Exercices corrigés – Lois à densité

Exercice 32 p 263

Une première remarque : la variable aléatoire d'une loi normale est entièrement définie dès que l'on connaît les deux paramètres de cette loi normale : μ, σ.
Autrement dit, la loi normale N(μ, σ) est entièrement définie par μ et σ.
Là, il n'y a pas d'autre chose que d'utiliser la TI.
Voir donc le document s'y rapportant.

VOIR ABSOLUMENT LE DOCUMENT « Loi normale et calculatrice ».
Bien noter que NormalFrep demande toujours une borne inférieure et une borne supérieure, et que l'astuce consiste à renseigner par exemple borne sup = 10^99 et borne inf = 2 lorsque l'on veut calculer P(X > 2).

a°) $P(4{,}95 \leq X \leq 5{,}05) \simeq 0{,}789$
b°) $P(X \leq 4{,}98) \simeq 0{,}309$
c°) $P(X \geq 4{,}92) \simeq 0{,}977$

Exercice 51 p 266

Ici c'est un exercice sur la loi binomiale, revoir le document de cours à ce sujet (programme de 1ère).

a°) Soit l'expérience aléatoire : « prélever un condensateur et noter s'il est défectueux ».
Cette expérience est une épreuve de Bernoulli, car elle comporte seulement deux issues, qui sont S (pour succès) = « tirer un condensateur défectueux » et $\overline{S}$.
La répétition de cette épreuve de Bernoulli forme un schéma de Bernoulli de paramètres (100, 0,03).
X est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès, donc elle suit la loi binomiale B(100, 0,03).

VOIR ABSOLUMENT LE DOCUMENT « Loi binomiale et calculatrice ».

b°)

- $P(X=0) \simeq 0{,}0476$
- $P(X=3) \simeq 0{,}2275$
- $P(X \leq 5) \simeq 0{,}9192$
- $P(X>10) = 1 - P(X \leq 10) \simeq 0{,}0002$

- *A noter ici, que P(X = 3) est différent de 0 ! En effet, la loi de probabilité est la loi binomiale, qui n'est pas une loi à densité continue, donc il est possible de trouver une valeur différente de 0, ce qui n'est pas le cas pour les lois uniformes, exponentielle et normale.*
- *La calculatrice ne donne pas directement P(X > 10), bien noter l'astuce qui consiste à utiliser* $P(X \leq 10)$.

Exercice 37 p 264

Ici, la chose à laquelle bien veiller est de bien arrondir les résultats.
On utilise bien sûr la calculatrice.

Un rappel sur la loi Normale : elle possède deux paramètres, l'espérance et l'écart-type.
On dit que la loi normale est centrée sur l'espérance, car la probabilité que X soit inférieure à l'espérance est 0,5. L'écart type, lui, défini « l'écartement de la courbe ». Plus l'écart-type est grand, plus la courbe est écartée.
De plus, pour tous les exercices, cette année, il n'est pas nécessaire de connaître la formule qui définit la fonction de densité de la loi normale. Il faut seulement savoir utiliser la calculatrice.
Voir le cours et les dessins du cours à ce sujet.

a°) $P(X \geq 237,5) = P(X > 237,5) \simeq 0,894$
b°) $P(X \leq 237,8) \simeq 0,308$
c°) $P(237,18 \leq X \leq 238,82) \simeq 0,960$

Exercice 40 p 265

Il s'agit d'un exercice classique, que l'on retrouve de temps en temps dans les sujets de bac.
Il faut utiliser les intervalles « un deux trois sigma ».

Rappel de cours :

3°) Intervalles remarquables

Propriété (admise) : Si X est une variable aléatoire suivant la loi normale N(μ, σ), alors :

- P(μ - σ, μ + σ) ≈ 0,683
- P(μ - 2σ, μ + 2σ) ≈ 0,954
- P(μ - 3σ, μ + 3σ) ≈ 0,997

Ici, l'exercice n'est pas du tout précis, mais les sujets de bac ne le sont généralement pas plus, il faut faire avec.
Quand l'on a $P(49 \leq X \leq 51) \simeq 0,68$, cela équivaut à (et c'est là que ce n'est pas précis)
P(50 - σ, 50 + σ) = 0,68, et l'on voit donc que σ = 1.

a°) P(50 - σ, 50 + σ) = 0,68, donc que σ = 1.

b°) P(50 - 2σ, 50 + 2σ) = 0,95, donc que 2σ = 0,4 donc σ = 0,2.

c°) P(50 - 3σ, 50 + 3σ) = 0,997, donc que 3σ = 0,03 donc σ = 0,01.

Exercice 41 p 265

Même exercice que le 40, à savoir faire impérativement.

a°) P(120 - σ, 120 + σ) = 0,68, donc que σ = 10.

b°) P(120 - 2σ, 120 + 2σ) = 0,95, donc que 2σ = 2 donc σ = 1.

c°) P(120 - 3σ, 120 + 3σ) = 0,997, donc 3σ = 0,6 donc σ = 0,2,

Exercice 43 p 265

Ici, on n'a toujours pas besoin de connaître la formule qui définit la fonction de densité d'une loi normale d'espérance et écart-type donné. Il faut simplement toujours se rappeler que

- $P(X \leq \mu) = P(X \geq \mu) = 0{,}5$, la fonction de densité est centrée sur l'espérance.
- Plus l'écart-type est grand, plus la courbe en cloche sera « écartée »

Donc, ici on lit directement que l'espérance $\mu = 150$.

De plus, on traduit l'énoncé : l'aire du domaine coloré en bleu est 0,68 u.a.

C'est dire $P(100 \leq X \leq 200) \simeq 0{,}68$

On sait aussi que $P(150 - \sigma \leq X \leq 150 + \sigma) \simeq 0{,}68$ (d'après la loi des 1,2, 3 sigmas, voir le cours et les exercices précédents). Donc $\sigma = 50$

Finalement, $\mu = 150$ et $\sigma = 50$.