Chapitre 6 : information chiffrée

I°) Définitions

Vocabulaire : population, individus, sous-population, population de référence, effectif, proportion (=fréquence, =taux)

Une population (notée souvent « E ») est un ensemble faisant l'objet d'une étude statistique.

Exemples : l'ensemble des élèves de la classe 1ère STMG ; l'ensemble des entreprises de moins de 10 salariés en France

Les éléments qui constituent une population sont appelés des individus. Le nombre d'individus de la population est appelé l'effectif de cette population. On note en général n_E l'effectif de la population E.

Une sous-population d'une population E est un ensemble d'individus qui appartiennent à la population E et qui ont tous une même caractéristique.

Exemple : Si la population de référence E est l'ensemble des orpailleurs en France (amateurs ou professionnels), une sous-population A, de E peut être l'ensemble des orpailleurs professionnels en France.

L'effectif n_A, est alors égal au nombre d'orpailleurs **professionnels** en France.

II°) Proportions

Définition : La proportion d'une sous-population A (d'effectif n_A) dans une population E (d'effectif n_E) est le nombre p_A défini par :

$$p_A=\frac{n_A}{n_E}$$

Remarques :

- Cette proportion peut être aussi appelée fréquence ou encore taux (cf cours de seconde)
- C'est un nombre compris entre 0 et 1, qui n'a pas d'unité et qui peut être écrit sous forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage (d'unité %).

Exemple : Dans un port de pêche, les cinq sixièmes des 720 habitants vivent de la pêche. Combien d'habitants cela représente-t-il ? n_E = 720, p = $\frac{5}{6}$, on cherche n_A : n_A = p× n_E = $\frac{5}{6}$ ×720 = 600 600 personnes vivent de la pêche.

III°) Proportions échelonnées

Supposons que nous ayons une population de référence E, et à l'intérieur de E, il y a une sous-population A, et l'intérieur de A une sous-population B.

Dit en d'autres termes, B est inclus dans A qui est inclus dans E. ($B \subset A \subset E$)

Dans ce cas, si on connaît la proportion de B dans A et la proportion de A dans E, alors la formule ci-dessous donne la proportion de B dans E :

$$p_{B\ dans\ E} = p_{B\ dans\ A} \times p_{A\ dans\ E}$$

Exemple :

Dans une entreprise, 60% des employés sont des hommes, et parmi ces hommes, 30% portent des chaussettes noires.

Donc la proportion des hommes qui portent des chaussettes noires dans cette entreprise est :

$p = 0,6 \times 0,3 = 0,18$, soit 18%.

IV°) Evolutions exprimées en pourcentages

- Le prix d'un survêtement est de 49 €. Il augmente de 8 %.

Son nouveau prix est égal à $\left(1+\frac{8}{100}\right)\times 49 = 1,08 \times 49 = 52,92€$.

- Le prix d'un polo est de 21 €. Il diminue de 12 %.

Son nouveau prix est égal à $\left(1-\frac{12}{100}\right)\times 21 = 0,88 \times 21 = 18,48€$.

Propriétés et définition :

- Augmenter une valeur de p % revient à la multiplier par $1+\frac{p}{100}$.
- Diminuer une valeur de p % revient à la multiplier par $1-\frac{p}{100}$.
- $1+\frac{p}{100}$ et $1-\frac{p}{100}$ sont appelés les coefficients multiplicateurs.

V°) Taux d'évolution

Soit une grandeur qui passe d'une valeur V_i (initiale) à une valeur V_f (finale).

Définition : La variation absolue est donnée par la formule : $V_f - V_i$

Définition : Le taux d'évolution t (ou variation relative) de la valeur initiale à la valeur finale est donné par la formule :

$t = \frac{V_f - V_i}{V_i}$ (que l'on multiplie par 100 si on veut l'exprimer en pourcentage).

Exemple :

ANNEES	1999	2000	2001
PRIX DU BARIL DE PETROLE EN $	13,83	24,98	23,20

Calculer la variation absolue et la variation relative du prix du baril de pétrole entre 1999 et 2000, puis entre 2000 et 2001.

Entre 1999 et 2000

Variation absolue : 24,98 – 13,83 = 11,15 Le baril a augmenté de 11,83$

Variation relative : $\frac{24,98-13,83}{13,83} = 0,806 = 80,6\%$ Le baril a augmenté de 80,6%

Entre 2000 et 2001

Variation absolue : 23,20 - 24,98 =– 1,78 Le baril a diminué de 1,78$

Variation relative : $\frac{23,20-24,98}{24,98} = -0,071 = 7,1\%$ Le baril a diminué de 7,1%

rmq : Si la variation est positive, on a une augmentation

Si la variation est négative, on a une diminution

VI°) Evolution successives

Propriété:

Pour deux évolutions successives, de y_1 à y_2 (de taux t_1) puis de y_2 à y_3 (de taux t_2), l'évolution de y_1 à y_3 (de taux t) a pour coefficient multiplicateur le produit des coefficients multiplicateurs :

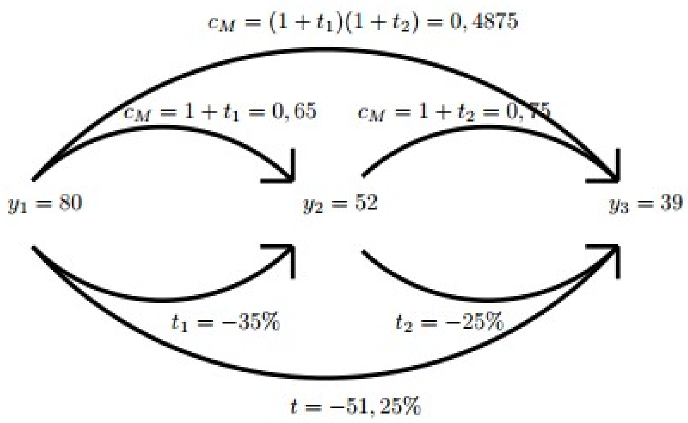
$$1 + t = (1 + t_1)(1 + t_2)$$

Ainsi le taux d'évolution de y_1 à y_3 est :

$$t = (1 + t_1)(1 + t_2) - 1$$

Exemple:

Un jeans vendu 80 euros voit son prix baissé de 35% lors d'une première opération commerciale puis encore de 25% lors d'une seconde opération commerciale.



Le prix du jeans a été multiplié par 0,4875 ce qui correspond à une baisse de $0,4875 - 1 = -0,5125$ soit $-51,25\%$. Le nouveau prix est de 39 euros.

VII°) Evolutions réciproques

Définition : Soit deux évolutions successives de la valeur a vers b puis de la valeur b vers c.

Ces deux évolutions sont dites réciproques si a = c, c'est à dire que la coefficient multiplicateur global est 1.

Calcul du taux d'évolution réciproque :

On considère deux valeurs v_i et v_f, et on désigne par t le taux d'évolution de v_i à v_f, et par T le <u>taux d'évolution réciproque</u> de v_f à v_i.

$$\begin{tikzcd} v_i \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & v_f \arrow[l, bend left, "\times(1+T)"] \end{tikzcd}$$

On a donc : $v_f = v_i \times (1+t) = v_f \times (1+T) \times (1+t)$

d'où, $(1+T) \times (1+t) = 1$,

et ainsi, $1 + T = \dfrac{1}{1+t}$.

Donc $\quad T = \dfrac{1}{1+t} - 1$

Donc si on connaît le taux d'évolution t, on obtient le taux d'évolution réciproque par la formule

$T = \dfrac{1}{1+t} - 1$.