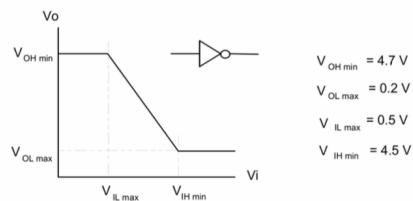


1. Escribe las tablas de verdad para las siguientes funciones donde las variables son binarias:

$$\begin{aligned}
 a) \ f(A, B, C) &= A + B \cdot C \\
 b) \ f(A, B, C) &= \overline{A + B \cdot C} \\
 c) \ f(A, B) &= \overline{A \cdot (A + B)} \\
 d) \ f(A, B, C) &= \overline{A \cdot (B + C)}
 \end{aligned}$$

A	B	C	a	b	c	d
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0

2. Suponiendo que la respuesta del inversor de una cierta tecnología es la representada en la Figura 1, determinar los márgenes de ruido en estado alto y bajo.



$$N_{HH} = V_{OH} - V_{IH} = 4.7\text{ V} - 4.5\text{ V} = 0.2\text{ V}$$

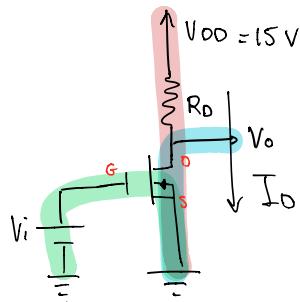
$$N_{HL} = V_{IL} - V_{OL} = 0.5\text{ V} - 0.2\text{ V} = 0.3\text{ V}$$

3. Una posibilidad para construir un inversor con un transistor NMOS es usar una resistencia como carga. Si a la resistencia se coloca una fuente de $V_{DD} = 15V$, calcula V_{OL} , V_{OH} , el margen de ruido en estado alto y el margen de ruido en estado bajo si:

a) $R_D = 1k\Omega$

b) $R_D = 1M\Omega$

Datos: $k = 10^{-3} \frac{A}{V^2}$, $V_T = 2V$.



a) $R_D = 1k\Omega = 10^3 \Omega$

Escribimos las ecuaciones:

→ CORTE : ① $V_{GS} < V_T = 2V$
② $I_D = 0 A.$

→ SATURACIÓN : ① $V_{GS} > V_T = 2V$
② $V_{DS} > (V_{GS} - V_T) = (V_{GS} - 2V)$

$$③ I_D = \frac{k}{2} (V_{GS} - V_T)^2 = \frac{10^{-3}}{2} (V_{GS} - 2V)^2$$

→ LINEAL : ① $V_{GS} > V_T = 2V$

$$② V_{DS} < (V_{GS} - V_T) = (V_{GS} - 2V)$$

$$③ I_D = \frac{k}{2} [2(V_{GS} - V_T) V_{DS} - V_{DS}^2] = \frac{10^{-3}}{2} [2(V_{GS} - 2)V_{DS} - V_{DS}^2]$$

Ecuaciones generales del circuito:

① $V_{DD} - I_D R_D - V_{DS} = 0 \Rightarrow 15V - 10^3 I_D - V_{DS} = 0$

② $0 + V_i - V_{GS} = 0 \Rightarrow V_i = V_{GS}$

③ $V_o - V_{DS} = 0 \Rightarrow V_o = V_{DS}$

↳ → CORTE : $V_i < V_T = 2V \Rightarrow I_D = 0$

→ SATURACIÓN : $V_i > V_T = 2V \quad y \quad V_o > (V_i - V_T) = (V_i - 2) \Rightarrow I_D = \frac{10^{-3}}{2} (V_i - 2)^2$

→ LINEAL : $V_i > V_T = 2V \quad y \quad V_o < (V_i - V_T) = (V_i - 2) \Rightarrow I_D = \frac{k}{2} [2(V_i - 2) V_o - V_o^2]$

y ecuaciones generales

$$\left. \begin{array}{l} ① 15 - 10^3 I_D - V_o = 0 \\ ② V_i = V_{GS} \\ ③ V_o = V_{DS} \end{array} \right\}$$

\Rightarrow EN CORTE $\Rightarrow V_i < 2V$ $I_D = 0 \text{ A}$

$$\Rightarrow 15 - 10^3 \cdot 0 - V_o = 0 \Rightarrow V_o = 15V \quad \forall V_i$$

Usando este valor de salida cuando V_i es pequeña \Rightarrow

$$\Rightarrow V_{OH} = 15V$$

\rightarrow EN SATURACIÓN $\Rightarrow V_i > V_T = 2V \Rightarrow I_D = \frac{10^{-3}}{2} (V_i - 2)^2$

$$\Rightarrow 15 - 10^3 \cdot \frac{10^{-3}}{2} (V_i - 2)^2 - V_o = 0 \Rightarrow 15 - \frac{1}{2} (V_i - 2)^2 = V_o \Rightarrow$$

\Rightarrow Si V_i aumenta $\Rightarrow V_o$ disminuye

\rightarrow EN LINEAL $\Rightarrow V_i > 2V \Rightarrow I_D = \frac{10^{-3}}{2} [2(V_i - 2)V_o - V_o^2]$

$$\Rightarrow 15 = 10^3 \cdot \frac{10^{-3}}{2} [2(V_i - 2)V_o - V_o^2] + V_o = V_o(V_i - 2) - \frac{1}{2} V_o^2$$

$$= \frac{1}{2} (2V_o(V_i - 2) - V_o^2) + V_o = V_o(V_i - 2) - \frac{1}{2} V_o^2 + V_o = V_o(V_i - 2 + 1) - \frac{1}{2} V_o^2$$

$$\Rightarrow V_o^2 - 2(V_i - 1)V_o + 30 = 0 \Rightarrow V_o = \frac{2(V_i - 1) \pm \sqrt{4(V_i - 1)^2 - 120}}{2}$$

Nos quedamos con el signo menos antes de la raíz porque con el signo \oplus no se cumple: $(V_{OS} < V_{GS} - V_T \Rightarrow V_o < V_i - V_T)$

Sea V_{OL} (valor de V_o cuando $V_i = V_{OH} = 15V$)

$$V_{OL} = \frac{2(V_{OH} - 1) - \sqrt{4(V_{OH} - 1)^2 - 120}}{2} = \frac{2(15 - 1) - \sqrt{4(15 - 1)^2 - 120}}{2} = 11.2V$$

→ PASO DE CORTE A SATURACIÓN

Cuando $V_{DS} = V_G = V_T = 2V \Rightarrow$ está en corte y saturación

$$\left. \begin{array}{l} I_D = 0 \text{ A} \\ I_D = \frac{k}{2}(V_i - 2V)^2 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{2}(V_i - 2V)^2 = 0 \Rightarrow V_i = 2V \quad \text{y} \quad V_o = 15V$$

→ PASO DE SATURACIÓN A LINEAL

Cuando $V_{DS} = V_G - V_T \Rightarrow V_o = V_i - 2$

Resolvemos:

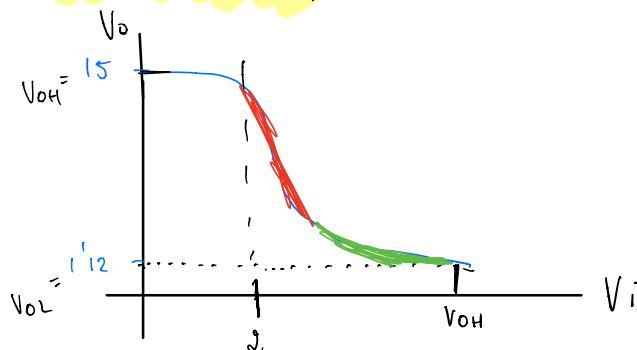
$$\left. \begin{array}{l} 15 - \frac{1}{2}(V_i - 2)^2 - V_o = 0 \Rightarrow 15 - \frac{1}{2}(V_i - 2)^2 - V_i + 2 = 0 \Rightarrow \\ V_o = V_i - 2 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow 17 - \frac{1}{2}(V_i - 2)^2 - V_i = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}V_i^2 + 2V_i - V_i + 17 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_i^2 - 2V_i - 30 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V_i = 6'56V \Rightarrow V_o = 4'56V \\ V_i = -4'56V \Rightarrow V_o = -6'56V \end{array} \right\} !! \text{ ya que } V_i < V_T$$

V_{OH} es el valor de salida cuando la entrada es un 0 lógico ($V_i < 2V$). Tenemos que $V_{OH} = 15V$

V_{OL} es el valor de salida cuando la entrada es un 1 lógico (cuando $V_i = V_{OH}$). Hemos encontrado que $V_{OL} = 1'12V$



MÁRGENES DE RUIDO

$$N_{MH} = V_{OH} - V_{IH}$$

$$N_{ML} = V_{IL} - V_{OL}$$

Cálculo de V_{IL}

V_{IL} es el valor de V_i para el que la derivada de la función que relaciona salida y entrada en saturación vale -1.

$$V_o = 15 - \frac{1}{2}(V_i - 2)^2 \Rightarrow \frac{dV_o}{dV_i} = -(V_i - 2)$$

$$\text{Igualamos a } -1 \Rightarrow -(V_{IL} - 2) = -1 \Rightarrow V_{IL} = 3 \text{ V}$$

Cálculo de V_{IH} :

V_{IH} es el valor de V_i para el que la derivada de la función que relaciona salida y entrada en lineal vale -1.

$$V_o = \frac{2(V_i - 1) - \sqrt{4(V_i - 1)^2 - 120}}{2} \Rightarrow \frac{dV_o}{dV_i} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{8(V_i - 1)}{2\sqrt{4(V_i - 1)^2 - 120}} = \\ = 1 - \frac{2(V_i - 1)}{\sqrt{4(V_i - 1)^2 - 120}} = 1 - \frac{V_i - 1}{\sqrt{(V_i - 1)^2 - 30}} = 1 + \frac{(1 - V_i)}{\sqrt{(1 - V_i)^2 - 30}}$$

$$\Rightarrow \text{Igualamos a } -1 \Rightarrow 1 + \frac{(1 - V_{IH})}{\sqrt{(1 - V_{IH})^2 - 30}} = -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(1 - V_{IH})}{\sqrt{(1 - V_{IH})^2 - 30}} = -2 \Rightarrow (1 - V_{IH}) = -2\sqrt{(1 - V_{IH})^2 - 30} \Rightarrow$$

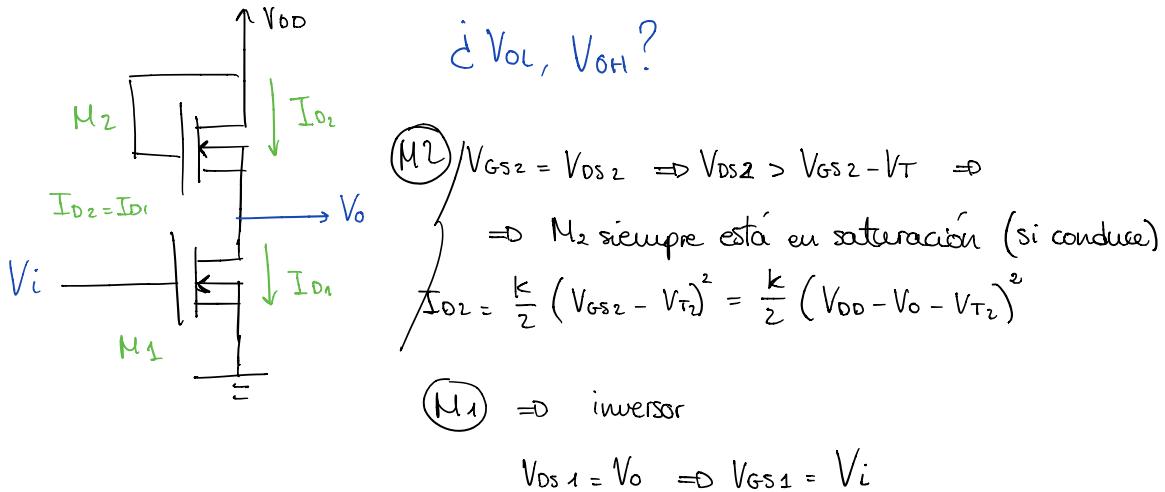
$$\Rightarrow (1 - V_{IH})^2 = 4[(1 - V_{IH})^2 - 30] \Rightarrow (1 - V_{IH})^2 = 4(1 - V_{IH})^2 - 120$$

$$\Rightarrow 3(1-V_{IH})^2 = 120 \Rightarrow (1-V_{IH})^2 = 40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{IH}^2 - 2V_{IH} - 39 = 0 \Rightarrow \begin{cases} V_{IH} = 7.32 \text{ V} \\ V_{IH} = -5.8 \text{ V} \end{cases} !! \quad V_{IH} < V_T !!$$

Por tanto, $N_{NH} = 7.68 \text{ V}$
 $N_{NL} = 1.88 \text{ V}$

4. Una posibilidad para construir un inversor con un transistor NMOS es usar un transistor NMOS con la puerta y el drenador cortocircuitados como carga. Si al drenador de este segundo transistor se le coloca una fuente de $V_{DD} = 15 \text{ V}$, calcula V_{OL} , V_{OH} y la expresión de la característica de transferencia si la entrada se pone en la puerta del primer transistor NMOS y la salida en el drenador del mismo. Datos: los dos transistores NMOS son idénticos con $k = 2 \cdot 10^{-3} \frac{A}{V^2}$ y $V_T = 2 \text{ V}$.



Si $Vi < V_T$ $\Rightarrow M_2$ CORTE $\Rightarrow I_{D2} = I_{D1} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{k}{2} (V_{DD} - V_O - V_T)^2 = 0 \Rightarrow V_{DD} - V_O - V_T = 0 \Rightarrow V_O = V_{DD} - V_T =$$

$$\Rightarrow V_O = 15 - 2 \Rightarrow V_O = 13 \text{ V} \Rightarrow V_{OH} = 13 \text{ V}$$

SATURACIÓN $V_i > 2 \text{ V}$ y $V_o > (V_i - V_T) = (V_i - 2)$

$$I_{D1} = \frac{k}{2} (V_{GS1} - V_T)^2 = \frac{k}{2} (V_i - 2)^2$$

$$I_{D2} = \frac{k}{2} (V_{GS2} - V_T)^2 = \frac{k}{2} (V_{DD} - V_o - 2)^2$$

$$\Rightarrow V_i - 2 = V_{DD} - V_o - 2 \Rightarrow V_o = 15 - V_i$$

LINEAL $V_i > 2$ y $V_o < (V_i - V_T) = (V_i - 2)$

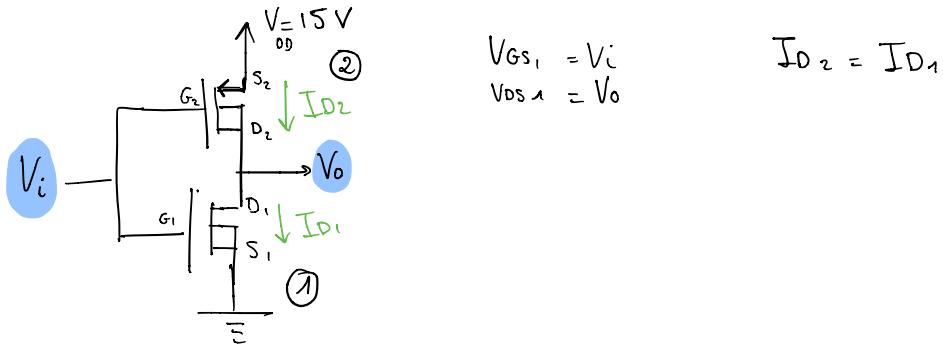
$$I_{D1} = \frac{k}{2} [2(V_{GS} - V_T) V_{DS} - V_{DS}^2] = \frac{k}{2} [2(V_i - 2) V_o - V_o^2]$$

$$I_{D2} = \frac{k}{2} (V_{DD} - V_o - 2)^2 = \frac{k}{2} (13 - V_o)^2$$

$$\Rightarrow 2(V_i - 2)V_o - V_o^2 = (13 - V_o)^2 \Rightarrow 2V_o V_i - 4V_o - V_o^2 = V_o^2 - 26V_o + 169$$

$$2V_o^2 + (-22 - 2V_i)V_o + 169 = 0$$

5. Calcula los margenes de ruido en estado alto y en estado de bajo de un inversor CMOS construido con un transistor NMOS ($k_n = 10^{-3} \frac{A}{V^2}$ y $V_T = 2V$) y un transistor PMOS ($k_p = 10^{-3} \frac{A}{V^2}$ y $V_T = -2V$) con sus drenadores y puertas cortocircuitados, la fuente del transistor NMOS conectada a tierra y la del PMOS a una fuente de valor 15V.



N MOSFET

$$\begin{aligned} \text{Si } V_i < V_{T_N} = 2 \Rightarrow & \underline{\text{M1 CORTE}} \Rightarrow I_{D1} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow I_{D2} &= 0 \\ \text{¿ M2 corto? } \quad \text{¿ } & V_{GS2} \geq V_T ? \quad (|V_{GS}| \leq |V_T|) \end{aligned}$$

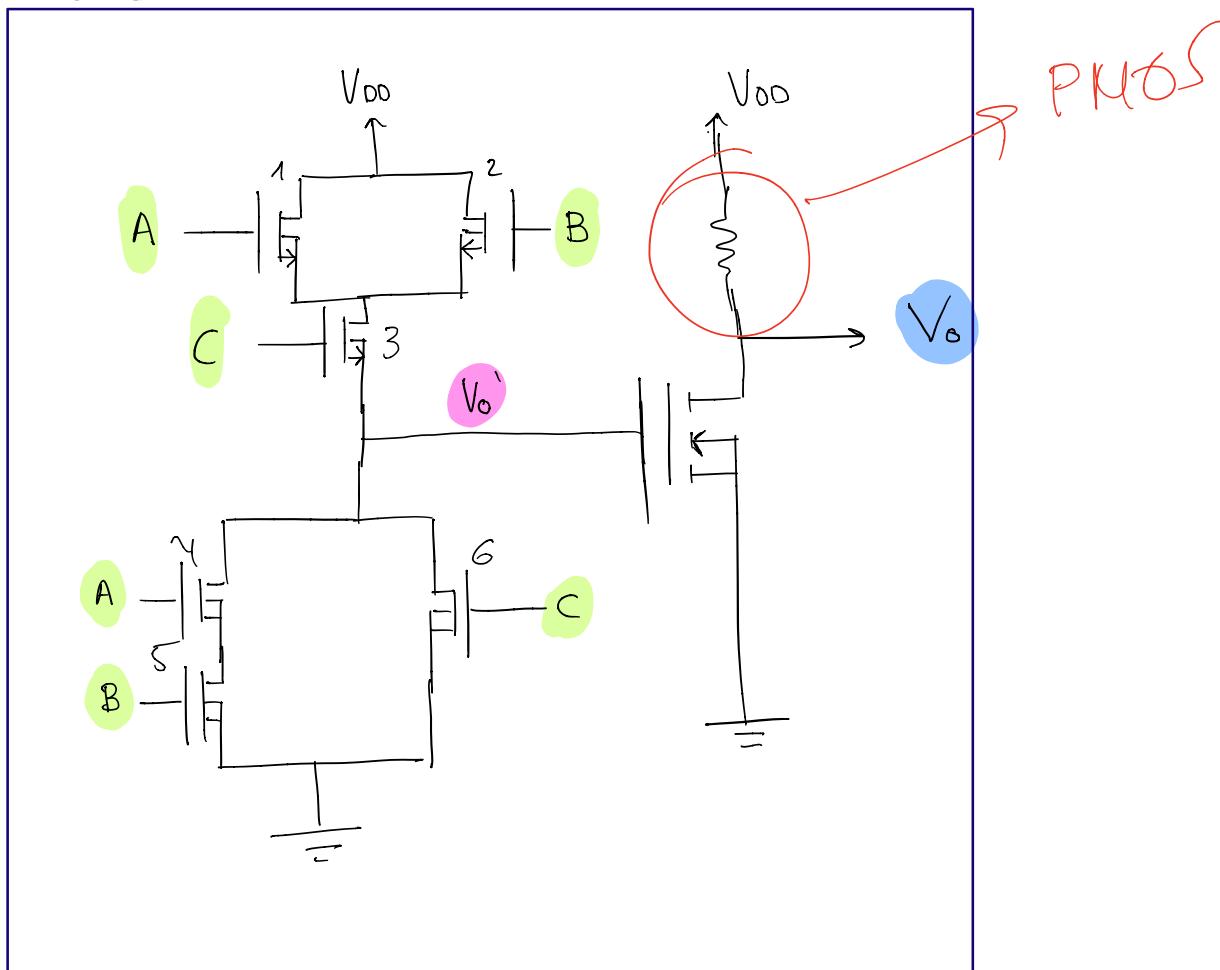
$$V_{GS2} = V_i - V_{DD} \Rightarrow \text{¿ } V_i \geq V_T - V_{DD} ?$$

6. Diseñar con tecnología CMOS, comentando el estado de cada transistor, una puerta que realice la función lógica $A \cdot B + C$.

En NMOS \Rightarrow Sumar \Rightarrow paralelo
 Producto \Rightarrow serie

En PMOS \Rightarrow Sumar \Rightarrow serie
 Producto \Rightarrow paralelo

Vamos a hacer la función $f = \overline{A} \cdot \overline{B} + C$ y en la salida colocamos un inversor.



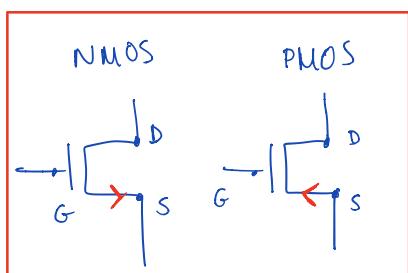
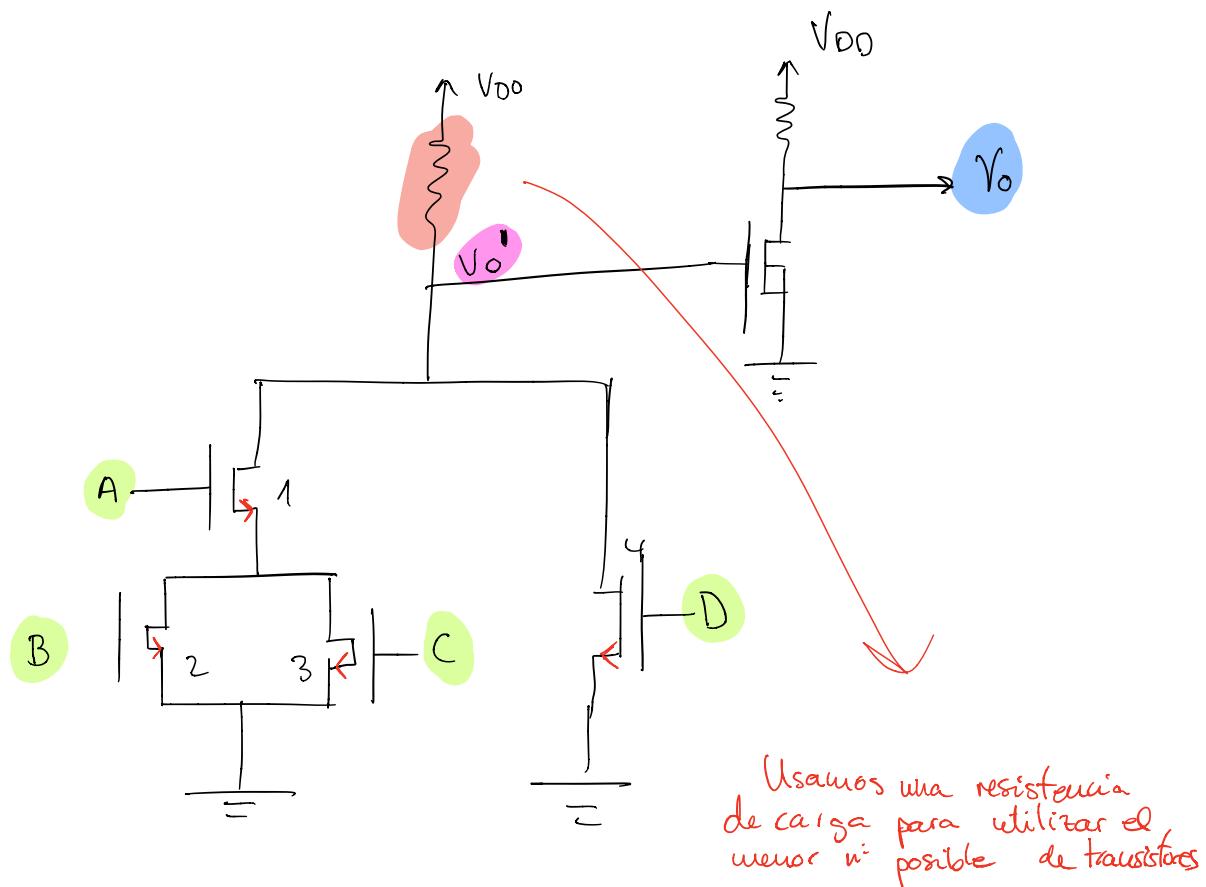
A	B	C	1	2	3	4	5	6	V_o'	V_o
0	0	0	ON	ON	ON	OFF	OFF	OFF	1	0
0	0	1	ON	ON	OFF	OFF	OFF	ON	0	1
0	1	0	ON	OFF	ON	OFF	ON	OFF	1	0
0	1	1	ON	OFF	OFF	OFF	ON	ON	0	1
1	0	0	OFF	ON	ON	ON	OFF	OFF	1	0
1	0	1	OFF	ON	OFF	ON	OFF	ON	0	1
1	1	0	OFF	OFF	ON	ON	ON	OFF	0	1
1	1	1	OFF	OFF	OFF	ON	ON	ON	0	1

$$f = A \cdot B + C$$

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

7. Diseñar con el mínimo número de transistores posibles un circuito que realice la función lógica $V_o = A \cdot (B + C) + D$. Indíquese y analícese el estado de cada transistor para las distintas combinaciones de entradas.

Haremos el circuito para $\bar{f} = \overline{A \cdot (B+C)} + D$ y colocaremos un inversor en la salida



A	B	C	D	1	2	3	4	V_0'	V_0
0	0	0	0	F	F	F	F	1	0
0	0	0	1	F	F	F	N	0	1
0	0	1	0	F	F	N	F	1	0
0	0	1	1	F	F	N	N	0	1
<hr/>				F	N	F	F	1	0
0	1	0	0	F	N	F	N	0	1
0	1	0	1	F	N	N	F	1	0
0	1	1	0	F	N	N	N	0	1
0	1	1	1	F	N	N	N	0	1
<hr/>				N	F	F	F	1	0
1	0	0	0	N	F	F	N	0	1
1	0	0	1	N	F	F	N	0	1
1	0	1	0	N	F	N	F	0	1
1	0	1	1	N	F	N	N	0	1
<hr/>				N	N	F	F	0	1
1	1	0	0	N	N	F	N	0	1
1	1	0	1	N	N	F	N	0	1
1	1	1	0	N	N	N	F	0	1
1	1	1	1	N	N	N	N	0	1

$$f = A(B+C) + D$$

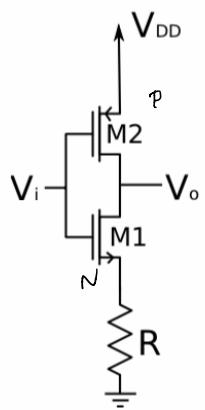
A	B	C	D	f
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
<hr/>				
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
<hr/>				
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
<hr/>				
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

? ?

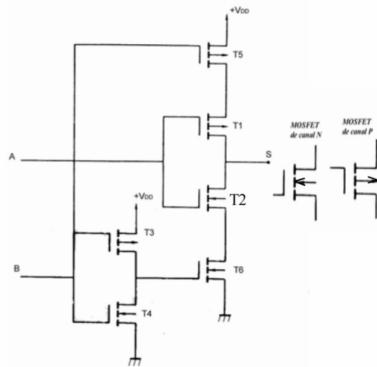
8)

En el circuito de la Figura 2 determinar el estado de cada transistor y el valor (analógico) de salida cuando $V_i = 0V$ y cuando $V_i = 5V$.

a) $V_i = 0V \checkmark$



9. ¿Qué función realiza el circuito de la Figura 3 en el ámbito de la lógica positiva, teniendo en cuenta que $V_{DD} > 0$? Explica razonadamente el estado en el que se encuentran cada uno de los transistores representados.



A	B	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	S _O	T ₆	S
0	0	L	C	L	C	L	1	L	1
0	1	L	C	C	L	C	0	C	IND
1	0	C	L	L	C	L	1	L	0
1	1	C	L	C	L	C	0	C	1