



## Práctica 4

Resuelve, **de forma razonada**, los siguientes ejercicios.

- Identifica si el siguiente lenguaje es regular y justifica por qué/por qué no:

$$L_1 = \{uu \mid u \in \{0,1\}^*\}$$

- Elimina los símbolos/producciones inútiles e inalcanzables, elimina producciones nulas y univariadas, y transforma la siguiente gramática en su Forma Normal de Chomsky:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABC \mid aBa \mid C \\ A &\rightarrow AC \mid BAa \\ B &\rightarrow \varepsilon \mid bAA \mid BC \\ C &\rightarrow Abb \mid CCc \mid bBb \\ D &\rightarrow ABC \mid abc \end{aligned}$$

- Diseña un autómata con pila para reconocer el lenguaje  $L_3 = \{0^n 10^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ .

**Notas:** La práctica debe entregarse antes del 9 de enero de 2022 a las 23:59 horas a través de la plataforma docente PRADO. Se puede realizar por parejas, en cuyo caso basta con que un componente suba a PRADO la entrega con los nombres de ambos. Las entregas fuera de plazo no serán evaluadas.

NO

Lema Bombero  $z = 0^r 1 0^r 1$ 

1. ~~Es regular porque~~

Podemos encontrar una gramática regular que genera el lenguaje.

$$\begin{array}{l} S \rightarrow QX / SX \\ X \rightarrow 0 / 1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{regular (lineal por} \\ \text{la derecha)} \end{array} \right\}$$

Todas las producciones son

$$X \rightarrow aY \quad \text{o} \quad X \rightarrow a$$

2. Elimina los símbolos/producciones inútiles e inalcanzables, elimina producciones nulas y unitarias, y transforma la siguiente gramática en su Forma Normal de Chomsky:

$$\begin{array}{l} S \rightarrow A\cancel{B}c \mid \cancel{aBa} \mid C \\ \checkmark A \rightarrow AC \mid BAa \\ B \rightarrow \cancel{\varepsilon} \mid bAA \mid BC \\ C \rightarrow A\cancel{B} \mid CCc \mid \cancel{bBb} \\ \checkmark D \rightarrow ABC \mid ade \end{array}$$

1. Eliminación símbolos y producciones inútiles o inalcanzables:

- Eliminamos variables desde las que no se puede llegar a una palabra de  $T^*$  y las producciones en las que aparecen.
- Eliminamos los símbolos no alcancables desde  $S$  y las producciones donde aparecen.

a)  $V_T = \{ \text{D, B, S, C} \}$   $V - V_T = \{ A \}$

- e) No podemos acceder a  $\text{D}$  desde el símbolo inicial.

$$\begin{array}{l} S \rightarrow aBa \mid C \\ B \rightarrow \varepsilon \mid BC \\ C \rightarrow CCc \mid \varnothing Bb \end{array}$$

## 2. Eliminación producciones nulas.

Por otras producciones no nulas.

$$S \rightarrow aBa \mid C \mid aa$$

$$B \rightarrow \emptyset \mid BC \mid C$$

$$C \rightarrow CCC \mid \epsilon BB \mid ll$$

$$H = \{ B \}$$

Como  $S \rightarrow \emptyset$  se anula, la cabra vacía no pertenece al lenguaje.

Añadimos explícitamente producciones en caso de que  $B \rightarrow \emptyset$ .

## 3. Eliminación producciones unitarias.

$$S \rightarrow aBa \mid \cancel{C} \mid aa \mid CCC \mid \epsilon BB \mid ll$$

$$B \rightarrow \emptyset \mid BC \mid \cancel{C} \mid CCC \mid \epsilon BB \mid ll$$

$$C \rightarrow CCC \mid \epsilon BB \mid ll$$

$$H = \{(S,C), (B,C)\}$$

$\xrightarrow{x} \rightarrow$  No hay más

$$S \rightarrow aBa \mid aa \mid CCC \mid eBe \mid ee$$
$$B \rightarrow BC \mid CCc \mid eBe \mid ee$$
$$C \rightarrow CCC \mid eBe \mid ee$$

Tenemos una gramática que tenemos  
que pasar a la forma normal de Chomsky.

Algoritmo Cocke - Younger - Kasami

Las producciones tienen que ser

$$A \rightarrow BC \quad A \rightarrow a$$

Sustituimos s. Terminales por variables asociadas.

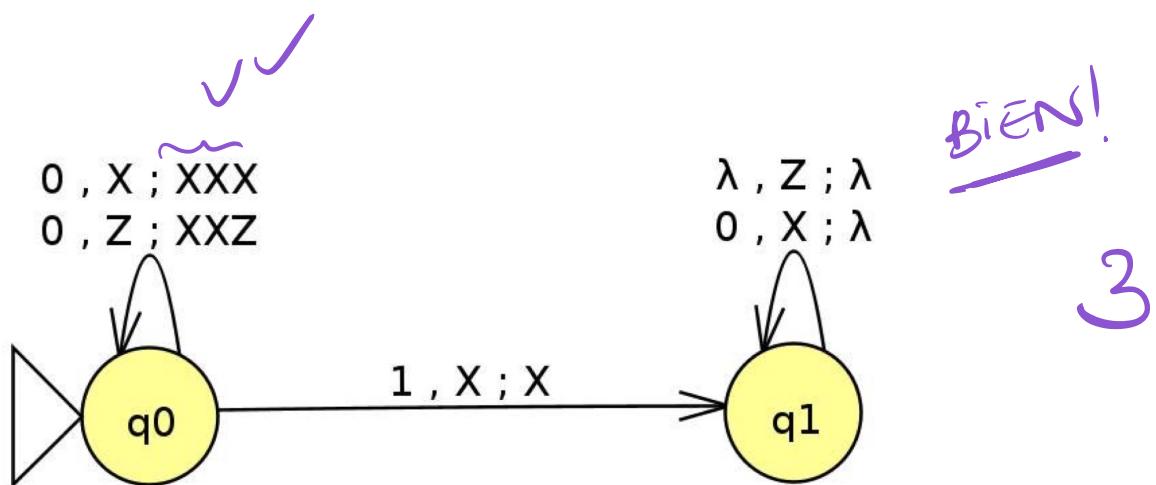
$$S \rightarrow CaBa \mid CaCa \mid CCCc \mid C_BeBe \mid CeCe$$
$$B \rightarrow BC \mid CCCc \mid CeBe \mid CeCe \quad \checkmark$$
$$C \rightarrow CCCc \mid C_BeBe \mid CeCe \quad 3'5 //$$
$$Ca \rightarrow a \quad S \rightarrow CaD_1 \quad D_1 \rightarrow BCa$$
$$Cb \rightarrow b \quad S \rightarrow CD_2 \quad D_2 \rightarrow CCC$$
$$Cc \rightarrow c \quad S \rightarrow CeD_3 \quad D_3 \rightarrow BeCe$$
$$B \rightarrow CD_2 \quad B \rightarrow CeD_3$$
$$C \rightarrow CD_2 \quad C \rightarrow CeD_3$$

Forma normal.

3. Diseña un autómata con pila para reconocer el lenguaje  $L_3 = \{0^n 1 0^{2n} / n \in \mathbb{N}\}$ .

Tenemos que crear un autómata con pila que acepte las palabras que empiezan con un número de ceros. Tienen un 1, y terminan con el doble de ese número de 0.

Por cada cero que aceptamos al principio apilamos XX, el 1 nos hará cambiar de estado, y por cada 0 que leemos quitamos una X.



Como podemos observar y teniendo en cuenta que el símbolo inicial de la pila es Z, por cada 0 que leemos añadimos dos X, ya que después se deberá quitar el doble de 0's que se ha introducido al principio. El 1 va a añadir nada más a la pila, simplemente es para cambiar de estado. Por último, por cada 0 leído quitamos una X y añadimos una transición vacía para quitar el símbolo inicial.

La definición del autómata, más formal, sería:

$$M = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{X, Z\}, \delta, q_0, Z, \emptyset)$$

las transiciones:

$$\delta(q_0, 0, ?) = \{(q_0, XXZ)\}$$

$$\delta(q_0, 0, X) = \{(q_0, XXX)\}$$

$$\delta(q_0, ?, X) = \{(q_1, X)\}$$

$$\delta(q_1, 0, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$$

$$\delta(q_1, \epsilon, Z) = \{(q_1, \epsilon)\}$$

Para la realización del ejercicio se considera que todas las palabras tienen un 0 mínimo.

Si queremos admitir "s" como palabra aceptada:

$$\delta(q_0, ?, Z) = \{(q_0, \epsilon)\}$$