

5. ANALIZA I SINTEZA LOGIČKIH FUNKCIJA

TEORIJA:

AKSIOME I TEOREME BULOVE ALGEBRE

Neka je dat skup $S = \{x, y, z, \dots\}$ koji sadrži najmanje dva različita elementa, i neka su na ovom skupu definisana dva binarna operanda sa oznakom $+$ (logičko sabiranje, ILI) i \cdot (logičko množenje, I), i jedan unarni operand $-$ (negacija, NE). Bulova algebra sadrži dva specijalna elementa 0 i 1 , takva da sve promenljive x, y, z, \dots uzimaju vrednost iz skupa $\{0, 1\}$. Da bi ovaj skup S , i operacije $+$ i \cdot sačinjavali Bulovu algebru, neophodno je da budu zadovoljene aksiome **Hantingtona**:

A-1 : Binarne operacije $+$ i \cdot su komutativne na skupu S , i međusobno su distributivne tako da za svako x, y, z , koji pripadaju skupu S , važi:

$$x + y = y + x$$

$$x \cdot y = y \cdot x$$

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

$$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z).$$

A-2 : Binarne operacije $+$ i \cdot na skupu S poseduju neutralne elemente 1 i 0 , tako da za svako x koje pripada skupu S , postoje elementi 1 i 0 , koji takođe pripadaju skupu S , tako da je:

$$x + 0 = 0 + x = x$$

$$x \cdot 1 = 1 \cdot x = x.$$

A-3 : Na skupu S , za svako x koje pripada skupu S , postoji jedinstven inverzni element \bar{x} , koji takođe pripada skupu S , takav da je :

$$x + \bar{x} = 1$$

$$x \cdot \bar{x} = 0.$$

T-1 Teorema idempotentnosti:

$$x + x = x$$

$$x \cdot x = x.$$

T-2 Teorema o nultim elementima:

$$x + 1 = 1$$

$$x \cdot 0 = 0.$$

T-3 Teorema o involuciji:

$$\overline{(\bar{x})} = x$$

T-4 Teorema o apsorpciji:

$$x + x \cdot y = x$$

$$x \cdot (x + y) = x.$$

T-5 Teorema o asocijativnosti:

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

T-6 De-Morganovi zakoni:

$$\overline{(x + y)} = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$\overline{(x \cdot y)} = \bar{x} + \bar{y}.$$

Napomena: De-Morganovi zakoni nam kazuju da se složeni logički iskazi negiraju tako što se negira svaki iskaz ponaosob, ali se negira i operacija.

OSNOVNE LOGIČKE OPERACIJE NAD BINARNIM CIFRAMA

Digitalna kola su projektovana tako da implementiraju principe binarne aritmetike, Bulove algebre i bivalentne logike. Naime, ova kola se mogu naći u jednom od dva stabilna stanja, tako da se na njihovom izlazu javlja ili visok naponski signal (1) ili nizak (0). Logička kola koriste binarne cifre 0 i 1 za predstavljanje istinitosnih vrednosti netačan i tačan. Uobičajeno je da se vrednost tačan kodira kao binarna jedinica, a netačan kao binarna nula. Postoje dve vrste logičkih operacija, zavisno od broja operandi koje u njima učestvuju, i to su:

- **unarne**, logičke operacije nad jednim operandom (negacija),
- **binarne**, logičke operacije nad dva operandi (sve druge operacije).

Negacija (NOT)

Najprostija logička operacija koja se obavlja nad jednim operandom zove se negacija ili **NE** operacija (inverzija ili komplementiranje). Negacija uzima vrednost tačan (1), i konvertuje je u vrednost netačan (0) i obrnuto. Na slici 1. je pokazana tabela negacije. X je ulazna veličina (operand), a Z je izlazna veličina (rezultat).

X	Z
0	1
1	0

$$Z = \bar{X}$$

Slika 1. Tabela istinitosnih vrednosti negacije

ILI operacija (OR)

Ova operacija se vrši nad dve ili više ulaznih vrednosti, a naziva se još i logičko sabiranje, disjunkcija. Da bi rezultat operacije imao vrednost **1** (tačan) mora bar jedna ulazna veličina imati vrednost **1** (tačan). Na slici 2. je prikazana tablica istinitosti za ILI operaciju nad dve ulazne vrednosti X i Y, kao i tablica istinitosti za **n** ulaznih vrednosti X_1, \dots, X_n . Uočavamo da kombinacije $X=1, Y=0$ i $X=0, Y=1$ nisu iste, ali je rezultat operacije isti, tj. $Z=1$. Rezultat $Z=1$ dobija se kada su jedna ili više ulaznih vrednosti jednovremeno jednake 1.

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

X_1	X_2	...	X_{n-1}	X_n	Z
0	0	...	0	0	0
0	0	...	0	1	1
0	0	...	1	0	1
0	0	...	1	1	1
...
1	1	...	1	0	1
1	1	...	1	1	1

$$Z = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

$$Z = X + Y$$

Slika 2. Tabela istinitosti logičke operacije ILI

Operacija I (AND)

Rezultat ove operacije je istinit (1), samo ako su sve ulazne vrednosti takođe istinite. Drugim rečima, rezultat operacije I (**AND**) je jednak nuli, ako je bar jedna ulazna vrednost jednaka nuli. Operacija I se još naziva logičko množenje ili konjunkcija. Tabela istinitosti za dve vrednosti X i Y, i za niz **n** ulaznih vrednosti X_1, \dots, X_n data je na slici 3. Logičko množenje daje rezultat tačan samo ako ni jedan ulazni signal nije jednak nuli, tj. da bi rezultat bio $Z=1$, moraju svi ulazni signali istovremeno biti jednaki jedinici: $X = Y = 1$ tj. $X_1 = X_2 = \dots = X_n = 1$.

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X_1	X_2	...	X_{n-1}	X_n	Z
0	0	...	0	0	0
0	0	...	0	1	0
0	0	...	1	0	0
0	0	...	1	1	0
.	0
1	1	...	0	1	0
1	1	..	1	0	0
1	1	...	1	1	1

$$Z = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n$$

$$Z = X \cdot Y$$

Slika 3. Tabela istinitosti logičke operacije I

Ekskluzivno ILI (XOR)

Ova operacija se naziva još i isključivo ILI, a daje istinit rezultat (tačan, 1), ako je jedna i samo jedna od ulaznih veličina istinita. Tabela istinitosti operacije ekskluzivno ILI data je na slici 4. Ako pažljivije pogledamo rezultat ove operacije, uočićemo da on odgovara zbiru binarnih cifara (ne uzimajući u obzir prenos), pa se zato ova operacija naziva i sabiranje po modulu dva.

x	y	z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$z = x \oplus y$$

Slika 4. Tablica istinitosti ekskluzivnog ILI (XOR)

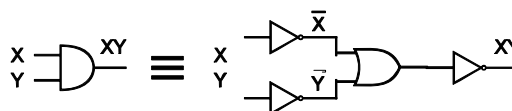
Elementarna logička kola

Osnovne logičke operacije su: NE, ILI, I i ekskluzivno ILI. Ove operacije, da bi generisale rezultat, slede pravila matematičke logike sa samo dve vrednosti: tačan i netačan (**1** i **0**). Elektronske komponente koje izvršavaju logičke operacije, izraze i funkcije nazivaju se logička kola. Standardni simboli ovih kola dati su na slici 5.

КОЛО	И	ИЛИ	НЕ	НИ	НИЛИ	ЕКСЛУЗ. ИЛИ	компаратор
IEC							
DIN							
АМЕРИЧКИ.							
ФУНКЦИЈА	$X = AB$	$X = A + B$	$X = A$	$X = AB$	$X = A + B$	$X = AB + AB$	$X = AB + AB$

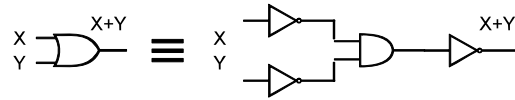
Slika 5. Osnovna logička kola

X	Y	\bar{X}	\bar{Y}	$\bar{X} + \bar{Y}$	$\overline{\bar{X} + \bar{Y}}$	XY
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1



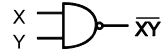
Slika 6. Realizacija operacije I pomoću operacija NE i ILI

X	Y	\bar{X}	\bar{Y}	$\bar{X} \cdot \bar{Y}$	$\overline{\bar{X} \cdot \bar{Y}}$	X+Y
0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1



Slika 7. Realizacija operacije ILI pomoću operacija I i NE

X	Y	X	NI
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



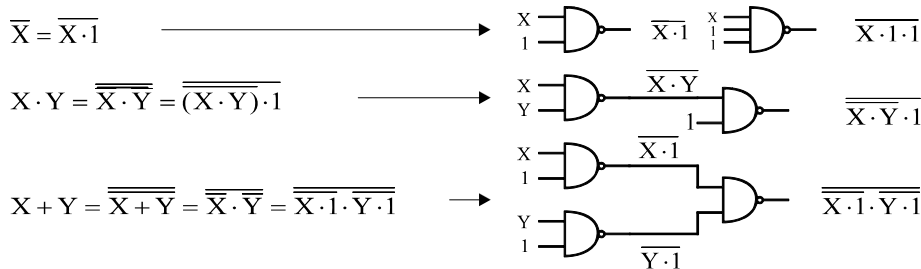
Slika 8. Tabela istinitosti i simbol NI kola

X	Y	X+	NILI
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

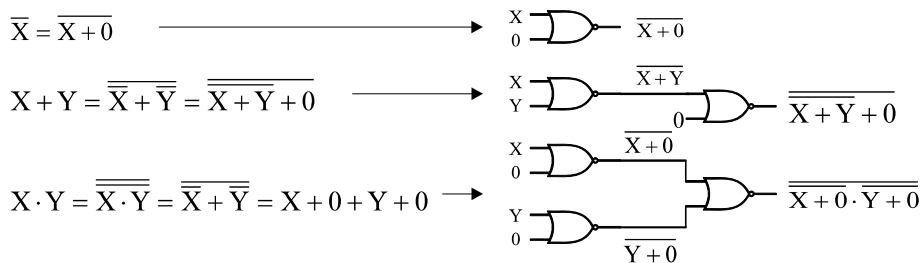


Slika 9. Tabela istinitosti i simbol NILI kola

Na slici 10. pokazano je kako se pomoću NI kola mogu realizovati osnovne logičke operacije NE, ILI i I. Na slici 11. prikazana je realizacija NI, ILI i I operacija pomoću NILI kola.

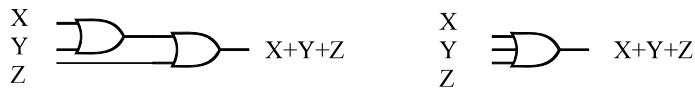


Slika 10. Realizacija operacija NE, ILI i I pomoću NI kola

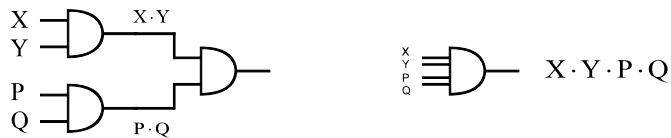


Slika 11. Realizacija operacija NE, I i ILI pomoću NILI kola

Na slici 12. prikazana je realizacija ILI kola sa tri ulaza (troulazno kolo), a na slici 13. realizacija I kola sa četiri ulaza.



Slika 12. Realizacija trouglaznog **ILI** kola



Slika 13. Realizacija četvoroulaznog **I** kola

PRIMERI:

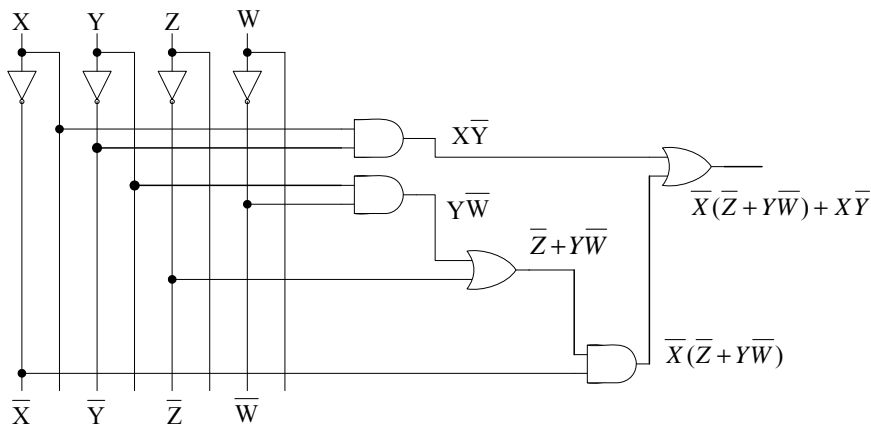
1. Nacrtati šemu logičke mreže kojom se data funkcija

$$F(X, Y, Z, W) = \overline{X}\overline{Z} + X\overline{Y} + \overline{X}Y\overline{W}$$

realizuje pomoću **NE** i dvoulaznih **I** i **ILI** kola.

Rešenje:

$$F(X, Y, Z, W) = \overline{X}\overline{Z} + X\overline{Y} + \overline{X}Y\overline{W} = \overline{X}(\overline{Z} + Y\overline{W}) + X\overline{Y}$$

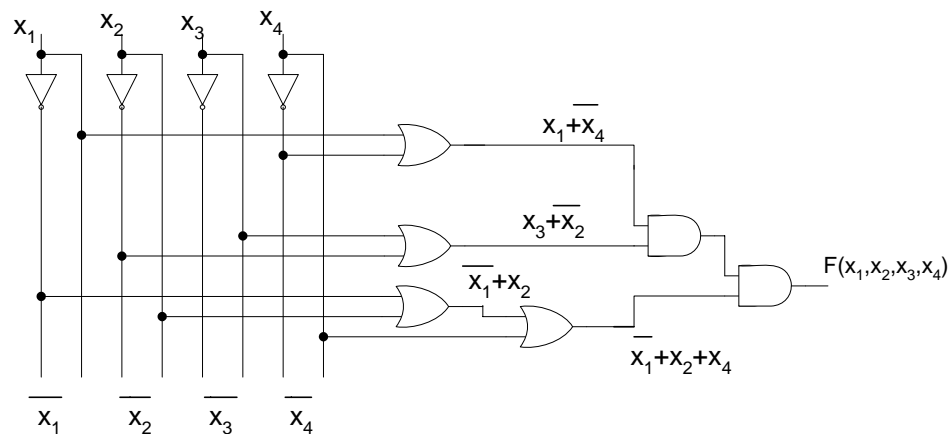


2. Nacrtati šemu logičke mreže kojom se data funkcija $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + \overline{x_4})(x_3 + \overline{x_2})(\overline{x_1} + x_2 + x_4)$$

realizuje pomoću **NE** i dvoulaznih **I** i **ILI** kola.

Rešenje:

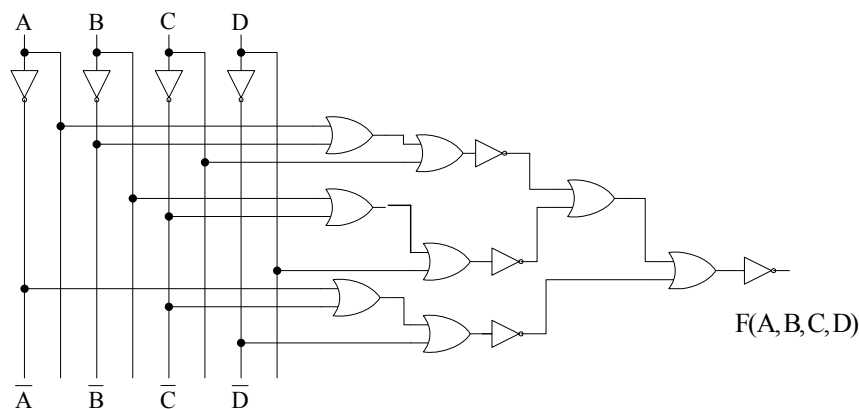


3. Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** kola nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija F data izrazom:

$$F(A, B, C, D) = (A + \bar{B} + C) \cdot (B + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})$$

Rešenje:

$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) &= \overline{\overline{(A + \bar{B} + C) \cdot (B + \bar{C} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})}} \\ F(A, B, C, D) &= \overline{(A + \bar{B} + C) \cdot (B + \bar{C} + \bar{D}) + (\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})} \\ F(A, B, C, D) &= \overline{(A + \bar{B} + C) + (B + \bar{C} + \bar{D}) + (\bar{A} + \bar{C} + \bar{D})} \end{aligned}$$

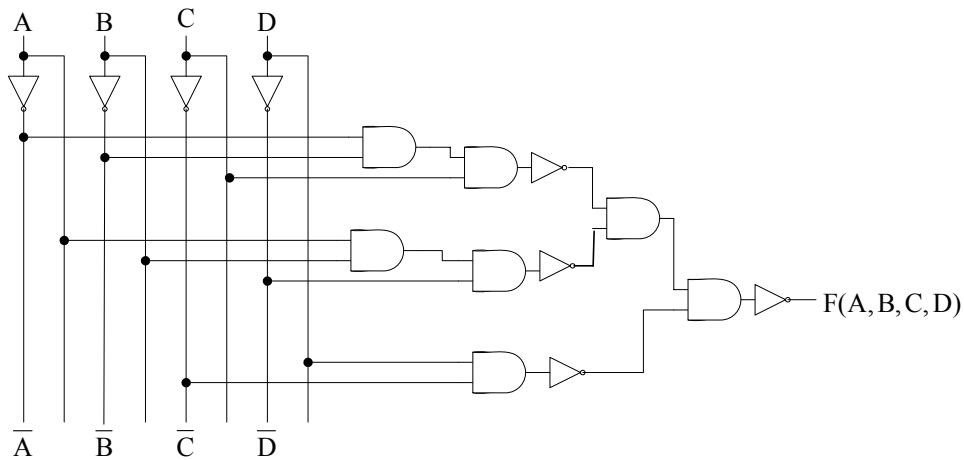


4. Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** kola nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija F data izrazom:

$$F(A, B, C, D) = (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C) + (A \cdot B \cdot \bar{D}) + (D \cdot \bar{C})$$

Rešenje:

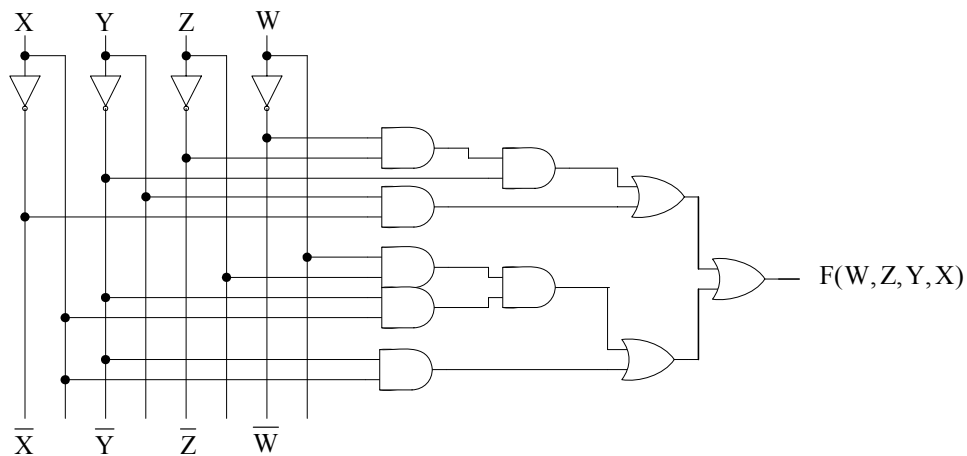
$$F(A,B,C,D) = \overline{\overline{\overline{A \cdot B \cdot C}} \cdot \overline{\overline{A \cdot B \cdot D}} \cdot \overline{\overline{D \cdot C}}}$$



5. Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** i **I** logičkih kola nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija F data izrazom:

$$F(W,Z,Y,X) = \overline{W} \cdot \overline{Z} \cdot \overline{Y} + Y \cdot \overline{X} + W \cdot Z \cdot \overline{Y} \cdot X + \overline{Y} \cdot X$$

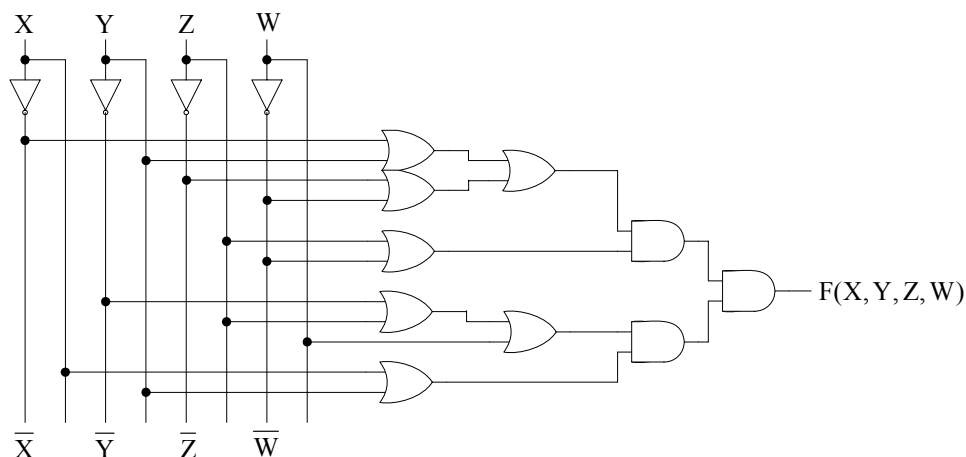
Rešenje:



6. Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** i **I** logičkih kola nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija F data izrazom:

$$F(X,Y,Z,W) = (\overline{X} + Y + \overline{Z} + \overline{W}) \cdot (Z + \overline{W}) \cdot (\overline{Y} + Z + W) \cdot (X + Y)$$

Rešenje:



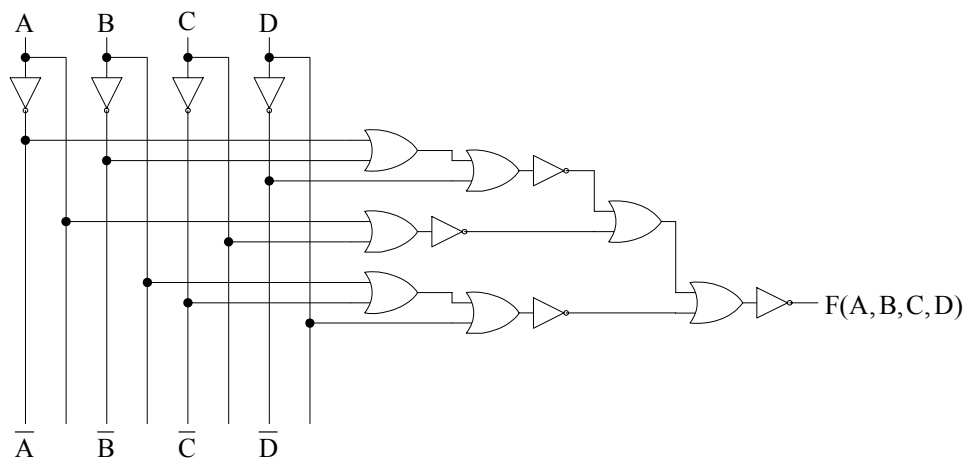
7. Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** kola nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija F data izrazom:

$$F(A, B, C, D) = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{D}) \cdot (A + C) \cdot (B + \bar{C} + D)$$

Rešenje:

$$F(A, B, C, D) = \overline{\overline{\bar{A} + \bar{B} + \bar{D}} \cdot \overline{A + C} \cdot \overline{B + \bar{C} + D}}$$

$$F(A, B, C, D) = \overline{\overline{\bar{A} + \bar{B} + \bar{D}} + \overline{A + C} + \overline{B + \bar{C} + D}}$$



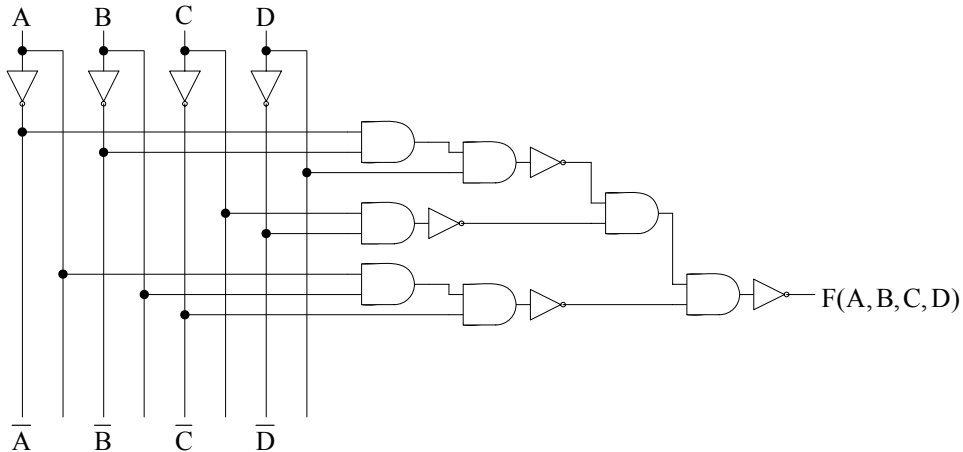
8. Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** kola nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija F data izrazom:

$$F(A, B, C, D) = (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot D) + (C \cdot \bar{D}) + (A \cdot B \cdot \bar{C})$$

Rešenje:

$$F(A, B, C, D) = \overline{\overline{\overline{A \cdot B \cdot D} + (C \cdot \overline{D}) + (A \cdot B \cdot \overline{C})}}$$

$$F(A, B, C, D) = \overline{\overline{\overline{A \cdot B \cdot D}} \cdot \overline{\overline{C \cdot \overline{D}}} \cdot \overline{\overline{A \cdot B \cdot \overline{C}}}}$$

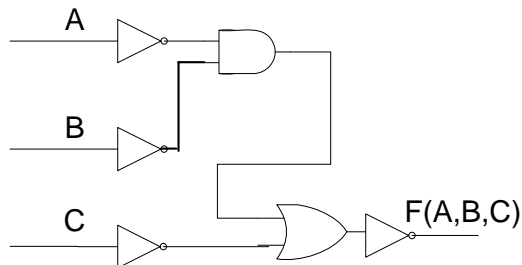


9. Data je funkcija: $F(A, B, C) = \overline{\overline{A \cdot B} + \overline{C}}$.

- a) Realizovati ovu funkciju pomoću logičkih kola.
- b) Ako se na ulaz A dovede niz logičkih nivoa 110010, Na ulaz B niz 101001 i na ulaz C niz 101001, kakav će se niz dobiti na izlazu.

Rešenje:

a)



b)

A	B	C	\overline{A}	\overline{B}	\overline{C}	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A \cdot B} + \overline{C}$	F
1	1	1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	0	1

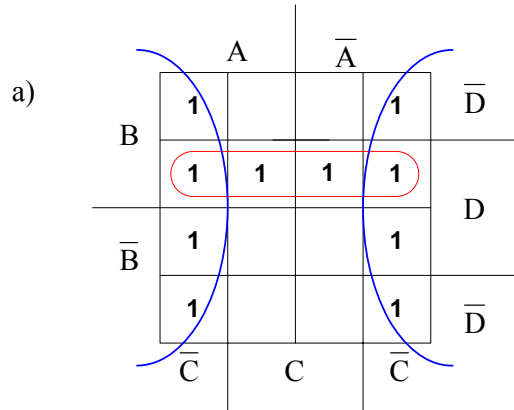
$$F(A, B, C, D) = 101001$$

10. Za funkciju:

$$F(A, B, C, D) = A \cdot \bar{C} + B \cdot C \cdot D + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D$$

- Odrediti minimalnu disjunktivnu formu funkcije (MDF) primenom Karnoove mape.
- Odrediti logičku vrednost funkcije ako se na ulaz A dovede niz logičkih nivoa 01010111, na ulaz B: 00111001, na ulaz C: 01010101 i na ulaz D: 11001010.
- Nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje MDF date funkcije F, koristeći samo dva NE kola i dva I kola.

Rešenje:



$$F(A, B, C, D) = \bar{C} + B \cdot D$$

b)

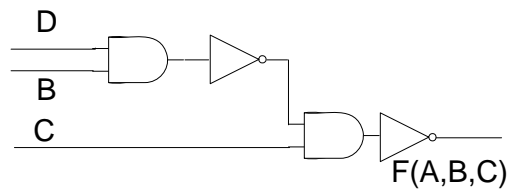
A	B	C	D	\bar{C}	$B \cdot D$	$\bar{C} + B \cdot D$
0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0

$$F(A, B, C, D) = 10101010$$

c)

$$F(A, B, C, D) = \bar{C} + B \cdot D$$

$$F(A, B, C, D) = \overline{\overline{\bar{C} + B \cdot D}} = \overline{\overline{\bar{C}} \cdot \overline{B \cdot D}} = \overline{C \cdot \bar{B} \cdot \bar{D}}$$



11. Za funkciju:

$$F(A, B, C, D) = A \cdot D + \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + B \cdot C$$

- a) Odrediti logičku vrednost, ako se na ulaz A dovede niz logičkih nivoa 10100011, na ulaz B: 11010101, na ulaz C: 10101000 i na ulaz D: 10101011.
- b) Nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje data funkcija F, koristeći **NE** i dvoulazna **I** kola.

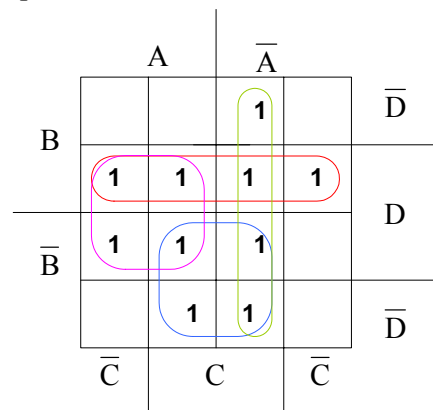
Rešenje:

a)

A	B	C	D	A+B	D(A+B)	$\bar{A} + \bar{B}$	$C(\bar{A} + \bar{B})$	F(A,B,C,D)
1	1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1

$$F(A, B, C, D) = 10101011$$

- b) Pre crtanja električne šeme, može se odrediti minimalna forma izraza logičke funkcije primenom Karnoovih mapa:



$$F(A, B, C, D) = AD + BD + C\bar{B} + C\bar{A} = D(A + B) + C(\bar{A} + \bar{B})$$

12. Odrediti vrednosti logičke funkcije:

$$F(X, Y, Z, W) = (\bar{Y} + \bar{Z}) \cdot (X + W) \cdot (\bar{Y} + Z + \bar{W}) \cdot (X + W)$$

ako su vrednosti ulaznih promenljivih:

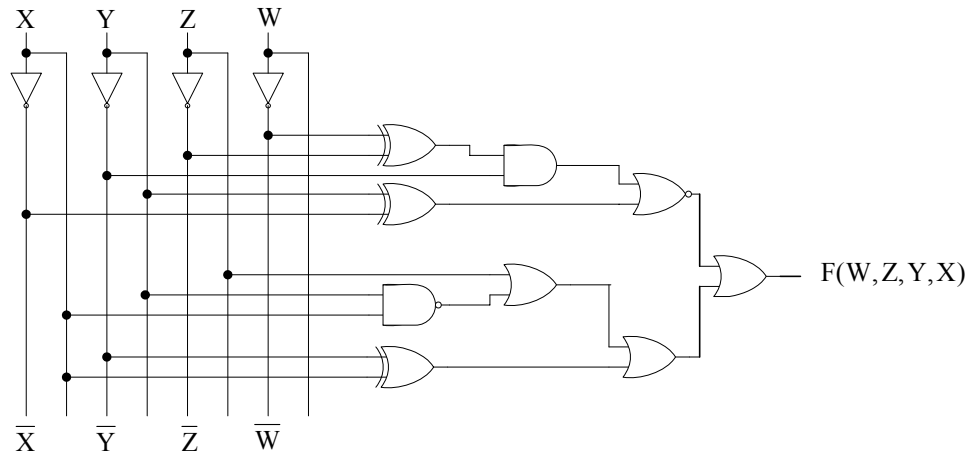
- a) X = 0, Y = 1, Z = 1, W = 1
- b) X = 1, Y = 0, Z = 0, W = 0

Rešenje:

$$a) F(X, Y, Z, W) = F(0, 1, 1, 1) = (\bar{1} + \bar{1}) \cdot (0 + 1) \cdot (\bar{1} + 1 + \bar{1}) \cdot (0 + 1) = 0 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$

$$b) F(X, Y, Z, W) = F(1, 0, 0, 0) = (\bar{0} + \bar{0}) \cdot (1 + 0) \cdot (\bar{0} + 0 + \bar{0}) \cdot (1 + 0) = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

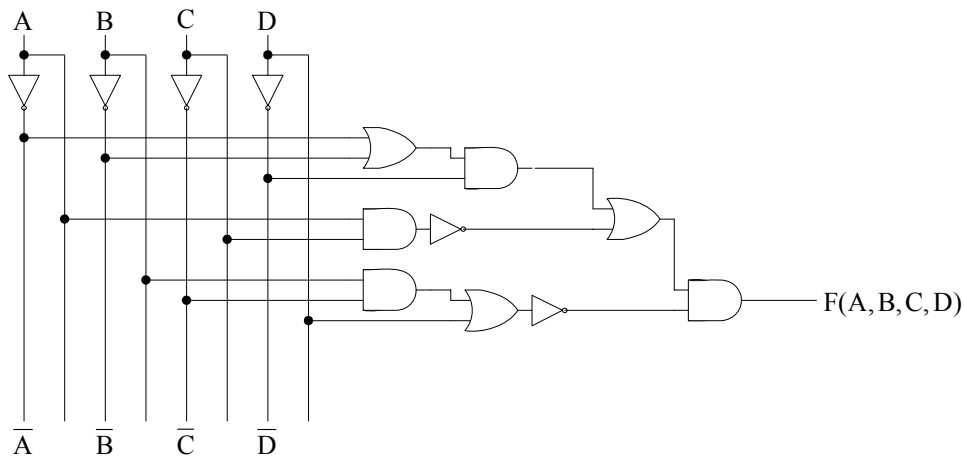
13. Odrediti izraz za funkciju $F(X, Y, Z, W)$ koja opisuje rad kombinacione mreže prikazane na slici:



a) Odrediti vrednost funkcije F ako su vrednosti promenljivih $X = 1, Y = 1, Z = 0, W = 0$

Rešenje: $F(X, Y, Z, W) = (\bar{Z} \oplus \bar{W}) \cdot \bar{Y} + (\bar{X} \oplus Y) + \bar{X} \cdot Y + Z + X \oplus \bar{Y}$
a) $F(X, Y, Z, W) = F(1, 1, 0, 0) = (\bar{0} \oplus \bar{0}) \cdot \bar{1} + (\bar{1} \oplus 1) + \bar{1} \cdot 1 + 0 + 1 \oplus \bar{1} = 1$

14. a) Odrediti izraz za funkciju $F(A, B, C, D)$ koja opisuje rad kombinacione mreže prikazane na slici:



b) Odrediti vrednost funkcije F ako su vrednosti promenljivih $A = 0, B = 0, C = 1, D = 1$

15. Za funkciju:

$$F(A, B, C, D) = A \cdot B \cdot D + \bar{A} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}$$

- Odrediti njenu logičku vrednost, ako se na ulaz A dovede niz logičkih nivoa 10100011, na ulaz B: 01010001, na ulaz C: 01110011 i na ulaz D: 01011100.
- Nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje data funkcija F , koristeći samo NE i I kola.

Rešenje:

a) $F(A, B, C, D) = 01010000$

16. Data je funkcija: $F(A, B, C) = \overline{\overline{A} \cdot B + C}$.

- a) Realizovati ovu funkciju pomoću **NE** i **ILI** logičkih kola.
- b) Ako se na ulaz A dovede niz logičkih nivoa 011001, Na ulaz B niz 001010 i na ulaz C niz 101010, kakav će se niz dobiti na izlazu.

Rešenje:

- a) $F(A, B, C) = \overline{\overline{A} \cdot B + C} = A + \overline{B} + C$
- b) $F(A, B, C) = 111111$

17. Odrediti vrednosti logičke funkcije

$$F(A, B, C, D) = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{D} + A \cdot C \cdot D + B \cdot C \quad \text{ako su vrednosti ulaznih promenljivih:}$$

- a) $A = 1, B = 0, C = 1, D = 1$
- b) $A = 1, B = 1, C = 0, D = 0$

Rešenje:

- a) $F(A, B, C, D) = F(1, 0, 1, 1) = \overline{1} \cdot 0 \cdot \overline{1} + \overline{0} \cdot \overline{1} + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0 + 0 + 1 + 0 = 1$
- b) $F(A, B, C, D) = F(1, 1, 0, 0) = \overline{1} \cdot 1 \cdot \overline{0} + \overline{1} \cdot \overline{0} + 1 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$

18. Nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija data izrazom:

$$F(A, B, C, D) = (A + \overline{C} + D) \cdot (\overline{B} + C + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + B + D) \cdot (C + \overline{D})$$

- a) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** i **ILI** logičkih kola.
- b) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** kola.

19. Nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija data izrazom:

$$F(X, Y, Z, W) = (Y + W) \cdot (X + \overline{Z} + \overline{W}) \cdot (\overline{X} + \overline{Y} + Z) \cdot (Z + \overline{W})$$

- a) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** i **ILI** logičkih kola.
- b) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** kola.

20. Nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija data izrazom:

$$F(A, B, C, D) = B \cdot C \cdot D + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot B \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{D}$$

- a) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** i **ILI** logičkih kola.
- b) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** kola.

21. Nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuje funkcija data izrazom:

$$F(X, Y, Z, W) = A \cdot B \cdot D + A \cdot C \cdot \overline{D} + B \cdot \overline{C} + \overline{C} \cdot \overline{D}$$

- a) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** i **ILI** logičkih kola.
- b) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** kola.

22. Nacrtati šeme kombinacionih mreža kojima se realizuju funkciju data izrazom:

$$F(X, Y, Z, W) = (\overline{X} + Y) \cdot (Y + \overline{Z}) \cdot (X + Z + W) \cdot (X + \overline{Y} + Z)$$

- a) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** i **I** logičkih kola.
- b) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** kola.

23. Nacrtati šemu kombinacione mreže kojom se realizuju funkcije date izrazima:

$$F(A, B, C, D) = \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot B \cdot C + B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot D$$

- a) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **ILI** i **I** logičkih kola.
- b) Primenom **NE** kola i dvoulaznih **I** kola.