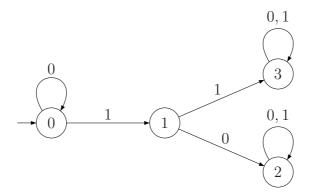
TP5 CAML: Automates et fractales

Dans ce TP, nous allons étudier plusieurs méthodes permettant de tracer la courbe fractale du dragon.

1 Simulation d'automates

Un automate déterministe est défini par son état (une valeur entière dans notre cas) initial, une fonction de transition et une valuation. La fonction de transition donne, pour l'état courant de l'automate et une transition possible, le nouvel état. La fonction de valuation donne, pour un état de l'automate, une valeur entière. Cette valeur est calculée par l'automate pour une entrée (chaîne de caractères) donnée.

- 1. Ecrire une fonction execute : automate -> string -> int qui simule le comportement de l'automate passé en argument sur un mot. La valeur rendue est la valuation de l'état final dans lequel se trouve l'automate, après qu'il ait parcouru son entrée.
- 2. Simuler le comportement d'un automate reconnaissant le langage des mots terminant pas un a (pour l'alphabet $\{a,b\}$). L'état accepteur prendra la valeur 1, les autres la valeur 0. Tester cette simulation sur quelques mots.
- 3. Simuler le comportement de l'automate auto_dragon suivant :



En prenant pour fonction de valuation :

état	0	1	2	3
valuation	0	0	0	1

4. Ecrire une fonction base2 : int -> string qui renvoie la représentation binaire inverse d'un entier.

Exemple:

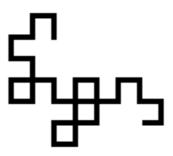
```
#base2 4;;
- : string = "001"
```

On appelle P_n la valeur renvoyée par la simulation de l'automate auto_dragon sur la représentation binaire inverse de n.

- **5.** Ecrire une fonction $nieme_dragon$: int \rightarrow int qui calcule P_n pour un argument n donné.
- **6.** On associe une courbe à la suite $(P_n)_{n\geq 1}$: en partant du centre de l'écran (le point (300, 300)), avancer d'un pas de 4 puis tourner d'un angle de $\frac{\pi}{2}$ si $P_0=0$ ou $-\frac{\pi}{2}$ si $P_0=1$. Continuer avec les angles associés à P_2,\ldots,P_n,\ldots

Ecrire la fonction dragon : int -> unit qui trace la courbe associée aux n premières valeures de la suite $(P_n)_{n>1}$.

Exemple: # dragon 31;;



Pour effectuer le dessin, utiliser des références pour représenter le point courant et la direction courante :

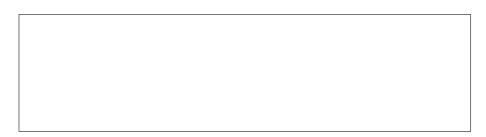
```
let dx = ref 0
and dy = ref 1
and x = ref 300
and y = ref 300 in ...
```

ainsi que les commandes CAML suivantes:

- clear_graph() qui efface l'écran,
- moveto x1 y1 qui positionne le crayon sur le point de coordonnées (x1,y1),
- lineto x1 y1 qui positionne le crayon sur le point de coordonnées (x1,y1) en traçant un trait entre l'ancienne et la nouvelle position.

2 Pliage d'une feuille de papier

On se donne une bande de papier comme ci-dessous :



On la plie en ramenant le bord droit sur le bord gauche, obtenant une nouvelle bande de papier, sur laquelle on applique le même procédé. On effectue ainsi n plis, puis on déplie. On obtient ainsi une suite de plis en creux ou en bosse. En parcourant cette suite de plis de gauche à droite, on peut construire un mot, qu'on notera w_n , en associant à un creux le caractère 0 et à une bosse le caractère 1. On a ainsi $w_1 = 0$ et $w_2 = 001$. w_0 est le mot vide.

Voici la bande de papier après deux pliages : (en tirets, les plis en creux, en traits pleins, les plis en bosse)



7. Calculer w_4 .

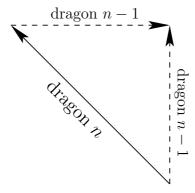
8. Comment obtient-on w_{n+1} à l'aide de w_n ? En déduire une fonction mot_dragon de type int -> string qui calcule w_n .

On admet que $w_n = P_1 P_2 \cdots P_{2^n-1}$. La courbe associée à w_n est appellée la courbe du dragon d'ordre n. Elle représente la vue de coté de la feuille dont les angles pliés valent 90 degrés.

9. Utiliser la fonction mot_dragon pour tracer la courbe du dragon.

3 Fonctions récursives

La courbe du dragon peut être tracée avec une fonction récursive de type $int*int \rightarrow int*int \rightarrow int \rightarrow unit$ qui trace la courbe du dragon de degré n entre deux points donnés.



- 10. Ecrire cette fonction.
- 11. Comment tracer la courbe sans lever le crayon? Programmer cette méthode.