8.2 Izračun kotov rotacije dimetrične projekcije

Posebnost dimetrične projekcije je ta, da predmet (oz. prostor) nagnjemo tako, da dobimo dolžine projekcij osnovnih etonskih vektorjev $\mathbf{i} = [1, 0, 0]^T$, $\mathbf{j} = [0, 1, 0]^T$, $\mathbf{k} = [0, 0, 1]^T$, v posebnem razmerju:

$$|\mathbf{i}'| = |\mathbf{k}'| = 2|\mathbf{j}'|$$

Reševanja tega problema se lotimo na enak način, kot smo to naredili za izometrično projekcijo, le da v tem primru uporabimo še eno posebno lastnost projekcije vektorjev in sicer, da je vsota kvadratov dolžin projekcij enaka 2:

$$|\mathbf{i}'|^2 + |\mathbf{j}'|^2 + |\mathbf{k}'|^2 = 2.$$

Uporabimo lahko isto transformacijsko matriko:

$$\mathbf{T} = \mathbf{P}_{XZ} \cdot \mathbf{R}_X(\beta) \cdot \mathbf{R}_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sin\beta \cdot \sin\alpha & \sin\beta \cdot \cos\alpha & \cos\beta \end{bmatrix}$$

in iste izraze za projekcije osnovnih enotskih vektorjev:

$$\mathbf{i}' = \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ 0 \\ \sin\beta \cdot \sin\alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{j}' = \begin{bmatrix} -\sin\alpha \\ 0 \\ \sin\beta \cdot \cos\alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos\beta \end{bmatrix}.$$

Ko upoštevamo prej omenjene pogoje: razmerje dolžin in vsoto dolžin projekcij, lahko izračunamo vrednost matrike:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{7}{8}} & -\frac{1}{\sqrt{8}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3\sqrt{8}} & \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} & \sqrt{\frac{8}{9}} \end{bmatrix}$$

in s tem poznamo rešitev za kota α in β:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{7}{8}} \Rightarrow \alpha = arccos\left(\sqrt{\frac{7}{8}}\right) \approx 20.74^\circ,$$

$$\cos\beta = \sqrt{\frac{8}{9}} \Rightarrow \beta = arccos\left(\sqrt{\frac{8}{9}}\right) \approx 19.47^\circ.$$

Na enak način to transformacijo lahko prikažemo tudi grafično na fig. 1:

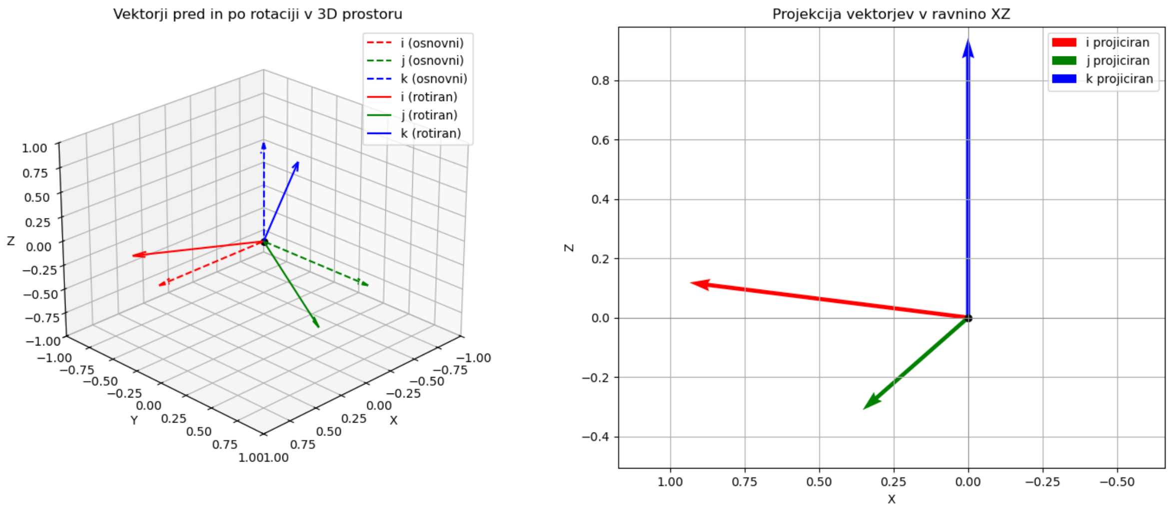

Figure 1: Prikaz rotacije prostora za dimetrično projekcijo.