1. KONVERZIJA BROJEVA IZ JEDNOG BROJNOG SISTEMA U DRUGI

TEORIJA:

BROJNI SISTEMI predstavljaju

- > način prikazivanja bilo kog broja pomoću niza simbola koji se nazivaju cifre brojnog sistema.
- > skup pravila po kojima se realizuju osnovne operacije nad brojevima.

BROJNI SISTEMI mogu da budu:

Nepozicioni: jedna cifra ima uvek istu vrednost bez obzira na poziciju u zapisu.

Rimski brojni sistem: I, V, X, L, C, D, M.

Težinski: svaka pozicija cifre ima svoju težinu.

Za bilo koji broj x u težinskom brojnom sistemu važi zapis:
$$x = a_R S^R + a_{R-1} S^{R-1} + ... + a_1 S^1 + a_0 S^0 + a_1 S^{-1} + ... + a_{-P} S^{-P}$$

S = osnova (baza) brojnog sistema

S¹ = težina cifre u brojnom sistemu

I = pozicija cifre (R, R-1, ..., 1, 0, -1, ..., -P)

 a_R , $a_{R\text{-}1}$, ..., a_1 , a_0 , $a_{\text{-}1}$, ..., $a_{\text{-}P}$ su cifre broja koje pripadaju skupu { 0, 1, ..., S-1}

Sažeti oblik prikazivanja broja x:

 $x=a_R^{}a_{R^{-1}^{}}\dots a_1^{}a_{0,}^{}a_{-1}^{}\dots a_{-P}^{}.Za$ unos numeričkih informacija u računar i štampanje koriste se najčešće sledeći brojni sistemi:

- DEKADNI (DEC)
- HEKSADECIMALNI (HEX)
- OKTALNI (OCT)
- BINARNI (BIN).

• DEKADNI BROJNI SISTEM (DEC)

Svaki broj x iz DEC brojnog sistema može da se predstavi kao:

$$x = d_R 10^R + d_{R-1} 10^{R-1} + ... + d_1 10^1 + d_0 10^0 + d_{-1} 10^{-1} + ... + d_{-p} 10^{-p}$$

S = 10 osnova (baza) brojnog sistema

$$d_R$$
, d_{R-1} , ..., d_1 , d_0 , d_{-1} , ..., d_{-P} su cifre broja koje pripadaju skupu $\{0, 1, ..., 9\}$

Sažeti oblik prikazivanja broja x:

$$x = d_R d_{R-1} \dots d_1 d_0, d_{-1} \dots d_{-P}$$

• HEKSADECIMALNI BROJNI SISTEM (HEX)

Svaki broj x iz HEX brojnog sistema može da se predstavi kao:

$$x = h_R 16^R + h_{R-1} 16^{R-1} + ... + h_1 16^1 + h_0 16^0 + h_1 16^{-1} + ... + h_p 16^{-P}$$

S = 16 osnova (baza) brojnog sistema

 h_R , h_{R-1} , ..., h_1 , h_0 , h_{-1} ,..., h_{-P} su cifre broja koje pripadaju skupu $\{0, \dots, 9, A, B, C, D, E, F\}$

Sažeti oblik prikazivanja broja x:

$$x = h_R h_{R-1} \dots h_1 h_0, h_{-1} \dots h_{-P}$$

• OKTALNI BROJNI SISTEM (OCT)

Svaki broj x iz OCT brojnog sistema može da se predstavi kao:
$$x = o_R 8^R + o_{R-1} 8^{R-1} + ... + o_1 8^1 + o_0 8^0 + o_1 8^{-1} + ... + o_2 8^{-P}$$

S = 8 osnova (baza) brojnog sistema

$$o_R^{}$$
 , $o_{R\text{-}1}^{}$, ..., $o_1^{}$, $o_0^{}$, $o_{\text{-}1}^{}$, ..., $o_{\text{-}P}^{}$ su cifre broja koje pripadaju skupu { 0, 1, ..., 7 }

Sažeti oblik prikazivanja broja x:

$$x = o_R o_{R-1} ... o_1 o_{0_1} o_{0_1} ... o_{-P}$$

• BINARNI BROJNI SISTEM (BIN)

Svaki broj x iz BIN brojnog sistema može da se predstavi kao:

$$x = b_R 2^R + b_{R-1} 2^{R-1} + ... + b_1 2^1 + b_0 2^0 + b_{-1} 2^{-1} + ... + b_{-p} 2^{-p}$$

S = 2 osnova (baza) brojnog sistema

$$\mathbf{b}_{\mathrm{R}}$$
 , $\mathbf{b}_{\mathrm{R-1}}$, ..., \mathbf{b}_{1} , \mathbf{b}_{0} , \mathbf{b}_{-1} , ..., $\mathbf{b}_{-\mathrm{P}}$ su cifre broja koje pripadaju skupu { 0, 1 }

Sažeti oblik prikazivanja broja x:

$$x = b_R b_{R-1} ... b_1 b_0, b_{-1} ... b_{-P}$$

KONVERZIJA BROJEVA IZ JEDNOG BROJNOG SISTEMA U DRUGI

- Konverzija brojeva iz **BIN. OCT** i **HEX** u **DEC** brojni sistem: Sumiraju se elementarni proizvodi cifara i njihovih težinskih koeficijenata.
- Konverzija brojeva iz **DEC** u **HEX**, **OCT** i **BIN** brojni sistem:

Celi brojevi
$$x = d_R d_{R-1} ... d_1 d_0$$
.

Ceo broj x konvertuje se u broj sa osnovom S metodom sukcesivnih deljenja.

Brojevi manji od jedinice
$$x = 0.d_{-1} d_{-2} ... d_{-P}$$
.

Razlomljeni broj x konvertuje se u broj sa osnovom S metodom sukcesivnih množenja.

Kombinovani brojevi
$$x = d_R d_{R-1} \dots d_1 d_0 \cdot d_1 \dots d_{P-1}$$

Broj x se konvertuje u broj sa osnovom S metodom sukcesivnih deljenja za celobrojni deo i metodom sukcesivnih množenja za razlomljeni deo.

Konverzija brojeva iz **BIN** u **OCT** brojni sistem:

Grupišu se po tri binarne cifre levo i desno počev od decimalne tačke.

Konverzija brojeva iz **BIN** u **HEX** brojni sistem:

Grupišu se po **četiri binarne cifre** levo i desno počev od decimalne tačke.

Konverzija brojeva iz **OCT** u **BIN** brojni sistem:

Svaka **oktalna** cifra se zamenjuje svojim **trocifrenim** binarnim zapisom.

Konverzija brojeva iz **HEX** u **BIN** brojni sistem:

Svaka heksadecimalna cifra se zamenjuje svojim četvorocifrenim binarnim zapisom.

Konverzija brojeva iz **OCT** u **HEX** brojni sistem vrši se preko binarnog brojnog sistema:

$$OCT \longrightarrow BIN \longrightarrow HEX$$

- 1) Svaka oktalna cifra se zamenjuje sa tri binarne cifre
- 2) Grupišu se po četiri binarne cifre ulevo i udesno od decimalne tačke.

• Konverzija brojeva iz **HEX** u **OCT** brojni sistem vrši se preko binarnog brojnog sistema:

$$HEX \longrightarrow BIN \longrightarrow OCT$$

- 1) Svaka heksadecimalna cifra se zamenjuje sa četiri binarne cifre
- 2) Grupišu se po tri binarne cifre ulevo i udesno od decimalne tačke.

PRIMERI:

1. Dekadni broj $x_{(10)} = 240,375_{(10)}$ pretvoriti u binarni, sa 3 decimale tačnosti $x_{(10)} \rightarrow x_{(2)}$.

Rešenje:

2. Dekadni broj $x_{(10)} = 4859,237_{(10)}$ pretvoriti u binarni, sa 5 decimala tačnosti $x_{(10)} \rightarrow x_{(2)}$.

Rešenje:

3. Dekadni broj $x_{(10)} = 4365,136_{(10)}$ pretvoriti u oktalni, sa 4 decimale tačnosti $x_{(10)} \rightarrow x_{(8)}$.

4. Dekadni broj $x_{(10)} = 695,218_{(10)}$ pretvoriti u oktalni, sa 4 decimale tačnosti $x_{(10)} \rightarrow x_{(8)}$.

Rešenje:

$$695,218_{(10)} \rightarrow 1267,1574_{(8)}$$

5. Dekadni broj $x_{(10)} = 845,631_{(10)}$ pretvoriti u heksadecimalni, sa 3 decimale tačnosti $x_{(10)} \rightarrow x_{(16)}$.

Rešenje:

$$845,631_{(10)} \rightarrow 34D,A18_{(16)}$$

6. Dekadni broj $x_{(10)} = 674,574_{(10)}$ pretvoriti u heksadecimalni, sa 4 decimale tačnosti $x_{(10)} \rightarrow x_{(16)}$.

Rešenje:

$$674,574_{(10)} \rightarrow 2A2,92F1_{(16)}$$

7. Dekadni broj $x_{(10)} = 3428,435_{(10)}$ pretvoriti u heksadecimalni, sa 4 decimale tačnosti $x_{(10)} \rightarrow x_{(16)}$

Rešenje:

$$3428,435_{(10)} \rightarrow D64,6F33_{(16)}$$

8. Konvertovati oktalni broj $x_{(8)} = 34752,423601_{(8)}$ u binarni, $x_{(8)} \rightarrow x_{(2)}$

$$34752,423601_{(8)} \rightarrow 011 | 100 | 111 | 101 | 010, 100 | 010 | 011 | 110 | 000 | 001_{(2)}$$

$$34752,423601_{(8)} \rightarrow 011100111101010$$
 , $100010011110000001_{(2)}$

9. Konvertovati heksadecimalni broj $x_{(16)} = E1B3C6,D4F8_{(16)}$ u binarni, $x_{(16)} \rightarrow x_{(2)}$

Rešenje:

E1B3C6,D4F8₍₁₆₎
$$\rightarrow$$
1110 | 0001 | 1011 | 0011 | 1100 | 0110 , 1101 | 0100 | 1111 | 1000₍₂₎

E1B3C6,D4F8₍₁₆₎
$$\rightarrow$$
 11100001101100111100 0110 ,11010100111111000 ₍₂₎

10. Oktalni broj $x_{(8)} = 5716,043_{(8)}$ pretvoriti u heksadecimalni, $x_{(8)} \rightarrow x_{(16)}$.

Rešenje:

$$5716,043_{(8)} \rightarrow 101\ 111\ 001\ 110,000\ 100\ 011_{(2)}$$

 $5716,043_{(8)} \rightarrow 1011\ |\ 1100\ |\ 1110,0001\ |\ 0001\ |\ 1000_{(2)} \rightarrow BCE,118_{(16)}$

$$5716,043_{(8)} \rightarrow BCE,118_{(16)}$$

11. Konvertovati oktalni broj $x_{(8)} = 4127,153_{(8)}$ u heksadecimalni, $x_{(8)} \rightarrow x_{(16)}$

Rešenje:

$$4127,153_{(8)} \rightarrow 100\ 001\ 010\ 111\ ,\ 001\ 101\ 011_{(2)} \ 4127,153_{(8)} \rightarrow 1000\ |\ 0101\ |\ 0111\ ,\ 0011\ |\ 0101\ |\ 1000_{(2)} \rightarrow 857,358_{(16)}$$

$$4127,153_{(8)} \rightarrow 857,358_{(16)}$$

12. Heksadecimalni broj $x_{(16)} = D5C, 13F_{(16)}$ pretvoriti u oktalni, $x_{(16)} \rightarrow x_{(8)}$.

Rešenje:

$$\overline{D5C,13F_{(16)}} \rightarrow 1101\ 0101\ 1100\ ,\ 0001\ 0011\ 1111_{(2)}$$

 $\overline{D5C,13F_{(16)}} \rightarrow 110\ |\ 101\ |\ 1010,000\ |\ 100\ |\ 111\ |\ 111_{(2)} \rightarrow 6534,0477_{(8)}$

$$D5C,13AF_{(16)} \rightarrow 6534,0477_{(8)}$$

13. Heksadecimalni broj $x_{(16)} = 1$ CB,81A $_{(16)}$ pretvoriti u oktalni, $x_{(16)} \rightarrow x_{(8)}$.

Rešenje:

$$1CB,81A_{(16)} \rightarrow 0001\ 1100\ 1011,1000\ 0001\ 1010_{(2)}$$

 $1CB,81A_{(16)} \rightarrow 000\ |\ 111\ |\ 001\ |\ 011,100\ |\ 000\ |\ 011\ |\ 010_{(2)} \rightarrow 713,4032_{(8)}$

$$1CB,81A_{(16)} \rightarrow 713,4032_{(8)}$$

14. Izvršiti konverziju 8-bitnog binarnog broja $x_{(2)} = 10111011_{(2)}$ u dekadni brojni sistem, $x_{(2)} \rightarrow x_{(10)}$.

$$x_{(2)} = 10111011_{(2)}$$

 $x_{(10)} = 1*2^7 + 0*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 187_{(10)}$

$$10111011_{(2)} \rightarrow 187_{(10)}$$

15. Izvršiti konverziju oktalnog broja $x_{(8)} = 3217_{(8)}$ u dekadni brojni sistem, $x_{(8)} \rightarrow x_{(10)}$.

Rešenje:

$$x_{(8)} = 321_{(8)}$$

 $x_{(10)} = 3*8^3 + 2*8^2 + 1*8^1 = 209_{(10)}$

$$321_{(8)} \rightarrow 209_{(10)}$$

16. Izvršiti konverziju heksadecimalnog broja $x_{(16)} = 2E3A_{(16)}$ u dekadni brojni sistem, $x_{(16)} \rightarrow x_{(10)}$.

Rešenje:

$$x_{(16)} = 2E3A_{(16)}$$

 $x_{(10)} = 2*16^3 + 14*16^2 + 3*16^1 + 10*16^0 = 11834_{(10)}$

$$2E3A_{(16)} \rightarrow 11834_{(10)}$$

17. Koji su dekadni brojevi predstavljeni datim brojevima:

- a) 10110101₍₂₎
- d) 1235₍₈₎
- g) 31B₍₁₆₎

- b) 0,111₍₂₎
- $e) 0.14_{(8)}$
- h) 0,A4₍₁₆₎

- c) 11,11011₍₂₎
- f) 24,13₍₈₎
- i) 1DF,C₍₁₆₎?

Rešenje:

a)
$$10110101_{(2)} = 1*2^7 + 0*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 128 + 32 + 16 + 4 + 1 = 181(10)$$

b)
$$0.111_{(2)} = 1*2^{-1} + 1*2^{-2} + 1*2^{-3} = 0.875_{(10)}$$

c)
$$11,11011_{(2)} = 1*2^{1} + 1*2^{0} + 1*2^{-1} + 1*2^{-2} + 0*2^{-3} + 1*2^{-4} + 1*2^{-5} = 3,84375_{(10)}$$

d)
$$1235_{(8)} = 1*8^3 + 2*8^2 + 3*8^1 + 5*8^0 = 512 + 128 + 24 + 5 = 669_{(10)}$$

e)
$$0.14_{(8)} = 1*8^{-1} + 4*8^{-2} = 0.1875_{(10)}$$

f)
$$24,13_{(8)} = 2*8^1 + 4*8^0 + 1*8^{-1} + 3*8^{-2} = 16 + 4 + 0,125 + 0,046875 = 20,171875_{(10)}$$

g)
$$31B_{(16)} = 3*16^2 + 1*16^1 + 11*16^0 = 768 + 16 + 11 = 795_{(10)}$$

h)
$$0,A4_{(16)} = 10*16^{-1}+4*16^{-2} = 0,640625_{(10)}$$

i)
$$1DF_{,C_{(16)}} = 1*16^2 + 13*16^1 + 15*16^0 + 12*16^{-1} = 479,75_{(10)}$$

18. Memorija nekog računara podeljena je na sledeće segmente koji su izraženi heksadecimalno u bajtovima:

- a) 0000 BFFF
- b) C000 CFFF
- c) D000 FFFF

Koje će decimalne vrednosti u bajtovima imati veličine ovih segmenata?

Rešenje:

- a) $(0000 BFFF)_{(16)} = (0 49151)_{(10)} \Rightarrow \text{veličina segmenta je } 49151$
- b) $(C000 CFFF)_{(16)} = (49152 53247)_{(10)} \Rightarrow \text{veličina segmenta je } 4095$
- c) $(D000 FFFF)_{(16)} = (53248 65535)_{(10)} \Rightarrow \text{veličina segmenta je } 12287$
- 19. U dekadnom brojnom sistemu izračunati zbir:

$$22120_{(3)} + 1531_{(6)} + 677_{(9)} + 358_{(14)} + 10B_{(26)} + 9E_{(35)}$$

Rešenje:

$$22120_{(3)}+1531_{(6)}+677_{(9)}+358_{(14)}+10B_{(26)}+9E_{(35)} = 231_{(10)}+415_{(10)}+556_{(10)}+666_{(10)}+687_{(10)}+329_{(10)} = 2884_{(10)}$$

20. Izraziti dekadni broj 550₍₁₀₎ u svim brojnim sistemima sa osnovom od 2 do 9.

Rešenje:

$$550_{(10)} = 1000100110_{(2)} = 202101_{(3)} = 20212_{(4)} = 4200_{(5)} = 2314_{(6)} = 1414_{(7)} = 1046_{(8)} = 671_{(9)}$$

21. Razlomak 4/5 prevesti u binarni i heksadecimalni zapis.

Rešenje:

$$4/5 = 0,110011001100_{(2)} = 0,CCC_{(16)}$$

22. Razlomak 1/7 napisati kao oktalni, binarni i heksadecimalni broj.

Rešenje:

$$1/7 = 0,1111_{(8)} = \mathbf{0,001001001001}_{(2)} = \mathbf{0,249249}_{(16)}$$

- 23. Pretvoriti 3344₍₁₀₎ u brojnom sistemu sa osnovom q.
 - a) q = 4
 - b) q = 5
 - c) q = 7
 - d) q = 9.

Rešenje:

- a) 310100₍₄₎
- b) 101334₍₅₎
- c) 12515₍₇₎
- d) 4525₍₉₎.
- 24. Mapa operativne memorije nekog računara prikazana je u dekadnoj notaciji: 0 191; 192 199; 200- 207; 208 -255. Odrediti ekvivalentnu heksadecimalnu notaciju.

$$00 - BF$$
; $C0 - C7$; $C8 - CF$; $D0 - FF$.

- 25. Prevesti sledeće brojeve iz brojnog sistema sa osnovom s u brojni sistem sa osnovom q:
 - a) 11110011,1101 s = 2 q = 8
 - b) 110001110,001111 s = 2 q = 16
 - c) 614,7101 s = 8 q = 2
 - d) B25,A21 s = 16 q = 2
 - e) 3AB.43 s = 16 q = 8.

Rešenje:

- a) $363,64_{(8)}$
- b) $18E,3C_{(16)}$
- c) $110001100,111001000001_{(2)}$
- d) $101100100101,101000100001_{(2)}$
- e) 1653,206₍₈₎.
- 26. Sledeće dekadne brojeve pretvoriti u binarne, oktalne i heksadecimalne brojeve sa najmanje 4 decimale tačnosti, $x_{(10)} \rightarrow x_{(2)}$, $x_{(8)}$, $x_{(16)}$:
 - a) 124,567 d)246,357 g)258,401 b) 456,764 e)0,286 h) 0,025
 - c) 645,780 f) 876 i) 1250,67.
- 27. Sledeće brojeve iz dekadnog brojnog sistema $x_{(10)}$:
 - a) 56,471 e) 116,229 i) 89,125 m) 113 b) 3,773 f) 72,025 n) 0,376 j) 51,17 c) 112,34 g) 108,433 k) 125,12 o) 91 d) 64,82 h) 44,771 1) 6,175 p) 0,455

pretvoriti u odgovarajuće brojeve:

- 1) binarnog brojnog sistema, $x_{(10)} \rightarrow x_{(2)}$.
- 2) oktalnog brojnog sistema, $x_{(10)} \rightarrow x_{(8)}$.
- 3) heksadecimalnog brojnog sistema, $x_{(10)} \rightarrow x_{(16)}$.
- 28. Sledeće brojeve konvertovati iz oktalnog u heksadecimalni brojni sistem, $x_{(8)} \rightarrow x_{(16)}$:
 - a) 2345,56 g) 3456,566 m) 135,447 t) 3112,3 b) 12,3333 h) 0,34567 n) 50,505 u) 0,6376 c) 333,444 i) 760,054 o) 707,706 v) 51765 d) 47,156 j) 1643,22 p) 0,125 x) 40,55e) 6,233 k) 4672,502 r) 5150 y) 12,16433 f) 33101 1) 756,1 s) 324,77 z) 4774,16.
- 29. Sledeće brojeve konvertovati iz heksadecimalnog u oktalni brojni sistem $x_{(16)} \rightarrow x_{(8)}$:
 - a) A6B,5C4 g) B,4CDE m) 9888,65 t) 1230,ABC b) F3ED3 h) 2ABC,D n) 34A34B u) 0,5DF c) 99, ABCD i) 0,FEBC o) ABC, DEF v) ED34,57 d) 2,ABB i) 891,435 x) 5A6B,DF p) 3F2E,BAD e) CC5 k) 672,21C r) 578,226 y) 1AB, AB3 f) CFA 1) 70448 s) 9177CF z) 16276,1.