

Ya que Y_1 sólo toma los valores 0 y 1, es una variable de tipo discreto y su distribución está determinada por su función masa de probabilidad, que calculamos a continuación:

$$\blacksquare P(Y_1 = 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$$

$$\blacksquare P(Y_1 = 1) = P(X \geq 0) = 1 - P(X < 0) = \frac{1}{2}.$$

$$b) Y_2 = |X|.$$

Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.

Ejemplo 1: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad -1 < x < 1.$$

Vamos a analizar distintas transformaciones de esta variable, que toma valores en $(-1, 1)$.

$$a) Y_1 = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

Ya que Y_1 sólo toma los valores 0 y 1, es una variable de tipo discreto y su distribución está determinada por su función masa de probabilidad, que calculamos a continuación:

$$\blacksquare P(Y_1 = 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$$

$$\blacksquare P(Y_1 = 1) = P(X \geq 0) = 1 - P(X < 0) = \frac{1}{2}.$$

$$b) Y_2 = |X|.$$

Esta variable toma valores en el intervalo $[0, 1)$ y, por lo tanto, no es de tipo discreto. Analicemos su función de distribución, $F_{Y_2}(y) = P(Y_2 \leq y)$:

Cambio de variable continuo

A diferencia del caso discreto, una variable de tipo continuo puede ser transformada en variables no necesariamente del mismo tipo.

Ejemplo 1: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad -1 < x < 1.$$

Vamos a analizar distintas transformaciones de esta variable, que toma valores en $(-1, 1)$.

$$a) Y_1 = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

Ya que Y_1 sólo toma los valores 0 y 1, es una variable de tipo discreto y su distribución está determinada por su función masa de probabilidad, que calculamos a continuación:

$$\blacksquare P(Y_1 = 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$$

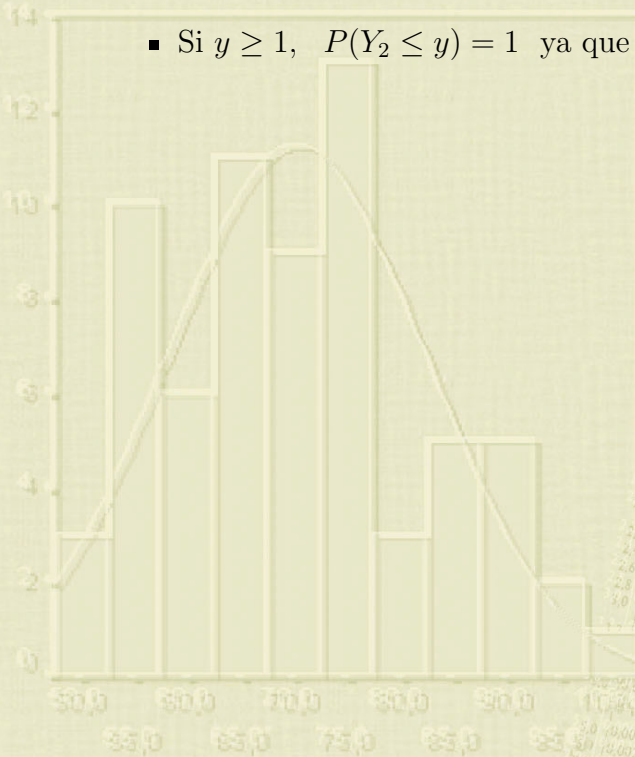
$$\blacksquare P(Y_1 = 1) = P(X \geq 0) = 1 - P(X < 0) = \frac{1}{2}.$$

$$b) Y_2 = |X|.$$

Esta variable toma valores en el intervalo $[0, 1)$ y, por lo tanto, no es de tipo discreto. Analicemos su función de distribución, $F_{Y_2}(y) = P(Y_2 \leq y)$:

- Si $y < 0$, $P(Y_2 \leq y) = 0$ ya que Y_2 no toma valores negativos.

- Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.



$P(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0905	0.0045	0.0002	0.0000								
0.2	0.8187	0.1613	0.0164	0.0011	0.0000								
0.3	0.7408	0.2222	0.0333	0.0033	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.2681	0.0536	0.0072	0.0007	0.0000							
0.5	0.6065	0.3033	0.0728	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.5488	0.3293	0.0928	0.0178	0.0036	0.0004	0.0000	0.0000					
0.7	0.4966	0.3476	0.1217	0.0269	0.0056	0.0007	0.0001	0.0000	0.0000				
0.8	0.4493	0.3595	0.1478	0.0393	0.0077	0.0012	0.0001	0.0000					
0.9	0.4066	0.3655	0.1647	0.0494	0.0111	0.0026	0.0001	0.0000					
1.0	0.3679	0.3679	0.1835	0.0613	0.0153	0.0031	0.0001	0.0000					
1.1	0.3329	0.3662	0.2034	0.0778	0.0203	0.0043	0.0008						
1.2	0.3012	0.3614	0.2165	0.0947	0.0260	0.0052	0.0012						
1.3	0.2725	0.3493	0.2303	0.0998	0.0324	0.0064	0.0018						
1.4	0.2466	0.3422	0.2442	0.1228	0.0395	0.0111	0.0026						
1.5	0.2231	0.3347	0.2516	0.1235	0.0471	0.0141	0.0035						
1.6	0.2015	0.3236	0.2569	0.1378	0.0551	0.0176	0.0047	0.001					
1.7	0.1827	0.3106	0.2606	0.1498	0.0636	0.0218	0.0061	0.001					
1.8	0.1663	0.2975	0.2626	0.1598	0.0723	0.0266	0.0078	0.001					
1.9	0.1516	0.2842	0.2706	0.1718	0.0812	0.0306	0.0098	0.0012	0.0000	0.0000			
2.0	0.1393	0.2707	0.2767	0.1864	0.0902	0.0361	0.0126	0.0014	0.0005	0.0001	0.0000		
2.1	0.1108	0.2438	0.2631	0.1928	0.1026	0.0476	0.0174	0.0055	0.0015	0.0004	0.0001	0.0000	
2.2	0.0909	0.2174	0.2464	0.1929	0.1129	0.0602	0.0241	0.0083	0.0027	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000
2.3	0.0763	0.1931	0.2266	0.1879	0.1229	0.0682	0.0319	0.0118	0.0039	0.0012	0.0004	0.0001	0.0000
2.4	0.0668	0.1703	0.2036	0.1776	0.1314	0.0773	0.0419	0.0168	0.0057	0.0019	0.0006	0.0002	0.0001
2.5	0.0608	0.1494	0.1823	0.1637	0.1387	0.0872	0.0507	0.0213	0.0081	0.0028	0.0010	0.0004	0.0001
2.6	0.0567	0.1307	0.1626	0.1478	0.1446	0.0986	0.0608	0.0278	0.0111	0.0036	0.0013	0.0005	0.0001
2.7	0.0532	0.1139	0.1455	0.1306	0.1506	0.1176	0.0718	0.0360	0.0140	0.0046	0.0017	0.0007	0.0002
2.8	0.0503	0.1000	0.1306	0.1123	0.1553	0.1342	0.0836	0.0468	0.0174	0.0057	0.0021	0.0009	0.0003
2.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1



k	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0.0	0.0003	0.0005	0.0002															
0.0	0.0022	0.0022	0.0005	0.0001	0.0001													
0.0	0.0143	0.0071	0.0033	0.0014	0.0006	0.0002	0.0001											
0.0	0.0026	0.0129	0.0036	0.0015	0.0021	0.0005	0.0004	0.0002	0.0001									
0.0	0.0004	0.0024	0.0019	0.0015	0.0028	0.0026	0.0014	0.0008	0.0003	0.0001								
0.0	0.0024	0.0021	0.0147	0.0217	0.0128	0.0071	0.0037	0.0015	0.0008	0.0004	0.0002	0.0001						

Peso (kg)

Probabilidad

■ Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_2 \leq y) = P(|X| \leq y) = P(-y \leq X \leq y) = \int_{-y}^y \frac{1}{2} dx = y$.

Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco

5

0.20

rojo

4

0.16

verde

5

0.20

violeta

1

0.04

total

25

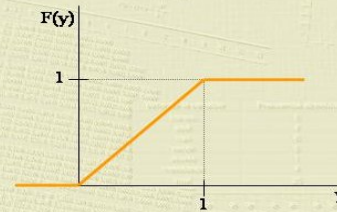
1

■ Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_2 \leq y) = P(|X| \leq y) = P(-y \leq X \leq y) = \int_{-y}^y \frac{1}{2} dx = y$.

Así, la función de distribución es

$$F_{Y_2}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, 0] \\ y & y \in [0, 1] \\ 1 & y \in (1, +\infty) \end{cases}$$

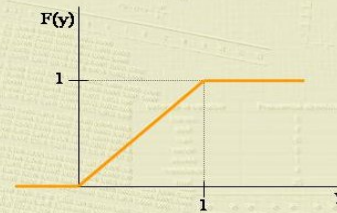


■ Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_2 \leq y) = P(|X| \leq y) = P(-y \leq X \leq y) = \int_{-y}^y \frac{1}{2} dx = y$.

Así, la función de distribución es

$$F_{Y_2}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, 0] \\ y & y \in [0, 1] \\ 1 & y \in (1, +\infty) \end{cases}$$



y, por lo tanto, Y_2 es una variable de tipo continuo, con función de densidad

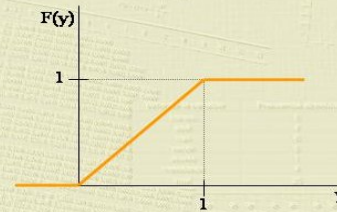
$$f_{Y_2}(y) = 1, \quad 0 < y < 1.$$

■ Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_2 \leq y) = P(|X| \leq y) = P(-y \leq X \leq y) = \int_{-y}^y \frac{1}{2} dx = y$.

Así, la función de distribución es

$$F_{Y_2}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, 0] \\ y & y \in [0, 1] \\ 1 & y \in (1, +\infty) \end{cases}$$



y, por lo tanto, Y_2 es una variable de tipo continuo, con función de densidad

$$f_{Y_2}(y) = 1, \quad 0 < y < 1.$$

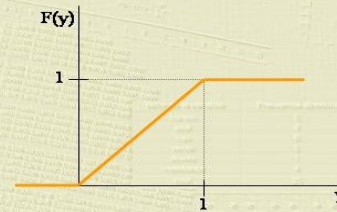
$$c) Y_3 = \begin{cases} X & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

■ Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_2 \leq y) = P(|X| \leq y) = P(-y \leq X \leq y) = \int_{-y}^y \frac{1}{2} dx = y$.

Así, la función de distribución es

$$F_{Y_2}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, 0] \\ y & y \in [0, 1] \\ 1 & y \in (1, +\infty) \end{cases}$$



y, por lo tanto, Y_2 es una variable de tipo continuo, con función de densidad

$$f_{Y_2}(y) = 1, \quad 0 < y < 1.$$

$$c) Y_3 = \begin{cases} X & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

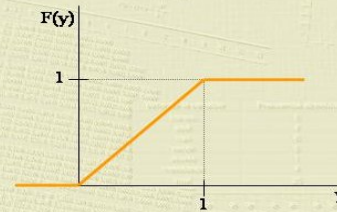
La variable Y_3 toma valores en el conjunto $(-1, 0) \cup \{1\}$. Calculamos su función de distribución:

■ Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_2 \leq y) = P(|X| \leq y) = P(-y \leq X \leq y) = \int_{-y}^y \frac{1}{2} dx = y$.

Así, la función de distribución es

$$F_{Y_2}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, 0] \\ y & y \in [0, 1] \\ 1 & y \in (1, +\infty) \end{cases}$$



y, por lo tanto, Y_2 es una variable de tipo continuo, con función de densidad

$$f_{Y_2}(y) = 1, \quad 0 < y < 1.$$

$$c) Y_3 = \begin{cases} X & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

La variable Y_3 toma valores en el conjunto $(-1, 0) \cup \{1\}$. Calculamos su función de distribución:

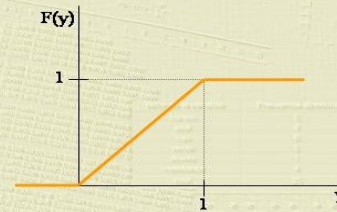
■ Si $y < -1$, $P(Y_3 \leq y) = 0$ ya que el mínimo valor de Y_3 es -1 .

■ Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_2 \leq y) = P(|X| \leq y) = P(-y \leq X \leq y) = \int_{-y}^y \frac{1}{2} dx = y$.

Así, la función de distribución es

$$F_{Y_2}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, 0] \\ y & y \in [0, 1] \\ 1 & y \in (1, +\infty) \end{cases}$$



y, por lo tanto, Y_2 es una variable de tipo continuo, con función de densidad

$$f_{Y_2}(y) = 1, \quad 0 < y < 1.$$

$$c) Y_3 = \begin{cases} X & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

La variable Y_3 toma valores en el conjunto $(-1, 0) \cup \{1\}$. Calculamos su función de distribución:

■ Si $y < -1$, $P(Y_3 \leq y) = 0$ ya que el mínimo valor de Y_3 es -1 .

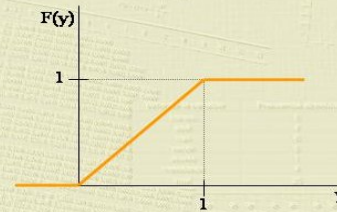
■ Si $y \geq 1$, $P(Y_3 \leq y) = 1$ ya que el máximo valor de Y_3 es 1.

■ Si $y \geq 1$, $P(Y_2 \leq y) = 1$ ya que Y_2 siempre toma valores menores o iguales que 1.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_2 \leq y) = P(|X| \leq y) = P(-y \leq X \leq y) = \int_{-y}^y \frac{1}{2} dx = y$.

Así, la función de distribución es

$$F_{Y_2}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, 0] \\ y & y \in [0, 1] \\ 1 & y \in (1, +\infty) \end{cases}$$



y, por lo tanto, Y_2 es una variable de tipo continuo, con función de densidad

$$f_{Y_2}(y) = 1, \quad 0 < y < 1.$$

$$c) Y_3 = \begin{cases} X & X < 0 \\ 1 & X \geq 0. \end{cases}$$

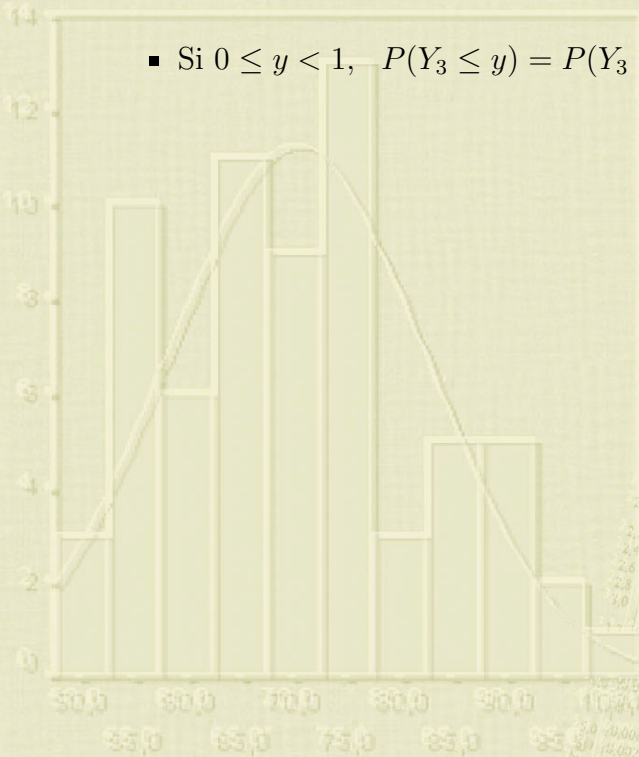
La variable Y_3 toma valores en el conjunto $(-1, 0) \cup \{1\}$. Calculamos su función de distribución:

■ Si $y < -1$, $P(Y_3 \leq y) = 0$ ya que el mínimo valor de Y_3 es -1 .

■ Si $y \geq 1$, $P(Y_3 \leq y) = 1$ ya que el máximo valor de Y_3 es 1.

■ Si $-1 \leq y < 0$, $P(Y_3 \leq y) = P(X \leq y) = \int_{-1}^y \frac{1}{2} dx = \frac{y+1}{2}$.

- Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_3 \leq y) = P(Y_3 \leq 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}$.



X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.0048	0.0703	0.0043	0.0002	0.0000								
0.2	0.0047	0.1632	0.0044	0.0011	0.0000								
0.3	0.0048	0.2222	0.0043	0.0003	0.0002	0.0000							
0.4	0.0043	0.2681	0.0038	0.0002	0.0000								
0.5	0.0003	0.0043	0.0038	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000						
0.6	0.0003	0.0043	0.0038	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000						
0.7	0.0003	0.0043	0.0038	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000						
0.8	0.0003	0.0043	0.0038	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000						
0.9	0.0003	0.0043	0.0038	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000						
1.0	0.0003	0.0043	0.0038	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000						

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1

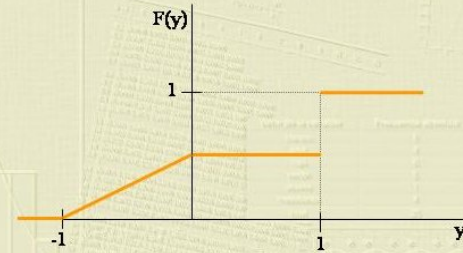
Peso (kg)

Probabilidad

- Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_3 \leq y) = P(Y_3 \leq 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}$.

Por lo tanto, la función de distribución es

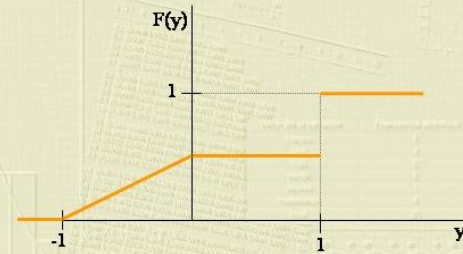
$$F_{Y_3}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, -1) \\ \frac{y+1}{2} & y \in [-1, 0) \\ \frac{1}{2} & y \in [0, 1) \\ 1 & y \in [1, +\infty) \end{cases}$$



- Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_3 \leq y) = P(Y_3 \leq 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}$.

Por lo tanto, la función de distribución es

$$F_{Y_3}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, -1) \\ \frac{y+1}{2} & y \in [-1, 0) \\ \frac{1}{2} & y \in [0, 1) \\ 1 & y \in [1, +\infty) \end{cases}$$

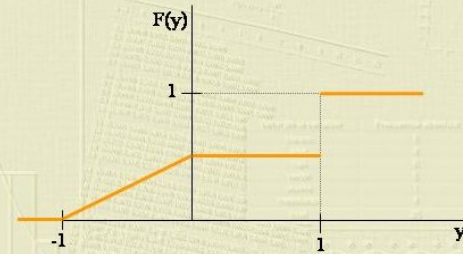


y observando que esta función tiene un punto de salto y, además, puntos de crecimiento que no son de salto, deducimos que la variable Y_3 es una **variable mixta**. ■

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_3 \leq y) = P(Y_3 \leq 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}$.

Por lo tanto, la función de distribución es

$$F_{Y_3}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, -1) \\ \frac{y+1}{2} & y \in [-1, 0) \\ \frac{1}{2} & y \in [0, 1) \\ 1 & y \in [1, +\infty) \end{cases}$$



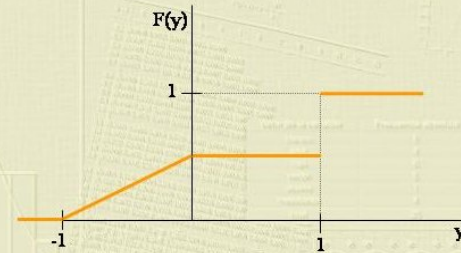
y observando que esta función tiene un punto de salto y, además, puntos de crecimiento que no son de salto, deducimos que la variable Y_3 es una **variable mixta**. ■

A la vista de este ejemplo comprobamos que una variable continua puede transformarse en variables de cualquier tipo y, en general, debe acudir a la fórmula general de cambio de variable para calcular su distribución.

■ Si $0 \leq y < 1$, $P(Y_3 \leq y) = P(Y_3 \leq 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}$.

Por lo tanto, la función de distribución es

$$F_{Y_3}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, -1) \\ \frac{y+1}{2} & y \in [-1, 0) \\ \frac{1}{2} & y \in [0, 1) \\ 1 & y \in [1, +\infty) \end{cases}$$



y observando que esta función tiene un punto de salto y, además, puntos de crecimiento que no son de salto, deducimos que la variable Y_3 es una **variable mixta**. ■

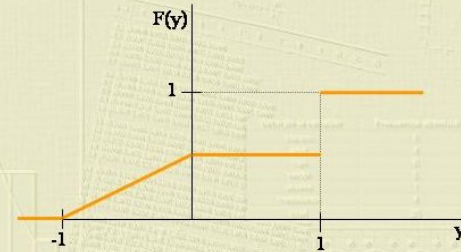
A la vista de este ejemplo comprobamos que una variable continua puede transformarse en variables de cualquier tipo y, en general, debe acudir a la fórmula general de cambio de variable para calcular su distribución.

Centrándonos, como venimos haciendo, en variables discretas y continuas, exponemos seguidamente la fórmula general que permite obtener la función masa de probabilidad de una transformación discreta de una variable continua, y posteriormente, considerando cierto tipo de transformaciones que conducen a variables continuas, veremos cómo obtener la función de densidad de éstas en términos de la función de densidad de la primera.

$$\blacksquare \text{ Si } 0 \leq y < 1, \quad P(Y_3 \leq y) = P(Y_3 \leq 0) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$$

Por lo tanto, la función de distribución es

$$F_{Y_3}(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, -1) \\ \frac{y+1}{2} & y \in [-1, 0) \\ \frac{1}{2} & y \in [0, 1) \\ 1 & y \in [1, +\infty) \end{cases}$$



y observando que esta función tiene un punto de salto y, además, puntos de crecimiento que no son de salto, deducimos que la variable Y_3 es una **variable mixta**. ■

A la vista de este ejemplo comprobamos que una variable continua puede transformarse en variables de cualquier tipo y, en general, debe acudir a la fórmula general de cambio de variable para calcular su distribución.

Centrándonos, como venimos haciendo, en variables discretas y continuas, exponemos seguidamente la fórmula general que permite obtener la función masa de probabilidad de una transformación discreta de una variable continua, y posteriormente, considerando cierto tipo de transformaciones que conducen a variables continuas, veremos cómo obtener la función de densidad de éstas en términos de la función de densidad de la primera.

Teorema: cambio de variable continua a discreta

Si $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}, P_X)$ es una variable aleatoria de tipo continuo con función de densidad f_X , y consideramos una función medible $g : (\mathbb{R}, \mathcal{B}) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B})$ tal que la variable $Y = g(X)$ es de tipo discreto y toma valores

en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \forall y \in E_Y.$$

Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco

5

0.20

gris

4

0.16

rojo

3

0.24

verde

5

0.20

violeta

1

0.04

total

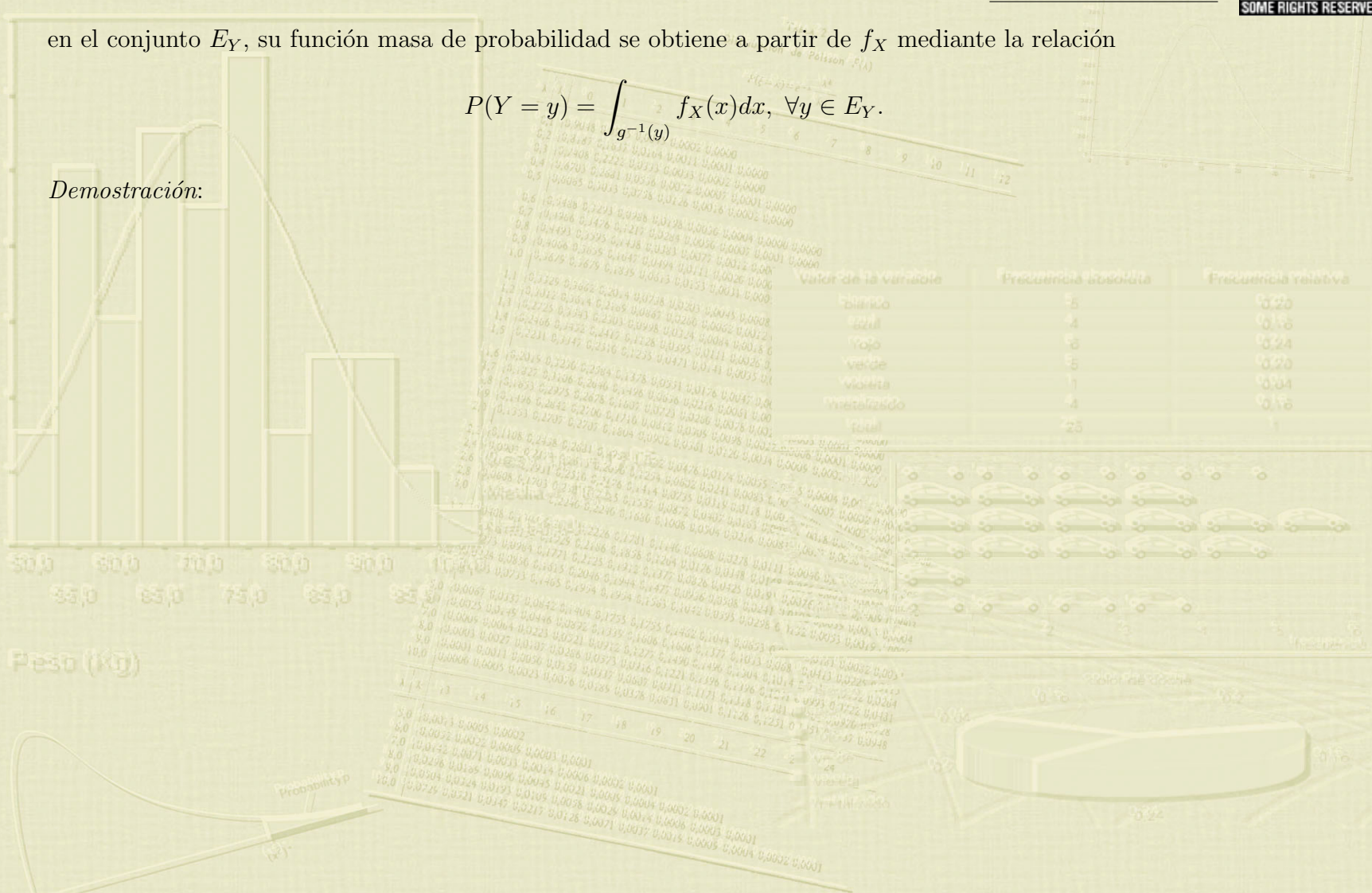
25

1

en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \forall y \in E_Y.$$

Demostración:



en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \forall y \in E_Y.$$

Demostración:

La demostración es inmediata a partir de la siguiente equivalencia

$$g(X) = y \Leftrightarrow X \in g^{-1}(y), \forall y \in E_Y,$$

Peso (kg)

Probabilidad

en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \forall y \in E_Y.$$

Demostración:

La demostración es inmediata a partir de la siguiente equivalencia

$$g(X) = y \Leftrightarrow X \in g^{-1}(y), \forall y \in E_Y,$$

que implica

$$P(Y = y) = P(g(X) = y) = P(X \in g^{-1}(y)), \forall y \in E_Y.$$

en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \forall y \in E_Y.$$

Demostración:

La demostración es inmediata a partir de la siguiente equivalencia

$$g(X) = y \Leftrightarrow X \in g^{-1}(y), \forall y \in E_Y,$$

que implica

$$P(Y = y) = P(g(X) = y) = P(X \in g^{-1}(y)), \forall y \in E_Y.$$

Ya que X es de tipo continuo, la probabilidad de que tome valores en cualquier conjunto de Borel se obtiene integrando la función de densidad en dicho conjunto;

en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \quad \forall y \in E_Y.$$

Demostración:

La demostración es inmediata a partir de la siguiente equivalencia

$$g(X) = y \Leftrightarrow X \in g^{-1}(y), \quad \forall y \in E_Y,$$

que implica

$$P(Y = y) = P(g(X) = y) = P(X \in g^{-1}(y)), \quad \forall y \in E_Y.$$

Ya que X es de tipo continuo, la probabilidad de que tome valores en cualquier conjunto de Borel se obtiene integrando la función de densidad en dicho conjunto; así,

$$P(X \in g^{-1}(y)) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \quad \forall y \in E_Y,$$

en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \quad \forall y \in E_Y.$$

Demostración:

La demostración es inmediata a partir de la siguiente equivalencia

$$g(X) = y \Leftrightarrow X \in g^{-1}(y), \quad \forall y \in E_Y,$$

que implica

$$P(Y = y) = P(g(X) = y) = P(X \in g^{-1}(y)), \quad \forall y \in E_Y.$$

Ya que X es de tipo continuo, la probabilidad de que tome valores en cualquier conjunto de Borel se obtiene integrando la función de densidad en dicho conjunto; así,

$$P(X \in g^{-1}(y)) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \quad \forall y \in E_Y,$$

lo que permite concluir la fórmula de cambio de variable especificada en el teorema. ■

en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \quad \forall y \in E_Y.$$

Demostración:

La demostración es inmediata a partir de la siguiente equivalencia

$$g(X) = y \Leftrightarrow X \in g^{-1}(y), \quad \forall y \in E_Y,$$

que implica

$$P(Y = y) = P(g(X) = y) = P(X \in g^{-1}(y)), \quad \forall y \in E_Y.$$

Ya que X es de tipo continuo, la probabilidad de que tome valores en cualquier conjunto de Borel se obtiene integrando la función de densidad en dicho conjunto; así,

$$P(X \in g^{-1}(y)) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \quad \forall y \in E_Y,$$

lo que permite concluir la fórmula de cambio de variable especificada en el teorema. ■

Ejemplo 2: Sea X una variable aleatoria continua, con función de densidad $f_X(x) = \frac{1}{2}$, $-1 < x < 1$ y sea

$$Y = \begin{cases} -1 & X < 0 \\ 0 & X = 0 \\ 1 & X > 0. \end{cases}$$

en el conjunto E_Y , su función masa de probabilidad se obtiene a partir de f_X mediante la relación

$$P(Y = y) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \quad \forall y \in E_Y.$$

Demostración:

La demostración es inmediata a partir de la siguiente equivalencia

$$g(X) = y \Leftrightarrow X \in g^{-1}(y), \quad \forall y \in E_Y,$$

que implica

$$P(Y = y) = P(g(X) = y) = P(X \in g^{-1}(y)), \quad \forall y \in E_Y.$$

Ya que X es de tipo continuo, la probabilidad de que tome valores en cualquier conjunto de Borel se obtiene integrando la función de densidad en dicho conjunto; así,

$$P(X \in g^{-1}(y)) = \int_{g^{-1}(y)} f_X(x) dx, \quad \forall y \in E_Y,$$

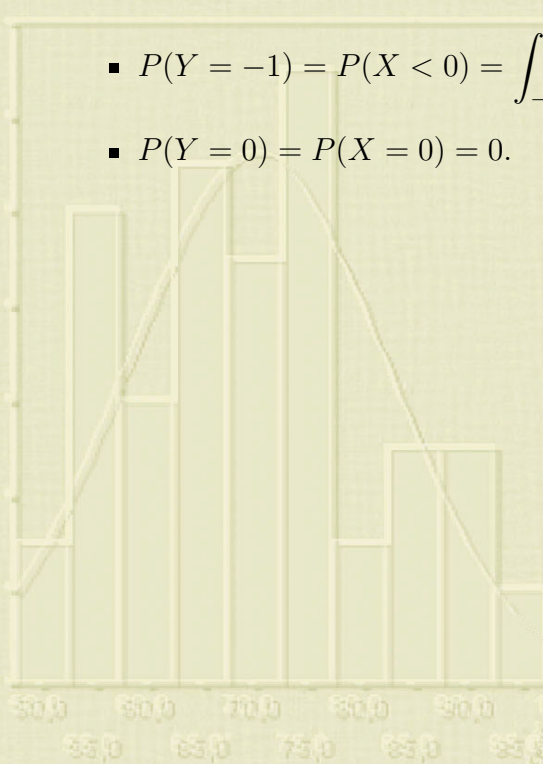
lo que permite concluir la fórmula de cambio de variable especificada en el teorema. ■

Ejemplo 2: Sea X una variable aleatoria continua, con función de densidad $f_X(x) = \frac{1}{2}$, $-1 < x < 1$ y sea

$$Y = \begin{cases} -1 & X < 0 \\ 0 & X = 0 \\ 1 & X > 0. \end{cases}$$

Ya que Y toma valores en el conjunto $\{-1, 0, 1\}$, esta variable es de tipo discreto y su función masa de probabilidad se obtiene integrando f_X en el conjunto de valores de X que se aplican en cada valor de Y . Por tanto:

- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}$.
- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0$.



Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Tabela 2
Distribucion de Poisson $P(x)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0905	0.0045	0.0002	0.0000								
0.2	0.8187	0.1613	0.0149	0.0011	0.0000								
0.3	0.7408	0.2222	0.0333	0.0033	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.2681	0.0516	0.0072	0.0005	0.0000							
0.5	0.6065	0.3073	0.0728	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.5488	0.3293	0.0928	0.0178	0.0036	0.0009	0.0000	0.0000					
0.7	0.4966	0.3476	0.1217	0.0229	0.0056	0.0017	0.0001	0.0000					
0.8	0.4493	0.3593	0.1478	0.0281	0.0077	0.0022	0.0006						
0.9	0.4066	0.3659	0.1647	0.0339	0.0111	0.0026	0.0006						
1.0	0.3679	0.3679	0.1835	0.0413	0.0153	0.0031	0.0006						

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.24
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1



Frecuencia

Color de coche

0.04 0.16 0.20 0.24

0.04 0.16 0.20 0.24

0.04 0.16 0.20 0.24

0.04 0.16 0.20 0.24

0.04 0.16 0.20 0.24

0.04 0.16 0.20 0.24

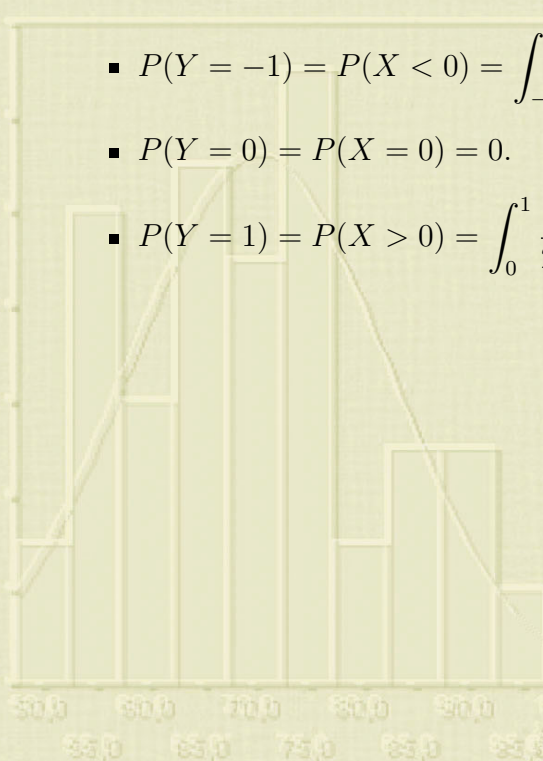
0.04 0.16 0.20 0.24

BY: **Grupo CDPYE-UGR**

- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$

- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0$.

- $P(Y = 1) = P(X > 0) = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$



- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$
- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.$
- $P(Y = 1) = P(X > 0) = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$

Teorema: cambio de variable continua a continua

Sea $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}, P_X)$ una variable aleatoria de tipo continuo con valores en el intervalo (a, b) , $(a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ y función de densidad f_X . Si $g : (a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función derivable y estrictamente monótona, $Y = g(X)$ es una variable aleatoria de tipo continuo cuya función de densidad puede obtenerse a partir de f_X mediante la siguiente relación

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$
- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.$
- $P(Y = 1) = P(X > 0) = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$

Teorema: cambio de variable continua a continua

Sea $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}, P_X)$ una variable aleatoria de tipo continuo con valores en el intervalo (a, b) , $(a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ y función de densidad f_X . Si $g : (a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función derivable y estrictamente monótona, $Y = g(X)$ es una variable aleatoria de tipo continuo cuya función de densidad puede obtenerse a partir de f_X mediante la siguiente relación

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

Demostración:

- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$
- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.$
- $P(Y = 1) = P(X > 0) = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$

Teorema: cambio de variable continua a continua

Sea $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}, P_X)$ una variable aleatoria de tipo continuo con valores en el intervalo (a, b) , $(a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ y función de densidad f_X . Si $g : (a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función derivable y estrictamente monótona, $Y = g(X)$ es una variable aleatoria de tipo continuo cuya función de densidad puede obtenerse a partir de f_X mediante la siguiente relación

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

Demostración:

- Consideremos en primer lugar el caso en que **g es estrictamente creciente**.

- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$
- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.$
- $P(Y = 1) = P(X > 0) = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$

Teorema: cambio de variable continua a continua

Sea $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}, P_X)$ una variable aleatoria de tipo continuo con valores en el intervalo (a, b) , $(a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ y función de densidad f_X . Si $g : (a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función derivable y estrictamente monótona, $Y = g(X)$ es una variable aleatoria de tipo continuo cuya función de densidad puede obtenerse a partir de f_X mediante la siguiente relación

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

Demostración:

- Consideremos en primer lugar el caso en que **g es estrictamente creciente**.

Comenzamos probando que Y es una variable aleatoria, para lo cual, según las caracterizaciones de medibilidad, basta ver que

$$Y^{-1}((-\infty, y]) \in \mathcal{A}, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$
- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.$
- $P(Y = 1) = P(X > 0) = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$

Teorema: cambio de variable continua a continua

Sea $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}, P_X)$ una variable aleatoria de tipo continuo con valores en el intervalo (a, b) , $(a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ y función de densidad f_X . Si $g : (a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función derivable y estrictamente monótona, $Y = g(X)$ es una variable aleatoria de tipo continuo cuya función de densidad puede obtenerse a partir de f_X mediante la siguiente relación

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

Demostración:

- Consideremos en primer lugar el caso en que **g es estrictamente creciente**.

Comenzamos probando que Y es una variable aleatoria, para lo cual, según las caracterizaciones de medibilidad, basta ver que

$$Y^{-1}((-\infty, y]) \in \mathcal{A}, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Notando que g es creciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \leq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$
- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.$
- $P(Y = 1) = P(X > 0) = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$

Teorema: cambio de variable continua a continua

Sea $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}, P_X)$ una variable aleatoria de tipo continuo con valores en el intervalo (a, b) , $(a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ y función de densidad f_X . Si $g : (a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función derivable y estrictamente monótona, $Y = g(X)$ es una variable aleatoria de tipo continuo cuya función de densidad puede obtenerse a partir de f_X mediante la siguiente relación

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

Demostración:

- Consideremos en primer lugar el caso en que **g es estrictamente creciente**.

Comenzamos probando que Y es una variable aleatoria, para lo cual, según las caracterizaciones de medibilidad, basta ver que

$$Y^{-1}((-\infty, y]) \in \mathcal{A}, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Notando que g es creciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \leq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

lo que implica que Y es variable aleatoria.

- $P(Y = -1) = P(X < 0) = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$
- $P(Y = 0) = P(X = 0) = 0.$
- $P(Y = 1) = P(X > 0) = \int_0^1 \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2}.$

Teorema: cambio de variable continua a continua

Sea $X : (\Omega, \mathcal{A}, P) \longrightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}, P_X)$ una variable aleatoria de tipo continuo con valores en el intervalo (a, b) , $(a, b \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\})$ y función de densidad f_X . Si $g : (a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función derivable y estrictamente monótona, $Y = g(X)$ es una variable aleatoria de tipo continuo cuya función de densidad puede obtenerse a partir de f_X mediante la siguiente relación

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

Demostración:

- Consideremos en primer lugar el caso en que **g es estrictamente creciente**.

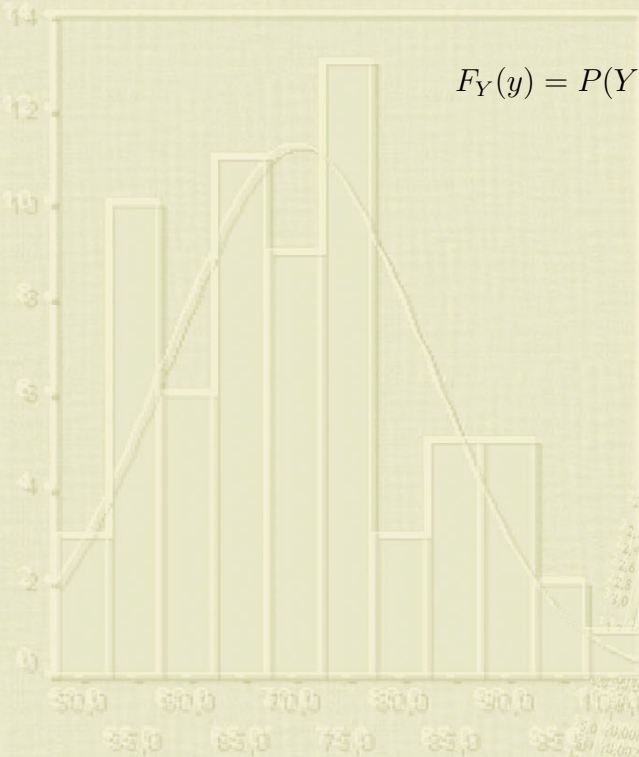
Comenzamos probando que Y es una variable aleatoria, para lo cual, según las caracterizaciones de medibilidad, basta ver que

$$Y^{-1}((-\infty, y]) \in \mathcal{A}, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Notando que g es creciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \leq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

lo que implica que Y es variable aleatoria. Calculemos ahora su función de distribución,



$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \leq g^{-1}(y)) = F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Tabla 2
Distribución de Probabilidad de la Variable X

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.0048	0.0003	0.0043	0.0002	0.0000								
0.2	0.0047	0.0042	0.0044	0.0011	0.0000								
0.3	0.00408	0.0022	0.0033	0.0003	0.0000								
0.4	0.0003	0.0041	0.0056	0.0072	0.0005	0.0001	0.0000						
0.5	0.0003	0.0043	0.0078	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.0048	0.0044	0.0048	0.0028	0.0036	0.0004	0.0000	0.0000					
0.7	0.0046	0.0046	0.0047	0.0029	0.0036	0.0007	0.0001	0.0000					
0.8	0.0049	0.0055	0.0048	0.0051	0.0077	0.0012	0.000						
0.9	0.0006	0.0055	0.0047	0.0054	0.0077	0.0026	0.000						
1.0	0.0055	0.0055	0.0047	0.0054	0.0077	0.0026	0.000						
1.1	0.0055	0.0062	0.0054	0.0078	0.0053	0.0004	0.0000						
1.2	0.0052	0.0054	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.3	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.4	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.5	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.6	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.7	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.8	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.9	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.0	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.1	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.2	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.3	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.4	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.5	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.6	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.7	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.8	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.9	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
3.0	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
rojo	4	0.16
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1

Tabla 3
Distribución de Probabilidad de la Variable Y

Y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.0048	0.0003	0.0043	0.0002	0.0000								
0.2	0.0047	0.0042	0.0044	0.0011	0.0000								
0.3	0.00408	0.0022	0.0033	0.0003	0.0000								
0.4	0.0003	0.0041	0.0056	0.0072	0.0005	0.0001	0.0000						
0.5	0.0003	0.0043	0.0078	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.0048	0.0044	0.0048	0.0028	0.0036	0.0004	0.0000						
0.7	0.0046	0.0046	0.0047	0.0029	0.0036	0.0007	0.0001	0.0000					
0.8	0.0049	0.0055	0.0048	0.0051	0.0077	0.0012	0.000						
0.9	0.0006	0.0055	0.0047	0.0054	0.0077	0.0026	0.000						
1.0	0.0055	0.0055	0.0047	0.0054	0.0077	0.0026	0.000						
1.1	0.0055	0.0062	0.0054	0.0078	0.0053	0.0004	0.0000						
1.2	0.0052	0.0054	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.3	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.4	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.5	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.6	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.7	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.8	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.9	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.0	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.1	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.2	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.3	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.4	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.5	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.6	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.7	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.8	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.9	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
3.0	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						

Tabla 4
Distribución de Probabilidad de la Variable Z

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.0048	0.0003	0.0043	0.0002	0.0000								
0.2	0.0047	0.0042	0.0044	0.0011	0.0000								
0.3	0.00408	0.0022	0.0033	0.0003	0.0000								
0.4	0.0003	0.0041	0.0056	0.0072	0.0005	0.0001	0.0000						
0.5	0.0003	0.0043	0.0078	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.0048	0.0044	0.0048	0.0028	0.0036	0.0004	0.0000						
0.7	0.0046	0.0046	0.0047	0.0029	0.0036	0.0007	0.0001	0.0000					
0.8	0.0049	0.0055	0.0048	0.0051	0.0077	0.0012	0.000						
0.9	0.0006	0.0055	0.0047	0.0054	0.0077	0.0026	0.000						
1.0	0.0055	0.0055	0.0047	0.0054	0.0077	0.0026	0.000						
1.1	0.0055	0.0062	0.0054	0.0078	0.0053	0.0004	0.0000						
1.2	0.0052	0.0054	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.3	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.4	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.5	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.6	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.7	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.8	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
1.9	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.0	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.1	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.2	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.3	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.4	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.5	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.6	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.7	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.8	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
2.9	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						
3.0	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0055	0.0000						

	20	21	22	23
0.0002 0.0005 0.0003 0.0001				0.0048
0.0071 0.0023 0.0014 0.0006 0.0002 0.0001				0.0047
0.0108 0.0096 0.0045 0.0021 0.0003 0.0004 0.0002 0.0001				0.00408
0.0224 0.0193 0.0105 0.0058 0.0026 0.0004 0.0006 0.0003 0.0001				0.0003
0.0521 0.0449 0.0217 0.0126 0.0071 0.0037 0.0016 0.0005 0.0004 0.0002 0.0001				0.0048
				0.0044
				0.0048
				0.0028
				0.0036
				0.0007
				0.0001
				0.0049
				0.0055
				0.004

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \leq g^{-1}(y)) = F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Teniendo en cuenta que $X \in (a, b)$ y, por tanto, $F_X(x) = 0, \forall x \leq a$ y $F_X(x) = 1, \forall x \geq b$, se tiene

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, g(a)] \\ F_X(g^{-1}(y)) & y \in (g(a), g(b)) \\ 1 & y \in [g(b), +\infty), \end{cases}$$

Peso (KG)

Probabilidad

(x)

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \leq g^{-1}(y)) = F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Teniendo en cuenta que $X \in (a, b)$ y, por tanto, $F_X(x) = 0, \forall x \leq a$ y $F_X(x) = 1, \forall x \geq b$, se tiene

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, g(a)] \\ F_X(g^{-1}(y)) & y \in (g(a), g(b)) \\ 1 & y \in [g(b), +\infty), \end{cases}$$

que es una función continua y, evidentemente, derivable y con derivada nula en $(-\infty, g(a)) \cup (g(b), +\infty)$.

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \leq g^{-1}(y)) = F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Teniendo en cuenta que $X \in (a, b)$ y, por tanto, $F_X(x) = 0, \forall x \leq a$ y $F_X(x) = 1, \forall x \geq b$, se tiene

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, g(a)] \\ F_X(g^{-1}(y)) & y \in (g(a), g(b)) \\ 1 & y \in [g(b), +\infty), \end{cases}$$

que es una función continua y, evidentemente, derivable y con derivada nula en $(-\infty, g(a)) \cup (g(b), +\infty)$. Si $y \in (g(a), g(b))$ (lo que equivale a que $g^{-1}(y) \in (a, b)$) se tiene

$$F_Y(y) = F_X(g^{-1}(y)) = \int_{-\infty}^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx = \int_a^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx = \int_{g(a)}^y f_X(g^{-1}(t)) \frac{dg^{-1}(t)}{dt} dt$$

$f_X(x) = 0, \forall x < a$
 $t = g(x)$

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \leq g^{-1}(y)) = F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Teniendo en cuenta que $X \in (a, b)$ y, por tanto, $F_X(x) = 0, \forall x \leq a$ y $F_X(x) = 1, \forall x \geq b$, se tiene

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, g(a)] \\ F_X(g^{-1}(y)) & y \in (g(a), g(b)) \\ 1 & y \in [g(b), +\infty), \end{cases}$$

que es una función continua y, evidentemente, derivable y con derivada nula en $(-\infty, g(a)) \cup (g(b), +\infty)$. Si $y \in (g(a), g(b))$ (lo que equivale a que $g^{-1}(y) \in (a, b)$) se tiene

$$F_Y(y) = F_X(g^{-1}(y)) = \int_{-\infty}^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx = \int_a^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx = \int_{g(a)}^y f_X(g^{-1}(t)) \frac{dg^{-1}(t)}{dt} dt$$

$f_X(x) = 0, \forall x < a$
 $t = g(x)$

Entonces, definiendo la función

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y)) \frac{dg^{-1}(y)}{dy} & y \in (g(a), g(b)) \\ 0 & y \notin (g(a), g(b)), \end{cases}$$

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \leq g^{-1}(y)) = F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Teniendo en cuenta que $X \in (a, b)$ y, por tanto, $F_X(x) = 0, \forall x \leq a$ y $F_X(x) = 1, \forall x \geq b$, se tiene

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, g(a)] \\ F_X(g^{-1}(y)) & y \in (g(a), g(b)) \\ 1 & y \in [g(b), +\infty), \end{cases}$$

que es una función continua y, evidentemente, derivable y con derivada nula en $(-\infty, g(a)) \cup (g(b), +\infty)$. Si $y \in (g(a), g(b))$ (lo que equivale a que $g^{-1}(y) \in (a, b)$) se tiene

$$F_Y(y) = F_X(g^{-1}(y)) = \int_{-\infty}^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx = \int_a^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx = \int_{g(a)}^y f_X(g^{-1}(t)) \frac{dg^{-1}(t)}{dt} dt$$

$f_X(x) = 0, \forall x < a$
 $t = g(x)$

Entonces, definiendo la función

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y)) \frac{dg^{-1}(y)}{dy} & y \in (g(a), g(b)) \\ 0 & y \notin (g(a), g(b)), \end{cases}$$

es evidente que

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(t) dt, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

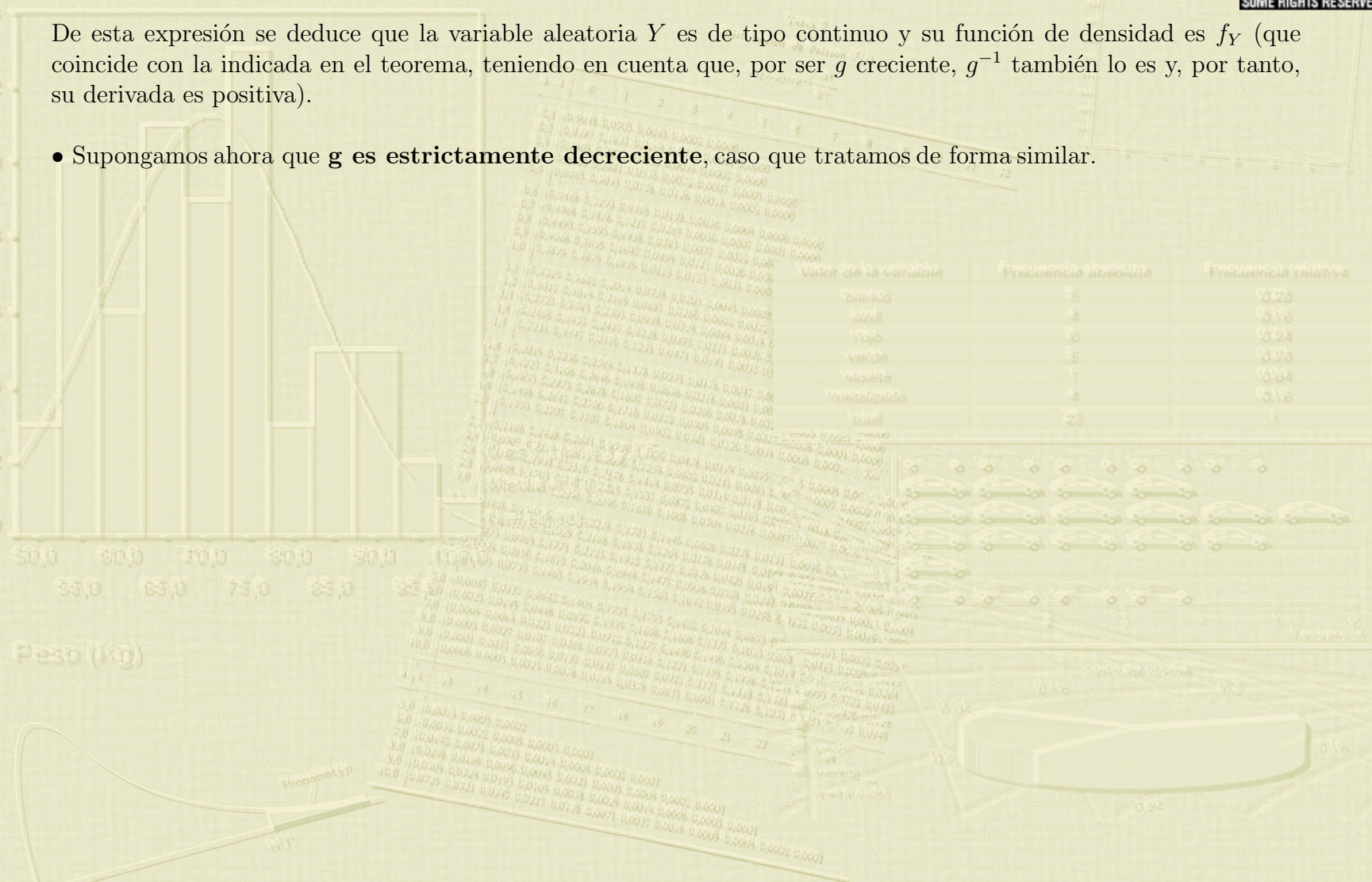
Peso (kg)

Probabilidad

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1

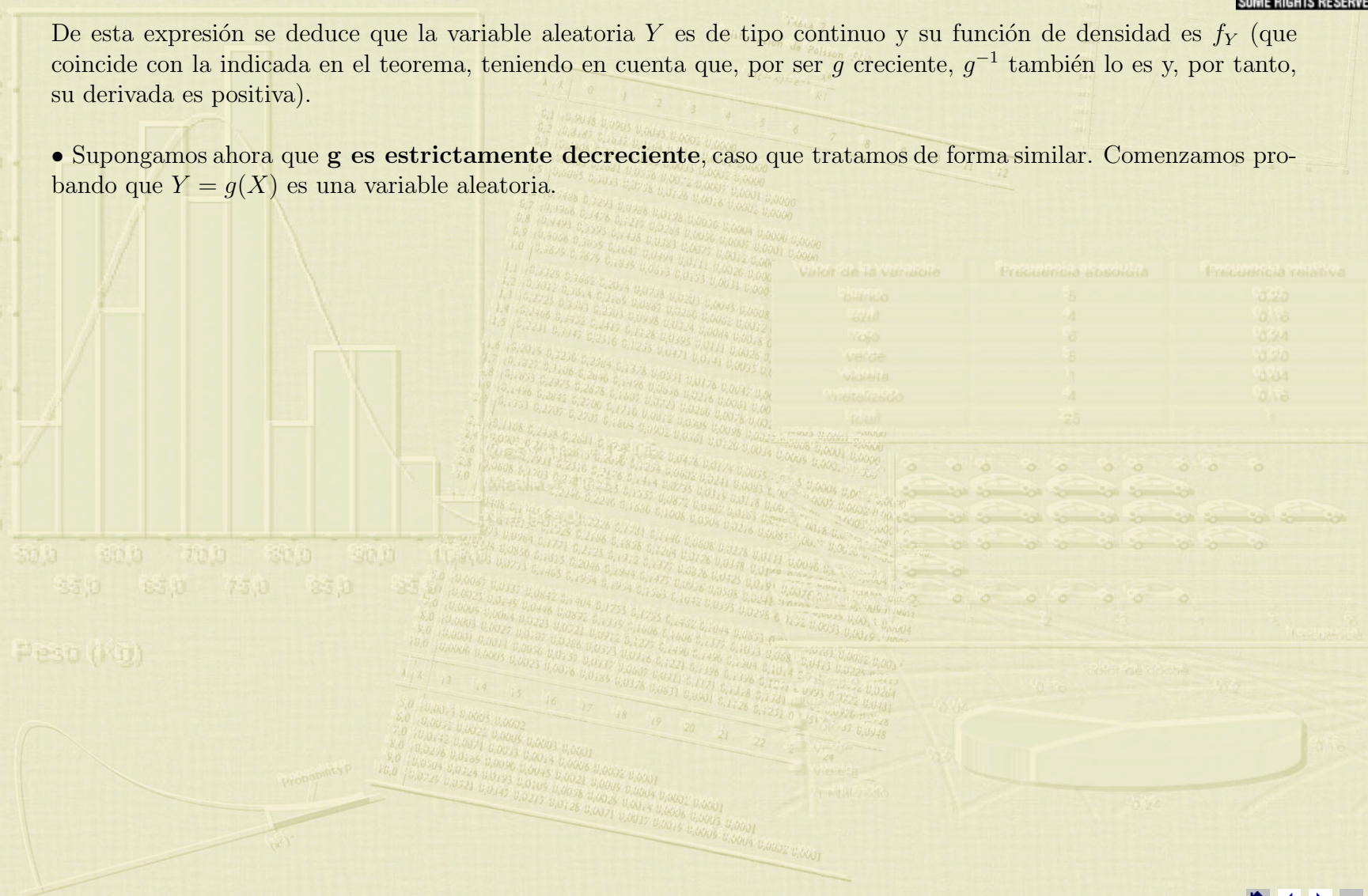
De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

- Supongamos ahora que g es estrictamente decreciente, caso que tratamos de forma similar.



De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

- Supongamos ahora que g es **estrictamente decreciente**, caso que tratamos de forma similar. Comenzamos probando que $Y = g(X)$ es una variable aleatoria.



De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

- Supongamos ahora que **g es estrictamente decreciente**, caso que tratamos de forma similar. Comenzamos probando que $Y = g(X)$ es una variable aleatoria. Teniendo en cuenta que la función g es decreciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \geq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

Peso (kg)

Probabilidad

(kg)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$f(x)$	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.0010	0.0011	0.0012	0.0013	0.0014	0.0015	0.0016	0.0017	0.0018	0.0019	0.0020	0.0021	0.0022	0.0023	0.0024	0.0025	0.0026	0.0027	0.0028	0.0029	0.0030

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
azul	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
multicolor	4	0.16
total	25	1

Frecuencia

Valor de la variable

Frecuencia

Frecuencia

De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

- Supongamos ahora que **g es estrictamente decreciente**, caso que tratamos de forma similar. Comenzamos probando que $Y = g(X)$ es una variable aleatoria. Teniendo en cuenta que la función g es decreciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \geq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

lo que implica que Y es variable aleatoria.

De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

- Supongamos ahora que **g es estrictamente decreciente**, caso que tratamos de forma similar. Comenzamos probando que $Y = g(X)$ es una variable aleatoria. Teniendo en cuenta que la función g es decreciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \geq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

lo que implica que Y es variable aleatoria. Calculemos ahora su función de distribución,

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \geq g^{-1}(y)) = 1 - F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

- Supongamos ahora que **g es estrictamente decreciente**, caso que tratamos de forma similar. Comenzamos probando que $Y = g(X)$ es una variable aleatoria. Teniendo en cuenta que la función g es decreciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \geq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

lo que implica que Y es variable aleatoria. Calculemos ahora su función de distribución,

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \geq g^{-1}(y)) = 1 - F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Teniendo en cuenta que $X \in (a, b)$ y, por tanto, $F_X(x) = 0, \forall x \leq a$ y $F_X(x) = 1, \forall x \geq b$, se tiene

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, g(b)] \\ 1 - F_X(g^{-1}(y)) & y \in (g(b), g(a)) \\ 1 & y \in [g(a), +\infty), \end{cases}$$

De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

- Supongamos ahora que **g es estrictamente decreciente**, caso que tratamos de forma similar. Comenzamos probando que $Y = g(X)$ es una variable aleatoria. Teniendo en cuenta que la función g es decreciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \geq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

lo que implica que Y es variable aleatoria. Calculemos ahora su función de distribución,

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \geq g^{-1}(y)) = 1 - F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Teniendo en cuenta que $X \in (a, b)$ y, por tanto, $F_X(x) = 0, \forall x \leq a$ y $F_X(x) = 1, \forall x \geq b$, se tiene

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, g(b)] \\ 1 - F_X(g^{-1}(y)) & y \in (g(b), g(a)) \\ 1 & y \in [g(a), +\infty), \end{cases}$$

que es una función continua y, claramente, derivable y con derivada nula en $(-\infty, g(b)) \cup (g(a), +\infty)$.

De esta expresión se deduce que la variable aleatoria Y es de tipo continuo y su función de densidad es f_Y (que coincide con la indicada en el teorema, teniendo en cuenta que, por ser g creciente, g^{-1} también lo es y, por tanto, su derivada es positiva).

- Supongamos ahora que **g es estrictamente decreciente**, caso que tratamos de forma similar. Comenzamos probando que $Y = g(X)$ es una variable aleatoria. Teniendo en cuenta que la función g es decreciente, se tiene

$$Y^{-1}((-\infty, y]) = \{Y \leq y\} = \{g(X) \leq y\} = \{X \geq g^{-1}(y)\} \in \mathcal{A},$$

lo que implica que Y es variable aleatoria. Calculemos ahora su función de distribución,

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \geq g^{-1}(y)) = 1 - F_X(g^{-1}(y)), \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Teniendo en cuenta que $X \in (a, b)$ y, por tanto, $F_X(x) = 0, \forall x \leq a$ y $F_X(x) = 1, \forall x \geq b$, se tiene

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & y \in (-\infty, g(b)] \\ 1 - F_X(g^{-1}(y)) & y \in (g(b), g(a)) \\ 1 & y \in [g(a), +\infty), \end{cases}$$

que es una función continua y, claramente, derivable y con derivada nula en $(-\infty, g(b)) \cup (g(a), +\infty)$.

Si $y \in (g(b), g(a))$ (lo que equivale a que $g^{-1}(y) \in (a, b)$) se tiene

$$F_Y(y) = 1 - F_X(g^{-1}(y)) = \int_{g^{-1}(y)}^{+\infty} f_X(x) dx = \int_{g^{-1}(y)}^b f_X(x) dx = \int_y^{g(b)} f_X(g^{-1}(t)) \frac{dg^{-1}(t)}{dt} dt,$$

\uparrow
 $f_X(x) = 0, \forall x > b$

\uparrow
 $t = g(x)$

y, puesto que g es decreciente y, por tanto, g^{-1} también, cambiando de signo en la última integral se deduce que

$$F_Y(y) = \int_{g(b)}^y f_X(g^{-1}(t)) \left| \frac{dg^{-1}(t)}{dt} \right| dt, \quad \forall y \in (g(b), g(a)).$$

Peso (kg)

Probabilidad

(a)

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco

5

0.20

gris

4

0.16

rojo

3

0.24

verde

5

0.20

violeta

1

0.04

total

25

1

y, puesto que g es decreciente y, por tanto, g^{-1} también, cambiando de signo en la última integral se deduce que

$$F_Y(y) = \int_{g(b)}^y f_X(g^{-1}(t)) \left| \frac{dg^{-1}(t)}{dt} \right| dt, \quad \forall y \in (g(b), g(a)).$$

Entonces, definiendo la función

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| & y \in (g(b), g(a)) \\ 0 & y \notin (g(b), g(a)), \end{cases}$$

Peso (kg)

Probabilidad

y, puesto que g es decreciente y, por tanto, g^{-1} también, cambiando de signo en la última integral se deduce que

$$F_Y(y) = \int_{g(b)}^y f_X(g^{-1}(t)) \left| \frac{dg^{-1}(t)}{dt} \right| dt, \quad \forall y \in (g(b), g(a)).$$

Entonces, definiendo la función

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| & y \in (g(b), g(a)) \\ 0 & y \notin (g(b), g(a)), \end{cases}$$

es evidente que

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(t) dt, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

Peso (kg)

Probabilidad

y, puesto que g es decreciente y, por tanto, g^{-1} también, cambiando de signo en la última integral se deduce que

$$F_Y(y) = \int_{g(b)}^y f_X(g^{-1}(t)) \left| \frac{dg^{-1}(t)}{dt} \right| dt, \quad \forall y \in (g(b), g(a)).$$

Entonces, definiendo la función

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| & y \in (g(b), g(a)) \\ 0 & y \notin (g(b), g(a)), \end{cases}$$

es evidente que

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(t) dt, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

De esta expresión se deduce que la variable Y es continua y que f_Y es su función de densidad. ■

y, puesto que g es decreciente y, por tanto, g^{-1} también, cambiando de signo en la última integral se deduce que

$$F_Y(y) = \int_{g(b)}^y f_X(g^{-1}(t)) \left| \frac{dg^{-1}(t)}{dt} \right| dt, \quad \forall y \in (g(b), g(a)).$$

Entonces, definiendo la función

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| & y \in (g(b), g(a)) \\ 0 & y \notin (g(b), g(a)), \end{cases}$$

es evidente que

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(t) dt, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

De esta expresión se deduce que la variable Y es continua y que f_Y es su función de densidad. ■

Ejemplo 3: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0$$

y consideremos la variable $Y = X^2$.

y, puesto que g es decreciente y, por tanto, g^{-1} también, cambiando de signo en la última integral se deduce que

$$F_Y(y) = \int_{g(b)}^y f_X(g^{-1}(t)) \left| \frac{dg^{-1}(t)}{dt} \right| dt, \quad \forall y \in (g(b), g(a)).$$

Entonces, definiendo la función

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| & y \in (g(b), g(a)) \\ 0 & y \notin (g(b), g(a)), \end{cases}$$

es evidente que

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(t) dt, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

De esta expresión se deduce que la variable Y es continua y que f_Y es su función de densidad. ■

Ejemplo 3: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0$$

y consideremos la variable $Y = X^2$.

Notemos que la variable X toma valores en el intervalo $(0, +\infty)$, en el que la transformación considerada, $g(x) = x^2$, es derivable y estrictamente creciente.

y, puesto que g es decreciente y, por tanto, g^{-1} también, cambiando de signo en la última integral se deduce que

$$F_Y(y) = \int_{g(b)}^y f_X(g^{-1}(t)) \left| \frac{dg^{-1}(t)}{dt} \right| dt, \quad \forall y \in (g(b), g(a)).$$

Entonces, definiendo la función

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y)) \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| & y \in (g(b), g(a)) \\ 0 & y \notin (g(b), g(a)), \end{cases}$$

es evidente que

$$F_Y(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(t) dt, \quad \forall y \in \mathbb{R}.$$

De esta expresión se deduce que la variable Y es continua y que f_Y es su función de densidad. ■

Ejemplo 3: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0$$

y consideremos la variable $Y = X^2$.

Notemos que la variable X toma valores en el intervalo $(0, +\infty)$, en el que la transformación considerada, $g(x) = x^2$, es derivable y estrictamente creciente. Por lo tanto, aplicando la fórmula de cambio de variable, tenemos

$$f_Y(y) = f_X(g^{-1}(y)) \frac{dg^{-1}(y)}{dy}, \quad \forall y \in g((0, +\infty)).$$

Entonces, teniendo en cuenta que:



Peso (kg)

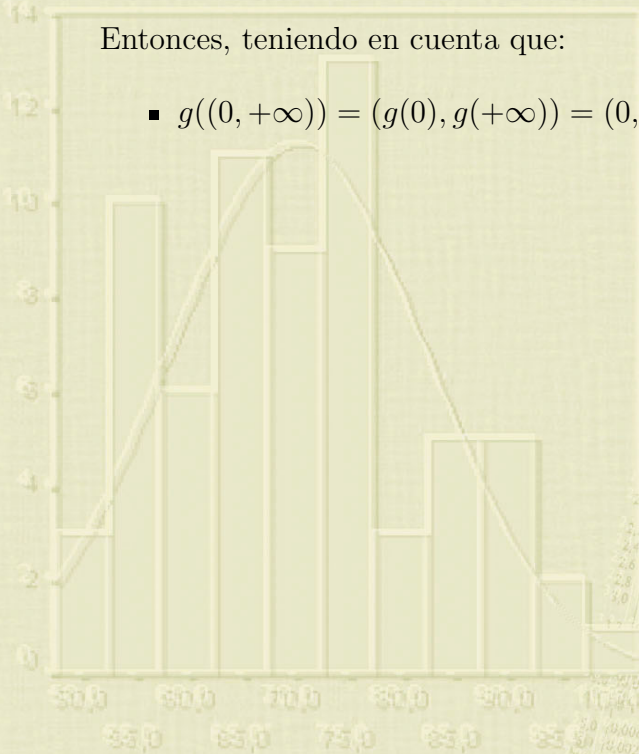
Probabilidad

(%)

Tabla 2													
Distribucion de Poisson $P(x)$													
$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$													
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0905	0.0045										
0.2	0.8187	0.1613	0.0164	0.0002	0.0000								
0.3	0.7408	0.2222	0.0333	0.0033	0.0001	0.0000							
0.4	0.6703	0.2681	0.0536	0.0072	0.0007	0.0000							
0.5	0.6065	0.3033	0.0728	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.5488	0.3294	0.0908	0.0178	0.0036	0.0009	0.0000						
0.7	0.4966	0.3476	0.1217	0.0269	0.0056	0.0017	0.0001	0.0000					
0.8	0.4493	0.3595	0.1448	0.0393	0.0077	0.0026	0.0006	0.0000					
0.9	0.4066	0.3659	0.1607	0.0499	0.0111	0.0036	0.0012	0.0003	0.0000				
1.0	0.3679	0.3679	0.1835	0.0613	0.0153	0.0044	0.0016	0.0005	0.0001	0.0000			
1.1	0.3329	0.3662	0.2014	0.0728	0.0203	0.0064	0.0020	0.0008	0.0002	0.0000			
1.2	0.3012	0.3614	0.2165	0.0867	0.0260	0.0082	0.0026	0.0012	0.0004	0.0001			
1.3	0.2725	0.3493	0.2303	0.0998	0.0324	0.0104	0.0036	0.0014	0.0005	0.0001			
1.4	0.2466	0.3422	0.2417	0.1228	0.0395	0.0131	0.0046	0.0018	0.0007	0.0002	0.0000		
1.5	0.2231	0.3347	0.2516	0.1235	0.0471	0.0161	0.0055	0.0021	0.0009	0.0003	0.0001		
1.6	0.2015	0.3256	0.2564	0.1378	0.0551	0.0176	0.0067	0.0026	0.0011	0.0004	0.0001		
1.7	0.1827	0.3156	0.2646	0.1498	0.0636	0.0218	0.0081	0.0034	0.0014	0.0005	0.0001		
1.8	0.1663	0.3045	0.2678	0.1607	0.0723	0.0266	0.0098	0.0042	0.0019	0.0007	0.0002	0.0000	
1.9	0.1516	0.2932	0.2706	0.1718	0.0812	0.0306	0.0118	0.0051	0.0024	0.0010	0.0004	0.0001	
2.0	0.1393	0.2807	0.2727	0.1804	0.0902	0.0361	0.0126	0.0058	0.0027	0.0012	0.0005	0.0001	
2.1	0.1288	0.2680	0.2641	0.1878	0.0992	0.0421	0.0134	0.0065	0.0031	0.0014	0.0006	0.0002	0.0000
2.2	0.1199	0.2561	0.2501	0.1942	0.1076	0.0476	0.0144	0.0073	0.0035	0.0016	0.0007	0.0003	0.0000
2.3	0.1124	0.2450	0.2244	0.1998	0.1146	0.0526	0.0154	0.0082	0.0040	0.0019	0.0008	0.0003	0.0000
2.4	0.1061	0.2346	0.2146	0.2048	0.1208	0.0573	0.0164	0.0091	0.0044	0.0021	0.0010	0.0004	0.0000
2.5	0.1008	0.2248	0.2146	0.2094	0.1263	0.0617	0.0174	0.0099	0.0049	0.0024	0.0011	0.0005	0.0000
2.6	0.0963	0.2156	0.2044	0.2136	0.1313	0.0658	0.0184	0.0107	0.0054	0.0026	0.0012	0.0005	0.0000
2.7	0.0925	0.2069	0.1932	0.2172	0.1359	0.0696	0.0194	0.0116	0.0059	0.0029	0.0013	0.0005	0.0000
2.8	0.0893	0.1987	0.1836	0.2204	0.1401	0.0732	0.0204	0.0124	0.0063	0.0031	0.0014	0.0006	0.0000
2.9	0.0866	0.1910	0.1753	0.2232	0.1439	0.0767	0.0214	0.0132	0.0067	0.0033	0.0015	0.0006	0.0000
3.0	0.0843	0.1838	0.1680	0.2256	0.1473	0.0800	0.0224	0.0139	0.0070	0.0035	0.0016	0.0007	0.0000
3.1	0.0823	0.1770	0.1608	0.2276	0.1504	0.0830	0.0234	0.0146	0.0073	0.0036	0.0016	0.0007	0.0000
3.2	0.0805	0.1706	0.1532	0.2292	0.1532	0.0857	0.0244	0.0153	0.0075	0.0037	0.0016	0.0007	0.0000
3.3	0.0789	0.1645	0.1453	0.2306	0.1558	0.0882	0.0254	0.0159	0.0077	0.0038	0.0017	0.0007	0.0000
3.4	0.0774	0.1587	0.1372	0.2318	0.1581	0.0906	0.0264	0.0165	0.0079	0.0039	0.0017	0.0007	0.0000
3.5	0.0760	0.1533	0.1289	0.2328	0.1601	0.0928	0.0274	0.0170	0.0080	0.0040	0.0018	0.0007	0.0000
3.6	0.0747	0.1482	0.1204	0.2336	0.1619	0.0948	0.0284	0.0175	0.0081	0.0041	0.0018	0.0007	0.0000
3.7	0.0735	0.1434	0.1118	0.2343	0.1635	0.0966	0.0294	0.0179	0.0082	0.0042	0.0018	0.0007	0.0000
3.8	0.0724	0.1388	0.1031	0.2348	0.1649	0.0982	0.0304	0.0183	0.0083	0.0042	0.0018	0.0007	0.0000
3.9	0.0714	0.1344	0.0943	0.2352	0.1661	0.0997	0.0314	0.0187	0.0084	0.0043	0.0018	0.0007	0.0000
4.0	0.0704	0.1302	0.0854	0.2355	0.1672	0.1011	0.0324	0.0190	0.0085	0.0043	0.0018	0.0007	0.0000
4.1	0.0695	0.1261	0.0765	0.2357	0.1682	0.1024	0.0334	0.0193	0.0086	0.0044	0.0018	0.0007	0.0000
4.2	0.0686	0.1221	0.0676	0.2358	0.1691	0.1036	0.0344	0.0196	0.0087	0.0044	0.0018	0.0007	0.0000
4.3	0.0678	0.1182	0.0587	0.2358	0.1700	0.1047	0.0354	0.0198	0.0088	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
4.4	0.0670	0.1144	0.0498	0.2357	0.1709	0.1057	0.0364	0.0200	0.0089	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
4.5	0.0663	0.1107	0.0409	0.2355	0.1717	0.1066	0.0374	0.0201	0.0090	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
4.6	0.0656	0.1071	0.0320	0.2352	0.1725	0.1074	0.0384	0.0202	0.0091	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
4.7	0.0649	0.1036	0.0231	0.2348	0.1732	0.1082	0.0394	0.0203	0.0092	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
4.8	0.0643	0.1002	0.0142	0.2343	0.1739	0.1089	0.0404	0.0204	0.0093	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
4.9	0.0637	0.0969	0.0053	0.2337	0.1745	0.1095	0.0414	0.0205	0.0094	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.0	0.0631	0.0937	0.0004	0.2330	0.1751	0.1101	0.0424	0.0206	0.0095	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.1	0.0626	0.0906	0.0000	0.2322	0.1756	0.1106	0.0434	0.0207	0.0096	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.2	0.0621	0.0876	0.0000	0.2313	0.1761	0.1111	0.0444	0.0208	0.0097	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.3	0.0616	0.0847	0.0000	0.2303	0.1766	0.1116	0.0454	0.0209	0.0098	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.4	0.0611	0.0818	0.0000	0.2292	0.1770	0.1121	0.0464	0.0210	0.0099	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.5	0.0606	0.0790	0.0000	0.2280	0.1774	0.1125	0.0474	0.0211	0.0100	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.6	0.0601	0.0762	0.0000	0.2268	0.1778	0.1129	0.0484	0.0212	0.0101	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.7	0.0597	0.0735	0.0000	0.2255	0.1781	0.1133	0.0494	0.0213	0.0102	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.8	0.0593	0.0708	0.0000	0.2242	0.1784	0.1137	0.0504	0.0214	0.0103	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
5.9	0.0589	0.0682	0.0000	0.2228	0.1787	0.1141	0.0514	0.0215	0.0104	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.0	0.0585	0.0656	0.0000	0.2214	0.1790	0.1145	0.0524	0.0216	0.0105	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.1	0.0581	0.0631	0.0000	0.2199	0.1793	0.1149	0.0534	0.0217	0.0106	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.2	0.0578	0.0606	0.0000	0.2184	0.1796	0.1153	0.0544	0.0218	0.0107	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.3	0.0574	0.0582	0.0000	0.2168	0.1801	0.1157	0.0554	0.0219	0.0108	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.4	0.0571	0.0558	0.0000	0.2152	0.1804	0.1161	0.0564	0.0220	0.0109	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.5	0.0568	0.0534	0.0000	0.2135	0.1807	0.1165	0.0574	0.0221	0.0110	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.6	0.0565	0.0511	0.0000	0.2118	0.1809	0.1169	0.0584	0.0222	0.0111	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.7	0.0562	0.0488	0.0000	0.2100	0.1812	0.1173	0.0594	0.0223	0.0112	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.8	0.0559	0.0465	0.0000	0.2082	0.1814	0.1177	0.0604	0.0224	0.0113	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
6.9	0.0556	0.0442	0.0000	0.2063	0.1817	0.1181	0.0614	0.0225	0.0114	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.0	0.0553	0.0420	0.0000	0.2044	0.1819	0.1185	0.0624	0.0226	0.0115	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.1	0.0550	0.0398	0.0000	0.2024	0.1822	0.1189	0.0634	0.0227	0.0116	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.2	0.0547	0.0376	0.0000	0.2004	0.1824	0.1193	0.0644	0.0228	0.0117	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.3	0.0544	0.0354	0.0000	0.1983	0.1827	0.1197	0.0654	0.0229	0.0118	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.4	0.0541	0.0332	0.0000	0.1962	0.1829	0.1201	0.0664	0.0230	0.0119	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.5	0.0538	0.0311	0.0000	0.1940	0.1832	0.1205	0.0674	0.0231	0.0120	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.6	0.0535	0.0290	0.0000	0.1918	0.1834	0.1209	0.0684	0.0232	0.0121	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.7	0.0532	0.0269	0.0000	0.1895	0.1837	0.1213	0.0694	0.0233	0.0122	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.8	0.0529	0.0248	0.0000	0.1872	0.1839	0.1217	0.0704	0.0234	0.0123	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
7.9	0.0526	0.0227	0.0000	0.1848	0.1841	0.1221	0.0714	0.0235	0.0124	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000
8.0	0.0523	0.0206	0.0000	0.1824	0.1843	0.1225	0.0724	0.0236	0.0125	0.0045	0.0018	0.0007	0.0000

Entonces, teniendo en cuenta que:

$$g((0, +\infty)) = (g(0), g(+\infty)) = (0, +\infty),$$



Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Tabla 2													
Distribucion de Poisson $P(x)$													
$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$													
λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0905	0.0045										
0.2	0.8187	0.1613	0.0164	0.0002	0.0000								
0.3	0.7408	0.2222	0.0333	0.0033	0.0001	0.0000							
0.4	0.6703	0.2681	0.0536	0.0072	0.0007	0.0000							
0.5	0.6065	0.3033	0.0728	0.0126	0.0018	0.0002	0.0000						
0.6	0.5488	0.3294	0.0928	0.0178	0.0036	0.0009	0.0000	0.0000					
0.7	0.4966	0.3476	0.1217	0.0269	0.0056	0.0017	0.0003	0.0000	0.0000				
0.8	0.4493	0.3595	0.1478	0.0393	0.0077	0.0026	0.0006	0.0001	0.0000				
0.9	0.4066	0.3659	0.1607	0.0499	0.0111	0.0036	0.0010	0.0002	0.0000				
1.0	0.3679	0.3679	0.1835	0.0613	0.0153	0.0045	0.0013	0.0003	0.0000				
1.1	0.3329	0.3662	0.2014	0.0778	0.0203	0.0064	0.0018	0.0005	0.0001				
1.2	0.3012	0.3614	0.2165	0.0867	0.0260	0.0082	0.0024	0.0007	0.0002				
1.3	0.2725	0.3493	0.2303	0.0998	0.0324	0.0104	0.0030	0.0009	0.0003				
1.4	0.2466	0.3422	0.2417	0.1228	0.0395	0.0131	0.0040	0.0012	0.0004				
1.5	0.2231	0.3347	0.2516	0.1235	0.0471	0.0161	0.0055	0.0017	0.0005				
1.6	0.2015	0.3236	0.2569	0.1378	0.0551	0.0176	0.0067	0.0021	0.0007				
1.7	0.1827	0.3106	0.2646	0.1498	0.0636	0.0218	0.0081	0.0026	0.0009				
1.8	0.1663	0.2975	0.2696	0.1598	0.0723	0.0266	0.0095	0.0031	0.0010				
1.9	0.1516	0.2842	0.2706	0.1678	0.0812	0.0306	0.0108	0.0036	0.0012				
2.0	0.1393	0.2707	0.2707	0.1804	0.0902	0.0361	0.0126	0.0044	0.0014				
2.1	0.1288	0.2578	0.2681	0.1928	0.0992	0.0426	0.0144	0.0055	0.0017				
2.2	0.1200	0.2454	0.2604	0.2049	0.1086	0.0492	0.0164	0.0067	0.0021				
2.3	0.1128	0.2341	0.2516	0.2165	0.1184	0.0567	0.0186	0.0081	0.0026				
2.4	0.1070	0.2240	0.2417	0.2278	0.1284	0.0642	0.0210	0.0095	0.0031				
2.5	0.1024	0.2150	0.2316	0.2387	0.1384	0.0717	0.0236	0.0108	0.0036				
2.6	0.0988	0.2070	0.2225	0.2493	0.1484	0.0792	0.0266	0.0126	0.0044				
2.7	0.0960	0.1999	0.2146	0.2598	0.1584	0.0867	0.0296	0.0144	0.0055				
2.8	0.0939	0.1936	0.2072	0.2698	0.1684	0.0942	0.0326	0.0164	0.0067				
2.9	0.0923	0.1880	0.2007	0.2794	0.1784	0.1017	0.0356	0.0186	0.0081				
3.0	0.0910	0.1831	0.1942	0.2887	0.1884	0.1092	0.0386	0.0210	0.0095				
3.1	0.0899	0.1788	0.1887	0.2978	0.1984	0.1167	0.0416	0.0236	0.0108				
3.2	0.0892	0.1750	0.1835	0.3067	0.2084	0.1242	0.0446	0.0266	0.0126				
3.3	0.0886	0.1716	0.1787	0.3154	0.2178	0.1317	0.0476	0.0296	0.0144				
3.4	0.0881	0.1686	0.1742	0.3239	0.2264	0.1392	0.0506	0.0326	0.0164				
3.5	0.0878	0.1659	0.1700	0.3322	0.2354	0.1467	0.0536	0.0356	0.0186				
3.6	0.0875	0.1634	0.1660	0.3403	0.2440	0.1542	0.0567	0.0386	0.0210				
3.7	0.0873	0.1610	0.1625	0.3482	0.2524	0.1617	0.0597	0.0416	0.0236				
3.8	0.0871	0.1587	0.1592	0.3559	0.2606	0.1692	0.0627	0.0446	0.0266				
3.9	0.0870	0.1565	0.1560	0.3634	0.2687	0.1767	0.0657	0.0476	0.0296				
4.0	0.0869	0.1544	0.1536	0.3707	0.2766	0.1842	0.0687	0.0506	0.0326				
4.1	0.0868	0.1524	0.1512	0.3778	0.2844	0.1917	0.0717	0.0536	0.0356				
4.2	0.0867	0.1504	0.1490	0.3847	0.2920	0.1992	0.0747	0.0567	0.0386				
4.3	0.0866	0.1484	0.1476	0.3914	0.2994	0.2067	0.0777	0.0597	0.0416				
4.4	0.0865	0.1464	0.1458	0.3979	0.3067	0.2142	0.0807	0.0627	0.0446				
4.5	0.0864	0.1444	0.1442	0.4042	0.3139	0.2217	0.0837	0.0657	0.0476				
4.6	0.0863	0.1424	0.1426	0.4103	0.3214	0.2292	0.0867	0.0687	0.0506				
4.7	0.0862	0.1404	0.1408	0.4162	0.3287	0.2367	0.0897	0.0717	0.0536				
4.8	0.0861	0.1384	0.1390	0.4219	0.3359	0.2442	0.0927	0.0747	0.0567				
4.9	0.0860	0.1364	0.1372	0.4274	0.3429	0.2517	0.0957	0.0777	0.0597				
5.0	0.0859	0.1344	0.1354	0.4327	0.3498	0.2592	0.0987	0.0807	0.0627				
5.1	0.0858	0.1324	0.1336	0.4379	0.3566	0.2667	0.1017	0.0837	0.0657				
5.2	0.0857	0.1304	0.1318	0.4429	0.3634	0.2742	0.1047	0.0867	0.0687				
5.3	0.0856	0.1284	0.1296	0.4478	0.3700	0.2817	0.1077	0.0897	0.0717				
5.4	0.0855	0.1264	0.1278	0.4526	0.3766	0.2892	0.1107	0.0927	0.0747				
5.5	0.0854	0.1244	0.1258	0.4573	0.3831	0.2967	0.1137	0.0957	0.0777				
5.6	0.0853	0.1224	0.1238	0.4619	0.3896	0.3042	0.1167	0.0987	0.0807				
5.7	0.0852	0.1204	0.1218	0.4664	0.3960	0.3117	0.1197	0.1017	0.0837				
5.8	0.0851	0.1184	0.1198	0.4708	0.4024	0.3192	0.1227	0.1047	0.0867				
5.9	0.0850	0.1164	0.1178	0.4751	0.4087	0.3267	0.1257	0.1077	0.0897				
6.0	0.0849	0.1144	0.1158	0.4793	0.4150	0.3342	0.1287	0.1107	0.0927				
6.1	0.0848	0.1124	0.1138	0.4835	0.4212	0.3417	0.1317	0.1137	0.0957				
6.2	0.0847	0.1104	0.1118	0.4876	0.4274	0.3492	0.1347	0.1167	0.0987				
6.3	0.0846	0.1084	0.1098	0.4917	0.4336	0.3567	0.1377	0.1197	0.1017				
6.4	0.0845	0.1064	0.1078	0.4957	0.4398	0.3642	0.1407	0.1227	0.1047				
6.5	0.0844	0.1044	0.1058	0.4997	0.4459	0.3717	0.1437	0.1257	0.1077				
6.6	0.0843	0.1024	0.1038	0.5037	0.4520	0.3792	0.1467	0.1287	0.1107				
6.7	0.0842	0.1004	0.1018	0.5076	0.4581	0.3867	0.1497	0.1317	0.1137				
6.8	0.0841	0.0984	0.0998	0.5115	0.4642	0.3942	0.1527	0.1347	0.1167				
6.9	0.0840	0.0964	0.0978	0.5154	0.4703	0.4017	0.1557	0.1377	0.1197				
7.0	0.0839	0.0944	0.0958	0.5193	0.4764	0.4092	0.1587	0.1407	0.1227				
7.1	0.0838	0.0924	0.0938	0.5231	0.4825	0.4167	0.1617	0.1437	0.1257				
7.2	0.0837	0.0904	0.0918	0.5269	0.4886	0.4242	0.1647	0.1467	0.1287				
7.3	0.0836	0.0884	0.0898	0.5307	0.4947	0.4317	0.1677	0.1497	0.1317				
7.4	0.0835	0.0864	0.0878	0.5345	0.5008	0.4392	0.1707	0.1527	0.1347				
7.5	0.0834	0.0844	0.0858	0.5383	0.5069	0.4467	0.1737	0.1557	0.1377				
7.6	0.0833	0.0824	0.0838	0.5421	0.5129	0.4542	0.1767	0.1587	0.1407				
7.7	0.0832	0.0804	0.0818	0.5458	0.5189	0.4617	0.1797	0.1617	0.1437				
7.8	0.0831	0.0784	0.0798	0.5495	0.5249	0.4692	0.1827	0.1647	0.1467				
7.9	0.0830	0.0764	0.0778	0.5532	0.5309	0.4767	0.1857	0.1677	0.1497				
8.0	0.0829	0.0744	0.0758	0.5569	0.5369	0.4842	0.1887	0.1707	0.1527				
8.1	0.0828	0.0724	0.0738	0.5606	0.5429	0.4917	0.1917	0.1737	0.1557				
8.2	0.0827	0.0704	0.0718	0.5643	0.5489	0.4992	0.1947	0.1767	0.1587				
8.3	0.0826	0.0684	0.0698	0.5679	0.5549	0.5067	0.1977	0.1797	0.1617				
8.4	0.0825	0.0664	0.0678	0.5716	0.5609	0.5142	0.2007	0.1827	0.1647				
8.5	0.0824	0.0644	0.0658	0.5753	0.5669	0.5217	0.2037	0.1857	0.1677				
8.6	0.0823	0.0624	0.0638	0.5789	0.5729	0.5292	0.2067	0.1887	0.1707				
8.7	0.0822	0.0604	0.0618	0.5826	0.5789	0.5367	0.2097	0.1917	0.1737				
8.8	0.0821	0.0584	0.0598	0.5862	0.5849	0.5442	0.2127	0.1947	0.1767				
8.9	0.0820	0.0564	0.0578	0.5898	0.5909	0.5517	0.2157	0.1977	0.1797				
9.0	0.0819	0.0544	0.0558	0.5935	0.5969	0.5592	0.2187	0.2007	0.1827				
9.1	0.0818	0.0524	0.0538	0.5971	0.6029	0.5667	0.2217	0.2037	0.1857				
9.2	0.0817	0.0504	0.0518	0.6007	0.6089	0.5742	0.2247	0.2067	0.1887				
9.3	0.0816	0.0484	0.0498	0.6043	0.6149	0.5817	0.2277	0.2097	0.1917				
9.4	0.0815	0.0464	0.0478	0.6079	0.6209	0.5892	0.2307	0.2127	0.1947				
9.5	0.0814	0.0444	0.0458	0.6115	0.6269	0.5967	0.2337	0.2157	0.1977				
9.6	0.0813	0.0424	0.0438	0.6151	0.6329	0.6042	0.2367	0.2187	0.2007				
9.7	0.0812	0.0404	0.0418	0.6187	0.6389	0.6117	0.2397	0.2217	0.2037				
9.8	0.0811	0.											

Entonces, teniendo en cuenta que:

- $g((0, +\infty)) = (g(0), g(+\infty)) = (0, +\infty)$,
- $g^{-1}(y) = \sqrt{y}$, $\forall y \in (0, +\infty)$,

Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Tabla 2
Distribucion de Poisson $P(x)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9048	0.0905	0.0045	0.0002	0.0000								
0.2	0.8187	0.1613	0.0143	0.0011	0.0001	0.0000							
0.3	0.7408	0.2222	0.0373	0.0033	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.2681	0.0546	0.0072	0.0005	0.0001	0.0000						
0.5	0.6065	0.3043	0.0728	0.0126	0.0018	0.0002	0.0000						

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
gris	4	0.16
rojo	3	0.24
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	4	0.16
	25	1

x	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
5.0	0.0003	0.0005	0.0002										
6.0	0.0022	0.0032	0.0005	0.0001	0.0000								
7.0	0.0143	0.0071	0.0033	0.0014	0.0006	0.0002	0.0001						
8.0	0.0026	0.0129	0.0036	0.0015	0.0009	0.0004	0.0002	0.0001					
9.0	0.0004	0.0024	0.0093	0.0105	0.0038	0.0026	0.0014	0.0008	0.0004	0.0002	0.0001		
10.0	0.0024	0.0021	0.0147	0.0217	0.0126	0.0071	0.0037	0.0019	0.0009	0.0004	0.0002	0.0001	

Entonces, teniendo en cuenta que:

- $g((0, +\infty)) = (g(0), g(+\infty)) = (0, +\infty),$
- $g^{-1}(y) = \sqrt{y}, \quad \forall y \in (0, +\infty),$
- $\frac{dg^{-1}(y)}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}}, \quad \forall y \in (0, +\infty),$

Peso (kg)

Probabilidad

Tabela 2
Distribucion de Poisson $P(X)$

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9948	0.0052	0.0003	0.0000									
0.2	0.8187	0.1812	0.0164	0.0011	0.0000								
0.3	0.7408	0.2591	0.0377	0.0043	0.0002	0.0000							
0.4	0.6703	0.3297	0.0548	0.0072	0.0005	0.0000							
0.5	0.6080	0.3919	0.0728	0.0126	0.0018	0.0001	0.0000						
0.6	0.5549	0.3451	0.0928	0.0218	0.0036	0.0004	0.0000	0.0000					
0.7	0.5096	0.3176	0.1127	0.0329	0.0056	0.0007	0.0001	0.0000					
0.8	0.4703	0.2955	0.1348	0.0451	0.0077	0.0012	0.0001						
0.9	0.4366	0.2785	0.1587	0.0589	0.0111	0.0026	0.0003						
1.0	0.4083	0.2673	0.1835	0.0738	0.0153	0.0031	0.0005						
1.1	0.3852	0.2602	0.2094	0.0908	0.0203	0.0044	0.0008						
1.2	0.3672	0.2564	0.2365	0.0985	0.0260	0.0052	0.0012						
1.3	0.3532	0.2543	0.2633	0.0998	0.0324	0.0064	0.0018						
1.4	0.3426	0.2532	0.2892	0.1028	0.0395	0.0081	0.0025						
1.5	0.3341	0.2547	0.3136	0.1073	0.0471	0.0095	0.0031						
1.6	0.3275	0.2586	0.3364	0.1128	0.0551	0.0116	0.0047	0.0004					
1.7	0.3227	0.2646	0.3576	0.1198	0.0636	0.0142	0.0061	0.0009					
1.8	0.3193	0.2725	0.3764	0.1283	0.0723	0.0166	0.0078	0.0013					
1.9	0.3170	0.2812	0.3926	0.1381	0.0822	0.0205	0.0098	0.0022	0.0006	0.0001	0.0000		
2.0	0.3153	0.2907	0.4064	0.1492	0.0934	0.0241	0.0126	0.0034	0.0009	0.0002	0.0000		
2.1	0.3140	0.2998	0.4184	0.1614	0.1056	0.0274	0.0154	0.0055	0.0015	0.0004	0.0001	0.0000	
2.2	0.3131	0.3084	0.4288	0.1744	0.1184	0.0304	0.0184	0.0074	0.0024	0.0007	0.0002	0.0001	0.0000
2.3	0.3125	0.3164	0.4376	0.1876	0.1316	0.0334	0.0214	0.0094	0.0034	0.0014	0.0004	0.0001	0.0000
2.4	0.3121	0.3236	0.4456	0.1996	0.1446	0.0364	0.0244	0.0114	0.0054	0.0024	0.0009	0.0003	0.0001
2.5	0.3118	0.3300	0.4528	0.2108	0.1576	0.0394	0.0274	0.0134	0.0074	0.0034	0.0014	0.0005	0.0002
2.6	0.3116	0.3356	0.4592	0.2212	0.1696	0.0424	0.0304	0.0154	0.0084	0.0044	0.0019	0.0007	0.0003
2.7	0.3114	0.3408	0.4648	0.2308	0.1808	0.0454	0.0334	0.0174	0.0094	0.0054	0.0024	0.0010	0.0004
2.8	0.3112	0.3456	0.4696	0.2396	0.1916	0.0484	0.0364	0.0194	0.0114	0.0064	0.0034	0.0015	0.0006
2.9	0.3110	0.3500	0.4736	0.2476	0.2016	0.0514	0.0394	0.0214	0.0134	0.0074	0.0044	0.0019	0.0008
3.0	0.3108	0.3536	0.4768	0.2548	0.2108	0.0544	0.0424	0.0234	0.0154	0.0084	0.0054	0.0024	0.0010
3.1	0.3106	0.3568	0.4792	0.2612	0.2184	0.0564	0.0444	0.0254	0.0174	0.0094	0.0064	0.0029	0.0012
3.2	0.3104	0.3596	0.4808	0.2668	0.2248	0.0584	0.0464	0.0274	0.0194	0.0114	0.0074	0.0039	0.0014
3.3	0.3102	0.3620	0.4816	0.2716	0.2304	0.0604	0.0484	0.0294	0.0214	0.0134	0.0084	0.0049	0.0016
3.4	0.3100	0.3640	0.4816	0.2756	0.2348	0.0624	0.0504	0.0314	0.0234	0.0154	0.0094	0.0059	0.0018
3.5	0.3098	0.3656	0.4812	0.2788	0.2376	0.0644	0.0524	0.0334	0.0254	0.0174	0.0114	0.0069	0.0020
3.6	0.3096	0.3668	0.4808	0.2812	0.2396	0.0664	0.0544	0.0354	0.0274	0.0194	0.0134	0.0079	0.0022
3.7	0.3094	0.3676	0.4800	0.2832	0.2408	0.0684	0.0564	0.0374	0.0294	0.0214	0.0154	0.0089	0.0024
3.8	0.3092	0.3680	0.4792	0.2848	0.2416	0.0704	0.0584	0.0394	0.0314	0.0234	0.0174	0.0099	0.0026
3.9	0.3090	0.3684	0.4776	0.2860	0.2416	0.0724	0.0604	0.0414	0.0334	0.0254	0.0194	0.0109	0.0028
4.0	0.3088	0.3688	0.4760	0.2868	0.2408	0.0744	0.0624	0.0434	0.0354	0.0274	0.0214	0.0119	0.0030
4.1	0.3086	0.3688	0.4744	0.2872	0.2396	0.0764	0.0644	0.0454	0.0374	0.0294	0.0234	0.0129	0.0032
4.2	0.3084	0.3684	0.4720	0.2872	0.2376	0.0784	0.0664	0.0474	0.0394	0.0314	0.0254	0.0139	0.0034
4.3	0.3082	0.3676	0.4696	0.2868	0.2348	0.0804	0.0684	0.0494	0.0414	0.0334	0.0274	0.0149	0.0036
4.4	0.3080	0.3668	0.4672	0.2856	0.2304	0.0824	0.0704	0.0514	0.0434	0.0354	0.0294	0.0159	0.0038
4.5	0.3078	0.3656	0.4648	0.2832	0.2248	0.0844	0.0724	0.0534	0.0454	0.0374	0.0314	0.0169	0.0040
4.6	0.3076	0.3640	0.4624	0.2808	0.2184	0.0864	0.0744	0.0554	0.0474	0.0394	0.0334	0.0179	0.0042
4.7	0.3074	0.3620	0.4596	0.2776	0.2108	0.0884	0.0764	0.0574	0.0494	0.0414	0.0354	0.0189	0.0044
4.8	0.3072	0.3596	0.4568	0.2744	0.2016	0.0904	0.0784	0.0594	0.0514	0.0434	0.0374	0.0199	0.0046
4.9	0.3070	0.3568	0.4536	0.2704	0.1916	0.0924	0.0804	0.0614	0.0534	0.0454	0.0394	0.0209	0.0048
5.0	0.3068	0.3536	0.4496	0.2656	0.1808	0.0944	0.0824	0.0634	0.0554	0.0474	0.0414	0.0219	0.0050
5.1	0.3066	0.3500	0.4448	0.2600	0.1696	0.0964	0.0844	0.0654	0.0574	0.0494	0.0434	0.0229	0.0052
5.2	0.3064	0.3456	0.4392	0.2536	0.1576	0.0984	0.0864	0.0674	0.0594	0.0514	0.0454	0.0239	0.0054
5.3	0.3062	0.3408	0.4328	0.2468	0.1446	0.1004	0.0884	0.0694	0.0614	0.0534	0.0474	0.0249	0.0056
5.4	0.3060	0.3356	0.4256	0.2388	0.1304	0.1024	0.0904	0.0714	0.0634	0.0554	0.0494	0.0259	0.0058
5.5	0.3058	0.3300	0.4176	0.2296	0.1156	0.1044	0.0924	0.0734	0.0654	0.0574	0.0514	0.0269	0.0060
5.6	0.3056	0.3240	0.4088	0.2196	0.1000	0.1064	0.0944	0.0754	0.0674	0.0594	0.0534	0.0279	0.0062
5.7	0.3054	0.3176	0.4000	0.2088	0.0836	0.1084	0.0964	0.0774	0.0694	0.0614	0.0554	0.0289	0.0064
5.8	0.3052	0.3108	0.3912	0.1972	0.0664	0.1104	0.0984	0.0794	0.0714	0.0634	0.0574	0.0299	0.0066
5.9	0.3050	0.3036	0.3816	0.1848	0.0488	0.1124	0.1004	0.0814	0.0734	0.0654	0.0594	0.0309	0.0068
6.0	0.3048	0.2960	0.3712	0.1712	0.0304	0.1144	0.1024	0.0834	0.0754	0.0674	0.0614	0.0319	0.0070
6.1	0.3046	0.2880	0.3600	0.1568	0.0116	0.1164	0.1044	0.0854	0.0774	0.0694	0.0634	0.0329	0.0072
6.2	0.3044	0.2796	0.3480	0.1416	0.0024	0.1184	0.1064	0.0874	0.0794	0.0714	0.0654	0.0339	0.0074
6.3	0.3042	0.2708	0.3352	0.1248	0.0000	0.1204	0.1084	0.0894	0.0814	0.0734	0.0674	0.0349	0.0076
6.4	0.3040	0.2616	0.3216	0.1064	0.0000	0.1224	0.1104	0.0914	0.0834	0.0754	0.0694	0.0359	0.0078
6.5	0.3038	0.2520	0.3072	0.0864	0.0000	0.1244	0.1124	0.0934	0.0854	0.0774	0.0714	0.0369	0.0080
6.6	0.3036	0.2424	0.2920	0.0648	0.0000	0.1264	0.1144	0.0954	0.0874	0.0794	0.0734	0.0379	0.0082
6.7	0.3034	0.2328	0.2760	0.0416	0.0000	0.1284	0.1164	0.0974	0.0894	0.0814	0.0754	0.0389	0.0084
6.8	0.3032	0.2232	0.2592	0.0176	0.0000	0.1304	0.1184	0.0994	0.0914	0.0834	0.0774	0.0399	0.0086
6.9	0.3030	0.2136	0.2416	0.0024	0.0000	0.1324	0.1204	0.1014	0.0934	0.0854	0.0794	0.0409	0.0088
7.0	0.3028	0.2040	0.2232	0.0000	0.0000	0.1344	0.1224	0.1034	0.0954	0.0874	0.0814	0.0419	0.0090
7.1	0.3026	0.1944	0.2048	0.0000	0.0000	0.1364	0.1244	0.1054	0.0974	0.0894	0.0834	0.0429	0.0092
7.2	0.3024	0.1848	0.1856	0.0000	0.0000	0.1384	0.1264	0.1074	0.0994	0.0914	0.0854	0.0439	0.0094
7.3	0.3022	0.1752	0.1656	0.0000	0.0000	0.1404	0.1284	0.1094	0.1014	0.0934	0.0874	0.0449	0.0096
7.4	0.3020	0.1656	0.1448	0.0000	0.0000	0.1424	0.1304	0.1114	0.1034	0.0954	0.0894	0.0459	0.0098
7.5	0.3018	0.1560	0.1232	0.0000	0.0000	0.1444	0.1324	0.1134	0.1054	0.0974	0.0914	0.0469	0.0100
7.6	0.3016	0.1464	0.1008	0.0000	0.0000	0.1464	0.1344	0.1154	0.1074	0.0994	0.0934	0.0479	0.0102
7.7	0.3014	0.1368	0.0776	0.0000	0.0000	0.1484	0.1364	0.1174	0.1094	0.1014	0.0954	0.0489	0.0104
7.8	0.3012	0.1272	0.0536	0.0000	0.0000	0.1504	0.1384	0.1194	0.1114	0.1034	0.0974	0.0499	0.0106
7.9	0.3010	0.1176	0.0288	0.0000	0.0000	0.1524	0.1404	0.1214	0.1134	0.1054	0.0994	0.0509	0.0108
8.0	0.3008	0.1080	0.0032	0.0000	0.0000	0.1544	0.1424	0.1234	0.1154	0.1074	0.1014	0.0519	0.011

Entonces, teniendo en cuenta que:

- $g((0, +\infty)) = (g(0), g(+\infty)) = (0, +\infty),$
- $g^{-1}(y) = \sqrt{y}, \quad \forall y \in (0, +\infty),$
- $\frac{dg^{-1}(y)}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}}, \quad \forall y \in (0, +\infty),$

se tiene

$$f_Y(y) = \frac{\lambda e^{-\lambda \sqrt{y}}}{2\sqrt{y}}, \quad \forall y > 0.$$

Peso (kg)

Probability

Tabla 2
Distribucion de Poisson $P(X)$

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.1	0.9948	0.0052	0.0003	0.0000									
0.2	0.8187	0.1812	0.0104	0.0001	0.0000								
0.3	0.5940	0.4059	0.0909	0.0091	0.0002	0.0000							
0.4	0.4724	0.5275	0.2081	0.0540	0.0097	0.0002	0.0000						
0.5	0.3770	0.4724	0.2875	0.1212	0.0308	0.0061	0.0009	0.0000					
0.6	0.2865	0.3770	0.2875	0.1755	0.0720	0.0223	0.0054	0.0009	0.0000				
0.7	0.2053	0.2865	0.2053	0.1470	0.0890	0.0471	0.0223	0.0077	0.0015	0.0000			
0.8	0.1470	0.2053	0.1470	0.1013	0.0675	0.0393	0.0223	0.0110	0.0044	0.0009	0.0000		
0.9	0.1013	0.1470	0.1013	0.0675	0.0471	0.0308	0.0175	0.0110	0.0054	0.0022	0.0000		
1.0	0.0675	0.1013	0.0675	0.0471	0.0308	0.0175	0.0110	0.0054	0.0022	0.0009	0.0000		

Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.1
gris	4	0.08
rojo	3	0.24
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
multicolor	4	0.08
total	26	1



Entonces, teniendo en cuenta que:

- $g((0, +\infty)) = (g(0), g(+\infty)) = (0, +\infty),$
- $g^{-1}(y) = \sqrt{y}, \quad \forall y \in (0, +\infty),$
- $\frac{dg^{-1}(y)}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}}, \quad \forall y \in (0, +\infty),$

se tiene

$$f_Y(y) = \frac{\lambda e^{-\lambda\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}}, \quad \forall y > 0.$$

Extensión del teorema de cambio de variable continua a continua

Notemos que las condiciones exigidas a la transformación g considerada en el teorema (derivabilidad y monotonía estricta) equivalen a la exigencia de tales condiciones a la función g^{-1} . El teorema puede extenderse al caso en que la función g tenga un conjunto numerable de inversas, $\{g_n^{-1}\}_{n \in \mathbb{N}}$, y cada una de ellas satisfaga tales condiciones. En esta situación, la función de densidad de la variable $Y = g(X)$ se obtiene aplicando la fórmula especificada en el teorema a cada función g_n^{-1} y sumando las funciones resultantes

$$f_Y(y) = \sum_{n=1}^{+\infty} f_X(g_n^{-1}(y)) \left| \frac{dg_n^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

Entonces, teniendo en cuenta que:

- $g((0, +\infty)) = (g(0), g(+\infty)) = (0, +\infty),$
- $g^{-1}(y) = \sqrt{y}, \quad \forall y \in (0, +\infty),$
- $\frac{dg^{-1}(y)}{dy} = \frac{1}{2\sqrt{y}}, \quad \forall y \in (0, +\infty),$

se tiene

$$f_Y(y) = \frac{\lambda e^{-\lambda\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}}, \quad \forall y > 0.$$

Extensión del teorema de cambio de variable continua a continua

Notemos que las condiciones exigidas a la transformación g considerada en el teorema (derivabilidad y monotonía estricta) equivalen a la exigencia de tales condiciones a la función g^{-1} . El teorema puede extenderse al caso en que la función g tenga un conjunto numerable de inversas, $\{g_n^{-1}\}_{n \in \mathbb{N}}$, y cada una de ellas satisfaga tales condiciones. En esta situación, la función de densidad de la variable $Y = g(X)$ se obtiene aplicando la fórmula especificada en el teorema a cada función g_n^{-1} y sumando las funciones resultantes

$$f_Y(y) = \sum_{n=1}^{+\infty} f_X(g_n^{-1}(y)) \left| \frac{dg_n^{-1}(y)}{dy} \right|, \quad \forall y \in g((a, b)).$$

Ejemplo 4: Sea X una variable aleatoria de tipo continuo, con función de densidad

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0$$

y consideremos la variable $Y = (X - 1)^2$.

Ya que la variable X toma valores en \mathbb{R}^+ , el conjunto de valores de la nueva variable Y es $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$.

Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco

gris

rojo

verde

violeta

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

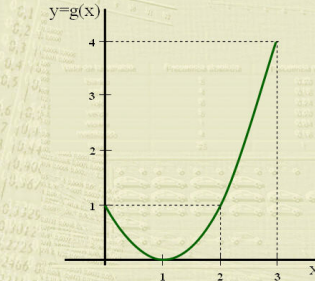
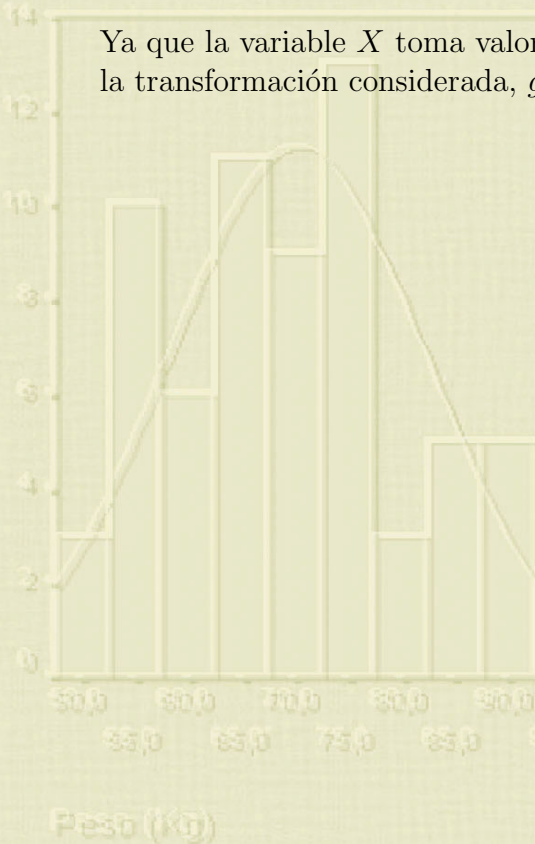
total

total

total

total

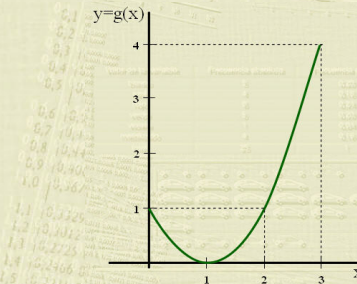
Ya que la variable X toma valores en \mathbb{R}^+ , el conjunto de valores de la nueva variable Y es $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Sin embargo, la transformación considerada, $g(x) = (x - 1)^2$, no es estrictamente monótona, como se muestra en el gráfico:



Valor de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
blanco	5	0.20
azul	4	0.16
rojo	3	0.12
verde	5	0.20
violeta	1	0.04
total	25	1

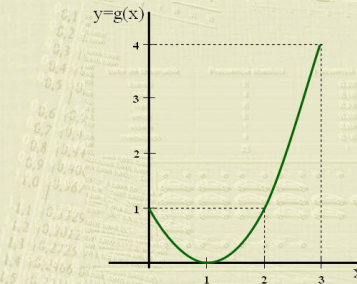
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.									

Ya que la variable X toma valores en \mathbb{R}^+ , el conjunto de valores de la nueva variable Y es $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Sin embargo, la transformación considerada, $g(x) = (x - 1)^2$, no es estrictamente monótona, como se muestra en el gráfico:



De hecho, $y = g(x) \Rightarrow \begin{cases} g_1^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente decreciente} \\ g_2^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente creciente.} \end{cases}$

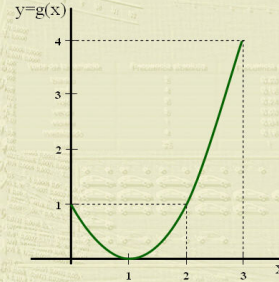
Ya que la variable X toma valores en \mathbb{R}^+ , el conjunto de valores de la nueva variable Y es $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Sin embargo, la transformación considerada, $g(x) = (x - 1)^2$, no es estrictamente monótona, como se muestra en el gráfico:



De hecho, $y = g(x) \Rightarrow \begin{cases} g_1^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente decreciente} \\ g_2^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente creciente.} \end{cases}$

Entonces, aplicando la extensión del teorema de cambio de variable,

Ya que la variable X toma valores en \mathbb{R}^+ , el conjunto de valores de la nueva variable Y es $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Sin embargo, la transformación considerada, $g(x) = (x - 1)^2$, no es estrictamente monótona, como se muestra en el gráfico:

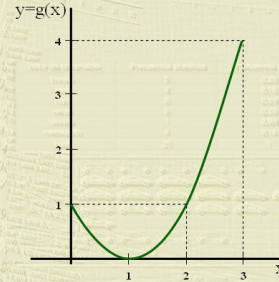


De hecho, $y = g(x) \Rightarrow \begin{cases} g_1^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente decreciente} \\ g_2^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente creciente.} \end{cases}$

Entonces, aplicando la extensión del teorema de cambio de variable,

$$f_Y(y) = f_X(g_1^{-1}(y)) \left| \frac{dg_1^{-1}(y)}{dy} \right| + f_X(g_2^{-1}(y)) \left| \frac{dg_2^{-1}(y)}{dy} \right| = f_X(1 - \sqrt{y}) \left| -\frac{1}{2\sqrt{y}} \right| + f_X(1 + \sqrt{y}) \left| \frac{1}{2\sqrt{y}} \right|, \quad \forall y \geq 0.$$

Ya que la variable X toma valores en \mathbb{R}^+ , el conjunto de valores de la nueva variable Y es $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Sin embargo, la transformación considerada, $g(x) = (x - 1)^2$, no es estrictamente monótona, como se muestra en el gráfico:



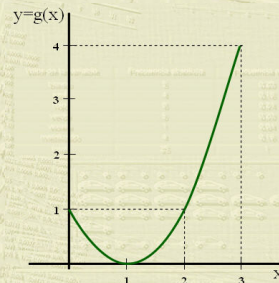
De hecho, $y = g(x) \Rightarrow \begin{cases} g_1^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente decreciente} \\ g_2^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente creciente.} \end{cases}$

Entonces, aplicando la extensión del teorema de cambio de variable,

$$f_Y(y) = f_X(g_1^{-1}(y)) \left| \frac{dg_1^{-1}(y)}{dy} \right| + f_X(g_2^{-1}(y)) \left| \frac{dg_2^{-1}(y)}{dy} \right| = f_X(1 - \sqrt{y}) \left| -\frac{1}{2\sqrt{y}} \right| + f_X(1 + \sqrt{y}) \left| \frac{1}{2\sqrt{y}} \right|, \quad \forall y \geq 0.$$

■ Si $y \in [0, 1) \Rightarrow \begin{cases} g_1^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y} \in (0, 1] \longrightarrow f_X(1 - \sqrt{y}) = \lambda e^{-\lambda(1-\sqrt{y})} \\ g_2^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y} \in [1, 2) \longrightarrow f_X(1 + \sqrt{y}) = \lambda e^{-\lambda(1+\sqrt{y})}. \end{cases}$

Ya que la variable X toma valores en \mathbb{R}^+ , el conjunto de valores de la nueva variable Y es $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. Sin embargo, la transformación considerada, $g(x) = (x - 1)^2$, no es estrictamente monótona, como se muestra en el gráfico:



De hecho, $y = g(x) \Rightarrow \begin{cases} g_1^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente decreciente} \\ g_2^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y} & \text{derivable y estrictamente creciente.} \end{cases}$

Entonces, aplicando la extensión del teorema de cambio de variable,

$$f_Y(y) = f_X(g_1^{-1}(y)) \left| \frac{dg_1^{-1}(y)}{dy} \right| + f_X(g_2^{-1}(y)) \left| \frac{dg_2^{-1}(y)}{dy} \right| = f_X(1 - \sqrt{y}) \left| -\frac{1}{2\sqrt{y}} \right| + f_X(1 + \sqrt{y}) \left| \frac{1}{2\sqrt{y}} \right|, \quad \forall y \geq 0.$$

■ Si $y \in [0, 1) \Rightarrow \begin{cases} g_1^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y} \in (0, 1] \longrightarrow f_X(1 - \sqrt{y}) = \lambda e^{-\lambda(1-\sqrt{y})} \\ g_2^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y} \in [1, 2) \longrightarrow f_X(1 + \sqrt{y}) = \lambda e^{-\lambda(1+\sqrt{y})}. \end{cases}$

■ Si $y \in (1, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} g_1^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y} < 0 \longrightarrow f_X(1 - \sqrt{y}) = 0 \\ g_2^{-1}(y) = 1 + \sqrt{y} \in (2, +\infty) \longrightarrow f_X(1 + \sqrt{y}) = \lambda e^{-\lambda(1+\sqrt{y})}. \end{cases}$

En resumen, asignando un valor arbitrario a $y = 1$, se deduce que

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{\lambda e^{-\lambda(1-\sqrt{y})} + \lambda e^{-\lambda(1+\sqrt{y})}}{2\sqrt{y}} & 0 < y < 1 \\ \frac{\lambda e^{-\lambda(1+\sqrt{y})}}{2\sqrt{y}} & y \geq 1. \end{cases}$$



Peso (kg)

Probabilidad

(x)

Tabla 2

Distribución de Poisson $P(X=k)$

Valor de la variable

Frecuencia absoluta

Frecuencia relativa

blanco

gris

rojo

verde

violeta

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total

total