

⑨ Calcular las funciones de densidad de las variables  $Y = 2X + 3$  y  $Z = |X|$ , siendo  $X$  una variable continua con función de densidad:

$$f_X(x) = \frac{1}{4}, \quad -2 < x < 2.$$

$$x = \frac{y-3}{2} = h^{-1}(y), \quad y \in ]-1, 7[$$

$$x = -2 \Rightarrow y = 1; \quad x = 2 \Rightarrow y = 7.$$

Sea:

$$g(y) = f(h^{-1}(y)) \cdot |(h^{-1})'(y)|, \quad \text{si } y \in ]-1, 7[$$

$$g(y) = 0, \quad \text{otro caso}$$

$$g(y) = f\left(\frac{y-3}{2}\right) \cdot \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}, \quad \text{si } -1 < y < 7$$

Para  $z = |x|$ ,  $z \in [0, 2[$ : Al ser valor absoluto se tienen dos ramas:

$$g(z) = f(h^{-1}(z)) \cdot |(h^{-1})'(z)|$$

$$g_1(z) = f(x) \cdot 1 = \frac{1}{4}$$

$$g_2(z) = f(-x) \cdot 1 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow g(z) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}, \quad \text{si } 0 \leq z < 2$$