Exercices corrigés – variables aléatoires – 1G

Exercice 1 page 324

L’univers ici est clairement {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}
On entend par gain algébrique le fait qu’on crée une variable aléatoire G qui :

- à l’événement élémentaire {1} associe 5
- à l’événement élémentaire {2} associe 5
- à l’événement élémentaire {3} associe -4
- à l’événement élémentaire {4} associe 5
- à l’événement élémentaire {5} associe 5
- à l’événement élémentaire {6} associe -4

(algébrique dans le sens ou l’on associe parfois -4, qui est négatif)
1°) C’est donc {-4 ; 5}
2°) L’événement « G = -4 » est donc **égal** à {3 ; 6} (voir le cours à ce sujet, et la définition de l’événement « X = x_i », pour X une variable aléatoire prenant les valeurs $x_1,\dots,x_n$.
3°) L’événement « G > 0 » est donc égal à l’événement « G = 5 », qui est égal à {1 ; 2 ; 4 ; 5}.

Exercice 2 page 324

L’univers ici est clairement {1, …, 15}
X est donc la **fonction** (voir la définition d’une variable aléatoire du cours) qui :

- à un événement élémentaire {e} associe 2 sinon e est un multiple de 2
- à un événement élémentaire {e} associe 7 sinon e est un multiple de 7
- à un événement élémentaire {e} associe – 10 dans tous les autres cas

1°) Ici c’est {2 ; 7 ; - 10}
2°) On a « X = 9 » = $\emptyset$ car l’événement « X = 9 » ne comporte aucune issue de l’univers, car il n’y a aucune issue à laquelle X associe le nombre 9.
3°) On a « $X \leq 0$ » = « X = -10 » = {1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 11 ; 13 ; 15}
Autrement dit, l’ensemble des issues auxquelles X associe un nombre négatif ou nul est {1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 11 ; 13 ; 15}.

Exercice 4 page 324

L’univers ici est clairement {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}
La variable aléatoire X est la **fonction** donnée par le tableau suivant :

e_i	1	2	3	4	5	6
x_i	2	4	6	8	10	12

Déterminer la loi de probabilité de X revient à donner, par exemple sous forme de tableau, les valeurs $P(X=x_i)$, pour chaque valeur x_i prise par X.

La loi de probabilité de notre expérience aléatoire est la **loi d’équiprobabilité**.

*En rappelant que l’événement « $X=x_i$ » est **égal** à l’ensemble des issues de l’univers auxquelles X associe x_i ,*

On a donc :

- $P(X=2)=P(\{1\})=\frac{1}{6}$
- $P(X=4)=P(\{2\})=\frac{1}{6}$
- … $P(X=12)=P(\{6\})=\frac{1}{6}$

et sous forme de tableau :

x_i	2	4	6	8	10	12
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

<u>Exercice 8 page 324</u>

On ne connaît pas l'univers à priori ici, mais cela n'est pas grave, on n'en a pas besoin.
Déterminer la probabilité $P(Y\leq 0)$ revient à calculer la probabilité de l'événement « $Y\leq 0$ ».
On remarque alors que « $Y\leq 0$ » = « Y = -2 » $\cup$ « Y = -1 ».
Ces deux derniers événements sont disjoints, donc

$$P(Y\leq 0)=P(Y=-2\cup Y=-1)=P(Y=-2)+P(Y=-1)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{10}{24}=\frac{5}{12}$$

De même, on a $P(-1\leq Y\leq 5)=P(Y=-1)+P(Y=2)+P(Y=5)=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

On a aussi $P(|Y|=2)=P(Y=-2\cup Y=2)=P(Y=-2)+P(Y=2)=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$

<u>Exercice 13 page 325</u>

1°) Déterminer la loi de probabilité de G revient à donner un tableau qui donne $P(X=x_i)$ pour chaque valeur x_i de la variable aléatoire X.
Les valeurs prises par X sont {100 ; 20 ; 0}

Voici donc le tableau :

x_i	100	20	0
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{20}$

2°) On a P(« Gagner à ce jeu ») = P(X > 0) =

$$P(X=20\cup X=100)=P(X=20)+P(X=100)=\frac{1}{10}+\frac{9}{20}=\frac{11}{20}$$

La probabilité de gagner à ce jeu est donc de $\frac{11}{20}$