Министерство образования Республики Беларусь
Белорусский национальный технический университет
Факультет транспортных коммуникаций
Кафедра «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»

Отчет
по лабораторной работе № 1
«Прямая и обратная геодезическая задача на сфере»
Вариант №6

Выполнил: ст.гр. 11405118
Давидович Н.Ю.

Проверил: старший преподаватель
Будо А.Ю.

Минск 2021

Исходные данные:

№ п/п	Город	Широта, с.ш. φ	Долгота, в.д. λ
6	Столбцы	53°36′	27°06′
7	Слуцк	53°00′	27°36′

1. Обратная геодезическая задача на сфере.

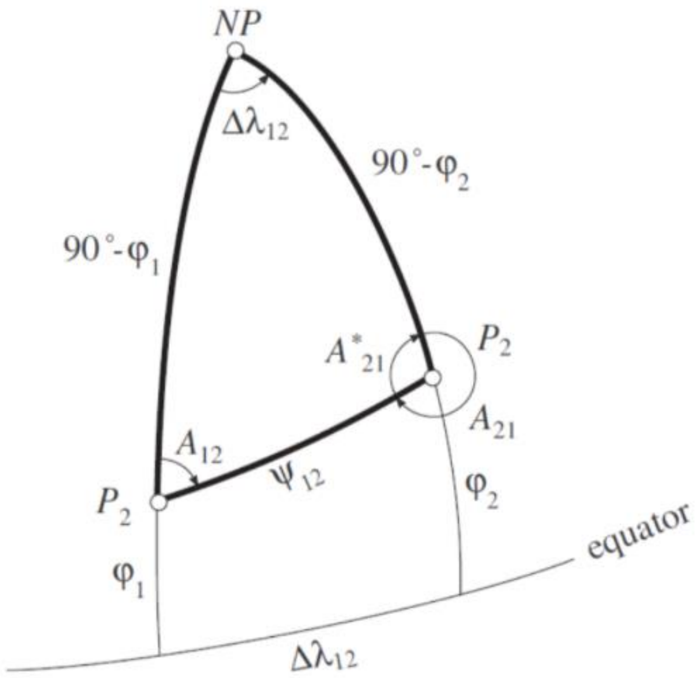

Рисунок 1 – Сферический треугольник

Дано: широта и долгота первой и второй точек. Соответственно на рисунке (Рис. 1) обозначены как: φ_1 ,λ_1 ,φ_2 ,λ_2.

Найти: сферическое расстояние ψ_{12}, прямой A_{12} и обратный A_{21} азимуты.

Решение: из теоремы косинусов найдём сферическое расстояние.

$$\psi_{12} = \arccos\left(\sin(\varphi_1)\cdot\sin(\varphi_2)+\cos(\varphi_1)\cdot\cos(\varphi_2)\cdot\cos\Delta\lambda_{12}\right)$$

$\psi_{12} = 0,0116986$ *м.*

где

$$\Delta\lambda_{12} = \lambda_2 - \lambda_1$$

$\Delta\lambda_{12} = 0,5°$

Для нахождения прямого азимута используем формулу:

$$r_{12} = arctg\left(\left|\frac{\sin(A_{12})}{\cos(A_{12})}\right|\right)$$

где

$$\sin(A_{12}) = \frac{\sin(\Delta\lambda_{12})\cdot\cos(\varphi_2)}{\cos(\psi_{12})}$$

$$\cos(A_{12}) = \frac{\sin(\varphi_2) - \cos(\psi_{12})\cdot\sin(\varphi_1)}{\sin(\psi_{12})\cdot\cos(\varphi_1)}$$

$\sin(A_{12}) = 0,448928$, $\cos(A_{12}) = -0,893567.$

Откуда дирекционный угол равен с учётом четвертой четверти:

$$A_{12} = 180° - r = 2,6760267\ \text{рад.} = 2,6760267°$$

Обратный же азимут будет равен:

$$A_{21} = 360° - arctg\left(\left|\frac{\sin(A'_{21})}{\cos(A'_{21})}\right|\right)$$

$$\sin(A'_{21}) = \frac{\sin(A_{12})\cdot\cos(\varphi_1)}{\cos(\varphi_2)}$$

$$\cos(A'_{21}) = \frac{\sin(\varphi_1) - \cos(\psi_{12})\cdot\sin(\varphi_2)}{\sin(\psi_{12})\cdot\cos(\varphi_2)}$$

$\sin(A'_{21}) = 0,4426654$, $\cos(A'_{21}) = 0,8966868$

С учетом 1 четверти имеем:

$$A_{21} = 360 - r = 333,7259309°$$

2. Прямая геодезическая задача на сфере.

Дано: широта и долгота первой точки, сферическое расстояние и прямой азимут. Соответственно на рисунке (Рис. 1) обозначены как: φ_1 ,λ_1 ,ψ_{12} ,A_{12} .

Найти: широту φ_2, долготу λ_2 второй точки и обратный азимут A_{21} .

Решение: широту второй точки найдем по формулам приведения из теоремы синусов.

$$\varphi_2 = \arcsin\left(\sin(\varphi_1)\cdot\cos(\psi_{12}) + \cos(\varphi_1)\cdot\sin(\psi_{12})\cdot\cos(A_{12})\right)$$

Подставив исходные данные получим

$$\varphi_2 = 0,925024\ \text{рад.} = 53,0°$$

Долгота второй точки будет равна:

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda_{12}$$

$$\Delta\lambda_{12} = arctg\left(\left|\frac{\sin(\Delta\lambda_{12})}{\cos(\Delta\lambda_{12})}\right|\right)$$

$$\sin(\Delta\lambda_{12}) = \frac{\sin(A_{12})\cdot\sin(\psi_{12})}{\cos(\varphi_2)}$$

$$\cos(\Delta\lambda_{12}) = \frac{\cos(\psi_{12}) - \sin(\varphi_1)\cdot\sin(\varphi_2)}{\cos(\varphi_1)\cdot\cos(\varphi_2)}$$

Подставив значения получим:

$\sin(\Delta\lambda_{12}) = 0,0087265, \cos(\Delta\lambda_{12}) = 0,9999619, \Delta\lambda_{12} = 0,0087266\ \textit{рад} = 0,5°,$

$\lambda_2 = 0,4817108\ \textit{рад} = 27,6°$

Обратный же азимут будет равен:

$$A_{21} = 360° - arctg\left(\left|\frac{\sin(A'_{21})}{\cos(A'_{21})}\right|\right)$$

$$\sin(A'_{21}) = \frac{\sin(A_{12})\cdot\cos(\varphi_1)}{\cos(\varphi_2)}$$

$$\cos(A'_{21}) = \frac{\sin(\varphi_1) - \cos(\psi_{12})\cdot\sin(\varphi_2)}{\sin(\psi_{12})\cdot\cos(\varphi_2)}$$

$$\sin(A'_{21}) = 0,4426654$$

$$\cos(A'_{21}) = 0,8966863$$

$$A_{21} = 360 - r = 333,7259309°$$

Сравнив обратные азимуты из прямой и обратной геодезической задачи, а также долготу и широту с исходными данными, видим, что все значения совпали.

3. Основы сферической геодезии

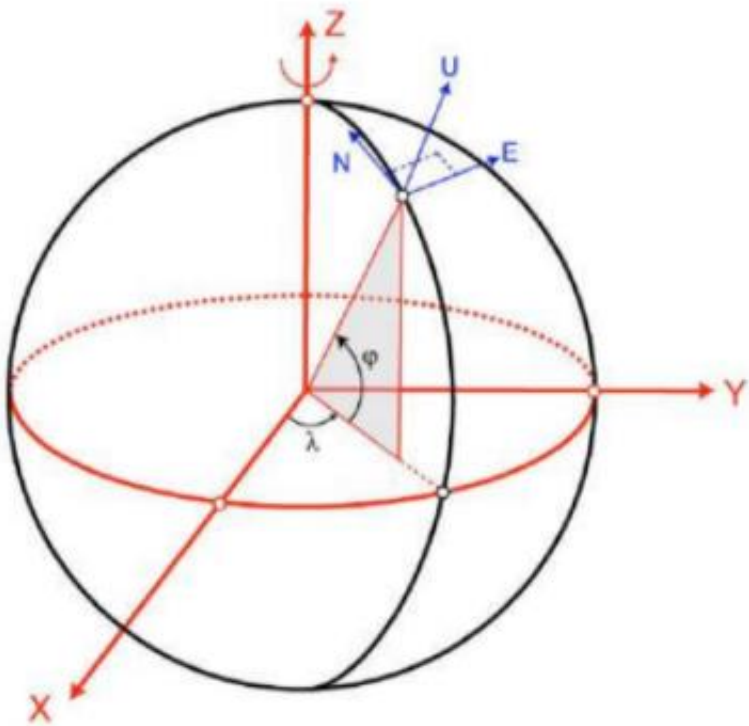

Рисунок 2 – параметрический способ описания сферы

Сферу можно описать несколькими способами, геометрически, алгебраически и параметрически.

Геометрический: набор точек на равном удалении от центра.

Алгебраический:

$$x^2+y^2+z^2=R^2 \Rightarrow \frac{x^2}{R^2}+\frac{y^2}{R^2}+\frac{z^2}{R^2}=1$$

Параметрический (рисунок 2):

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} r\cos\phi\cos\lambda \\ r\cos\phi\sin\lambda \\ r\sin\phi \end{pmatrix}=\left[\begin{array}{c} r=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ \lambda=\arctan\dfrac{y}{x} \\ \phi=\arcsin\dfrac{z}{r} \end{array}\right.$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 336560,38100801\,м \\ 1722265,7509525\,м \\ 5127978,3829535\,м \end{pmatrix},\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3397849,4281367\,м \\ 1776352,7533432\,м \\ 5088106,8345113\,м \end{pmatrix}$$

Для нахождения кратчайшего расстояния воспользуемся формулой:

$$S=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2+\left(z_1-z_2\right)^2}$$

$$S=7531,981399889\,м$$

Теперь вычислим это же расстояние, но используя формулы для нахождения расстояния на сфере:

$$S_a=a\cdot R=74531,98139889м$$

где a =0,0116986 рад. – длина стороны в угловой мере(радианах).

R – радиус сферы равный 6 371 000 м.

Вывод: Сравнив значения широт и долгот, из решений обратной и прямой геодезической задачи на сфере, видно, что они получились одинаковые, без расхождения. Но расстояние, найденное из параметрического способа и через сферу, получились разными.