

TD 3 : Calculabilité

1. Union, intersection de problèmes

Soit L_1 et L_2 des langages définis sur un alphabet Σ .

1.1 Montrez que si $L_1 \in R$ et $L_2 \in R$, alors $L_1 \cap L_2 \in R$ et $L_1 \cup L_2 \in R$.

1.2 Montrez que si $L_1 \in RE$ et $L_2 \in RE$, alors $L_1 \cap L_2 \in RE$ et $L_1 \cup L_2 \in RE$.

2. Problèmes indécidables

Montrez que les problèmes suivants sont indécidables.

1. déterminer si une machine de Turing s'arrête pour au moins un mot d'entrée,
2. déterminer si une machine de Turing s'arrête pour tout mot d'entrée,
3. déterminer si le langage accepté par une machine de Turing est indécidable,
4. (théorème de Rice) déterminer si le langage accepté par une machine de Turing vérifie une propriété non triviale (*i.e.* une propriété qui n'est ni vraie pour tout langage, ni fausse pour tout langage),
5. déterminer si une machine de Turing s'arrête toujours et calcule une fonction primitive réursive.
6. déterminer si l'intersection des langages acceptés par 2 machines de Turing est vide.
7. pour un langage $L \in RE$, déterminer si $L = L^R$ (L^R est le langage des images miroirs des mots de L),
8. déterminer si une suite d'éléments de \mathbb{N} définie par récurrence (simple et calculable) est bien définie et convergente.