2. POJAM KOMPLEMENTA, BINARNI BROJNI SISTEM I BINARNI BROJEVI SA ZNAKOM

TEORIJA:

KOMPLEMENT je dopuna datog broja do neke unapred definisane vrednosti.

- Koristi se za prikazivanje negativnih brojeva.
- Primenjuje se za realizaciju oduzimanja pomoću sabiranja.
- Najčešće se realizuje **dopunom broja**:
- do najvećeg broja brojnog sistema,
- do osnove S brojnog sistema.

- U **binarnom brojnom sistemu** (S = 2) mogu da se definišu samo dva komplementa:
  - **Komplement jedinice** (prvi komplement) - invertovanjem svakog bita polaznog binarnog broja ($0 \rightarrow 1$ i $1 \rightarrow 0$).
  - **Komplement dvojke** (drugi komplement) - dodavanjem jedinice na prvi komplement.

OZNAKE ZA DUŽINU PODATKA U RAČUNARSKOM SISTEMU

1 bit (binarna cifra 0 ili 1) - u računarskom sistemu je minimalna količina informacija koja se obrađuje (najmanji podatak),
1 nibble = 4 bit-a = jedna tetrada,
1 byte = 8 bit-a = dve HEX cifre,
1 word = 16 bit-a, 32 bit-a, ..., 60 bit-a.

- U binarnom zapisu prvi sleva je bit najveće težine, a prvi zdesna bit najmanje težine

- 8 - bitni binarni broj je jednobajtni podatak
  $x = b^7 b^6 \ldots b^1 b^0$
  $2^8 = 256$ različitih podataka

- 8 - bitni podatak može da bude:
  - **Neoznačen** (unsigned) bajt - 256 pozitivnih brojeva
    $x = 2^7 b_7 + 2^6 b_6 + \ldots + 2^1 b_1 + 2^0 b_0$
  - **Označen** (signed) bajt - ukupno 256 pozitivnih i negativnih brojeva
    $x = -2^7 b_7 + 2^6 b_6 + \ldots + 2^1 b_1 + 2^0 b_0$.

PRAVILA BINARNOG SABIRANJA:

0 + 0 = 0	1 + 0 = 1	
0 + 1 = 1	1 + 1 = 10	1 = prenos (carry)

- Posle svake aritmetičke operacije u ALU procesor postavlja ili briše kontrolne bite u registru stanja (zastavice, flag-ovi) čija vrednost može da bude 1 ili 0.
  C (Carry) = 1 označava da postoji prenos bita najveće težine.
  N (Negative) = 1 označava negativan rezultat kada su podaci označeni brojevi.
  V (oVerflow) = 1 signalizira da je rezultat označeni broj van opsega (-128 do +127).
  Z (Zero) = 1 signalizira da je rezultat aritmetičke operacije 0.

- **Oduzimanje** može da se svede na sabiranje:
  X – Y = X + (- Y)
  pri čemu je (- Y) kodovana negativna vrednost.

- Za kodovanje negativne binarne vrednosti može da se koristi:
  - **Direktan kod**

  MSB sadrži bit znaka, a ostali biti daju apsolutnu vrednost broja
  MSB = 1 broj je negativan
  MSB = 0 broj je pozitivan
  Ne dobija se tačan rezultat ako u sabiranju učestvuju negativni brojevi.

  - **Prvi komplement**

  Negativan broj se predstavlja kao prvi komplement binarnog zapisa.
  Kada se na MSB mestu pojavi prenos (C, carry) rezultat se koriguje dodavanjem prenosa na LSB.
  Razlikuju se pozitivna i negativna nula: pozitivna 0 (00000000) i negativna 0 (11111111).

  - **Drugi komplement**

  Negativan broj se predstavlja kao drugi komplement binarnog zapisa.
  Praktično jedini način predstavljanja negativnog broja u računarskom sistemu.
  Kada se na MSB mestu pojavi prenos ignoriše se (odseca se), ali ostaje zapisan u C flegu (carry flag).
  U drugom komplementu pozitivna i negativna nula su iste (00000000).

FORMAT ZAPISA BROJEVA U RAČUNARSKOM SISTEMU

Format zapisa je dužina binarnog zapisa (broj bita) i položaj decimalne tačke.
- Formatom je određen broj cifara ispred i iza decimalne tačke.
- Broj cifara ispred decimalne tačke definiše opseg brojeva koji mogu da se predstave tim formatom.
- Broj cifara iza decimalne tačke definiše tačnost sa kojom se prikazuju brojevi.
- Dužina zapisa je fiksna i određena hardverom računara.
- Programer pravi kompromis između tačnosti i opsega.
- Tačnost i opseg se menjaju promenom formata.

- Svaka binarna cifra u zapisu

  $\mathbf{x = b_R\, b_{R-1} \ldots b_1\, b_0\, ,\, b_{-1} \ldots b_{-P}}$

ima svoje određeno mesto u mašinskoj reči (razred).
- Broj je sa nepokretnom tačkom ako je jednom određen položaj decimalne tačke u odnosu na razrede i neizmenjen je za sve brojeve u mašinskom jeziku.
- Informaciju o položaju decimalne tačke čuva programer.
- Položaj decimalne tačke se ne upisuje u memoriju.

- Format **neoznačenih brojeva** sa nepokretnom decimalnom tačkom:

$$\mathbf{Q_{N-R,R}}$$

  N - R = broj cifara ispred decimalne tačke
  R = broj cifara iza decimalne tačke (radix)
  N = ukupan broj bita (dužina binarnog zapisa)

Ako je **R = N** zapis je normalizovan ($0 \leq$ broj < 1).
Ako je **R = 0** zapis je celobrojan.

- Opšti oblik osmobitnog zapisa (N = 8) neoznačenog broja u formatu $\mathbf{Q_{8-R,R}}$

  $$\mathbf{2^{-R} \bullet (-b_7 \bullet 128 + b_6 \bullet 64 + ... + b_1 \bullet 2 + b_0)}$$

  - Istom binarnom zapisu u zavisnosti od formata mogu da odgovaraju različite brojne vrednosti
  - Ista brojna vrednost može da bude zapisana u različitim formatima
  - Promena formata se svodi na množenje ili deljenje sa 2^N
  - **Pomeranje** (šiftovanje) za **N mesta ulevo** je **množenje sa** $\mathbf{2^N}$
  - **Pomeranje** (šiftovanje) **za N mesta udesno** je **deljenje sa** $\mathbf{2^N}$
  - Treba obezbediti **dovoljan broj bita** ispred decimalne tačke za **celobrojni deo** i **maksimalan broj bita** iza decimalne tačke za **razlomljeni deo**
  - Tačnost je utoliko veća ukoliko je predviđen veći broj mesta iza decimalne tačke.

- Format **označenih brojeva** sa nepokretnom decimalnom tačkom:

  $$\mathbf{Q^S_{N-R,R}}$$

  N - R = broj cifara ispred decimalne tačke
  R = broj cifara iza decimalne tačke (radix)
  N = ukupan broj bita (dužina binarnog zapisa)

Ako je **R = N** zapis je normalizovan ($0 \leq$ broj < 1)
Ako je **R = 0** zapis je celobrojan

  - Minimalna dužina zapisa konstante ispred decimalne tačke zahteva jedan bit više nego kod neoznačenog broja iste apsolutne vrednosti.

- Opšti oblik osmobitnog zapisa (N = 8) označenog broja u formatu $\mathbf{Q^S_{8-R,R}}$

  $$\mathbf{2^{-R} \bullet (-b_7 \bullet 128 + b_6 \bullet 64 + ... + b_1 \bullet 2 + b_0)}$$

- Mogu da se sabiraju ili oduzimaju samo brojevi u istom formatu.

<u>PRIMERI:</u>

1. Izraziti brojeve $0{,}4567_{(10)}$ i $34{,}639_{(10)}$ u komplementu do 10.

<u>Rešenje:</u>

$$10^0 - 0{,}4567_{(10)} = 1 - 0{,}4567_{(10)} = \mathbf{0{,}5433_{(10)}}$$
$$10^2 - 34{,}639_{(10)} = 100 - 34{,}639_{(10)} = \mathbf{65{,}361_{(10)}}$$

2. Izraziti brojeve iz zadatka 1. u komplementu do 9.

Rešenje:

$$10^0 - 10^{-4} - 0{,}4567_{(10)} = (1 - 0{,}0001) - 0{,}4567_{(10)}$$
$$= 0{,}9999_{(10)} - 0{,}4567_{(10)}$$
$$= \mathbf{0{,}5432_{(10)}}$$
$$10^2 - 10^{-3} - 34{,}639_{(10)} = (100 - 0{,}001) - 34{,}639_{(10)}$$
$$= 99{,}999_{(10)} - 34{,}639_{(10)}$$
$$= \mathbf{65{,}360_{(10)}}.$$

3. Odrediti komplement devetke brojeva:
   a) $38{,}25_{(10)}$
   b) $876{,}345_{(10)}$
   c) $4285{,}12_{(10)}$.

Rešenje:

a) $10^2 - 10^{-2} - 38{,}25_{(10)} = (100 - 0{,}01) - 38{,}25_{(10)} = 99{,}99_{(10)} - 38{,}25_{(10)} = \mathbf{61{,}74_{(10)}}$

b) $10^3 - 10^{-3} - 876{,}345_{(10)} = (1000 - 0{,}001) - 876{,}345_{(10)} = 999{,}999_{(10)} - 876{,}345_{(10)} = \mathbf{123{,}654_{(10)}}$

c) $10^4 - 10^{-2} - 4285{,}12_{(10)} = (10000 - 0{,}01) - 4285{,}12_{(10)} = 9999{,}99_{(10)} - 4285{,}12_{(10)} = \mathbf{5714{,}87_{(10)}}$

4. Binarno sabrati brojeve $10100011_{(2)}$ i $00111010_{(2)}$ ako se ulazni podaci tretiraju kao:
   a) Dva neoznačena binarna broja.
   b) Dva označena binarna broja.
   Oba rezultata predstaviti i kao decimalni broj.

Rešenje:

a)
$$\begin{array}{r} 10100011_{(2)} \\ +\,\underline{00111010_{(2)}} \\ \mathbf{11011101_{(2)}} \end{array} \quad \text{zbir je } \mathbf{221_{(10)}}$$

b) Postupak isti kao pod a). *Uvek je isti*
zbir je $\mathbf{-93_{(10)}}$

5. Binarno sabrati brojeve $01101001_{(2)}$ i $10001010_{(2)}$ ako se ulazni podaci tretiraju kao:
   a) Dva neoznačena binarna broja.
   b) Dva označena binarna broja.
   Oba rezultata predstaviti i kao decimalni broj.

Rešenje:

a)
$$\begin{array}{r} 01101001_{(2)} \\ +\,\underline{10001010_{(2)}} \\ \mathbf{11110011_{(2)}} \end{array} \quad \text{zbir je } \mathbf{243_{(10)}}$$

b) Postupak isti kao pod a). *Uvek je isti,* zbir je $\mathbf{-115_{(10)}}$.

6. Odrediti prvi i drugi komplement sledećih binarnih brojeva $x_{(2)}$ bez znaka:
   a) $101_{(2)}$ b) $11001_{(2)}$ c) $1011011_{(2)}$ d) $11001011_{(2)}$ e) $11001010_{(2)}$.

Rešenje:

a) Prvi komplement binarnog broja $x'_{(2)}$ dobija se invertovanjem svakog bita polaznog binarnog broja:

$$x'_{(2)} = \mathbf{010_{(2)}}$$

Drugi komplement binarnog broja $x''_{(2)}$ dobija se dodavanjem jedinice na prvi komplement:

$$x''_{(2)} = x'_{(2)} + 1 = \mathbf{011_{(2)}}$$

b)
$$x'_{(2)} = \mathbf{00110_{(2)}}$$
$$x''_{(2)} = x'_{(2)} + 1 = \mathbf{00111_{(2)}}$$

c)
$$x'_{(2)} = \mathbf{0100100_{(2)}}$$
$$x''_{(2)} = x'_{(2)} + 1 = \mathbf{0100101_{(2)}}$$

d)
$$x'_{(2)} = \mathbf{00110100_{(2)}}$$
$$x''_{(2)} = x'_{(2)} + 1 = \mathbf{00110101_{(2)}}$$

e)
$$x'_{(2)} = \mathbf{00110101_{(2)}}$$
$$x''_{(2)} = x'_{(2)} + 1 = \mathbf{00110110_{(2)}}.$$

7. Odrediti prvi i drugi komplement sledećih binarnih brojeva bez znaka:

   a) $01110111_{(2)}$ c) $10101100_{(2)}$
   b) $11111000_{(2)}$ d) $01010101_{(2)}$

Rešenje:

a) Prvi komplement binarnog broja $x'_{(2)}$ dobija se invertovanjem svakog bita polaznog binarnog broja:

$$x'_{(2)} = 10001000_{(2)}$$

Drugi komplement binarnog broja $x''_{(2)}$ dobija se dodavanjem jedinice na prvi komplement:

$$x''_{(2)} = x'_{(2)} + 1 = 10001001_{(2)}$$

b), c) i d) se rade na isti način kao primer a).

8. U memoriji se nalaze brojevi:
   a) $14B0_{(16)}$
   b) $8011_{(16)}$
   c) $83_{(16)}$
   O kojim decimalnim brojevima se radi ako su zapisani kao šesnaestobitni označeni, a o kojim ako su zapisani kao šesnaestobitni neoznačeni brojevi?

Rešenje:

a) $14B0_{(16)} = 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0_{(2)}$
$2^{12}\quad 2^{10}\quad 2^{7}\quad 2^{5}\ 2^{4}$

Ispod binarnog kôda, prikazane su pozicione vrednosti (težinski koeficijenti) za svaku poziciju na kojoj se nalazi jedinica. Decimalni broj se dobija kao rezultat sabiranja ovih pozicionih vrednosti:

$$14B0_{(16)} = 0001\ 0100\ 1011\ 0000_{(2)} = 2^{12} + 2^{10} + 2^{7} + 2^{5} + 2^{4} = \mathbf{5296_{(10)}}$$

Rezultat je isti i ako se broj tretira kao označen i neoznačen. Označeni brojevi se razlikuju od neoznačenih jedino po koeficijentu uz bit najveće pozicione vrednosti koji je u slučaju označenih brojeva negativan (-2^{15}) a slučaju neoznačenih pozitivan ($+2^{15}$), svi ostali težinski koeficijenti su jednaki. Kako je bit najveće pozicione vrednosti nula, to ovaj zapis odgovara broju 5296 i kao označen i kao neoznačen broj.

b) $8011_{(16)} = 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ \ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1_{(2)}$
2^{15} 2^{4} 2^{0} → Težinski koeficijenti za **neoznačene** brojeve
-2^{15} 2^{4} 2^{0} → Težinski koeficijenti za **označene** brojeve

Ispod binarnog kôda, prikazane su pozicione vrednosti (težinski koeficijenti) za svaku poziciju na kojoj se nalazi jedinica. U prvom redu su koeficijenti za neoznačene, a u drugom za označene brojeve. Decimalni broj se dobija kao rezultat sabiranja ovih pozicionih vrednosti:

$8011_{(16)} = 1000\ 0000\ 0001\ 0001_{(2)} = 2^{15} + 2^{4} + 2^{0} = \mathbf{32785_{(10)}}$ kao **neoznačeni** broj
$8011_{(16)} = 1000\ 0000\ 0001\ 0001_{(2)} = -2^{15} + 2^{4} + 2^{0} = -\mathbf{32751_{(10)}}$ kao **označeni** broj

Da se podsetimo: označeni brojevi se razlikuju od neoznačenih jedino po koeficijentu uz bit najveće pozicione vrednosti koji je u slučaju označenih brojeva negativan (-2^{15}) a slučaju neoznačenih pozitivan ($+2^{15}$), svi ostali težinski koeficijenti su jednaki.

c) $83_{(16)} = 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ \ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ \ 1_{(2)}$
2^{7} $2^{1}\ 2^{0}$

Ispod binarnog kôda, prikazane su pozicione vrednosti (težinski koeficijenti) za svaku poziciju na kojoj se nalazi jedinica. Decimalni broj se dobija kao rezultat sabiranja ovih pozicionih vrednosti:

$$83_{(16)} = 0000\ 0000\ 1000\ 0011_{(2)} = 2^{7} + 2^{1} + 2^{0} = \mathbf{131_{(10)}}$$

Rezultat je isti i ako se broj tretira kao označen i neoznačen, jer je bit najveće pozicione vrednosti (za šesnaestobitne zapise to je bit broj 15) nula.

9. U šesnaestobitnom zapisu predstaviti decimalni broj – 41. Odgovor dati kao šesnaestobitni (četvorocifreni) heksadecimalni broj.

Rešenje:

- Broj $-41_{(10)}$ očigledno treba predstaviti kao označen broj, jer neoznačeni brojevi mogu biti samo pozitivni. *Da se podsetimo, označeni brojevi mogu biti i pozitivni i negativni. Proverite da li tačno shvatate razliku pojmova **negativan** i **označen**. Mešanje ovih pojmova je čest uzrok grešaka.*
- Kod označenih brojeva bitna je dužina zapisa, jer je samo težinski koeficijent najznačajnije binarne cifre negativan pa nije sve jedno koliko taj, jedini negativan

težinski koeficijent iznosi. Iz tog razloga, za predstavljanje ovog broja treba koristiti isključivo šesnaestobitni zapis.

- Promena znaka označenog broja je računanje drugog komplementa.

Krenimo od apsolutne vrednosti ovog broja (dakle, od broja +41). Pretvaranjem u binarni zapis dobija se $41_{(10)} = 101001_{(2)}$ (pretvaranje se može obaviti, na primer uzastopnim deljenjem sa 2 kao u ranije datim primerima). Međutim, zbog teksta zadatka, nas zanima isključivo šesnaestobitni zapis ovog broja. Proširenje dužine zapisa **pozitivnog broja** se obavlja jednostavnim dopisivanjem potrebnog broja nula nalevo. *Da ponovimo ovo važi samo za* ***POZITIVNE BROJEVE.*** Zato je $+41_{(10)}$, kao šesnaestobitni označeni broj:

$$+41_{(10)} = 0000\ 0000\ 0010\ 1001_{(2)}$$

Da bi dobili zapis broja $-41_{(10)}$ treba samo izračunati drugi komplement binarnog zapisa broja $+41_{(10)}$ (*da se podsetimo, drugi komplement menja znak označenog broja. Operacija drugog komplementa nad neoznačenim brojevima nema smisla*).
Prvi komplement je $1111\ 1111\ 1101\ 0110_{(2)}$ (invertovanjem, to jest promenom svakog bita pojedinačno sa nule na jedan i obrnuto), pa je drugi komplement (dodavanjem jedinice na prvi komplement):

$$\begin{array}{rr} & 1111\ 1111\ 1101\ 0110_{(2)} \\ + & \underline{0000\ 0000\ 0000\ 0001}_{(2)} \\ \mathbf{-41_{(10)}} = & \mathbf{1111\ 1111\ 1101\ 0111_{(2)}} \end{array}$$

Zapisano kao heksadecimalni četvorocifreni broj (direktno iz tablice heksadecimalnih cifara):

$$\mathbf{-41_{(10)} = 1111\ 1111\ 1101\ 0111_{(2)} = FFD7_{(16)}}$$

! Česta greška: Pogrešno bi bilo poći od kôda broja +41 kakav se dobija direktno pretvaranjem u binarni sistem i nad binarnim zapisom te dužine uraditi drugi komplement. Direktno pretvoren u binarni kôd, $41 = 101001_{(2)}$ što je šestobitni binarni zapis ovog broja. Drugi komplement ovog binarnog zapisa je $010111_{(2)}$ što svakako nije binarni kôd broja - 41 (*uporedite sa rešenjem*). Bit najveće pozicione vrednosti je nula, pa to svakako ne može biti zapis broja koji je negativan. Problem je u tome što se mora poći od zapisa broja +41 kao označenog broja , a za to nije dovoljna dužina zapisa od šest bita. Ako pogledamo ovaj šestobitni zapis, primetićemo da je bit najveće pozicione vrednosti jedinica što bi u svetu označenih brojeva bilo tumačeno kao negativan broj. I zaista sa šest bita se mogu predstaviti označeni brojevi od -2^5 do $+2^5-1$ (-32 do +31), a +41 ne spada u taj opseg. Minimalna dužina zapisa broja +41 kao označenog je sedam bita, tako da sa zapisom dužine sedam ili više bita nema tih problema. Zapisi dužina različitih od 8, 16 ili 32 bita nemaju praktični značaj pa je vrlo korisno raditi samo sa zapisima date dužine. Pri tome se mora voditi računa o opsegu brojeva.
Da se podsetimo:
U osmobitnom zapisu označenog broja mogu se predstaviti brojevi od -128 do +127 i kad god u bilo kom obliku uključujemo negativne brojeve, bilo da je u pitanju promena znaka ili aritmetičke operacije sa drugim brojevima koji mogu biti negativni, moramo koristiti zapis označenih brojeva. Obratite pažnju: broj +129 se ne može predstaviti kao osmobitni označen broj iako prilikom pretvaranja u binarni kôd dobijamo osam binarnih cifara. Vrlo je važno da pokušate sami da odgovorite i istinski razumete zašto je to tako.

Za one koji vole "drugačije" : Koristeći činjenicu da su i označeni i neoznačeni brojevi u binarnom brojnom sistemu poređani "u krug" () binarni kôd negativnih brojeva se može dobiti i na drugi način. Ukupan broj brojeva na krugu za šesnaestobitni brojni sistem je 65536 pa se kôd broja -41 (normalno, označenog) poklapa sa kôdom broja 65536-41=65495 kao neoznačenog broja (*ponovo vidi primer na trobitnom sistemu u udžbeniku iz njega se može jasno izvesti ovaj zaključak*). Klasičnim konvertovanjem u binarni sistem broja 65495 dobija se tačan kôd broja -41.

10. U šesnaestobitnom zapisu predstaviti decimalni broj – 3. Odgovor dati kao šesnaestobitni (četvorocifreni) heksadecimalni broj.

Rešenje (studija):

Kao i u prethodnom primeru, kada se traži binarni zapis broja – 3 što svakako mora biti **označeni** broj, moramo poći od šesnaestobitnog binarnog zapisa broja +3 kao **označenog** broja. Binarni kod broja +3 je $011_{(2)}$ ili, predstavljeno kao šesnaestobitni označeni broj:

$$+3_{(10)} = 0000\ 0000\ 0000\ 0011_{(2)}$$

Broj – 3 se dobija kao drugi komplement ovog binarnog zapisa. *Da podsetimo, drugi komplement se dobija kao prvi komplement (svaki bit invertovan) i uvećan za jedan.*

$$-3_{(10)} = 1111\ 1111\ 1111\ 1101_{(2)} = \mathbf{FFFD}_{\mathbf{(16)}}$$

! **Česta greška:** Kao često rešenje ovog i sličnih zadataka pojavljuje se odgovor:

$$-3_{(10)} = 1000\ 0000\ 0000\ 0011_{(2)}$$

Sa idejom da jedinica kao najznačajniji bit pretvara broj u negativan, što je potpuno pogrešno kada se za predstavljanje negativnih brojeva koristi tehnika drugog komplementa, a u savremenim računarima se jedino ona koristi u tu svrhu.
Da se podsetimo:
Jedinica ne mestu bita najveće pozicione vrednosti (MSB) zaista znači da je broj negativan, ali ostali biti nisu apsolutna vrednost tog broja ***niti se prostim menjanjem MSB menja znak broju!***

11. U šesnaestobitnom zapisu predstaviti decimalni broj 1025. Odgovor dati kao šesnaestobitni (četvorocifreni) heksadecimalni broj.

Rešenje:

$\mathbf{1025_{(10)}} = 1024+1 = 2^{10} + 2^{0} = 0000\ 0100\ 0000\ 0001_{(2)} = \mathbf{0401_{(16)}}$. *Ako se znaju stepeni broja 2, potpuno je neracionalno trošiti vreme na uzastopno deljenje sa 2 (klasično pretvaranje).*

Zapis je isti bez obzira da li se broj tretira kao označen ili neoznačen. *Da se podsetimo: u sistemu šesnaestobitnih brojeva razlike nastaju tek za brojeve veće od +32767 koji se mogu predsatavititi kao neoznačeni ali kao označeni ne mogu. Normalno, negativni brojevi do – 32768 se mogu predstaviti jedino kao označeni. Brojevi – 32769 i manji (negativniji) se nemogu nikako predstaviti pomoću šesnaestobitnog zapisa.*

12. U šesnaestobitnom zapisu predstaviti decimalni broj – 512. Odgovor dati kao šesnaestobitni (četvorocifreni) heksadecimalni broj.

Rešenje:

Ponovo, broj se mora tretirati kao označen. Polazimo od šesnaestobitnog zapisa +512 kao označenog broja (u ovom slučaju, isti je i zapis označenog i neoznačenog broja):

$+512_{(10)} = 2^9 = 0000\ 0010\ 0000\ 0000_{(2)}$

Prvi komplement ovog zapisa je $1111\ 1101\ 1111\ 1111_{(2)}$ pa se konačno rešenje dobija dodavanjem jedinice na ovaj zapis:

$\mathbf{-512_{(10)}} = 1111\ 1110\ 0000\ 0000_{(2)} = \mathbf{FE00_{(16)}}$

13. Kako zapisati decimalni broj $3{,}6_{(10)}$ u binarnom brojnom sistemu, $x_{(2)}$, u 8-bitnom registru u formatu fiksnog zareza? Napisati koji bi bio optimalni format?

Rešenje:

Za ceo deo, odnosno za 3 potrebno je najmanje dva bita, pa za razlomljeni deo, 0,6 ostaje 6 bita.

$3{,}6_{(10)} \rightarrow 11{,}1001100110011..._{(2)}$

Optimalni format bi bio $\mathbf{Q_{2,6}}$. $\mathbf{3{,}6_{(10)} \rightarrow 11100110_{(2)}}$

$11100110_{(2)} = 1*2^1+1*2^0+1*2^{-1}+1*2^{-4}+1*2^{-5} = 2+1+0{,}5+0{,}0625+0{,}03125 = 3{,}59375_{(10)}$.

14. Kako zapisati decimalni broj $3{,}6_{(10)}$ u binarnom brojnom sistemu, $x_{(2)}$, u 8-bitnom registru u optimalnom formatu fiksnog zareza, ako je:
    a) broj neoznačen
    b) broj označen?

Rešenje:

a) $\mathbf{3{,}6_{(10)} \rightarrow 11100110_{(2)}}$ u formatu $Q_{2,6}$
b) $\mathbf{3{,}6_{(10)} \rightarrow 01110011_{(2)}}$ u formatu $Q^S_{3,5}$.

15. Kako zapisati decimalni broj $127{,}7_{(10)}$ u binarnom brojnom sistemu, $x_{(2)}$, u 8-bitnom registru u optimalnom formatu fiksnog zareza?

Rešenje:

Za ceo deo, odnosno za 127 potrebno je 7 bita, pa za razlomljeni deo, 7 ostaje 1 bit.

$127{,}7_{(10)} \rightarrow 0\ 1111111{,}101..._{(2)}$

Optimalni format bi bio $\mathbf{Q_{7,1}}$. $\mathbf{127{,}7_{(10)} \rightarrow 11111111}_{(2)}$

$11111111_{(2)} = 1*2^6+1*2^5+1*2^4+1*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0+1*2^{-1} = 127+ 0{,}5 = 127{,}5_{(10)}$.

16. Kako broj π ($3{,}1416_{(10)}$) predstaviti u binarnom brojnom sistemu u osmobitnom zapisu, ako je:
    a) broj neoznačen,
    b) broj označen,

    i koji je optimalni format?

Rešenje:

a) $\mathbf{3{,}1416_{(10)} \rightarrow 11001001_{(2)}}$ u formatu $\mathbf{Q_{2,6}}$
b) $\mathbf{3{,}1416_{(10)} \rightarrow 01100100_{(2)}}$ u formatu $\mathbf{Q^S_{3,5}}$.

17. Koji heksadecimalni broj se nalazi u memoriji šesnaestobitnog računara kao zapis decimalnog broja:
   a) $0,875_{(10)}$
   b) $-0,875_{(10)}$,

   ako se zna da je zapisan kao označeni broj u formatu $Q^S_{1,15}$?

Rešenje:

a) $0,875_{(10)} \rightarrow 0,111_{(2)}$

$0,875_{(10)} \rightarrow$ **0111 0000 0000 0000$_{(2)}$** u formatu $Q^S_{1,15} \rightarrow$ **7000$_{(16)}$**

b) $-0,875_{(10)} \Rightarrow \; 0,875_{(10)} \rightarrow 0111\ 0000\ 0000\ 0000_{(2)}$

	1000 1111 1111 1111	1. kom
	+1	
	1001 0000 0000 0000	2. kom

$-0,875_{(10)} \rightarrow$ **1001 0000 0000 0000$_{(2)}$** u formatu $Q^S_{1,15} \rightarrow$ **9000$_{(16)}$.**

18. U memoriji se nalazi heksadecimalni broj $65_{(16)}$. O kom neoznačenom decimalnom broju se radi ako se zna da je zapisan u formatu $Q_{6,2}$.

Rešenje:

$65_{(16)} \rightarrow$ **0110 0101$_{(2)}$** ; ako je format **$Q_{6,2} \Rightarrow$ 011001,01$_{(2)} \rightarrow$ 25,25$_{(10)}$**

19. U memoriji se nalazi heksadecimalni broj $97_{(16)}$. O kom:
   a) neoznačenom
   b) označenom

   decimalnom broju se radi ako se zna da je zapisan u formatu $Q_{7,1}$.

Rešenje:

a) $97_{(16)} \rightarrow 1001\ 0111_{(2)}$; ako je format **$Q_{7,1} \Rightarrow$ 1001011,1$_{(2)} \rightarrow$ 75,5$_{(10)}$.**

b) $97_{(16)} \rightarrow 1001\ 0111_{(2)}$; ako je format **$Q_{7,1} \Rightarrow$ 1001011,1$_{(2)} \rightarrow$ -52,5$_{(10)}$.**

20. Ako se u memoriji osmobitnog računara nalazi podatak $10000001_{(2)}$, koji decimalni broj je predstavljen ovim podatkom ako je:
   a) podatak neoznačen
   b) podatak označen.

Rešenje:

a) Za neoznačeni podatak:

$1 * 2^7 + 0 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 128 + 1 =$ **129$_{(10)}$** .

b) Za označeni podatak:

$-1 * 2^7 + 0 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = -128 + 1 =$ **127$_{(10)}$** .

21. Koji označeni broj je predstavljen zapisom $10101001_{(2)}$?

Rešenje:

I način:

$-1 * 2^7 + 0 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = -128 + 32 + 8 + 1 =$ **-87$_{(10)}$**

II način:

Kako je broj negativan, izračuna se drugi komplement broja.

$x_{(2)} \rightarrow$ 10101001

$x'_{(2)} \rightarrow$ 01010110

$\phantom{x'_{(2)} \rightarrow}$ +1

$x''_{(2)} \rightarrow 01010111_{(2)} \rightarrow 1*2^6+1*2^4+1*2^2+1*2^1+1*2^0=87$, pa je to **označeni broj -87$_{(10)}$.**

22. Koristeći **8 – bitne** binarne brojeve **sa znakom** izračunati primenom **prvog komplementa** razliku brojeva: $100_{(10)} - 56_{(10)} = ?$, a zatim prikazati rezultat u decimalnom brojnom sistemu.

Rešenje:

100 : 2 = 50	0
50 : 2 = 25	0
25 : 2 = 12	1
12 : 2 = 6	0
6 : 2 = 3	0
3 : 2 = 1	1
1 : 2 = 0	1

$100_{(10)} \rightarrow 01100100_{(2)}$

56 : 2 = 28	0
28 : 2 = 14	0
14 : 2 = 7	0
7 : 2 = 3	1
3 : 2 = 1	1
1 : 2 = 0	1

$56_{(10)} \rightarrow 00111000_{(2)}$

$-56_{(10)} \rightarrow 11000111_{(2)}$ 1.komplement

$100_{(10)} - 56_{(10)} = 100_{(10)} + (-56_{(10)})$

$$
\begin{array}{r}
01100100 \\
+\ \underline{11000111} \\
1\ 00101011 \\
\longrightarrow \underline{+1} \\
00101100
\end{array}
= 2^5 + 2^3 + 2^2 = \mathbf{44_{(10)}}.
$$

23. Koristeći **8 – bitne** binarne brojeve **sa znakom** izračunati primenom **prvog komplementa** razliku brojeva: $111_{(10)} - 87_{(10)} = ?$, a zatim prikazati rezultat u decimalnom brojnom sistemu.

Rešenje:

111 : 2 = 55	1
55 : 2 = 27	1
27 : 2 = 13	1
13 : 2 = 6	1
6 : 2 = 3	0
3 : 2 = 1	1
1 : 2 = 0	1

87 : 2 = 43	1
43 : 2 = 21	1
21 : 2 = 10	1
10 : 2 = 5	0
5 : 2 = 2	1
2: 2 = 1	0
1: 2 = 0	1

$111_{(10)} \rightarrow 01101111_{(2)}$

$87_{(10)} \rightarrow 01010111_{(2)}$

$-87_{(10)} \rightarrow 10101000_{(2)}$ 1.komplement

$111_{(10)} - 87_{(10)} = 111_{(10)} + (-87_{(10)})$

$$
\begin{array}{r}
01101111 \\
+\ \underline{10101000} \\
1\ 00010111 \\
\longrightarrow \underline{+1} \\
00011000_{(2)}
\end{array}
\rightarrow 2^4 + 2^3 = \mathbf{24_{(10)}}.
$$

24. Koristeći **8 – bitne** binarne brojeve **sa znakom** izračunati primenom **prvog komplementa** razliku brojeva: $113_{(10)} - 66_{(10)} = ?$, a zatim prikazati rezultat u decimalnom brojnom sistemu.

Rešenje:

113 : 2 = 56	1	66 : 2 = 33	0
56 : 2 = 28	0	33 : 2 = 16	1
28 : 2 = 14	0	16 : 2 = 8	0
14 : 2 = 7	0	8 : 2 = 4	0
7 : 2 = 3	1	4 : 2 = 2	0
3 : 2 = 1	1	2 : 2 = 1	0
1 : 2 = 0	1	1 : 2 = 0	1

$113_{(10)} \rightarrow 01110001_{(2)}$ $\qquad$ $66_{(10)} \rightarrow 01000010_{(2)}$

$-66_{(10)} \rightarrow 10111101_{(2)}$ 1.komplement

$113_{(10)} - 66_{(10)} = 113_{(10)} + (-66_{(10)})$

$$
\begin{array}{r}
01110001 \\
+\ \underline{10111101} \\
1\ 00101110 \\
+1 \\
\hline
00101111_{(2)}
\end{array}
\rightarrow 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = \mathbf{47_{(10)}}.
$$

25. Koristeći **8 – bitne** binarne brojeve **sa znakom** izračunati primenom **prvog komplementa** razliku brojeva: $91_{(10)} - 124_{(10)} = ?$, a zatim prikazati rezultat u decimalnom brojnom sistemu.

Rešenje:

124 : 2 = 62	0	91 : 2 = 45	1
62 : 2 = 31	0	45 : 2 = 22	1
31 : 2 = 15	1	22 : 2 = 11	0
15 : 2 = 7	1	11 : 2 = 5	1
7 : 2 = 3	1	5 : 2 = 2	1
3 : 2 = 1	1	2 : 2 = 1	0
1 : 2 = 0	1	1 : 2 = 0	1

$124_{(10)} \rightarrow 01111100_{(2)}$ $\qquad$ $91_{(10)} \rightarrow 01011011_{(2)}$

$-124_{(10)} \rightarrow 10000011_{(2)}$ 1.komplement

$91_{(10)} - 124_{(10)} = 91_{(10)} + (-124_{(10)})$

$$
\begin{array}{r}
01011011 \\
+\ \underline{10000011} \\
11011110
\end{array}
\rightarrow 10100001 \text{ (1. komplement)} = -(2^5 + 2^0) = \mathbf{-33_{(10)}}.
$$

26. Koristeći **8 – bitne** označene binarne brojeve izračunati primenom **drugog komplementa** razliku brojeva: $45_{(10)} - 73_{(10)} = ?$, a zatim prikazati rezultat u decimalnom brojnom sistemu.

Rešenje:

45 : 2 = 22	1	73 : 2 = 36	1
22 : 2 = 11	0	36 : 2 = 18	0
11 : 2 = 5	1	18 : 2 = 9	0
5 : 2 = 2	1	9 : 2 = 4	1
2 : 2 = 1	0	4 : 2 = 2	0
1 : 2 = 0	1	2 : 2 = 1	0
		1 : 2 = 0	1

$45_{(10)} \rightarrow 00101101_{(2)}$

$73_{(10)} \rightarrow 01001001_{(2)}$

$-73_{(10)} \rightarrow 10110110_{(2)}$ 1.komplement

$\underline{\quad\quad\quad + 1}$

$10110111_{(2)}$ 2.komplement

$45_{(10)} - 73_{(10)} = 45_{(10)} + (-73_{(10)})$

$$\begin{array}{r} 00101101_{(2)} \\ +\ \underline{10110111_{(2)}} \\ \mathbf{11100100_{(2)}} \end{array} \rightarrow -1{*}2^7 + 1{*}2^6 + 1{*}2^5 + 1{*}2^2 = \mathbf{-28_{(10)}}$$

ili

$$\begin{array}{rl} 11100100 & \\ 10011011 & (\textit{negativan br.}\ \text{1.komplement}) \\ +1 & (\text{korekcija}) \\ \hline \end{array}$$

$10011100_{(2)} \rightarrow -(1{*}2^4 + 1{*}2^3 + 1{*}2^2) = \mathbf{-28_{(10)}}$.

27. Koristeći **8 – bitne** označene binarne brojeve izračunati primenom **drugog komplementa** razliku brojeva: $59_{(10)} - 100_{(10)}$ = ?, a zatim prikazati rezultat u decimalnom brojnom sistemu.

Rešenje:

$$\begin{array}{r|l} 59 : 2 = 29 & 1 \\ 29 : 2 = 14 & 1 \\ 14 : 2 = 7 & 0 \\ 7 : 2 = 3 & 1 \\ 3 : 2 = 1 & 1 \\ 1 : 2 = 0 & 1 \end{array}\ \uparrow \qquad \begin{array}{r|l} 100 : 2 = 50 & 0 \\ 50 : 2 = 25 & 0 \\ 25 : 2 = 12 & 1 \\ 12 : 2 = 6 & 0 \\ 6 : 2 = 3 & 0 \\ 3 : 2 = 1 & 1 \\ 1 : 2 = 0 & 1 \end{array}\ \uparrow$$

$59_{(10)} \rightarrow 00111011_{(2)}$

$100_{(10)} \rightarrow 01100100_{(2)}$

$-100_{(10)} \rightarrow 10011011_{(2)}$ 1. komplement

$\underline{\quad\quad\quad + 1}$

$10011100_{(2)}$ 2. komplement

$59_{(10)} - 100_{(10)} = 59_{(10)} + (-100_{(10)})$

$$\begin{array}{r} 00111011_{(2)} \\ +\ \underline{10011100_{(2)}} \\ \mathbf{11010111_{(2)}} \end{array} \rightarrow -1{*}2^7 + 1{*}2^6 + 1{*}2^4 + 1{*}2^2 + 1{*}2^1 + 1{*}2^0 = \mathbf{-41_{(10)}}$$

ili

$$\begin{array}{rl} 11010111 & \\ 10101000 & (\textit{negativan br.}\ \text{1.komplement}) \\ +1 & (\text{korekcija}) \\ \hline \end{array}$$

$10101001_{(2)} \rightarrow -(1{*}2^5 + 1{*}2^3 + 1{*}2^0) = \mathbf{-41_{(10)}}$.

28. Koristeći **8 – bitne** binarne brojeve **sa znakom** izračunati primenom **drugog komplementa** razliku brojeva: $94_{(10)} – 122_{(10)}$ = ?, a zatim prikazati rezultat u decimalnom brojnom sistemu.

Rešenje:

$$\begin{array}{r|l} 122 : 2 = 61 & 0 \\ 61 : 2 = 30 & 1 \\ 30 : 2 = 15 & 0 \\ 15 : 2 = 7 & 1 \\ 7 : 2 = 3 & 1 \\ 3 : 2 = 1 & 1 \\ 1 : 2 = 0 & 1 \end{array}\uparrow \qquad \begin{array}{r|l} 94 : 2 = 47 & 0 \\ 47 : 2 = 23 & 1 \\ 23 : 2 = 11 & 1 \\ 11 : 2 = 5 & 1 \\ 5 : 2 = 2 & 1 \\ 2 : 2 = 1 & 0 \\ 1 : 2 = 0 & 1 \end{array}\uparrow$$

$122_{(10)} \rightarrow 01111010_{(2)}$ $\qquad$ $94_{(10)} \rightarrow 01011110_{(2)}$

$$\begin{array}{rll} -122_{(10)} \rightarrow & 10000101_{(2)} & \text{1. komplement} \\ & \underline{\qquad + 1} & \\ & 10000110_{(2)} & \text{2. komplement} \end{array}$$

$$94_{(10)} - 122_{(10)} = 94_{(10)} + (-122_{(10)})$$

$$\begin{array}{rl} & 01011110_{(2)} \\ + & \underline{10000110_{(2)}} \\ & 11100100_{(2)} \rightarrow 10011011_{(2)} \text{ (1. komplement)} \\ & \qquad\qquad\quad \underline{\qquad + 1} \\ & \qquad\qquad\quad 10011100_{(2)} \text{ (2. komplement)} = -(2^4 + 2^3 + 2^2) = \mathbf{-28_{(10)}}. \end{array}$$

29. Koristeći **8 – bitne** binarne brojeve **sa znakom** izračunati primenom **drugog komplementa** razliku brojeva: $107_{(10)} – 63_{(10)}$ = ?, a zatim prikazati rezultat u decimalnom brojnom sistemu.

Rešenje:

$$\begin{array}{r|l} 107 : 2 = 53 & 1 \\ 53 : 2 = 26 & 1 \\ 26 : 2 = 13 & 0 \\ 13 : 2 = 6 & 1 \\ 6 : 2 = 3 & 0 \\ 3 : 2 = 1 & 1 \\ 1 : 2 = 0 & 1 \end{array}\uparrow \qquad \begin{array}{r|l} 63 : 2 = 31 & 1 \\ 31 : 2 = 15 & 1 \\ 15 : 2 = 7 & 1 \\ 7 : 2 = 3 & 1 \\ 3 : 2 = 1 & 1 \\ 1 : 2 = 0 & 1 \end{array}\uparrow$$

$107_{(10)} \rightarrow 01101011_{(2)}$ $\qquad$ $63_{(10)} \rightarrow 00111111_{(2)}$

$$\begin{array}{rll} -63_{(10)} \rightarrow & 11000000_{(2)} & \text{1. komplement} \\ & \underline{\qquad + 1} & \\ & 11000001_{(2)} & \text{2. komplement} \end{array}$$

$$107_{(10)} - 63_{(10)} = 107_{(10)} + (-63_{(10)})$$

$$\begin{array}{rl} & 01101011_{(2)} \\ + & \underline{11000001_{(2)}} \\ & \cancel{1}00101100_{(2)} = 2^5 + 2^3 + 2^2 = \mathbf{44_{(10)}} \end{array}$$

30. U šesnaestobitnom zapisu predstavi sledeće decimalne brojeve:

a) -6
b) -33
c) 2049.

Rešenje: a) $6_{(10)} \rightarrow 0000000000000110_{(2)}$

$$\begin{array}{rl} 1111111111111001 & \text{(1. komplement)} \\ +1 & \\ \hline 1111111111111010 & \text{(2. komplement)} \end{array}$$

b) $33_{(10)} \rightarrow 0000000000100001_{(2)}$

$$\begin{array}{rl} 1111111111011110 & \text{(1. komplement)} \\ +1 & \\ \hline 1111111111011111 & \text{(2. komplement)} \end{array}$$

c) $2049_{(10)} \rightarrow 0000100000000001_{(2)}$

31. Izvršiti konverziju 8-bitnog binarnog broja $x_{(2)} = 01001011_{(2)}$ u decimalni brojni sistem, $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$, ukoliko je zapis binarnog broja:

a) bez znaka
b) u formatu $\mathbf{Q_{N-R,R}}$ pri čemu je N = 8, a R ∈ {2, 3, 4 ,5}
c) u formatu $\mathbf{Q^S_{N-R,R}}$ pri čemu je N = 8, a R ∈ {2, 3, 4 ,5}.

Rešenje:

a) Pošto je format zapisa celobrojan i bez znaka, u opštem slučaju binarni broj može da se prikaže kao $x = b_R\, b_{R-1} \ldots b_1\, b_0$, gde su $b_R, b_{R-1}, \ldots, b_1, b_0 \in \{0, 1\}$ cifre u binarnom zapisu . Za konverziju u decimalni brojni sistem $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$, koristi se opšta formula

$$x_{(10)} = b_R 2^R + b_{R-1} 2^{R-1} + \ldots + b_1 2^1 + b_0 2^0$$

Primenom formule za konverziju $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$ na zadati binarni broj $x_{(2)} = 01001011_{(2)}$, dobija se:

$$x_{(10)} = 0*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = \mathbf{75_{(10)}}.$$

b) Ako je zapis broja u formatu $\mathbf{Q_{N-R,R}}$ pri čemu je:

1) **N = 8**, a **R =2**, to znači da 6 viših binarnih cifara datog broja $x_{(2)} = 01001011_{(2)}$ predstavlja celobrojni deo binarnog broja, dok dve najniže binarne cifre predstavljaju razlomljeni deo, odnosno da binarni broj može da se posmatra kao:

$$x_{(2)} = 010010{,}11_{(2)}$$

Za konverziju $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$ može da se primeni opšta formula:

$$2^{-R} * (\, b_7 * 2^7 + b_6 * 2^6 + \ldots + b_1 * 2^1 + b_0 * 2^0\,)$$

Pošto je R = 2,

$$x_{(10)} = 2^{-2} (0 * 2^7 + 1 * 2^6 + 0 * 2^5 .+. 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0) = \mathbf{75/4 = 18{,}75_{(10)}}$$

2) **N = 8**, a **R =3**, to znači da 5 viših binarnih cifara datog broja $x_{(2)} = 01001011_{(2)}$ predstavlja celobrojni deo binarnog broja, dok tri najniže binarne cifre predstavljaju razlomljeni deo, odnosno da binarni broj može da se posmatra kao:

$$x_{(2)} = 01001{,}011_{(2)}$$

Za konverziju $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$ može da se primeni opšta formula:

$$2^{-R} * (\, b_7 * 2^7 + b_6 * 2^6 + \ldots + b_1 * 2^1 + b_0 * 2^0\,)$$

Pošto je R = 3,

$$x_{(10)} = 2^{-3} (0 * 2^7 + 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0) = \mathbf{75/8= 9{,}375_{(10)}}$$

Primeri 3) i 4) kada je R = 4 i R = 5 rade se na analogan način kao primeri 1) i 2).

c) Ako je zapis broja u formatu $\mathbf{Q^{S}_{N-R,R}}$ pri čemu je:

1) **N = 8**, a **R =2**, to znači da je na mestu bita najviše težine (MSB) u zapisu sačuvan znak broja ("0" = "+", "1" = "-"), 5 viših binarnih cifara datog broja $x_{(2)}$ = $01001011_{(2)}$ predstavlja celobrojni deo binarnog broja, dok 2 najniže binarne cifre predstavljaju razlomljeni deo, odnosno binarni broj može da se posmatra kao:

$$x_{(2)} = 010010{,}11_{(2)} = +10010{,}11_{(2)}$$

Za konverziju $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$ može da se primeni opšta formula:

$$2^{-R} * (-b_7 * 2^7 + b_6 * 2^6 + ... + b_1 * 2^1 + b_0 * 2^0)$$

Pošto je R = 2,

$x_{(10)} = 2^{-2} (-0 * 2^7 + 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0) =$ **+75/4= +18,75**$_{\mathbf{(10)}}$

2) **N = 8**, a **R =3**, to znači da je na mestu bita najviše težine (MSB) u zapisu sačuvan znak broja ("0" = "+", "1" = "-"), 4 više binarne cifre datog broja $x_{(2)}$ = $01001011_{(2)}$ predstavljaju celobrojni deo binarnog broja, dok 3 najniže binarne cifre predstavljaju razlomljeni deo, odnosno da binarni broj može da se posmatra kao:

$$x_{(2)} = 01001{,}011_{(2)} = +1001{,}011_{(2)}$$

Za konverziju $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$ može da se primeni opšta formula:

$$2^{-R} * (-b_7 * 2^7 + b_6 * 2^6 + ... + b_1 * 2^1 + b_0 * 2^0)$$

Pošto je R = 3,

$x_{(10)} = 2^{-3} (-0 * 2^7 + 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0)=$ **+75/8 = +9,375**$_{\mathbf{(10)}}$

Primeri 3) i 4) kada je R = 4 i R = 5 rade se na analogan način kao primeri 1) i 2).

32. Izvršiti konverziju 8-bitnog binarnog broja $x_{(2)}$ = $11001011_{(2)}$ u decimalni brojni sistem, $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$, ukoliko je zapis binarnog broja:
    a) bez znaka,
    b) sa znakom i predstavljen u prvom komplementu,
    c) sa znakom i predstavljen u drugom komplementu.

Rešenje:

a) Pošto je format zapisa celobrojan i bez znaka, u opštem slučaju binarni broj može da se prikaže kao

   $x = b_R\, b_{R-1} \ldots b_1\, b_0$, gde su b_R , b_{R-1} , ..., b_1 , $b_0 \in \{0, 1\}$ cifre u binarnom zapisu

   Za konverziju u decimalni brojni sistem $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$, koristi se opšta formula

   $x_{(10)} = b_R 2^R + b_{R-1} 2^{R-1} + ... + b_1 2^1 + b_0 2^0$

   Primenom formule za konverziju $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$ na zadati binarni broj $x_{(2)}$ = $01001011_{(2)}$, dobija se:

   $x_{(10)} = 1*2^7 + 1*2^6 + 0*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 =$ **203**$_{\mathbf{(10)}}$

b) Znak binarnog broja se nalazi na poziciji bita najveće težine (MSB). Pošto je u datom zapisu $x_{(2)}$ = $11001011_{(2)}$, na mestu bita najveće težine "1", to znači da je broj negativan. U postupku konverzije u decimalni brojni sistem, treba prvo odrediti osnovnu vrednost binarnog broja, s tim što se ne konvertuje bit najveće težine:

   $x'_{(2)} = 10110100_{(2)}$

   Primenom formule za konverziju $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$ na binarni broj $x'_{(2)}$,dobija se:

   $x_{(10)} = - (0*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0) =$ **-52**$_{\mathbf{(10)}}$

c) Znak binarnog broja se nalazi na poziciji bita najveće težine (MSB). Pošto je u datom zapisu $x_{(2)}$ = $11001011_{(2)}$, na mestu bita najveće težine "1", to znači da je broj negativan. U postupku konverzije u decimalan brojni sistem, treba prvo odrediti osnovnu vrednost binarnog broja, s tim što se ne konvertuje bit najveće težine. Na osnovu rešenja iz tačke b) sledi:

$x''_{(2)} = x'_{(2)} + 1 = 10110101_{(2)}$

Primenom formule za konverziju $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$ na binarni broj $x''_{(2)}$,dobija se:

$x_{(10)} = - (0*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0) = \mathbf{-53_{(10)}}$

33. U šesnaestobitnom zapisu sa fiksnim zarezom, koristeći format koji je optimalan sa gledišta tačnosti zapisa, predstaviti decimalni broj 1025,608 kao (a) neoznačen i kao (b) označen broj. Odgovore dati kao dva šesnaestobitna (četvorocifrena) heksadecimalna broja.

Rešenje:

Pretvaranjem u binarni sistem celobrojnog dela dobijamo

$1025 = 10000000001_{(2)}$ (zapis dužine 11 bita)

Pretvaranjem razlomljenog dela (uzastopnim množenjem razlomljenog dela sa 2) dobijamo

$0{,}608 = 0{,}100110111010\ldots_{(2)}$ (zapis beskonačne dužine)

Ispostaviće se da nam toliki broj decimala nije bio neophodan ali je dat u rešenju samo radi kontrole.

Dakle,

$1025{,}608_{(10)} = 10000000001{,}100110111010\ldots_{(2)}$

a) Za zapis celobrojnog dela ovog broja (kada se on tretira kao neoznačeni broj) treba uzeti najmanje 11 bita. Tolika je, naime, dužina binarnog zapisa celobrojnog dela i to je neophodan i minimalan broj bita koji se mora "potrošiti" da bi se ovaj broj prikazao, bez obzira na željenu tačnost. Ako bi pokušali da zapišemo ovaj broj sa manje od 11 bita, dobili bi broj koji ne odgovara originalu. Kako smo na zapis celobrojnog dela "potrošili" 11 bita, a radimo u šesnaestobitnom formatu, ostatak do 16 (pet bita) treba upotrebiti za zapis binarnih cifara levo od zareza. Sa gledišta tačnosti zapisa, potrebno je uzeti što veći broj binarnih cifara levo od zareza, a u ovom slučaju je to 5 jer je toliko ostalo. Ako bi celobrojni deo zapisali sa više od 11 bita (što je moguće) ostalo bi nam manje bita za zapis razlomljenog dela što bi umanjilo tačnost zapisa. Na osnovu ovoga, šesnaest bita koja treba uzeti za zapis sa maksimalnom mogućom tačnošću su biti koji su podebljani:

$1025{,}608_{(10)} = \ldots00000\mathbf{10000000001{,}10011}0111010\ldots_{(2)}$

Za bite koji nisu podebljani iza zareza, na žalost, nema mesta u 16-bitnim formatima. Tačnost bi bila veća kada bi uzeli više njih ali to ne smemo da uradimo na račun celobrojnog dela. Nule koje su dopisane spreda ne utiču na vrednost pozitivnog broja, a dopisane radi ilustracije izbora optimalnog formata.

Dakle, ovaj broj treba zapisati u formatu $\mathbf{Q_{11,5}}$ (jedanaest bita ispred i pet iza zareza):

$1025{,}608_{(10)} = 1000\ 0000\ 0011\ 0011_{(2)} = \mathbf{8033_{(16)}}$ u formatu $\mathbf{Q_{11,5}}$

Da se podsetimo: u formatu fiksnog zareza, zarez se ne pojavljuje u zapisu broja, već format nosi informaciju o njegovom položaju.

Ako bi broj bita u zapisu razlomljenog dela bio konačan i manji od 5, tačnost zapisa bi bila maksimalna (potpuna) i sa manjim brojem bita. Na primer, za decimalni broj 0,5 potrebna je samo jedna binarna cifra za zapis razlomljenog dela ($0{,}5_{(10)} = 0{,}1_{(2)}$) i taj jedan bit iza zareza obezbeđuje potpunu tačnost. Kada je broj bita u binarnom zapisu iza zareza veći od raspoloživog broja, potrebno je celobrojni deo zapisati sa najmanjim mogućim brojem bita.

b) Da bi se broj 1025,608 predstavio kao označen treba uzeti najmanje 12 bita ispred zareza. Sada više nije dovoljan jedanaestobitni zapis celobrojnog dela iako je upravo toliki broj bita koji dobijamo prevođenjem 1025 u binarni sistem. Broj 1025 je pozitivan, a ako bi bio zapisan u jedanaestobitnom formatu, bit najveće pozicione vrednost bi bio jedinica što bi ukazivalo da je broj negativan. I zaista, sa 11 bita u sistemu označenih brojeva moguće je prikazati brojeve od -2^{10} do $2^{10}-1$, dakle od -1024 do +1023, a zadati broj 1025 ne spada u taj opseg. Predstavljen sa 12 bita,

$1025_{(10)} = 0100\ 0000\ 0001_{(2)}$ (zapis dužine 12 bita)

sada od binarnog kôda razlomljenog dela možemo uzeti samo 4 bita jer je toliko preostalo:

$$0{,}608 = 0{,}\underbrace{\mathbf{1001}}_{}10111010\ldots_{(2)}$$

Četiri bita koja mogu da uđu u zapis (12 je neophodno za zapis)

Ako ponovo posmatramo traženi broj pretvoren u binarni kôd, videćemo u čemu se razlikuje optimalni zapis označenog od optimalnog zapisa neoznačenog broja.

$1025{,}608_{(10)} = \ldots0000\mathbf{010000000001{,}1001}10111010\ldots_{(2)}$

Uporedite ovo rešenje sa rešenjem pod a) i podsetite se zašto je nužna nula na mestu najznačajnijeg bita kada se pozitivan broj prikazuje kao označen.

Prema tome, 1025,608 kao označen broj treba zapisati u formatu $\mathbf{Q^S_{12,4}}$:

$\mathbf{1025{,}608_{(10)} = 0100\ 0000\ 0001\ 1001_{(2)} = 4019_{(16)}}$ **u formatu** $\mathbf{Q^S_{12,4}}$.

34. U šesnaestobitnom zapisu sa fiksnim zarezom, koristeći format koji je optimalan sa gledišta tačnosti zapisa, predstaviti decimalni broj -71,75. Odgovor dati kao šesnaestobitni (četvorocifreni) heksadecimalni broj.

Rešenje:

Broj je negativan pa se samim tim može predstaviti jedino kao označen broj. Kao i kod celih negativnih brojeva i ovde treba poći od broja +71,75 pa njegovom binarnom kôdu odgovarajuće dužine promeniti znak tako što se pronađe drugi komplement tog zapisa. Binarni kôd broja +71,75 se dobija tako što se prvo pronađe binarni kôd broja 71 uzastopnim deljenjem sa 2, a zatim binarni kôd broja 0,75 uzastopnim množenjem. Broj bita iza zareza je konačan i prevođenjem na binarni zapis se ne gubi tačnost.

$71_{(10)} = 1000111_{(2)}$

$0{,}75_{(10)} = 0{,}11_{(2)}$

Dakle, broj **+71,75** = $\mathbf{1000111{,}11_{(2)}}$

Kako je broj binarnih cifara iza zareza konačan (postoje samo dve binarne cifre), to postoji više šesnaestobitnih formata pomoću kojih se može zapisati ovaj broj sa potpunom tačnošću. To može biti format $Q^S_{14,2}$ sa 14 bita za celobrojni deo (neophodno je bar 8) i 2 bita iza zareza (tačno toliko je i potrebno). Podjednako dobar je i format $Q^S_{13,3}$ kao i $Q^S_{12,4}$ i tako dalje sve do formata $Q^S_{8,8}$.

Da se podsetimo: i ovde je nužno broj predstaviti kao označen jer ćemo mu kasnije menjati znak, a operacija promene znaka (drugi komplement) je besmislena nad neoznačenim brojevima. To je i razlog što je potrebno najmanje osam bita za zapis broja +71. Obratite pažnju da ovaj broj kada se pretvori u binarni ima sedam bita koliko je potrebno kada bi ga tretirali kao neoznačen, ali za zapis označenog broja +71 nužna su osam bita.

Ako usvojimo format $Q^S_{14,2}$

$+71{,}75_{(10)} = 0000\ 0001\ 0001\ 1111_{(2)}$ u formatu $Q^S_{14,2}$

Negativan broj se dobija kao drugi komplement pozitivnog broja iste apsolutne vrednosti. Drugi komplement se dobija pojedinačnim invertovanjem svakog bita (što je prvi komplement) i dodavanjem jedinice <u>na bit najmanje pozicione vrednosti</u> (bez obzira gde je položaj zareza). Zato je :

$-71{,}75_{(10)} = 1111\ 1110\ 1110\ 0001_{(2)} = \mathbf{FEE1}_{(16)}\ (\mathbf{Q^S_{14,2}})$

Podjednako dobro rešenje je i, na primer:

$-71{,}75_{(10)} = 1011\ 1000\ 0100\ 0000_{(2)} = \mathbf{B840}_{(16)}\ (\mathbf{Q^S_{8,8}})$

kao i svi formati između ova dva.

> **! Česta greška:** Pogrešno je najpre pronaći kôd za broj -71 pa tom kôdu dodati kôd za 0,75.
>
> $+71_{(10)} = 0000\ 0000\ 0100\ 0111_{(2)}$ pa je $-71_{(10)} = 1111\ 1111\ 1011\ 1001_{(2)}$ (kao drugi komplement zapisa za +71)
>
> $0{,}75_{(10)} = 0{,}11_{(2)}$
>
> Kombinacijom ova dva dolazi se do <u>pogrešnog</u> rezultata:
>
> $-71{,}75_{(10)} = 11\ 1111\ 1011\ 1001{,}11_{(2)}$
>
> Rezultat očigledno <u>**nije tačan**</u>. *Uporedite rezultat i postupak sa rešenjem.* Najčistije je razlomljeni broj tretirati kao celinu. Ako se tako ne tretira, moramo paziti da delovi sa kojima radimo nezavisno zaista daju polazni broj. Tako, broj **-71,75 nije zbir brojeva -71 i 0,75**. *Ma kako očigledno delovala ova prosta aritmetička činjenica, zbog iznenađujuće velikog procenta pojave ove greške, na nju treba obratiti posebnu pažnju. Greška je naročito česta kod malog broja cifara iza zareza (na primer, -8,5= -8+0,5 što **nije tačno**)*

35. U šesnaestobitnom zapisu sa fiksnim zarezom, koristeći format koji je optimalan sa gledišta tačnosti zapisa, predstaviti decimalni broj -1,5. Odgovor dati kao šesnaestobitni (četvorocifreni) heksadecimalni broj.

<u>**Rešenje:**</u>

$+1{,}5_{(10)} = 01{,}1_{(2)}$ ili $0000\ 0000\ 0000\ 0011_{(2)}$ u formatu $Q^S_{15,1}$ primenom drugog komplementa:

$-1{,}5_{(10)} = 1111\ 1111\ 1111\ 1101_{(2)} = \mathbf{FFFD}_{(16)}$ u formatu $\mathbf{Q^S_{15,1}}$

Podjednako dobra rešenja se mogu dati i u drugim formatima: $Q^S_{14,2}$, $Q^S_{13,3}$ i tako dalje, sve do $Q^S_{2,14}$.

36. Koji je najmanji, a koji najveći pozitivan broj koji se može prikazati u formatu $Q^S_{6,2}$?

<u>**Rešenje:**</u>

Najmanji pozitivan broj u formatu $Q^S_{6,2}$ je $\mathbf{000000{,}01_{(2)}}$ što iznosi $\mathbf{2^{-2} = 0{,}25}$.

Najveći pozitivan broj u formatu $Q^S_{6,2}$ je $\mathbf{011111{,}11_{(2)}}$ što iznosi **31,75**.

Da se podsetimo: bit najveće pozicione vrednosti pozitivnog broja mora biti nula.

37. Koji je najmanji po apsolutnoj vrednosti, a koji najveći po apsolutnoj vrednosti (najnegativniji) negativan broj koji se može prikazati u formatu $Q^S_{6,2}$?

Rešenje:

Najmanji negativan broj u formatu $Q^S_{6,2}$ je **111111,11** $_{(2)}$ što iznosi **– 0,25**

Najveći negativan broj u formatu $Q^S_{6,2}$ je **100000,00** $_{(2)}$ što iznosi **– 32**.

38. Odrediti optimalan format $Q_{8-R,\,R}$ za čuvanje decimalnog broja 4,563.

Rešenje:

U pitanju je format za zapis brojeva bez znaka, tako da u optimalnom formatu treba predvideti minimalan neophodan broj binarnih cifara za zapis celobrojnog dela i maksimalan broj binarnih cifara za zapis dela koji je desno od decimalne tačke:

$4_{(10)} = 100_{(2)}$

$$\begin{array}{l|l} 0.563 * 2 = 1.126 & 1 \\ 0.126 * 2 = 1.252 & 0 \\ 0.252 * 2 = 0.504 & 0 \\ 0.504 * 2 = 1.008 & 1 \\ 0.008 * 2 = 0.016 & 0 \end{array} \downarrow$$

$4{,}563_{(10)} = 100{,}10010_{(2)}$....

Iz prethodnog sledi da je optimalan format za čuvanje 8-bitnog zapisa broja

$4{,}563_{(10)} = 100{,}10010_{(2)}$, **format** $\mathbf{Q_{3,\,5}}$.

39. Odrediti optimalan format $Q_{8-R,\,R}$ za čuvanje decimalnog broja $2{,}872_{(10)}$.

Rešenje:

U pitanju je format za zapis brojeva bez znaka, tako da u optimalnom formatu treba predvideti neophodan broj binarnih cifara za zapis celobrojnog dela i maksimalan broj cifara za zapis dela koji je desno od decimalne tačke:

$2_{(10)} = 10_{(2)}$

$$\begin{array}{l|l} 0.872 * 2 = 1.744 & 1 \\ 0.744 * 2 = 1.488 & 1 \\ 0.488 * 2 = 0.976 & 0 \\ 0.976 * 2 = 1.952 & 1 \\ 0.952 * 2 = 1.904 & 1 \\ 0.904 * 2 = 1.808 & 1 \end{array} \downarrow$$

$2{,}872_{(10)} = 10{,}110111_{(2)}$....

Iz prethodnog sledi da je optimalan format za čuvanje 8-bitnog zapisa broja

$2{,}872_{(10)} = 10{,}110111_{(2)}$, **format** $\mathbf{Q_{2,\,6}}$.

40. Kako bi u memoriji osmobitnog računara izgledao optimalni zapis decimalnog broja **66,6**

a) u sistemu neoznačenih brojeva

b) u sistemu označenih brojeva

Naznačiti format u kome je broj zapisan.

Rešenje:

a) 66,6 (neoznačeni) = $\mathbf{10000101_{(2)}}$ $\mathbf{(Q_{7,1})}$
b) 66,6 (označeni) = $\mathbf{01000010_{(2)}}$ $\mathbf{(Q^{s}_{8,0})}$

41. Pretvoriti 8-bitni binarni broj $x_{(2)}$ = $11001001_{(2)}$ u decimalan ako je primenjen format $Q_{5,3}$.

Rešenje:
U formatu $Q_{5,3}$ za celobrojni deo se koristi 5 binarnih cifara, a za decimalni deo 3 binarne cifre:

$$x_{(2)} = \underbrace{11001}_{\text{5 cifara}},\underbrace{001}_{\text{3 cifre}} = 2^4 + 2^3 + 2^0 + 2^{-3} = \mathbf{25.125_{(10)}}$$

42. Pretvoriti neoznačen 8-bitni binarni broj $x_{(2)}$ = $01101011_{(2)}$ u decimalan ako je primenjen format $Q_{6,2}$.

Rešenje:
U formatu $Q_{6,2}$ za celobrojni deo se korist 6 binarnih cifara, a za decimalni deo 2 binarne cifre:

$$x_{(2)} = \underbrace{011010}_{\text{6 cifara}},\underbrace{11}_{\text{2 cifre}} = 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^{-1} + 2^{-2} = \mathbf{26.75_{(10)}}$$

43. Koji hekasadecimalni sadržaj predstavlja optimalni zapis decimalnog broja 9,87 u osmobitnom sistemu:
    a) neoznačenih brojeva
    b) označenih brojeva
    Naznačiti format u kome je broj zapisan.

Rešenje:
a) $9{,}87_{(10)}$ (neoznačeni) = $\mathbf{10011101}_{(2)}$ ($Q_{4,4}$) = $\mathbf{9D_{16}}$ $\mathbf{(Q_{4,4})}$
b) $9{,}87_{(10)}$ (označeni) = $\mathbf{01001110}_{(2)}$ ($Q_{5,3}$) = $\mathbf{4E_{16}}$ $\mathbf{(Q_{5,3})}$.

44. Kako bi u memoriji osmobitnog računara izgledao optimalni zapis decimalnog broja **34,6**
    a) u sistemu neoznačenih brojeva
    b) u sistemu označenih brojeva
    Naznačiti format u kome je broj zapisan.

Rešenje:
a) $34{,}6_{(10)}$ (neoznačeni) = $\mathbf{10001010_{(2)}}$ $\mathbf{(Q_{6,2})}$
b) $34{,}6_{(10)}$ (označeni) = $\mathbf{01000101_{(2)}}$ $\mathbf{(Q^{s}_{7,1})}$

45. Koji hekasadecimalni sadržaj predstavlja optimalni zapis decimalnog broja 6,283 u osmobitnom sistemu
    a) neoznačenih brojeva
    b) označenih brojeva
    Naznačiti format u kome je broj zapisan.

Rešenje:

a) $6{,}283_{(10)}$ (neoznačeni) = $11001001_{(2)}$ $(Q_{3,5})$ = **$C9_{(16)}$ $(Q_{3,5})$**

b) $6{,}283_{(10)}$ (označeni) = $01100100_{(2)}$ $(Q_{4,4})$ = **$64_{(16)}$ $(Q^{s}_{4,4})$**

46. U memoriji šesnaestobitnog računara nalazi se podatak $8C38_{(16)}$. O kom decimalnom broju je reč ako se zna da je zapisan kao:
    a) Neoznačen ceo broj
    b) Označen ceo broj
    c) Četvorocifreni BCD_{xs3} broj
    d) Neoznačeni broj u formatu $Q_{12,4}$
    e) Dva označena osmobitna broja u formatu $Q_{4,4}$
    f) Dva neoznačena osmobitna broja u formatu $Q_{2,6}$

Rešenje:

$8C38_{(16)} = 1000\ 1100\ 0011\ 1000_{(2)} =$

a) **35896** kao neoznačeni $(2^{15} + 2^{11} + 2^{10} + 2^{5} + 2^{4} + 2^{3})$

b) **– 29640** kao označeni $(-2^{15} + 2^{11} + 2^{10} + 2^{5} + 2^{4} + 2^{3})$

c) **5905** kao BCD_{XS3}

d) U neoznačenom formatu $Q_{12,4}$ dvanaest bita se nalazi ispred, a četiri bita iza zareza. Težinski koeficijenti za svaki bit rastu ulevo od zareza od 2^{0} do 2^{11}, a desno od zareza rastu u negativnu stranu od 2^{-1} do 2^{-4}.

$$8C38_{(16)}\ (Q_{12,4}) = \underset{2^{11}}{1}\ 0\ 0\ 0\ \ \underset{2^{7}}{1}\ \underset{2^{6}}{1}\ 0\ 0\ \ 0\ 0\ \underset{2^{1}}{1}\ \underset{2^{0}}{1}\textbf{,}\ \ \underset{2^{-1}}{1}\ 0\ 0\ 0_{(2)}$$

Traženi decimalni broj se dobija sabiranjem ovih težinskih koeficijenata.

$$8C38_{(16)} = 2^{11} + 2^{7} + 2^{6} + 2^{1} + 2^{0} + 2^{-1} = \mathbf{2243{,}5_{(10)}}$$

Drugi način dobijanja istog rezultata je da se $8C38_{(16)}$ pretvori direktno u decimalni kôd i da se posle dobijeni rezultat podeli sa 2^{4} (da se pomnoži sa $1/2^{4}$). *Podsetite se iz udžbenika o opštem obliku zapisa razlomljenih brojeva u formatu fiksnog zareza. Broj se deli sa 2^{4} zbog 4 bita iza zareza, da je format $Q_{11,5}$ delio bi se sa 2^{5}.*

$8C38_{(16)} = 35896$; $35896/16 =$ **2243,5**.

e) Dva osmobitna broja koja treba pretvoriti u decimalne su $8C_{(16)}$ i $38_{(16)}$.

$8C_{(16)}\ (Q^{S}_{4,4}) = 1000\textbf{,}\ 1100_{(2)} = -2^{3} + 2^{-1} + 2^{-2} =$ **– 7,25**

drugi način: $8C_{(16)} = -116$ (kao označen) ; $-116/16 =$ **– 7,25**

$38_{(16)}\ (Q^{S}_{4,4}) = 0011\textbf{,}\ 1100_{(2)} = 2^{1} + 2^{0} + 2^{-1} + 2^{-2} =$ **3,5**

drugi način: $38_{(16)} = 56$ (kao označen) ; $56/16 =$ **3,5**

56 se deli sa $2^{4} = 16$ zbog četiri bita iza zareza – pogledajte opšti oblik u udžbeniku.

f) $8C_{(16)}\ (Q_{2,6}) = 10\textbf{,}\ 001100_{(2)} = 2^{1} + 2^{-2} + 2^{-3} =$ **2,1875**

drugi način: $8C_{(16)} = 140$ (kao neoznačen) ; $140/64 =$ **2,1875**

$38_{(16)}\ (Q_{2,6}) = 00\textbf{,}\ 111100_{(2)} = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} =$ **0,875**

drugi način: $38_{(16)} = 56$ (kao neoznačen) ; $56/64 =$ **0,875**

56 se deli sa $2^{6} = 64$ zbog šest bita iza zareza – pogledajte opšti oblik u udžbeniku.

47. U memoriji šesnaestobitnog računara nalazi se podatak $9840_{(16)}$. O kom decimalnom broju je reč ako se zna da je zapisan kao:
   a) Neoznačen ceo broj
   b) Označen ceo broj
   c) Četvorocifreni BCD_{8421} broj
   d) Neoznačeni broj u formatu $Q_{12,4}$
   e) Dva označena osmobitna broja u formatu $Q_{4,4}$
   f) Dva neoznačena osmobitna broja u formatu $Q_{3,5}$

Rešenje:

$9840_{(16)} = 1001\ 1000\ 0100\ 0000_{(2)} =$

a) **38976** kao neoznačeni
b) **– 26560** kao označeni
c) **9840** kao BCD_{8421}
d) **2436,0** kao $Q_{12,4}$
e) $98_{(16)}$ $(Q^S_{4,4})$ = **– 6,5** i $40_{(16)}$ $(Q^S_{4,4})$ = **4,0**
f) $98_{(16)}$ $(Q_{3,5})$ = **4,75** i $40_{(16)}$ $(Q_{3,5})$ = **2,0**

48. U dve uzastopne lokacije osmobitnog računara nalaze se podaci $01101001_{(2)}$ i $10001010_{(2)}$. O kojim decimalnim brojevima je reč ako se zna da su zapisani kao:
   a) Dva neoznačena binarna broja
   b) Dva označena binarna broja
   c) Jedan četvorocifreni BCD_{xs3} broj (viši bajt je prvi)
   d) Neoznačeni brojevi u formatu $Q_{3,5}$
   e) Neoznačeni brojevi u formatu $Q_{7,1}$

Rešenje:

a) **105** i **138**
b) **105** i **– 118**
c) **3675**
d) **3,28125** i **4,3125**
e) **52,5** i **69,0**

49. U dve uzastopne lokacije osmobitnog računara nalaze se podaci $10100011_{(2)}$ i $00111010_{(2)}$. O kojim decimalnim brojevima je reč ako se zna da su zapisani kao:
   a) Dva neoznačena binarna broja
   b) Dva označena binarna broja
   c) Jedan četvorocifreni BCD_{xs3} broj (viši bajt je prvi)
   d) Neoznačeni brojevi u formatu $Q_{4,4}$
   e) Neoznačeni brojevi u formatu $Q_{7,1}$

Rešenje:

a) **163** i **58**
b) **– 93** i **58**
c) **7007**
d) **10,1875** i **3,625**
e) **81,5** i **29,0**

50. U osmobitnoj aritmetici binarno sabrati brojeve 129 i 131. Koji decimalni broj je rezultat sabiranja? Komentarisati odgovor. Kakvo će biti stanje zastavica V, N, C posle sabiranja?

Rešenje:

$$\begin{array}{rl} & 10000001 \\ + & \underline{10000011} \\ & \mathbf{00000100} \quad \text{zbir je } \mathbf{4} \end{array}$$

U ovom slučaju, stanje flegova će biti sledeće: **C=1**, **N=0** (najznačajniji bit rezultata je nula, pa je broj tretiran kao pozitivan), **V=1** (fleg V se postavlja pod pretpostavkom da su ulazni podaci označeni brojevi. Prvi broj (129), posmatran kao označen je **-127**, a drugi (131) je **-125**. Sabiranjem ova dva broja dobija se broj van opsega označenog osmobitnog broja (-128 do 127) pa se V fleg postavlja.
Zbog pojave prekoračenja rezultat nije aritmetički tačan.

51. U osmobitnoj aritmetici binarno sabrati brojeve 126 i – 44. Koji decimalni broj je rezultat sabiranja? Komentarisati odgovor. Kakvo će biti stanje zastavica V, N, C posle sabiranja ?

Rešenje:

$$\begin{array}{rl} & 01111110 \\ + & \underline{11010100} \\ & \mathbf{01010010} \quad \text{zbir je } \mathbf{82} \end{array}$$

U ovom slučaju, stanje flegova će biti sledeće: **C=1**, **N=0** (najznačajniji bit rezultata je nula, pa je broj tretiran kao pozitivan), **V=0** (fleg V se postavlja pod pretpostavkom da su ulazni podaci označeni brojevi. Prvi broj je 124 i kada se tretira kao označen i kao neoznačen, a drugi je -44 kada se tretira kao označen. Sabiranjem ova dva broja dobija se broj u opsegu označenog osmobitnog broja (-128 do 127) pa se V fleg briše.

Prilikom sabiranja postoji prenos, međutim, pošto se sabiraju označeni brojevi to što je došlo do prenosa nema uticaja na tačnost rezultata. Rezultat je tačan jer nema prekoračenja (V=0).

52. Ilustrovati kako bi se u binarnom sistemu sabrali brojevi 143 i 114:
   a) U mikroračunaru sa 8-bitnom ALU.
   b) U mikroračunaru sa 16-bitnom ALU.
   c) Koji decimalni broj je rezultat sabiranja pod a) i b) ako se ulazni podaci tretiraju kao označeni brojevi?
   d) Koji decimalni broj je rezultat sabiranja pod a) i b) ako se ulazni podaci tretiraju kao neoznačeni brojevi?

Kakvo će biti stanje zastavica V, N, C posle sabiranja pod a) i b)

Rešenje:

a)

$$\begin{array}{rl} 143 = & 10001111_{(2)} \\ +\,114 = & \underline{01110010}_{(2)} \\ 1 & \boxed{\mathbf{00000001}}_{\mathbf{(2)}} \end{array} \quad \boxed{\text{8-bitni}}$$

Rezultal sabiranja u mikroračunaru sa 8-bitnom ALU je 1. Deveti bit najveće pozicione vrednosti (predstavljen kao bleđi) biva odsečen i pojavljuje se kao jedinica u zastavici prenosa C. Rezultat sabiranja je isti nezavisno da li se brojevi posmatraju kao označeni ili neoznačeni. ALU sabira binarne brojeve, a to da li je broj označen ili ne stvar je tumačenja programera, postupak sabiranja u ALU uopšte ne zavisi od tumačenja programera. Ako se brojevi tretiraju kao označeni, prvi sabirak nije 143 već -113 (binarni kod $10001111_{(2)}$ je 143 ako se tretira kao neoznačeni a -113 kada se tretira kao označeni). Za označene brojeve ovo sabiranje daje aritmetički tačan rezultat, bez obzira što postoji prenos u deveti bit koji se gubi (biva odsečen). *Da se podsetimo: prenos u deveti bit ne mora da znači prekoračenje kada se brojevi tretiraju kao označeni, zastavica V ukazuje na prekoračenje (i da rezultat nije aritmetički tačan). Kada se brojevi tretiraju kao neoznačeni, C zastavica nosi informaciju da rezultat nije tačan, a ne fleg V.*

Zastavice su sledeće: **C=1**; **N=0** (stanje bita najveće pozicione vrednosti u rezultatu) i V=0 jer kada se podaci tretiraju kao označeni nema prekoračenja: sabiraju se brojevi 114 i -113 i dobija se rezultat 1 koji je u opsegu označenih osmobitnih brojeva (od -128 do +127).

b) 143 = $0000\ 0000\ 1000\ 1111_{(2)}$
+ 114 = $\underline{0000\ 0000\ 0111\ 0010}_{(2)}$
$0000\ 0001\ 0000\ 0001_{(2)}$

Rezultat sabiranja u mikroračunaru sa 16-bitnom ALU je **257**.
Rezultat sabiranja je isti nezavisno da li se brojevi posmatraju kao označeni ili neoznačeni. ALU sabira binarne brojeve, a to da li je broj označen ili ne stvar je tumačenja programera, postupak sabiranja u ALU uopšte ne zavisi od tumačenja programera. Oba sabirka su isti i ako se tretiraju i kao označeni i kao neoznačeni.
Sve zastavice, i **C i V i N su u ovom slučaju nule**. Nema prekoračenja, nema prenosa u sedamnaesti bit i najznačajniji bit je nula pa je broj pozitivan.

53. Ilustrovati kako bi osmobitni računar binarno sabrao decimalne brojeve 66 i 254 kao:
   a) Dva neoznačena broja
   b) Dva označena broja
   c) Koji decimalni broj je rezultat sabiranja pod a) i b) ?
   d) U kom će stanju biti zastavice C, V i N posle sabiranja pod a) i b)?

Rešenje:

a) 01000010 = 66
$\underline{+\ 11111110}$ = 254
~~1~~ **01000000**

b) **Postupak isti kao pod a).** *Uvek je isti.*
c) Rezultat je **64** (deveti, najznačajniji bit je odsečen) i pod a) i pod b)
Rezultat je tačan za označene jer je $11111110_{(2)} = -2$, kao označen broj
d) **C=1, V=0, N=0** i pod a) i pod b)**.**

54. Ilustrovati kako bi osmobitni računar binarno sabrao brojeve 34 i 253 kao:
   a) Dva neoznačena binarna broja
   b) Dva označena binarna broja
   c) Koji decimalni broj je rezultat sabiranja pod a) i b)
   d) U kom će stanju biti zastavice C, V i N posle sabiranja pod a) i b)

Rešenje:
a) **00100010** = 34
+ $\underline{\mathbf{11111101}}$ = 253
~~1~~ **00011111**

b) **Postupak isti kao pod a).** *Uvek je isti .*
c) Rezultat je **31** (deveti bit je odsečen) i pod a) i pod b)
Rezultat je tačan za označene jer je $11111101_{(2)} = -3$ *kao označen broj*
d) **C=1, V=0, N=0** i pod a) i pod b).

55. Opisati binarno sabiranje brojeva 64,87 i – 3,14 u osmobitnoj aritmetici fiksnog zareza. Koji decimalni broj je rezultat ovakvog sabiranja?

Rešenje:

64,87 se mora predstaviti u označenom formatu (jer treba da se sabira sa negativnim brojem). Stoga je nužno celobrojni deo predstaviti sa minimalno 8 bita (sa 7 bita, opseg označenih brojeva je od -63 do +63, što nije dovoljno) dakle jedini osmobitni format koji dolazi u obzir je $Q^s_{8,0}$. Predstavljajući 64,87 u ovom formatu gubimo informaciju o razlomljenom delu, ali u osmobitnoj aritmetici to je najbolje što može da se uradi.
64,87 je $\mathbf{01000000_{(2)}}$ u formatu $\mathbf{Q^s_{8,0}}$. Da bi mogao da se sabira sa njim, i -3,14 se mora predstaviti u istom formatu ($Q^s_{8,0}$).

+3,14 = $011{,}00100\ldots_{(2)}$ što je $00000011_{(2)}$ formatu $Q^s_{8,0}$.
-3,14 se dobija kao drugi komplement ovog zapisa:
-3,14 = $\mathbf{11111101_{(2)}}$ formatu $\mathbf{Q^s_{8,0}}$

01000000 = 64,87 ($Q^s_{8,0}$)
\+ 11111101 = – 3,14 ($Q^s_{8,0}$)
$\cancel{1}$ **00111101** = 61 ($Q^s_{8,0}$)

Dakle, rezultat je **61**.

56. Opisati binarno sabiranje brojeva 32,17 i – 9,81 u osmobitnoj aritmetici fiksnog zareza. Koji decimalni broj je rezultat ovakvog sabiranja?

Rešenje:

32,17 je $\mathbf{01000000_{(2)}}$ u formatu $\mathbf{Q^s_{7,1}}$ zbog toga se i -9,81 mora predstaviti u istom formatu.
+9,81 = $1001{,}1101\ldots_{(2)}$ što je $00010011_{(2)}$ formatu $\mathbf{Q^s_{7,1}}$.
-9,81 se dobija kao 2. komplement ovog zapisa:
-9,81 = $\mathbf{11101101_{(2)}}$ formatu $\mathbf{Q^s_{7,1}}$

01000000 = 32,17 ($Q^s_{7,1}$)
\+ 11101101 = -9,81 ($Q^s_{7,1}$)
$\cancel{1}$ **00101101** = 22,5 ($Q^s_{7,1}$)

Dakle, rezultat je **22,5** .

57. Koristeći 8-bitne označene binarne brojeve izračunati primenom:
    1) prvog komplementa
    2) drugog komplementa

    razliku brojeva i rezultat prikazati u decimalnom brojnom sistemu.

a) $131_{(10)} - 51_{(10)}$	d) $36_{(10)} - 63_{(10)}$	g) $28_{(10)} - 108_{(10)}$
b) $62_{(10)} - 102_{(10)}$	e) $27_{(10)} - 98_{(10)}$	h) $122_{(10)} - 101_{(10)}$
c) $93_{(10)} - 27_{(10)}$	f) $144_{(10)} - 54_{(10)}$	i) $111_{(10)} - 133_{(10)}$.

58. Koje decimalne vrednosti odgovaraju binarnom zapisu 0000 $1011_{(2)}$, ako je format:

a)$Q_{8,0}$ d)$Q_{5,3}$
b)$Q_{7,1}$ e)$Q_{4,4}$
c)$Q_{6,2}$ f)$Q_{3,5}$

Rešenje:

a) **0000 $1011_{(2)} \rightarrow 11_{(10)}$** d) **0000 $1011_{(2)} \rightarrow 1{,}375_{(10)}$**
b) **0000 $1011_{(2)} \rightarrow 5{,}5_{(10)}$** e) **0000 $1011_{(2)} \rightarrow 0{,}6875_{(10)}$**
c) **0000 $1011_{(2)} \rightarrow 2{,}75_{(10)}$** f) **0000 $1011_{(2)} \rightarrow 0{,}34375_{(10)}$**

59. Koristeći 8-bitne binarne brojeve sa znakom izračunati primenom:
1) prvog komplementa
2) drugog komplementa
razliku brojeva i rezultat prikazati u decimalnom brojnom sistemu.

a) $112_{(10)} - 31_{(10)}$	e) $105_{(10)} - 14_{(10)}$	i) $68_{(10)} - 29_{(10)}$	m) $73_{(10)} - 119_{(10)}$
b) $31_{(10)} - 112_{(10)}$	f) $14_{(10)} - 105_{(10)}$	j) $29_{(10)} - 68_{(10)}$	n) $119_{(10)} - 73_{(10)}$
c) $84_{(10)} - 16_{(10)}$	g) $121_{(10)} - 45_{(10)}$	k) $125_{(10)} - 55_{(10)}$	o) $88_{(10)} - 98_{(10)}$
d) $16_{(10)} - 84_{(10)}$	h) $45_{(10)} - 121_{(10)}$	l) $55_{(10)} - 125_{(10)}$	p) $98_{(10)} - 88_{(10)}$.

60. Koje decimalne vrednosti odgovaraju binarnim zapisima:

a) 1100 1010 d) 0100 0110
b) 1010 1010 e) 0011 1010
c) 1001 0101 f) 0111 1001

ako je format $Q^S_{8,0}$; $Q_{5,3}$; $Q_{7,1}$; $Q_{4,4}$; $Q^S_{6,2}$; $Q_{3,5}$; $Q_{2,6}$ i $Q^S_{1,7}$.

61. Konvertovati 8-bitne brojeve $x_{(2)}$ iz binarnog u decimalan brojni sistem $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$:
1) ako su brojevi neoznačeni;
2) ako je zapis u formatu $Q_{N-R,R}$ pri čemu je N = 8, a $R \in \{2, 3, 4, 5\}$;
3) ako je zapis u formatu $Q^S_{N-R,R}$ pri čemu je N = 8, a $R \in \{2, 3, 4, 5\}$.

a) 11100011	e) 00011011	i) 00111110
b) 10001010	f) 11101111	j) 01010101
c) 01000111	g) 11001100	k) 01011100
d) 11110110	h) 01001101	l) 00110100.