TD 9

Preuve en calcul des prédicats

1. Preuves en déduction naturelle

1.1 On considère les hypothèses suivantes :

1. «Quiconque sait lire est instruit»,
2. «Les dauphins ne sont pas instruits»,
3. «Il y a des dauphins qui sont intelligents»

Donnez une démonstration en déduction naturelle du fait suivant

«Il y a des êtres intelligents ne sachant pas lire »

1.2 Montrez la tautologie suivante en déduction naturelle : $(\neg\forall x F) \implies (\exists x \neg F)$.

2. Unification

On considère un langage $\mathcal{L}$ comprenant une fonction binaire g, une fonction unaire f, une constante a et des variables $p, r, x, y, z, t, s, u, v, w$. Indiquez pour chacun des ensembles de termes suivants s'ils sont unifiables. Si oui, donnez un unificateur principal.

1. $\{h(y, g(g(f(u), f(w)), g(g(t, a), x)), f(s)), h(f(f(r)), g(x, g(g(t, a), g(v, p))), y)\}$
2. $\{g(x, g(f(a), g(y, x))), g(g(g(v, w), g(t, s)), g(f(a), x))\}$

3. Preuve par résolution

3.1 M Dupond possède un élevage de lapins dans lequel

– certains lapins sont blancs à grandes oreilles et n'ont que des enfants blancs,
– les lapins à grandes oreilles qui n'ont pas de dents cariées ont toujours au moins un enfant aux yeux bleus,
– un lapin blanc n'a jamais de carie.

Formulez ce problème en logique du premier ordre. Mettez les formules sous forme de Skolem, puis sous forme de clauses. Montrez par résolution que M. Dupond a bon espoir de trouver dans son élevage un lapin blanc aux yeux bleus.

3.2 Donnez un exemple simple de système pour lequel la résolution peut boucler.