4. Sea X una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} k_1(x+1) & 0 \leq x \leq 4 \\ k_2 x^2 & 4 < x \leq 6 \end{cases}$$

Sabiendo que $P(0 \leq X \leq 4) = 2/3$, determinar k_1, k_2, y deducir su función de distribución.

$$f(x) = \begin{cases} k_1(x+1) & 0 \leq x \leq 4 \\ k_2 x^2 & 4 < x \leq 6 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

→ Fuera de los límites de ... que es 0.

$$P(0 \leq X \leq 4) = \frac{2}{3}$$

k_1? k_2? F. Distribución

i) $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow k_1, k_2 \geq 0$

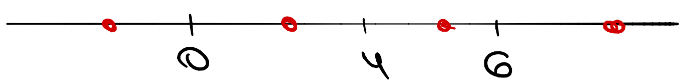
ii) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Rightarrow \cancel{\int_{-\infty}^{0} 0\,dx} + \int_0^4 k_1(x+1)dx + \int_4^6 k_2 x^2 dx + \cancel{\int_6^{+\infty} 0\,dx} = k_1\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_0^4 + k_2 \frac{x^3}{3}\Big|_4^6 = 12k_1 + \frac{152}{3}k_2 = 1$

$$P(0 \leq X \leq 4) = \frac{2}{3} = \int_0^4 k_1(x+1)dx = k_1\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_0^4 = 12k_1 = \frac{2}{3}$$

$k_1 = \frac{1}{18}$, $k_2 = \frac{1}{152}$

Estos valores hacen que sea una función de densidad.

$F(x) = P(X \le x)$ Función distribución



$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{18}\int_0^x x+1 & 0 \le x < 4 \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{152}\int_4^x x^2 & 4 \le x < 6 \\ 1 & x > 6 \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{18}\left(\frac{x^2}{2} + x\right) & 0 \le x < 4 \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{152}\frac{x^3-4^3}{3} & 4 \le x < 6 \\ 1 & x > 6 \end{cases}$$