Como puede verse, los ejemplos planteados corresponden a soluciones alternativas a las preguntas que aparecen en los ejemplos 6.16, 6.17 y 6.21, donde se ha sustituido la correspondiente Θ-reunión por la reunión natural. Se recomienda al lector realizar la misma sustitución en aquellos ejemplos de Θ-reunión donde esto sea posible.

La reunión natural supone que los atributos comunes a las dos tablas tienen el mismo nombre e iguala "todos" los atributos con el mismo nombre en las tablas que intervienen en la operación.

Es importante tener en cuenta que, en el caso de que dos tablas tengan más de un atributo común y sólo se desee igualar uno de ellos, habrá que usar la Θ-reunión especificando el atributo que se desee.

6.4. Unión, intersección y diferencia

Pasamos ahora a definir el resto de los operadores que se basan en la idea de que una relación es un conjunto.

Definición 6.7. *Sean* $R[A_1..A_n]$*, y* $S[B_1..B_n]$ *dos relaciones tales que* $\{A_1..A_n\} \equiv \{B_1...B_n\}$ *y sean r y s instancias de R y S. Definimos:*

$$r \bigcap (\bigcup)(-) s = w$$

donde w es el resultado de hacer la intersección (unión) (diferencia) de r y s consideradas como conjunto de tuplas

Ejemplo 6.31. *Supongamos las relaciones* $R[A, B, C]$ *y* $S[A, B, C]$*, siendo* r *y* s *instancias de estas tablas, tal como aparecen en la figura 6.15. El resultado* w *de hacer* $w = r \bigcup (\bigcap)(-) s$ *se muestra en la figura 6.4.*

r=

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2
a_3	b_1	c_1
a_4	b_1	c_1
a_4	b_2	c_2

s=

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2
a_3	b_2	c_2
a_4	b_2	c_2
a_1	b_2	c_2

Figura 6.3: Ejemplo de operadores conjuntistas: tablas que intervienen.

$r \bigcup s =$

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2
a_3	b_1	c_1
a_4	b_1	c_1
a_4	b_2	c_2
a_3	b_2	c_2
a_4	b_2	c_2
a_1	b_2	c_2

$r \bigcap s=$

A	B	C
a_1	b_1	c_1
a_2	b_2	c_2

$r - s=$

A	B	C
a_3	b_1	c_1
a_4	b_1	c_1
a_4	b_2	c_2

Figura 6.4: Ejemplo de operadores conjuntistas: resultados.

Es importante tener en cuenta que, para realizar la unión, intersección o diferencia de dos tablas, ambas han de tener el mismo esquema. En caso contrario obtendríamos, bien el conjunto vacío, si hacemos la intersección; bien la misma tabla en el caso de la diferencia; o bien un conjunto de tuplas que no sería una relación en el caso de la unión.

El siguiente ejemplo ilustra este punto:

Ejemplo 6.32. *Supongamos que las relaciones $R[A, B]$ y $S[D]$ tienen las instancias r y s que aparecen en la figura 6.5. El resultado de la unión de r y s también aparece en la figura, pero puesto en forma conjuntista. La intersección de ambas es el conjunto vacío y la diferencia $r - s$ nos da r ya que no hay tuplas comunes a r y s.*

A	B
a_1	b_1
a_2	b_2
a_3	b_3

$\cup$

D
d_1
d_2

$$= \left\{ \begin{array}{c} (a_1 , b_1) \\ (a_2 , b_2) \\ (a_3 , b_3) \\ (d_1) \\ (d_2) \end{array} \right\}$$

Figura 6.5: Ejemplo de unión no factible en el modelo relacional.

Estos operadores no son independientes y que se pueden definir unos en función de otros. La propiedad más inmediata es la que relaciona la intersección con la diferencia:

Propiedad 6.3. *Sean R y S relaciones cualquiera y r y s dos instancias de las mismas. Se verifica que:*

$$r \bigcap s = r - (r - s)$$

La siguiente propiedad pone de manifiesto la semántica de estos operadores al mismo tiempo que los relaciona con la selección:

Propiedad 6.4. *Sea R una relación cualquiera, r una instancia de la misma y Θ y Ψ dos propiedades lógicas establecidas sobre los atributos de R. Se verifica que:*

$$\sigma_{\Theta}(r) \bigcup \sigma_{\Psi}(r) = \sigma_{\Theta \bigvee \Psi}(r)$$

$$\sigma_{\Theta}(r) \bigcap \sigma_{\Psi}(r) = \sigma_{\Theta \bigwedge \Psi}(r)$$

$$\sigma_{\Theta}(r) - \sigma_{\Psi}(r) = \sigma_{\Theta \bigwedge \neg \Psi}(r)$$

Esta propiedad es inmediata si se tienen en cuenta los significados lógicos de la intersección, de la unión y de la diferencia. Los siguientes ejemplos insisten en esta equivalencia:

Ejemplo 6.33. *Encontrar los alumnos becarios que vienen de Almería.*

Solución en términos de selección:

$$\sigma_{beca='SI' \wedge provincia='ALMERIA'}(alumnos)$$

Solución en términos de intersección:

$$\sigma_{beca='SI'}(alumnos) \bigcap \sigma_{provincia='ALMERIA'}(alumnos)$$

Ejemplo 6.34. *Encontrar las asignaturas optativas de segundo ciclo; es decir, aquellas cuyo curso sea 4 ó 5.*

Solución en términos de selección:

$$\sigma_{caracter='op' \wedge (curso=4 \vee curso=5)}(asignaturas))$$

Solución en términos de intersección y unión:

$$\sigma_{caracter='op'}(asignaturas) \bigcap (\sigma_{curso=4}(asignaturas) \bigcup \sigma_{curso=5}(asignaturas))$$

Ejemplo 6.35. *Encontrar aquellos profesores que sean de categoría 'TU' y no pertenezcan al área de conocimiento COMPUT.*

Solución en términos de selección:

$$\sigma_{categoria='TU' \wedge \neg(area='COMPUT')}(profesores)$$

Solución en términos de diferencia:

$$\sigma_{categoria='TU'}(profesores) - \sigma_{area='COMPUT'}(profesores)$$

Ejemplo 6.36. *Encontrar los alumnos (DNI y nombre) que están matriculados de la asignatura de código 'BDI' o de la asignatura de código 'BDII'.*

Solución en términos de selección:

$$\pi_{DNI,nom\_alum}(alumnos \bowtie \sigma_{cod\_asig='BDI' \vee cod\_asig='BDII'}(matriculas))$$

Solución en términos de unión:

$$\pi_{DNI,nom\_alum}(alumnos \bowtie (\sigma_{cod\_asig='BDI'}(matriculas) \bigcup$$

$$\bigcup \sigma_{cod\_asig='BDII'}(matriculas)))$$

Los ejemplos anteriores ponen de manifiesto la semántica de estos operadores, pero no nos aclaran demasiado su utilidad, ya que, en todos los casos anteriores, se podrían haber sustituido por una selección. Realmente, estos operadores tienen sentido cuando se utilizan para combinar propiedades que provienen de distintas tablas y no es fácil o no se puede describir las consultas mediante una selección compleja. Algunos ejemplos de este tipo de consultas son los siguientes:

Ejemplo 6.37. *Encontrar los códigos de aquellas asignaturas en las que no hay matriculado ningún alumno.*

Para resolver esta consulta se obtienen, por una parte, los códigos de todas las asignaturas posibles:

$$\pi_{cod\_asig}(asignaturas)$$

Por otra parte se obtienen los códigos de aquellas asignaturas de las que hay algún alumno matriculado:

$$\pi_{cod\_asig}(matriculas)$$

Finalmente, se hace la diferencia quitando del conjunto total de asignaturas aquéllas que aparecen en la tabla matrículas. El resultado final es:

$$\pi_{cod\_asig}(asignaturas) - \pi_{cod\_asig}(matriculas)$$

En el caso de que se quisiera el código, nombre y curso de las asignaturas en cuestión, lo que se debe hacer ahora es conectar el resultado de la consulta anterior con la tabla mediante la correspondiente reunión y proyectar sobre los atributos deseados. La solución final es:

$$\pi_{asignaturas.cod\_asig,asignaturas.nom\_asig,asignaturas.curso}(asignaturas \bowtie$$

$$\bowtie (\pi_{cod\_asig}(asignaturas) - \pi_{cod\_asig}(matricula))$$

Es importante hacer notar cómo se ha cuidado la concordancia de los esquemas en la expresión en la que interviene la diferencia.

Ejemplo 6.38. *Encontrar los profesores que tienen categoría 'TU' o 'CU' y dan clase en asignaturas de segundo ciclo.*

Se calculan los NRP y los nombres de los profesores con categoría 'TU' o 'CU':

$$\pi_{NRP,nom\_prof}(\sigma_{categoria='TU' \vee categoria='CU'}(profesores))$$

Se calculan los NRP y los nombres de los profesores que dan clase a grupos de asignaturas de 4 ó 5 curso:

$$\pi_{profesores.NRP,profesores.nom\_prof}((profesores) \bowtie (grupos) \bowtie$$

$$\bowtie \sigma_{curso=4 \vee curso=5}(asignaturas))$$

Finalmente, se calcula la intersección para obtener aquellos profesores que verifican ambas propiedades:

$$\pi_{NRP,nom\_prof}(\sigma_{categoria='TU' \vee categoria='CU'}(profesores)) \bigcap$$
$$\bigcap \pi_{profesores.NRP,profesores.nom\_prof}((profesores) \bowtie$$
$$\bowtie (grupos) \bowtie \sigma_{curso=4 \vee curso=5}(asignaturas))$$

Nuevamente, destacaremos el cuidado que hemos tenido para mantener la concordancia de los esquemas en la intersección.

Ejemplo 6.39. *Encontrar los nombres y los DNIs de los alumnos de Almería que no están matriculados de asignaturas troncales.*

Cáculo del DNI de los alumnos de Almería:

$$\pi_{DNI}(\sigma_{provincia='ALMERIA'}(alumnos))$$

Cálculo del DNI de los alumnos matriculados de alguna asignatura troncal (se conecta matricula con las asignaturas troncales y se proyecta sobre DNI para obtener los alumnos matriculados):

$$\pi_{DNI}(matricula \bowtie \sigma_{caracter='tr'}(asignaturas))$$

Se calcula ahora la diferencia entre ambos conjuntos, tras lo que se hace una reunión y una proyección adicional sobre ALUMNOS para obtener el nombre de los alumnos, ya que la diferencia sólo nos da su DNI. El resultado final es:

$$\pi_{alumnos.DNI,alumnos.nombre}(alumnos \bowtie (\pi_{DNI}(\sigma_{provincia='ALMERIA'}(alumnos) -$$
$$-\pi_{DNI}(matricula \bowtie \sigma_{caracter='tr'}(asignaturas)))))$$

6.5. La división o cociente relacional

La operación de división es quizás la más compleja dentro del AR porque se corresponde con un tipo de consulta que no se formula bien en relaciones que tienen