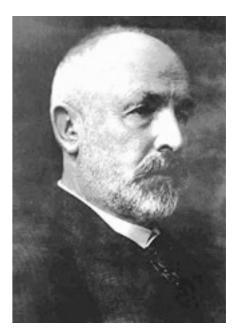
Les origines de la calculabilité

Les fondements des mathématiques

Fin du XIXe siècle : introduction de la théorie des ensembles par Cantor

Mais un problème est soulevé par Burali-Forti, puis Russell :

$$\{x \mid x \notin x\}$$



Georg Cantor (1845-1918)

Le programme de Hilbert (1900) :

- **Cohérence** : est-ce que tout ce que l'on peut prouver en mathématique est forcément vrai ? Autrement dit, aucune démonstration correcte ne doit aboutir à une absurdité.
- Complétude : est-ce que tout ce qui est vrai est forcément prouvable ?
- Décidabilité: est-ce qu'il existe une méthode infaillible pour décider si un énoncé mathématique est vrai ou faux?
 Quelles sont les fondations (axiomes) des mathématiques?



David Hilbert (1862 - 1943)

Qu'est ce qu'une méthode infaillible ?

Certains mathématiciens ont alors cherché à définir la notions de *méthode* effective ou modèle de calcul.



Kurt Gödel (1906-1978)



Alonso Church (1903-1995)



Alan Turing (1912-1954)

- Fonction récursives (Gödel, 1930)
- Lambda-calcul (Church, 1930)
- Machine de Turing (Turing et Post, 1936)