

12. Sea  $X$  una variable aleatoria simétrica con respecto al punto 2, y con coeficiente de variación 1.  
¿Qué puede decirse acerca de las siguientes probabilidades?:

- $P(-8 < X < 12)$
- $P(-6 < X < 10)$ .

Si  $X$  es una variable aleatoria simétrica alrededor de un punto  $\mu \in \mathbb{R}$ , de existir  $E[X]$ , su valor es  $\mu$ . Como en este caso  $\mu = 2$ , tenemos que  $E[X] = 2$ . Además, sabemos que  $C.V(X) = 1$ :

$$C.V(X) = \frac{\sigma_X}{E[X]}$$

$$\sigma_X = 1 \cdot 2 = 2$$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_X^2 = 4 = \text{Var}(X)$$

$$a) P(-8 < X < 12)$$

Supongamos que este intervalo es de la forma  $(E[X] - K, E[X] + K)$ . Puesto que  $E[X] = 2$ , concluimos que  $K = 10$ .

Aplicando la desigualdad de Chebyshev:

$$P(-8 < X < 12) \geq 1 - \frac{\text{Var}(X)}{K^2}$$

$$P(-8 < X < 12) \geq 1 - \frac{4}{100}$$

$$P(-8 < X < 12) \geq 0,96$$

b)  $P(-6 < X < 10)$

Supongamos que este intervalo se ha obtenido también de la forma

$(E[X] - K, E[X] + K)$ . Entonces  $K = 8$ .

Aplicando la desigualdad de Cheby Shov:

$$P(-6 < X < 10) \geq 1 - \frac{\text{Var}(X)}{K^2}$$

$$P(-6 < X < 10) \geq 1 - \frac{4}{64}$$

$$P(-6 < X < 10) \geq 0,9375$$