

## Table of contents

<b>1 Tema 04: Cinemática. Elementos para la descripción del movimiento. Movimientos de especial interés. Métodos para el estudio experimental del movimiento.</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción . . . . .	1
1.2 Cinemática . . . . .	1
1.3 Elementos para la descripción del movimiento . . . . .	2
1.3.1 Velocidad . . . . .	3
1.4 Movimientos de especial interés . . . . .	4
1.5 Métodos para el estudio experimental del movimiento . . . . .	4

## **1 Tema 04: Cinemática. Elementos para la descripción del movimiento. Movimientos de especial interés. Métodos para el estudio experimental del movimiento.**

### **1.1 Introducción**

La cinemática estudia el movimiento de los cuerpos, así como las leyes que rigen esos movimientos. En el estudio de la cinemática no se tienen en cuenta las causas que generan esos movimientos ni las dimensiones de los cuerpos sujetos a estudio, considerando estos como meros puntos. El método más apropiado para el estudio de la cinemática sería aquel que, empezando por los movimientos más sencillos, amplía poco a poco el estudio hacia movimientos más complejos. De esta forma se adquiere un conocimiento inductivo de los mismo, permitiendo analizar cualquier movimiento como una composición de movimientos más sencillos.

El ámbito de la cinemática aborda situaciones tanto estáticas como dinámicas, en función de las fuerzas a las que se ven sometidos los cuerpos. Pese a ser una aproximación de la realidad, ha demostrado ser capaz de describir con gran precisión movimientos reales de cohetes, moléculas, planetas, etc.

En este tema se explicará que el movimiento es uno de los fenómenos físicos más básicos, consistiendo en un cambio en la posición del cuerpo. Este movimiento hará que el cuerpo describa una trayectoria. El objetivo principal será describir ese movimiento, determinando su posición, velocidad y aceleración en función del tiempo y/o la posición de este.

Estos movimientos se clasificarán en función de su trayectoria (rectilíneo, circular, parabólico, etc.) o por la presencia de aceleración (movimiento rectilíneo uniforme, movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, etc.).

### **1.2 Cinemática**

La cinemática es la parte de la física que se encarga de describir y estudiar los movimientos de los cuerpos sin importar las causas que originan tal movimiento. Los planteamientos de los movimientos estarán caracterizados por una descripción matemática de este. Gran parte de los movimientos quedarán reducidos a una geometría en el espacio tridimensional, con tres dimensiones espaciales ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) y una temporal.

Para describir estos movimientos será necesario introducir magnitudes cuya variación temporal nos permitirá describir los movimientos. Podríamos describir con palabras los movimientos y los cambios en las magnitudes, pero sería demasiado laborioso. Se utilizarán herramientas matemáticas para describir estos cambios, de manera que nos permitan analizar, sintetizar y universalizar el lenguaje.

En este tema, realizaremos una primera aproximación que será fundamental: los cuerpos estudiados se considerarán como un punto material. De esta forma, se entiende que las dimensiones del cuerpo sometido a estudio son despreciables con respecto al camino recorrido. Dado que los cuerpos que se van a estudiar son cuerpos rígidos, el punto material coincidirá con el centro de masas del cuerpo. Como este es rígido, guardará una relación constante entre cada punto del objeto y el centro de masas, por lo que se podrá saber la posición de cada parte del objeto real partiendo de la del centro de masas. Esta aproximación no podrá hacerse siempre. En el caso de planetas, por ejemplo, podremos considerarlos cuerpos puntuales al estudiar sus trayectorias en torno al Sol, pero no podremos hacer eso si estudiamos la rotación sobre su eje.

### 1.3 Elementos para la descripción del movimiento

La descripción de los movimientos en física clásica suponen la existencia de un espacio euclídeo y de un tiempo absoluto que fluye “a su propio ritmo”, independientemente del estado de movimiento del observador.

Toda descripción del movimiento de un cuerpo debe partir del establecimiento de un **sistema de referencia**, es decir, un punto en el espacio que supondremos fijo y en el que se supone que las magnitudes de la posición son nulas y del que partirán unos ejes coordenados. El sistema de referencia vendrá dado por un triedro positivo de coordenadas ligado a ese punto fijo. La **posición** de un cuerpo se denotará como  $\vec{r}$  y será un vector en la base del espacio vectorial del sistema de referencia  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ :

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} = (x, y, z)$$

Diremos que un cuerpo está en movimiento si su posición varía con respecto al tiempo. Esta dependencia funcional entre el tiempo y la posición podrá escribirse de forma explícita como:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} = (x(t), y(t), z(t)) \quad (1)$$

La Equation 1 se denomina **ecuación vectorial del movimiento**. Esta expresión nos demuestra que cualquier movimiento puede representarse como una suma de 3 movimientos rectilíneos, perpendiculares entre sí tal que sus trayectorias quedan definidas en cada uno de los ejes cartesianos  $x, y, z$ . Esto nos permite reducir cualquier movimiento a la forma matemática más sencilla (el movimiento rectilíneo), lo cual es sumamente importante. La Equation 1 puede escribirse de forma escalar utilizando la Equation 2, que define en paramétricas la **trayectoria**:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (2)$$

También es posible representar la ecuación de la trayectoria eliminando el parámetro  $t$ . Por ejemplo, para el siguiente movimiento:

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= (2t + 5) \cdot \vec{i} + t^2 \cdot \vec{j} - 3 \cdot \vec{k}, \\ x &= 2t + 5, y = t^2, z = -3, \\ \begin{cases} z + 3 = 0 \\ x^2 - 10x - 4y + 25 = 0 \end{cases}\end{aligned}\tag{3}$$

Una de las magnitudes escalares más importantes es el *espacio recorrido*, denotado con la letra  $s$ . La ecuación para obtener el espacio recorrido se llama *ley horaria del movimiento* (Equation 4)

$$s = |\vec{r}(t)| = s(t)\tag{4}$$

La Equation 3 y la Equation 4 nos dan la misma información que la Equation 1

### 1.3.1 Velocidad

A partir de la Equation 1 podemos definir ciertas magnitudes que nos permitirán definir el movimiento de una forma más directa. Una de estas magnitudes es la *velocidad*.

Suponiendo  $t_1$  y  $t_2$  dos instantes diferentes, la posición en cada instante vendrá definida por:  $\vec{r}_1(t_1)$ ,  $\vec{r}_2(t_2)$ .

La *velocidad media* media de un móvil quedará definida como:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}\tag{5}$$

Desde un punto de vista físico, esta velocidad representa la variación promedio de la posición en un tiempo dado. No entra en detalle sobre si la velocidad es constante o no, sobre si el cuerpo retrocede en algún momento, etc.

Cuando este intervalo temporal tienda a cero, la velocidad será más representativa del estado actual del cuerpo, de tal forma que si tomamos el límite cuando el intervalo de tiempo tiende a cero, la Equation 5 se convierte en:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}\tag{6}$$

Al resultado de este límite lo llamaremos *velocidad instantánea*. Podemos desarrollar esta en función de sus componentes cartesianas:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \vec{i} + \frac{dy(t)}{dt} \vec{j} + \frac{dz(t)}{dt} \vec{k}\tag{7}$$

La velocidad en un instante vendrá dada por un vector perpendicular a la trayectoria del cuerpo, en el sentido de movimiento y cuyo módulo llamaremos *celeridad* y representaremos con una  $c$ . La celeridad representa la rapidez con la que el móvil describe la trayectoria

$$c = \frac{ds}{dt}, \quad (8)$$

pues, para  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $\Delta s \rightarrow \Delta r$ . Además:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \vec{\tau} \cdot \frac{ds}{dt} = c\vec{\tau}$$

Expresando el vector velocidad referido a un sistema de ejes ligado al punto móvil obtenemos las *componentes intrínsecas* de la velocidad. En dicho sistema de referencia, la celeridad es la única componente intrínseca. En el S.I. la velocidad se mide en m/s y su ecuación dimensional es

$$[v] = [L] \cdot [T]^{-1}$$

### 1.3.1.0.1 Velocidad media

Supongamos un móvil P que ocupa la posición A en el instante  $t_1$  y la posición en el instante  $t_2$ .  $\vec{r}_1 = \vec{OA}$  y  $\vec{r}_2 = \vec{OB}$ . El vector desplazamiento  $\vec{AB}$  se podrá calcular como  $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$ , ya que  $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$ . Por tanto,  $\vec{AB} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ . La velocidad media entonces será:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{AB}}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

El módulo de  $\vec{AB}$  es la celeridad y es una magnitud escalar. En un movimiento rectilíneo, la velocidad media siempre tendría la misma dirección.

En un sistema de coordenadas OXY, con  $OA = (x_1, y_1)$  y  $OB = (x_2, y_2)$ , las componentes del vector  $\vec{v}_m$  son:

$$\begin{aligned} (v_m)_x &= \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ (v_m)_y &= \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \end{aligned}$$

Y la celeridad:

$$c = |\vec{v}_m| = \sqrt{(v_m)_x^2 + (v_m)_y^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2}$$

## 1.4 Movimientos de especial interés

### 1.5 Métodos para el estudio experimental del movimiento