UNIVERSIDAD DE GRANADA

Modelos de Computación

Ingeniería Informática (Grupo A, curso 21/22)

Práctica 4

Resuelve, **de forma razonada**, los siguientes ejercicios.

1. Identifica si el siguiente lenguaje es regular y justifica por qué/por qué no:

$$L_1 = \{uu \ / \ u \in \{0,1\}^*\}$$

2. Elimina los símbolos/producciones inútiles e inalcanzables, elimina producciones nulas y unitarias, y transforma la siguiente gramática en su Forma Normal de Chomsky:

$$\begin{aligned} S &\to ABc \mid aBa \mid C \\ A &\to AC \mid BAa \\ B &\to \varepsilon \mid bAA \mid BC \\ C &\to Abb \mid CCc \mid bBb \\ D &\to ABC \mid abc \end{aligned}$$

3. Diseña un autómata con pila para reconocer el lenguaje $L_3 = \{0^n 1 0^{2n} \ / \ n \in \mathbb{N}\}$.

Notas: La práctica debe entregarse antes del 9 de enero de 2022 a las 23:59 horas a través de la plataforma docente PRADO. Se puede realizar por parejas, en cuyo caso basta con que un componente suba a PRADO la entrega con los nombres de ambos. Las entregas fuera de plazo no serán evaluadas.

1. Es regular porque:

Podemos encontrar una gramática regular que genera el lenguaje.

$$\left.\begin{aligned} &S \to 0X \,/\, 1X \\ &X \to 0 \,/\, 1 \end{aligned}\right\} \text{ regular (lineal por la derecha).}$$

Todas las producciones son

$X \to aY$ ó $X \to a$

2. Elimina los símbolos/producciones inútiles e inalcanzables, elimina producciones nulas y unitarias, y transforma la siguiente gramática en su Forma Normal de Chomsky:

$$
\begin{aligned}
S &\to A\cancel{B}c \mid aBa \mid C \\
&\cancel{A \to AC \mid BAa} \\
B &\to \varepsilon \mid bA\cancel{A} \mid BC \\
C &\to A\cancel{b}b \mid CCc \mid bBb \\
&\cancel{D \to A\cancel{B}C \mid abc}
\end{aligned}
$$

1. Eliminación símbolos y producciones inútiles o inalcanzables:

a) Eliminamos variables desde las que no se puede llegar a una palabra de T^* y las producciones en las que aparecen.

b) Eliminamos los símbolos no alcanzables desde S y las producciones donde aparecen.

a) $V_T = \{D, B, S, C\}$ $\quad V - V_T = \{A\}$

b) No podemos acceder a D desde el símbolo inicial.

$$
\begin{aligned}
S &\to aBa \mid C \\
B &\to \varepsilon \mid BC \\
C &\to CCc \mid bBb
\end{aligned}
$$

2. Eliminación producciones nulas.

Por otras producciones no nulas.

$$S \rightarrow aBa \mid C \mid aa$$
$$B \rightarrow \cancel{\varepsilon} \mid BC \mid C$$
$$C \rightarrow CCc \mid bBb \mid bb$$

$$H = \{B\}$$

Como S no se anula, la cadena vacía no pertenece al lenguaje.

Añadimos explícitamente producciones en caso de que $B \rightarrow \varepsilon$.

3. Eliminación producciones unitarias.

$$S \rightarrow aBa \mid \cancel{C} \mid aa \mid CCc \mid bBb \mid bb$$
$$B \rightarrow \cancel{\varepsilon} \mid BC \mid \cancel{C} \mid CCc \mid bBb \mid bb$$
$$C \rightarrow CCc \mid bBb \mid bb$$

$$H = \{(S,C),(B,C)\}$$

X -> No hay más

$S \to aBa \mid aa \mid CCc \mid bBb \mid bb$

$B \to BC \mid CCc \mid bBb \mid bb$

$C \to CCc \mid bBb \mid bb$

Tenemos una gramática que podemos pasar a la forma normal de Chomsky.

Algoritmo Cocke - Younger - Kasami

Las producciones tienen que ser

$A \to BC \quad A \to a$

Sustituimos s. Terminales por variables asociadas.

$S \to C_a B C_a \mid C_a C_a \mid CCC_c \mid C_b B C_b \mid C_b C_b$

$B \to BC \mid CCC_c \mid C_b B C_b \mid C_b C_b$

$C \to CCC_c \mid C_b B C_b \mid C_b C_b$

$C_a \to a \qquad S \to C_a D_1 \qquad D_1 \to B C_a$

$C_b \to b \qquad S \to C D_2 \qquad D_2 \to C C_c$

$C_c \to c \qquad S \to C_b D_3 \qquad D_3 \to B C_b$

$B \to C D_2 \qquad B \to C_b D_3$

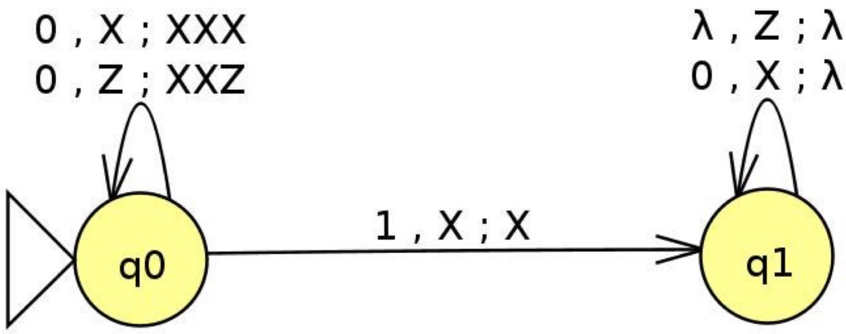
$C \to C D_2 \qquad C \to C_b D_3$

Forma normal.

3. Diseña un autómata con pila para reconocer el lenguaje $L_3 = \{0^n 1 0^{2n} \ / \ n \in \mathbb{N}\}$.

Tenemos que crear un autómata con pila que acepte las palabras que empiezan con un número de ceros, tienen un 1, y terminan con el doble de ese número de 0.

Por cada cero que aceptamos al principio apilamos XX, el 1 nos hará cambiar de estado, y por cada 0 que leamos al final quitamos una X.



Como podemos observar y, teniendo en cuenta que el símbolo inicial de la pila es Z, por cada 0 que leemos añadimos dos X, ya que después se deberá quitar el doble de 0's que se ha introducido al principio. El 1 no añade nada nuevo a la pila, simplemente es para cambiar de estado. Por último, por cada 0 leído quitamos una X y añadimos una transición vacía para quitar el símbolo inicial.

La definición del autómata, más formal, sería:

$$M = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{X, Z\}, \alpha, q_0, Z, \emptyset)$$

Las transiciones:

$$\alpha(q_0, 0, Z) = \{(q_0, XXZ)\}$$

$$\alpha(q_0, 0, X) = \{(q_0, XXX)\}$$

$$\alpha(q_0, 1, X) = \{(q_1, X)\}$$

$$\alpha(q_1, 0, X) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$\alpha(q_1, \varepsilon, Z) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

Para la realización del ejercicio he considerado que todas las palabras tienen un 0 mínimo. Si queremos admitir "1" como palabra, añadimos:

$$\alpha(q_0, 1, Z) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$