
Osnove 3D modeliranja in tehniškega risanja za učitelje tehnike in tehnologije

Modularni učni priročnik za bodoče učitelje tehnike in tehnologije. Začenja se z razumevanjem 3D modeliranja kot temelja tehniške predstavitev. Sledi sistematičen prehod v tehniško risanje in uporabo standardov. Združuje teorijo, prakso in pedagoški kontekst.

dr. David Rihtaršič

Kazalo

1 Uvod v modeliranje s programom FreeCAD	1
1.1 Namestitev, osnovna nastavitev in delovna okolja	1
1.2 Modeliranje: Skica, Pad in Pocket	5
1.3 Parametrično modeliranje: omejitve, reference in spremenljivke	9
1.4 Modeliranje: Mirror, Revolve in Sweep	20
1.5 Soodvisne oblike sestavnih delov	28
1.6 Referenčne ravnine, premice in točke	34
2 Projekcije	41
2.1 Aksonometrične projekcije	41
2.2 Prinzipi prve in tretje kotne projekcije	46
2.3 Pravokotne projekcije (večpogledne risbe)	47
3 Standardi tehniške dokumentacije	49
3.1 Vrste črt, pisava in oznake	50
3.2 Kote in kotiranje v tehnični dokumentaciji	51
3.3 Prerezi in prikazi prerezov	51
3.4 Tolerance mer in oblik	52
3.5 Označevanje hrapavosti površin in materialov	53
3.6 Kosovnice in sestavni načrti	54
3.7 Standardi tehniške dokumentacije	55
4 Ročno tehniško risanje	57
4.1 Vloga ročnega risanja	57
4.2 Trdota svinčnika, pripomočki in priprava	58
4.3 Risanje osnovnih geometrijskih elementov	59
4.4 Osnove opisne geometrije	60
5 PRILOGA	63
5.1 Izračuni pravokotne projekcije	63
5.2 Izračun kotov rotacije izometrične projekcije	67
5.3 Izračun točke pogleda za dimetrično projekcijo	73

5.4 Izračun kotov rotacije dimetrične projekcije	78
--	----

VIRI IN LITERATURA

81

1 Uvod v modeliranje s programom FreeCAD

Modeliranje je temeljni del sodobnega inženirskega oblikovanja in načrtovanja. Omogoča natančno predstavo o končnem izdelku še pred fizično izdelavo ter omogoča hitrejše in učinkovitejše iteracije pri razvoju. V tem učnem sklopu se bomo spoznali z osnovami parametričnega 3D-modeliranja s pomočjo odprtakodnega programa **FreeCAD**, ki je posebej primeren za izobraževalno rabo.

Vsebina sklopa

Ta učni sklop vsebuje naslednje učne enote:

- **1.1 Namestitev, osnovna nastavitev in delovna okolja**

Spoznali bomo, kako se FreeCAD namesti, kako prilagodimo osnovne nastavitev in kakšna so glavna delovna okolja (Sketcher, Part Design).

- **1.2 Geometrijske omejitve in parametrično načrtovanje**

Poudarek bo na razumevanju dimenzijskih in geometrijskih omejitev ter osnovah parametričnega modeliranja.

- **1.3 Napredna orodja modeliranja**

Predstavili bomo naprednejše funkcije, kot so Loft, Mirror, Pattern, Boolean operacije in Shape Binder.

- **1.4 Modeliranje enostavnih sestavljenih modelov**

V tej enoti bomo vstopili v svet sestavljanja modelov iz več delov z uporabo ustreznih delovnih okolij.

- **1.5 Pomožne ravnine in delo v prostoru**

Naučili se bomo uporabljati datum ravnine, lokalne koordinate in usmerjene skice za kompleksnejše 3D-modeliranje.

Vsaka enota vsebuje ločen teoretični del s primeri ter praktične vaje z nalogami in izzivi.

1.1 Namestitev, osnovna nastavitev in delovna okolja

Za uspešno delo s programom FreeCAD je ključno, da ga pravilno namestimo, razumemo osnovne nastavitev in se seznanimo z najpomembnejšimi delovnimi okolji.

1.1.1 Namestitev FreeCAD

Program FreeCAD je odprtakodna programska oprema, ki jo lahko prenesemo s spletno strani: <https://www.freecad.org/>

Na voljo je za različne operacijske sisteme (Windows, macOS, Linux).

1.1.1.1 Koraki namestitve (primer za Windows)

1. Obišči spletno stran in prenesi namestitveno datoteko.
2. Zaženi namestitveni program.
3. Sledi navodilom čarownika in zaključi namestitev.

1.1.2 Osnovna nastavitev

Po prvem zagonu lahko prilagodimo osnovne nastavitve:

- Izberemo privzeto delovno okolje (npr. *Part Design*),
- Nastavimo enote (npr. milimetre),
- Prilagodimo videz (teme, ikone, mreža).

To storimo v meniju **Edit > Preferences**.

Omenimo nekaj pomembnejših nastavitev:

- General:
 - General : Numeric format - nastavite decimalno vejico kot mejni simbol med celim in decimalnim delom števila (npr.: Operating system)
 - General : Theme - nastavitev svetle/temne teme.
 - General : Size of toolbar icons - pilagodite velikost ikon, da ustreza vašem zahtevam.
 - Selection : Radius - radij v katerem je mogoče označevati posamezne gradnike.
- Notification Area:
 - Enable Pop-Up Notifications - pojavno okno z napakami in opozorili lahko izključimo,
 - Maximum duration - nastavimo čas pojavnosti in
 - Maximum concurrent Notification count - omejimo lahko koliko sporočil naj se pojavi v tem oknu. Ob veliko napakah to okno lahko zasede znaten del delovnega okolja.
- Display:

- 3D View : Show coordinate system in the corner - prikaz orientacije osnovnih treh osi pride zelo prav med modeliranjem, saj moramo večkrat pravilno izbrati smer operacije.
 - 3D View : Relative size - Prilagodimo lahko velikost te oznake.
 - 3D View : Marker size - Nastavimo velikost točk.
- Sketcher:
 - Display : Font size - velikost pisave (kotirnih elementov) v skici.
 - Display : View scale ratio - spremenimo lahko velikost vseh elementov v skici.
 - TechDraw:
 - General : Label Font - pisavo nastavimo na [ISOCPEUR](#).
 - General : Projection group angle - v evropskem prostoru uporabljamo [First-angle](#) projekcijo.
 - General : Section line convention - nastavimo na ISO.
 - General : Default template - priporočljivo je nastaviti svojo predlogo glave za tehnične risbe.
 - Dimensions : Font size - Današnja praksa dovoljuje višino pisave 3.5 mm za velikosti od A4 do A2.
 - Dimensions : Arrow style - Strokovno področje strojništva in lesarstva uporablja polne tanke puščice.
 - Dimensions : Arrow size - Enaka dolžina kot je višina pisave - torej 3.5 mm.
 - Annotation : Line standard - ISO 128
 - Annotation : Line width group - FC 0.5 mm
 - Colors : Transparent Faces - Označimo prosojnost ploskev zato, da ob izvozu v format [SVG](#) nimamo ploskev obarvanih rahlo sivo (ali v števajščki obliki RGB prostora `#f1f3f5`).
 - HLR : Hidden Line Removal : Show Hard Lines - označimo da nam izrisuje tudi skrite robove.

1.1.3 Delovna okolja

FreeCAD omogoča delo v več specializiranih okoljih. Najpomembnejša za začetno modeliranje sta:

- **Sketcher** – omogoča ustvarjanje 2D skic in določanje omejitev (angl. Constraints) narisanih objektov.
- **Part Design** – omogoča izdelavo 3D modelov iz skic z uporabo funkcij (extrude, pad, pocket itd.).

Druga uporabna okolja (kasneje):

- **Part** – delo z osnovnimi telesi (primitives),
- **Assembly (A2+, A4)** – za sestavljanje več delov,
- **TechDraw** – za izdelavo tehničnih risb.

1.1.4 Dodatna orodja

FreeCAD omogoča namestitev dodatnih orodij, delovnih okolij, programskih rešitev, elementov ... ki niso prvotno nameščena. Do teh možnosti dostopamo preko [Tools](#) -> [Addon Manager](#). Naj omenimo nekaj uporabnih dodatkov:

- **FCInfo:** je orodje, ki ponudi različne informacije o modelu kot so: velikost, prostornina, masa... Ker je masa pogosto podatek, ki je prisoten v glavi tehnične dokumentacije (saj neposredno vpliva na ceno izdelka) bomo to orodje potrebovali.

1.1.5 Primer iz prakse

Po uspešni namestitvi programa se ustvari nova prazna datoteka, v kateri se raziskujejo možnosti v meniju Preferences in prilagajajo osnovne nastavitev (npr. enote, mreža, barve).

Pravilno: nastavitev milimetrov, izbira privzetega okolja Part Design.

Nepравилно: izbira napačnih enot (palci), ignoriranje nastavitev mreže (snap to grid).

1.1.6 Grafični vmesnik in navigacija

1.1.6.1 Premikanje in orientacija pogleda

- Nastavi na BLENDER:
 - leva miškina tipka (LMT),
 - srednja miškina tipka (SMT),
 - desna miškina tipka (DMT)

1.1.6.2 Model

- Seznam operacij
- Create Body (samostojen objekt, sestavni del)
 - krepko besedilo -> objekt, ki je aktiven in omogoča izvedbo operacij
 - sivo besedilo -> objek je v glavnem oknu skrit

1.1.6.3 Task Pannel

- todo

1.2 Modeliranje: Skica, Pad in Pocket

Na **praktičnih primerih** bomo spoznali osnovne načine modeliranja in funkcije različnih orodij.

1. **Upoštevajte organizacijo orodij v orodni vrstici:** V FreeCAD-u so orodja v orodni vrstici znotraj posameznih delovnih okolij pogosto razvrščena v zaporedju, ki ga bomo uporabljali pri modeliranju. Na primer, v delovnem okolju Part Design začnemo z ustvarjanjem telesa (Create Body), nadaljujemo z risanjem tlorisne skice, sledimo ekstrudirjanju preseka v tridimenzionalni model s pomočjo orodja Pad, ter zaključimo z odstranitvijo odvečne geometrije s pomočjo orodja Pocket. Takšno logično zaporedje omogoča sistematično in učinkovito uporabo funkcionalnosti programa, kar je bistvenega pomena za uspešno izvedbo modeliranja v CAD okolju.

2. Create Body

V delovnem okolju Part Design je ustvarjanje telesa (Create Body) prvi korak pri zasnovi tri-razsežnih modelov. Telo predstavlja osnovno entiteto, ki zbirajo vse nadaljnje geometrijske in operacijske modifikacije modela. S tem se zagotovi, da so vsi elementi znotraj telesa med seboj povezani in organizirani.

- **Vloga telesa:** Telo služi kot zbirnik za skice, funkcije in druge konstrukcijske elemente. To omogoča jasno strukturo in hierarhijo modela, ki je ključnega pomena pri kompleksnejših projektih.
- **Ustvarjanje telesa:** Za začetek modeliranja je potrebno najprej ustvariti telo. To lahko storimo z izbiro funkcije 'Create Body' v orodni vrstici. Ta funkcija doda novo telo v dokument in ga postavi v središče konstruktorske ravnine.
- **Lastnosti telesa:** Po ustvarjanju telesa je možno določiti njegove lastnosti, kot so ime in vidnost. Te lastnosti so pomembne za boljšo prepoznavnost in urejenost modela, še posebej v dokumentih z več telesi.
- **Hierarhična struktura:** Vse skice, pad, pocket in druge funkcije, ki se dodajo, so urejene znotraj telesa. To omogoča enostavno upravljanje in spremembe, saj je vsaka modifikacija omejena na specifično telo.

Ta postopek ustvarja organizacijsko ogrodje, ki omogoča natančno in prilagodljivo modeliranje ter je ključen za zagotovitev doslednosti in stabilnosti pri modeliranju kompleksnih geometrij v CAD sistemu.

3. Create Sketch

Skica v FreeCAD-u je ključni gradnik pri oblikovanju tridimenzionalnih modelov, saj predstavlja dvodimenzionalno predstavitev geometrije, ki se lahko kasneje transformira v prostorsko obliko.

- **Izbira ravnine skice:** Preden začnemo s skiciranjem, je potrebno izbrati ustrezeno delovno ravnino. Skica je običajno določena v eni od osnovnih ravnin (XY, YZ, XZ) ali pa na površini obstoječe geometrije, kar omogoča nadaljnje oblikovanje in prilagoditve modela.
- **Aktivacija orodja za skiciranje:** Po izbiri ravnine aktivirajte orodje za ustvarjanje skic, kjer imate na voljo različna geometrijska orodja. Na primer, za začetek lahko uporabite orodje [pravokotnik](#).
 - **Risanje oblik:** Z miško definirajte oblike, kot je kvadrat, v izbrani ravnini. Natančnost je ključna, saj vsaka dodatna omejitve ali modifikacija temelji na tej osnovni geometriji.
 - **Dodatne možnosti v task panelu:** Task panel ponuja dodatne možnosti za natančnejše določanje lastnosti skice, kot so dimenzijske in omejitve. Te možnosti vam omogočajo prilaganje postavitve in natančno konfiguracijo geometrije še pred ekstruzijo.

Skiciranje je osrednjega pomena za vsak CAD projekt, saj predstavlja začetno točko za transpozicijo zamisli v oprijemljivo prostorsko strukturo. Skrbno načrtovana skica omogoča osnovo za nadaljnje operacije, kot so ekstruzija, rezanje in druge modificirajoče funkcije.

4. Določanje omejitev

Določanje omejitev je ključen korak v procesu skiciranja, saj zagotavlja, da so geometrija in dimenzijske skice točno opredeljene, kar omogoča stabilnost in točnost nadaljnjih korakov v modeliranju.

- **Tehnike označevanja elementov:** Za učinkovito določanje omejitev je pomembno pravilno označevanje elementov, ki jih želite omejiti.
 - Z uporabo Ctrl in levega miškinega klika (LMT) lahko označimo več elementov hkrati, kar je koristno pri urejanju in nastavljenju več omejitev hkrati.
 - Z LMT in potegom v desno označimo le tiste elemente, ki so v celoti znotraj izrisanega pravokotnika. Ta metoda je primerna za selektivno urejanje specifičnih delov skice.
 - Z LMT in potegom v levo pa označimo vse elemente, ki jih pravokotnik dotika, kar omogoča hitrejšo selekcijo v bolj zgoščenih skicah.
 - Dvaklik z LMT označi vse povezane elemente, kar je uporabno pri delu z zapletenimi skicami, kjer je potreben pregled in urejanje povezav.
- **Vrstni red označevanja:** Pri določenih omejitvah, kot so simetrija ali ko-linearnost, je vrstni red označevanja elementov ključnega pomena. Pravilno zaporedje zagotavlja predvidljivo vedenje geometrije.
- **Celovito omejevanje:** Za polno definirano skico, ki se obarva [zeleno](#), je potrebno dodati zadostne omejitve, ki opredeljujejo vse dimenzijske in relacijske med elementi. Takšna natančno definirana skica zagotavlja robustnost tranzicije v trirazsežne operacije.

- V nekaterih primerih ni potrebno polno omejevanje skice. To je lahko v fazah eksperimentiranja, ko se načrt še spreminja, ali kadar so relacije ali določene dimenzijske odvisne od zunanje geometrije, ki bo morda definirana pozneje.

Pazljivo določanje omejitev zagotavlja, da skica ostane skladna in prilagodljiva za nadaljnjo uporabo pri razvijanju kompleksnejših CAD modelov.

5. Ekstrudiranje skice

Orodje PAD v FreeCAD-u omogoča transformacijo dvodimensionalne skice v tridimensionalno obliko z izvlekom (ekstrudiranjem). To orodje je ključnega pomena pri CAD modeliranju, saj predstavlja osnovni korak pri prehodu od dvo- k tridimensionalnim modelom.

- **Določanje dolžine izvlečenja:** Uporabniki imajo možnost natančnega določenja dolžine, za katero se skica izvleče v tridimensionalni prostor. To omogoča ustvarjanje geometrij, ki so skladne z načrti in vključenimi komponentami.
- **Dvostransko izvlečenje:** Orodje omogoča ekstrudiranje skice v obe smeri. Ta funkcionalnost je posebej uporabna za ustvarjanje kompleksnejših in simetričnih oblik, saj omogoča oblikovanje okoli centralne ravnine.
- **Simetrično izvlečenje do ravnine skice:** Z izbiro te možnosti se zagotavlja, da je ekstrudirana oblika enakomerno razporejena glede na začetno skico, kar je koristno pri modelih, ki potrebujejo uravnoteženo porazdelitev mase ali geometrije.
- **Uporaba geometrijskih omejitev v skici:** Pred izvlečenjem je ključnega pomena, da so vse geometrijske omejitve pravilno nastavljene. To zagotavlja natančnost in stabilnost končnega tridimensionalnega modela, preprečuje pa morebitne napake med procesom.
- **Preprečevanje napak pri ekstrudiranju:** Ekstrudiranje ne bo uspešno, če:
 - **Povezave v skici niso tesno sklenjene:** Skica mora biti zaprta, da proces deluje. Če povezave niso popolne, program sproži napako ali opozorilo, pri čemer so problematične točke običajno prikazane **sivo**, ne **rdeče**.
 - **Neprecizna presečišča:** Jasna opredelitev presečišč je potrebna, da se loči notranje in zunanje dele skice. Nepojasnjena presečišča lahko vodijo do napačne geometrije.
- **Odkritje napak:** Če se med procesom pojavijo težave, lahko uporabnik označi problematično skico in nato uporabi **Sketch -> Validate Sketch -> Highlight Troublesome Vertices** za identifikacijo kritičnih točk.

Navedene smernice in preverjanje omogočajo dosleden prehod iz dvo- v tridimensionalno obliko, kar je temeljna zmožnost pri učinkovitem CAD modeliranju.

6. Ponavljanje korakov za oblikovanje

Z upoštevanjem in ponavljanjem prej opisanih korakov lahko ustvarimo številne enostavne oblike in strukture. Zlasti koraki 3 (Create Sketch), 4 (Določanje omejitve), in 5 (Ekstrudiranje skice) so ključni za dodajanje geometrijskih struktur modelu. Pogosto se vrnemo k tem korakom, da bi razširili, prilagodili ali izboljšali model, kar je značilen proces pri CAD modeliranju. Tako skice kot njihovo prilagajanje in ekstrudiranje omogočajo fleksibilnost in kreativnost pri oblikovanju tridimenzionalnih modelov.

7. Uporaba orodja Pocket

Orodje Pocket v FreeCAD-u je bistveno za dodajanje detajlov ali odstranjevanje materiala iz obstoječega tridimenzionalnega modela. S tem orodjem lahko ustvarimo vdolbine, reže ali izdolbemo specifične oblike v modelu. To omogoča podrobnejše prilagoditve in oblikovanja, ki so osnova za kompleksne projekte.

- **Izbira skice za Pocket:** Za uporabo orodja Pocket, najprej ustvarite ustrezno skico na obstoječem modelu, ki jo želite uporabiti kot vodilo za odvajanje materiala.
- **Določanje globine žepka:** Uporabnik lahko določi natančno globino žepka, s čimer določi, koliko materiala naj bo odstranjeno iz modela. Ta možnost omogoča natančno kontrolo nad količino in lokacijo materiala, ki bo izdolben.
- **Možnosti smeri odvajanja materiala:** Orodje Pocket omogoča odvajanje materiala v eno ali obojestransko smer, kar omogoča prilagodljivo odzivanje na različne konstrukcijske zahteve.
- **Uporaba omejitev iz skice:** Rimane omejitve iz skice so bistvenega pomena. Preden uporabite Pocket, zagotovite, da so omejitve v skici pravilno definirane, kar zagotavlja natančno odstranjevanje materiala in stabilnost končnega modela.
- **Preprečevanje napak pri orodju Pocket:** Pocket funkcija ne bo uspešna, če:
 - **Skica ni popolnoma zaprta:** Kot pri ekstrudirjanju, mora biti skica zaprta, da zagotovimo pravilno delovanje orodja. Orodje aktualizira napako ob odprtih skicah.
 - **Preseki geometrije niso definirani:** Preseki in njihova jasnost določajo ali Pocket uspešno obvlada geometrijske modifikacije.
- **Identifikacija napak:** V primeru nepravilnosti lahko uporabniki pregledajo skico z uporabo [Sketch > Validate Sketch > Highlight Troublesome Vertices](#), s čimer lahko hitro in učinkovito odpravijo težave.

Orodje Pocket je skupaj z ekstrudiranjem eno od osnovnih orodij, ki se pogosto uporablja pri ustvarjanju in prilagajanju CAD modelov, kar omogoča ustvarjanje kompleksnih in detajlnih geometrijskih struktur.

1.3 Parametrično modeliranje: omejitve, reference in spremenljivke

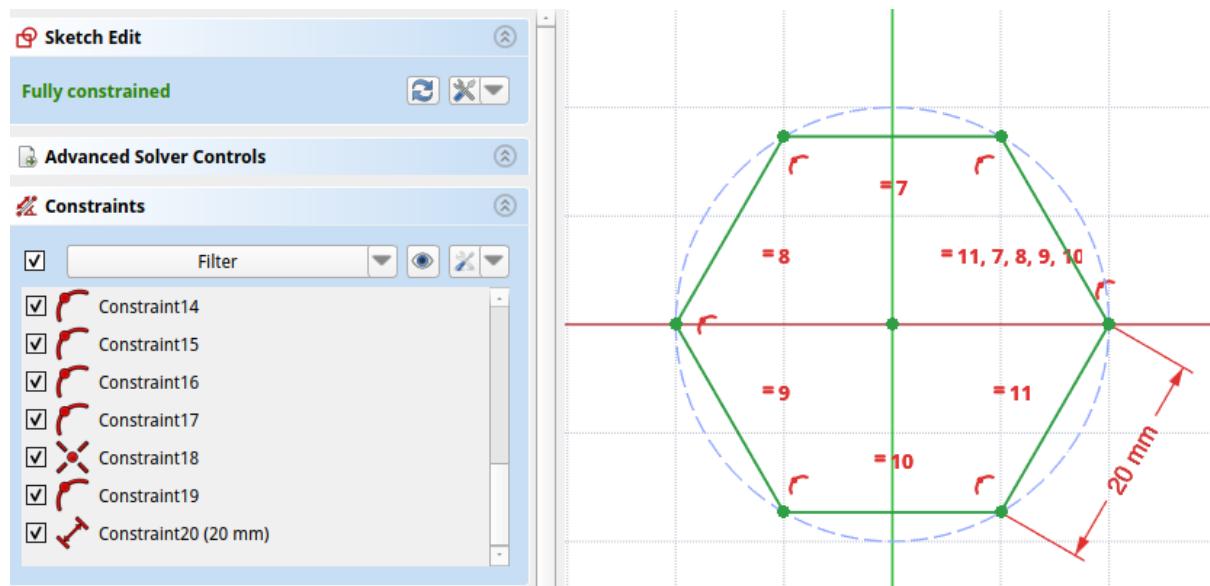
Parametrično načrtovanje omogoča, da so vsi elementi modela definirani z dimenzijskimi vezavami in odvisnostmi, ki jih lahko kadarkoli sprememimo. S tem postane model prilagodljiv in enostaven za posodabljanje. Vsaka sprememba parametra se samodejno odraža v celotnem modelu.

V okolju **FreeCAD** to pomeni, da so skice, telesa in funkcije povezane prek parametrov, ki jih lahko določimo numerično ali s formulami. Praktični primeri so dosegljivi v datoteki [Geometrijske_omejitve_in_parametricno_nacrtovanje.FCStd](#).

Ključne prednosti:

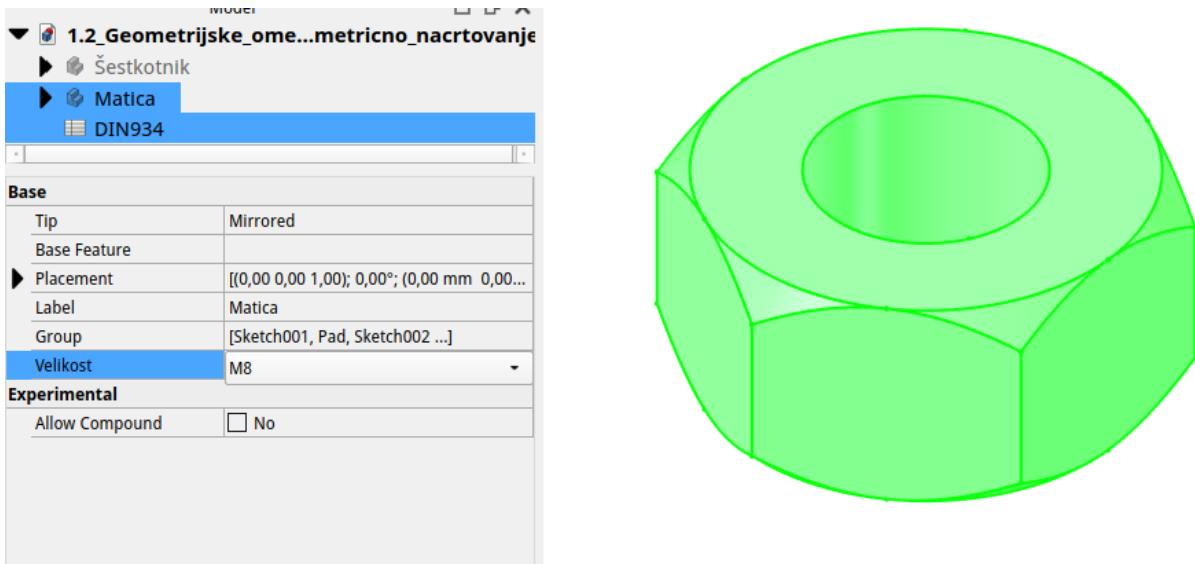
- prilagodljivost in ponovna uporabnost modelov,
- možnost ustvarjanja različic modelov z različnimi dimenzijskimi vezavami,
- lažje posodabljanje projektov.

Primer 1: pri šestkotniku na sl. 1.1, kjer je dolžina stranice podana kot osnovna dimenzija, so vsi robovi enako dolgi in ogljišča enako oddaljena od središča. Če sprememimo dolžino stranice **a**, se samodejno spremeni celoten obris in velikost šestkotnika.



Slika 1.1: Pravilni šestkotnik je definiran z le eno dimenzijsko omejitevijo.

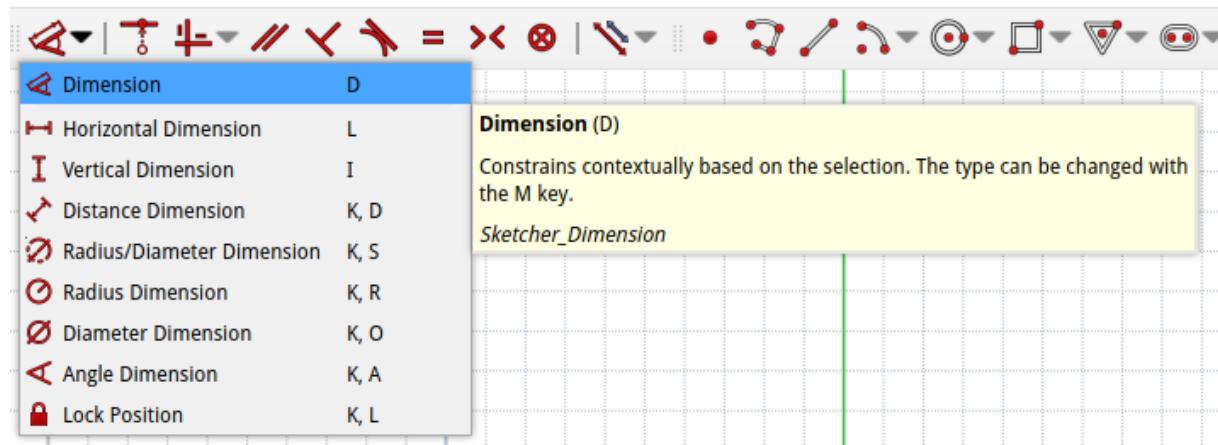
Primer 2: šesterokotna matica na sl. 1.2, kjer so ključne mere izpeljane iz ene vhodne spremenljivke — **nazivnega premera navoja** (npr. M8, M10, M12). Širina med dvema ploskvama **s** in višina **m** sledita standardnim razmerjem glede na **D** (glej tabelo standardov DIN 934), notranja odprtina pa je vezana na **D** (ustrezna izvrtina, ki je potrebna za vrezovanje navoja). Tako lahko z eno vrednostjo **D** avtomatsko določiš celotno geometrijo matice.



Slika 1.2: Matica je definirana po ISO standardou DIN 934 in njene dimenziije so shranjene v tabeli.

1.3.1 Dimenzijske omejitve

Dimenzijske omejitve določajo **numerične vrednosti**, ki opisujejo dolžine, kote, polmere in oddaljenosti. V FreeCAD Sketcher-ju se te omejitve dodajajo z orodji za **dimenzijske** in so prikazane na sl. 1.3 v spustnem menu-ju.



Slika 1.3: Spustni menu z orodji za dimenzijsko omejevanje.

Vrste dimenzijskih omejitev

- **Dolžina (Distance Constraint):** Določi dolžino črte ali razdaljo med točkama.
- **Kot (Angle Constraint):** Določi kot med dvema črtama.
- **Polmer/Premer (Radius/Diameter Constraint):** Določi velikost kroga ali loka.

Nasvet: kombinacija geometrijskih in dimenzijskih omejitev omogoča popolno definicijo skice.

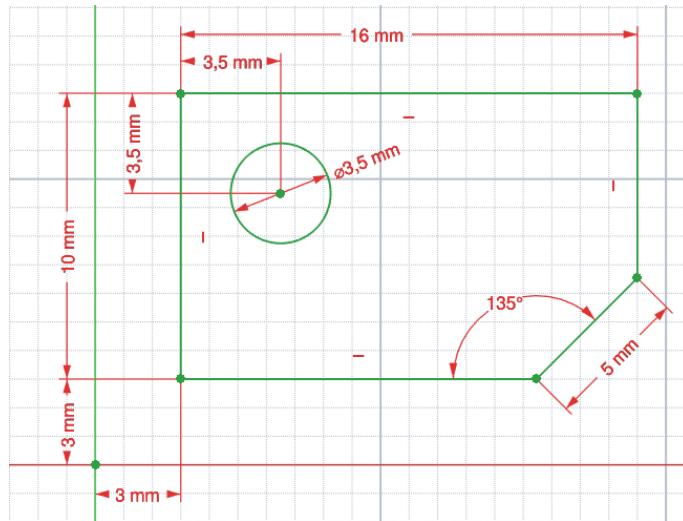
Primer uporabe

Na sl. 1.4 so prikazane naslednje **dimenzijske omejitve (constraints)** – to so tiste, ki določajo velikosti in kote skiciranih elementov:

1. Dolžina pravokotnika (vodoravno): 16 mm – razdalja med levim in desnim vogalom pravokotnika.
2. Višina pravokotnika (navpično): 10 mm – razdalja med zgornjim in spodnjim robom.
3. Razmak luknje od levega roba (vodoravno): 3 , 5 mm – razdalja med središčem kroga in levim robom.
4. Razmak luknje od zgornjega roba (navpično): 3 , 5 mm – razdalja med središčem kroga in zgornjim robom.
5. Razmak spodnjega roba od vodoravne osi (navpično): 3 mm – razdalja med spodnjim robom pravokotnika in neko referenčno črto spodaj.
6. Razmak levega roba od vertikalne osi (vodoravno): 3 mm – razdalja med levim robom pravokotnika in referenčno črto levo.
7. Kot med poševno črto in spodnjim robom: 135 – verjetno med diagonalno linijo in vodoravno.

8. Premer kroga: 3,5 mm

9. Dolžina poševne črte: 5 mm – dolžina linije, ki tvori kot 135.



Slika 1.4: Primer uporabe dimenzijskih omejitev.

1.3.2 Geometrijske omejitve

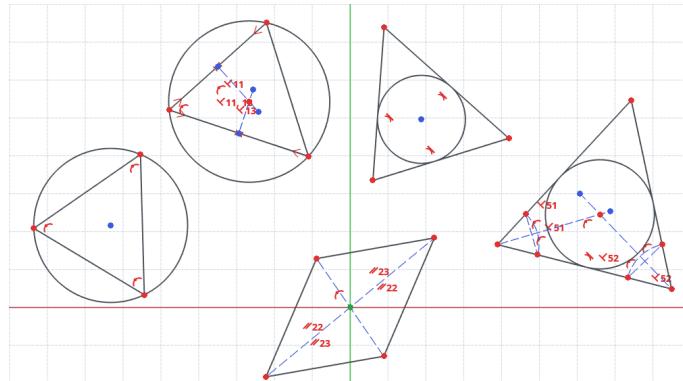
Geometrijske omejitve določajo **relacije med geometrijskimi elementi** (točke, črte, krogi, loke). Namen omejitev je, da določimo, kako so elementi med seboj poravnani, vzporedni, pravokotni, koncentrični ipd.

Vrste geometrijskih omejitev

- **Vodoravnost (Horizontal Constraint):** Poravna element v vodoravni smeri glede na koordinatni sistem.
- **Navpičnost (Vertical Constraint):** Poravna element v navpični smeri.
- **Vzporednost (Parallel Constraint):** Dve črti imata enako smer.
- **Pravokotnost (Perpendicular Constraint):** Črti sta pod kotom 90° .
- **Tangencialnost (Tangent Constraint):** Krožnica se dotika črte ali loka.
- **Simetričnost (Symmetry Constraint):** Elementi so simetrični glede na os.
- **Kolinearnost (Coincident Constraint):** Dve točki ali točka in črta se stikata.

Opomba: Priporočljivo je, da uporabimo čim manj omejitev, vendar dovolj, da je skica popolnoma definirana.

Geometrijski primeri



Slika 1.5: Nekaj primerov uporabe geometrijskih omejitev.

NALOGA: Paralelogram s središčem v izhodišču (0,0)

Nariši paralelogram tako, da je presečišče diagonal v izhodišču, nasprotna oglišča pa so simetrično oddaljena od izhodišča.

1. Postavi štiri daljice \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} in \overline{DA} približno v obliki paralelograma.
2. Uporabi **simetričnost** (Symmetry): izberi točki A in C ter referenco **izhodišče (0, 0)** \rightarrow A in C naj bosta simetrična glede na točko (0,0). Ponovi za B in D.
3. Dodaj **paralelnost**: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ in $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.
4. (Neobvezno) Poudari lastnost **središča**: dodaj diagonali \overline{AC} in \overline{BD} (konstrukcijsko) ter uveljavji **kolinearnost** njunega presečišča z izhodiščem.

Uporabljene omejitve: simetričnost, paralelnost, kolinearnost, (vodoravnost/navpičnost kot pomožne).

NALOGA: Poljubnemu trikotniku očrtaj krožnico

Za poljuben trikotnik ABC skonstruiraj krožnico, ki gre skozi vsa tri oglišča.

a) S točkami na krožnici (“kolinearnimi” točkami)

1. Nariši poljuben trikotnik ABC.
2. Nariši **krog** s poljubnim središčem O in polmerom.

3. Za vsako oglišče (A, B, C) dodaj omejitev **kolinearnosti** na krog.

b) S simetralami stranic (pravokotne simetrale)

1. Za stranico \overline{AB} postavi pomožno točko M_AB in uveljavlji **simetričnost** točk A in B glede na M_AB (M_AB postane **sredina**).
2. Skozi M_AB nariši pomožno črto in ji dodaj **pravokotnost** na \overline{AB} (to je pravokotna simetrala AB).
3. Ponovi 1–2 za stranico AC (dobiš M_AC in ustrezno pravokotno simetralo).
4. Presečišče obih pravokotnih simetral označi z O (dodaj **kolinearnost**).
5. Nariši **krog** s središčem O skozi enega od vrhov (A, B ali C).

Uporabljene omejitve: koincidenca, točka-na-objektu, simetričnost, pravokotnost.

NALOGA: Poljubnemu trikotniku včrtaj krožnico

Za poljuben trikotnik ABC skonstruiraj krožnico, ki se dotika vseh treh stranic.

a) S tangentami na stranice

1. Nariši trikotnik ABC.
2. Nariši **krog** s poljubnim središčem O.
3. Za vsako stranico trikotnika dodaj omejitev **tangentnost** med krogom in stranico.

b) S simetralami kotov (incenter)

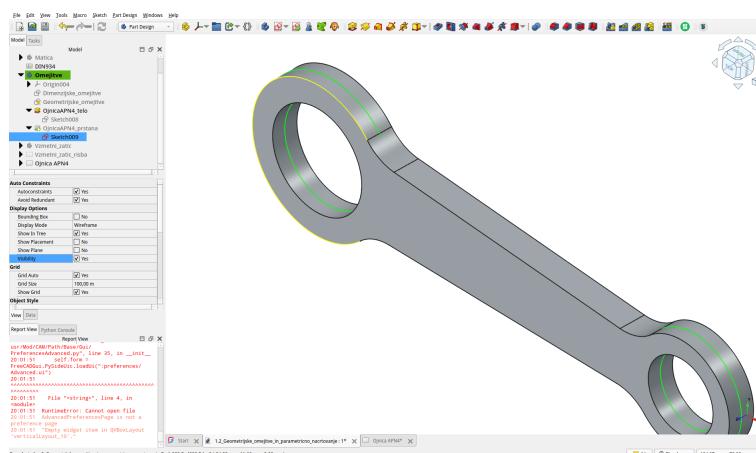
1. Nariši trikotnik ABC.
2. Iz ogljišča A nariši lok ADE.
3. Dodaj daljico \overline{DE} .
4. Dodaj daljico \overline{AF} tako, da bo pravokotna z daljico \overline{DE} .
5. Ponovi korake 2 - 4, le da simetralo kota narediš v ogljišču B.
6. Kjer se simetrali kotov sekata dodaj točko O in jo uporabi kot središče včrtane krožnice.
Krožnica se mora dotikate stranice trikotnika tangentno.

Uporabljene omejitve: tangentnost, pravokotnost (radij \perp tangenta), enakost (razdalj), koincidenca.

1.3.3 Projekcija robov in ogljišč

V postopkih tehničnega risanja in modeliranja pogosto potrebujemo, da se elementi obstoječih 3D modelov (robovi, ogljišča, obrobe) prikažejo v ploskvi skice, da jih uporabimo kot referenco za nove geometrije ali omejitve. Orodje **External Projection** ustvari pravokotno projekcijo izbranih zunanjih robov/ogljišč na trenutno ravnino skice. Projekcija ostane parametrično povezana z originalnimi objekti—če se izvor spremeni, se ustreznost posodobi tudi projekcija.

Pri modeliranju ojnice APN4 je orodje External Projection uporabljeno za dodajanje dveh prstanov, ob upoštevanju naslednjih dimenzij: globina telesa ojnice 6 mm, globina vsakega prstana 12 mm, kar pomeni, da prstana izstopata iz telesa ojnice 3 mm na vsaki strani. Na sl. 1.6 je prikazano telo ojnice. Rumeno obarvan rob moramo projecirati v skico prstanov. Tak potek uporabe External Projection omogoči natančno dodajanje prstanov, ki se popolnoma prilegajo obstoječi geometriji ojnice. Podrobnejša dokumentacija ojnice za APN4 je dosegljiva v dokumentu [Ojnice APN4.pdf](#).



Slika 1.6: Primer uporabe orodja **External Projection** na primeru modeliranja prstanov na telesu ojnice.

1.3.4 NALOGA: Uporabi orodje External Projection za prileganje prstanov zunanjim konturi telesa ojnice.

- Na XY ravnini ustvarite skico telesa ojnice iz večpogledne projekcije (razčlenite projekcijo v obris telesa in položaj lukenj).
 - Poskrbite, da so glavni konturi in luknje parametrično omejene z dimenzijskimi prevzetiimi iz projekcije.

- Ekstrudirajte obliko telesa (telo ojnice) simetrično glede na ravnino skice z globino 3 mm, tako da je po skupna globina telesa 6 mm.
2. Ustvarite novo skico na XY ravnini za prstane. Skica naj bo aktivna in nameščena natanko na XY ravnini, ki jo uporabljate kot referenco.
 - Preden začnete risati krožnice prstanov, pripravite External Projection za prenosenje kontur iz telesa.
 3. Projecirajte notranjo črto vsake luknje (rob notranjosti) na skico prstanov. Projekcija vsake luknje biti definicijska (defining) — to pomeni, da izberete projekcijo kot dejansko geometrijo (ne konstrukcijsko ali pomožno črto). To zagotovi, da bo notranji rob prstana točno vezan na položaj luknje.
 - Projecirajte zunanjega kontura telesa ojnice, vendar to nastavite kot konstrukcijsko črto (construction). Ta pomožna (construction) črta služi kot referenca, ne kot dejanski rob prstana.
 4. Po konstrukcijski projekciji zunanje konture narišite dve krožnici:
 - veliki prstan: krožnica s premerom 32 mm
 - manjši prstan: krožnica z zunanjim premerom 24 mm
 - Pri postavitvi središč krožnic upoštevajte projekcijo: center kroga naj leži na ustreznih središčnih linijah oziroma v skladu z geometrijo iz projekcije, tako da sta krožnici pravilno poravnani s projekcijo zunanje konture.
 5. Izberite profil vsakega prstana in ekstrudirajte simetrično glede na ravnino skice v obe strani za 6 mm (torej skupni debelinski vložek prstana je 12 mm).

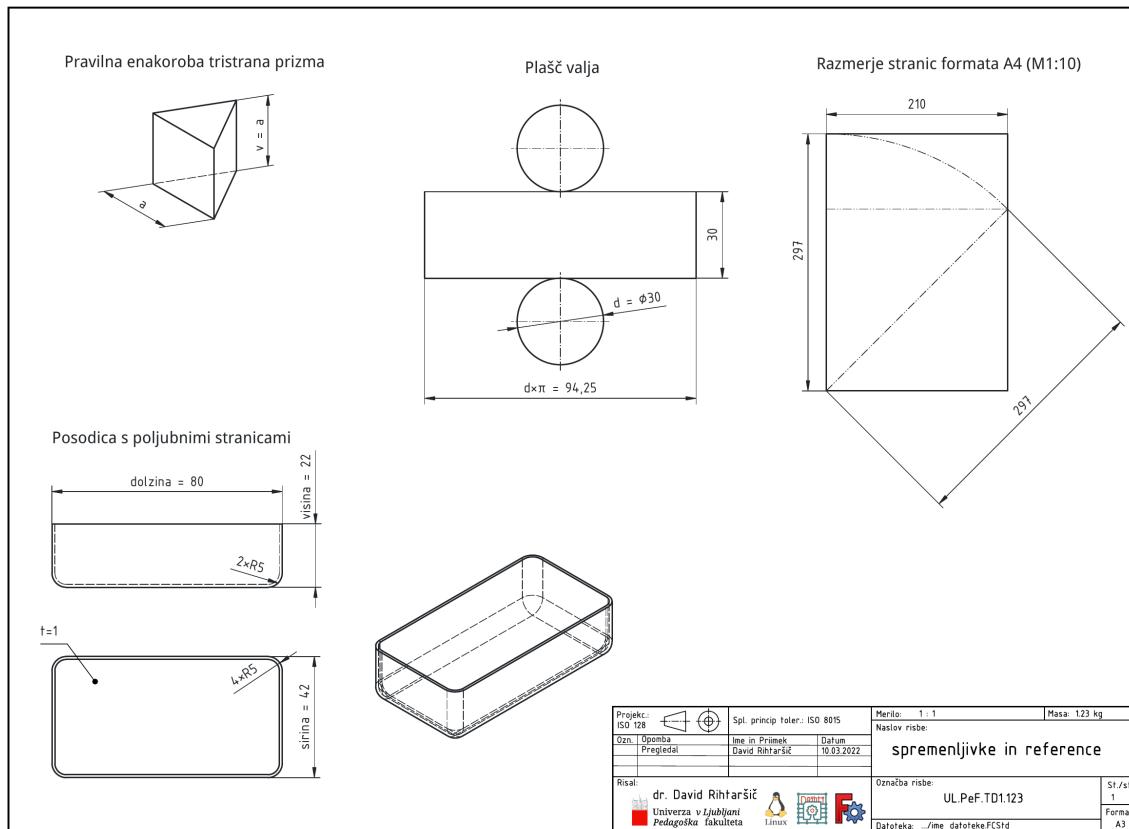
1.3.5 Parametričnost in uporaba spremenljivk

Parametrično modeliranje je pristop, ki temelji na definiranju geometrije preko vnaprej določenih parametrov. Namesto ročnega vnašanja mer se oblikuje mreža odnosov med dimenzijami, kar omogoča hitro prilagajanje in ponovljivo proizvodnjo. V FreeCAD-u so ključni elementi prav spremenljivke (variables) in referenčne mere, ki povezujejo različne dele modela: sprememba enega parametra samodejno posodobi sorodne dele, zaračunajo pa se tudi vzporedne dimenzijske povezave.

Pri snovanju lastnih delov je koristno vključiti meritne točke in reference (npr. robovi, središča ali obsege) kot referenčne mere, ki zagotavljajo doslednost pri večkratnem ponavljanju izdelkov. S tem pristopom lahko vnaprej določimo obliko izdelka in njegovo uporabnost v daljšem časovnem okviru, saj je vsaka sprememba enega parametra pragmatično povezana z ostalimi lastnostmi modela.

Primeri uporabe referenčnih mer in spremenljivk:

V priloženem dokumentu o uporabi spremenljivk in referenčnih mer na sl. 1.7 so zbrani štirje primeri: pravilna tristranska enakostrana prizma z eno spremenljivko za dolžino stranice osnovne ploskve; izris plašča valja, kjer je dolžina plašča določena iz obsega ($L = \pi d$); načrtovanje formata A4, kjer je višina povezana z diagonalo kvadrata širine papirja; ter uporaba orodja VARIABLE SET, s katerim ustvarimo poljubne spremenljivke (višina, širina, dolžina) za določitev osnovnih mer sortirne posodice v predalu.



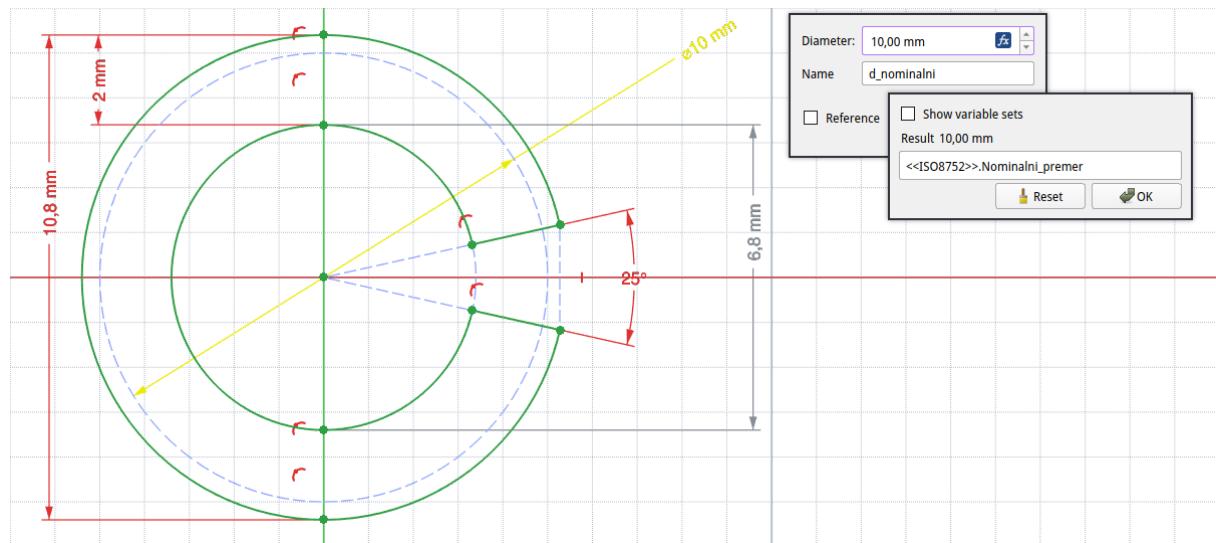
Slika 1.7: Primeri uporabe spremenljivk in referenčnih mer.

- Pravilna tristranska enakostrana prizma: določimo dolžino stranice osnovne ploskve kot spremenljivko a ; ta spremenljivka nato določa tudi višino/prerez ali dolžino izračuna, kar omogoča prilagoditev vzorca ali dolžine orodja po potrebi.
- Izris plašča valja: dolžino plašča izračunamo iz obsega definiranega premera valja ($L = \phi d$); spremenljivke omogočajo dinamično prilagoditev premera in posledično tudi dolžine plašča.
- Načrtovanje formata A4: višina formata je povezana z diagonalo kvadrata širine papirja (npr. širina 210 mm → višina ≈ 297 mm), kar ponazarja razmerja med dimenzijami.
- Orodje VARIABLE SET: s pripravljenim setom treh spremenljivk – visina, širina in dolžina – določimo dolžino stranice osnovne ploskve kot spremenljivko a .

čimo osnovne mere sortirne posodice v predalu, pri čemer se spremembe enakovredno razširijo na vse relevantne dimenzijske.

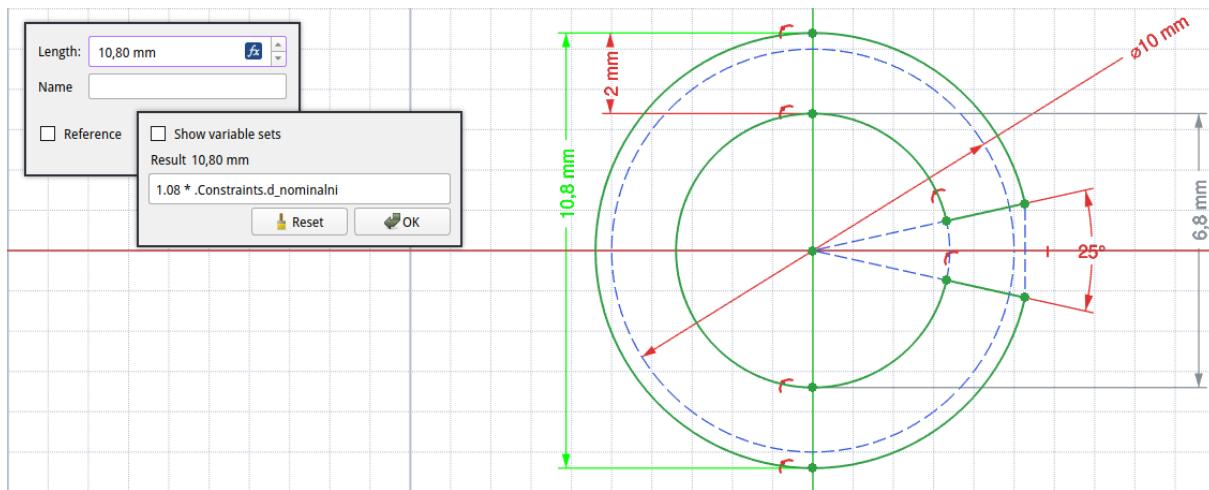
1.3.5.1 Primer vzmetnega zatiča

Omenili smo že, da parametrično modeliranje pomeni, da je model določen z **omejitvami in parametri, ki jih je mogoče spremenjati**. V **FreeCAD** to omogoča *Expression Engine*, ki se sklicuje na **imenovane mere** iz skice ali preglednice (*Spreadsheet*). Tak primer je prikazan na sl. 1.8. Pri tem modelu smo generirali nabor spremenljivk in jim vrednosti določili iz standarda ISO8752. V prikazanem primeru je nazivni premer vzmetnega zatiča določen na 10 mm. Vse ostale mere pa so odvisne od tega nazivnega premera. **Dokumentacija vzmetnega zatiča** je dosegljiva na spletni strani.



Slika 1.8: Primer pridobitve vrednosti spremenljivke.

Omejitve je mogoče tudi poimenovati in tako te uporabiti v računskih izrazih v istih ali drugih skicah modela. Naslednja sl. 1.9 prikazuje izračun, ki smo ga uporabili za zunano mero vzmetnega zatiča.



Slika 1.9: Primer uporabe spremenljivke za izračun dimenzijske omejitve.

Siva mera na sl. 1.9 je raferenčna mera. Le ta ne določa geometrije samega modela, pač pa je lahko koristna za nadaljnjo uporabo.

Ključni pojmi:

- **Določena omejitev** – določa geometrijo (črna/zelena) in je *vhodna mera*.
- **Referenčna omejitev** – izračunana (modra); geometrije modela ne spreminja, a jo lahko **beremo** in uporabimo v formulah.
- **Alias (ime mere, spremenljivke)** – poljubno ime dimenzijske, npr. `d_nominalni`, ki ga nato kličeš v izrazih.

Poimenovanje mere in uporaba kot spremenljivke

1. V **Sketcherju** dodaj dimenzijo (npr. premer kroga) in ji v seznamu omejitev nastavi **Name: d_nominalni**.
2. To ime lahko uporabiš v drugih omejitvah ali lastnostih kot izraz: `Sketch.Constraints.d_nominalni` (v isti skici lahko pogosto tudi krajše `Constraints.d_nominalni`).
3. Po potrebi katerokoli mero spremeni v **Reference** (Toggle reference → siva), če želiš, da je samo **izpis/izračun** in ne vpliva na geometrijo.

Primer: vzmetni zatič (spiralni/roll pin) – en vhodni parameter `d_nominalni` vse ostale mere naj sledijo iz `d_nominalni`.

V skici (prerez):

- Glavni krog: premer z **Name d_nominalni**.

- Zunanji krog (maks. premer): omejitev z **Name d_max** in izrazom $1.08 * \text{Sketch}.\text{Constraints}.d_{nominalni}$.
- Debelina stene: omejitev v skici z izrazom $0.2 * \text{Sketch}.\text{Constraints}.d_{nominalni}$.

V 3D (Part Design):

- *Pad.Length* (dolžina zatiča): $5 * \text{Sketch}.\text{Constraints}.d_{nominalni}$.
- *Chamfer.Size* (posnetje na koncu): $0.2 * \text{Sketch}.\text{Constraints}.d_{nominalni}$.

Povzetek izrazov:

```
1     L      = 5    * Sketch.Constraints.d_nominalni
2     d_max   = 1.08 * Sketch.Constraints.d_nominalni
3     a (posnet) = 0.2 * Sketch.Constraints.d_nominalni
4     s (stena) = 0.2 * Sketch.Constraints.d_nominalni
```

S spremembo **edine vhodne** mere **d_nominalni** se samodejno posodobijo vse odvisne mere (**L, d_max, a, s**).

Kdaj uporabiti **referenčne** mere?

Referenčne mere so uporabne, ko želimo **kaj izmeriti, izpisati ali preveriti**, ne da bi to vplivalo na geometrijo. Na primer v našem primeru smo pri vzmetnem zatiču označili notranjo mero premera zatiča kot referenčno mero. Ta mera je že definirana in ne more spremenjati geometrije zatiča, lahko pa nam pride prav, če bi morali oblikovati trn za raztezanje vzmetnega zatiča na prvotne dimenzije ob morebitni ponovni uporabi vzmetnega zatiča.

1.3.6 Diagnostika in vizualni prikaz

FreeCAD uporablja barvno kodo za prikaz stanja skice:

- **Zelena**: Skica je popolnoma definirana.
- **Modra**: Skica je delno definirana.
- **Rdeča**: Skica ima preveč omejitev (over-constrained).

Pri pojavu rdeče barve je treba odstraniti odvečne omejitve ali preveriti podvojene relacije.

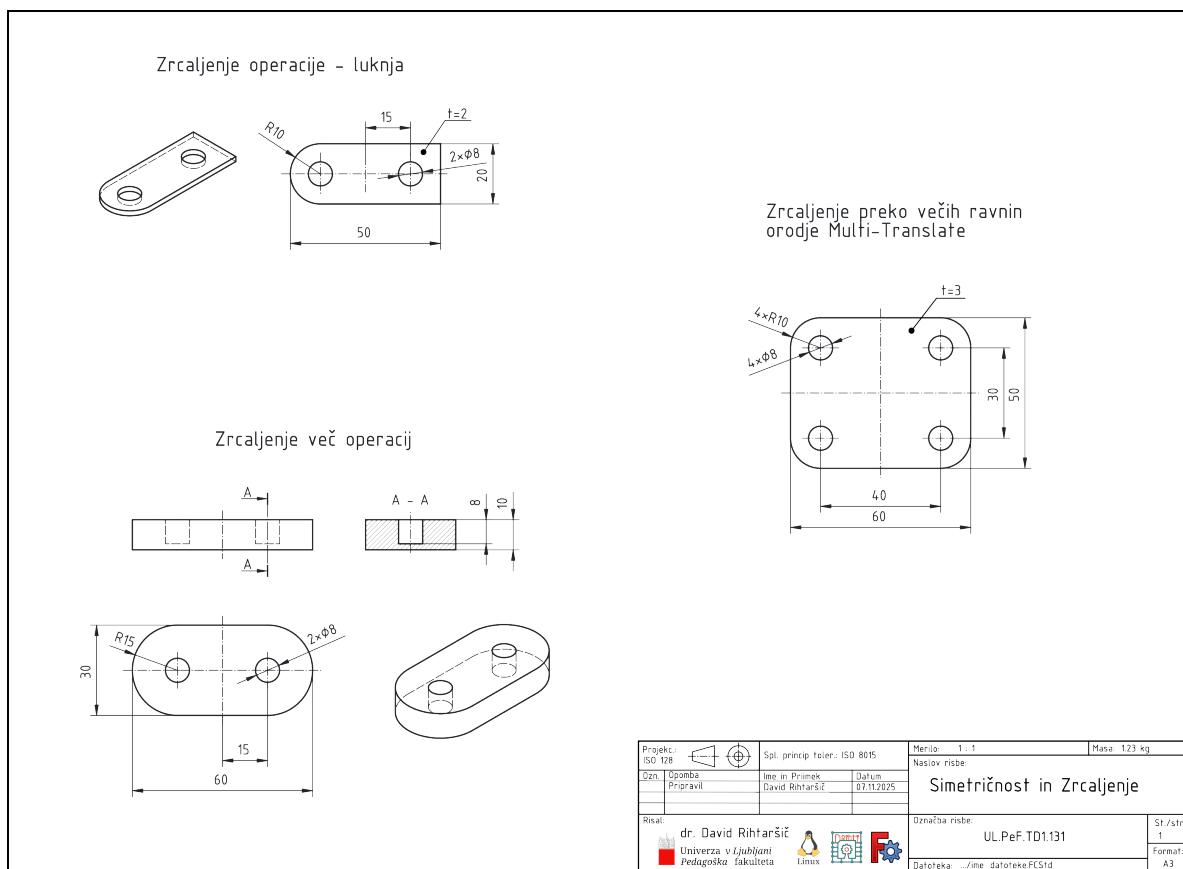
1.4 Modeliranje: Mirror, Revolve in Sweep

V tem podoglavlju nadaljujemo z raziskovanjem osnovnih načinov ustvarjanja kompleksnejših oblik. Osredotočili se bomo na vlogo **simetrije** pri modeliranju, ki omogoča racionalno gradnjo in uravnote-

ženost izdelkov. Ob tem bomo spoznali tri temeljne principe oblikovanja v 3D prostoru – **zrcaljenje (Mirror)**, **vrtenje (Revolve)** in **povezovanje profilov (Loft)**. Ti postopki skupaj tvorijo osnovni nabor orodij za ustvarjanje funkcionalnih in estetsko uravnoteženih geometrijskih modelov.

1.4.1 Zrcaljenje (Mirror)

V tehnični dokumentaciji so linije simetrije pogosto ključne reference pri opisovanju geometrije telesa (glej sl. 1.10, ali dokument **Simetričnost in Zrcaljenje**). S tem se jasno nakaže simetrija izdelka ali sestavnih delov, olajša razumevanje konstrukcije ter omogoči dosledno reproduciranje modelov.



Slika 1.10: Primeri simetričnih značilnosti različnih predmetov in uporaba različnih tehnik zrcaljenja.

V programu FreeCAD je orodje zrcaljenja (Mirror), ki omogoča hitro ustvarjanje simetričnih elementov glede na izbrano ravnino simetrije, pri čemer se ohrani povezava med originalom in njegovim zrcaljeno preslikavo. Ta pristop priomore, da je dokumentacija bolj pregledna in omogoča jasno komunikijo (Developers 2023a, 2023b).

Zrcaljenje (Mirror) je orodje, ki omogoča kopiranje oblike ali funkcije modela glede na določeno ravnino simetrije. V inženirskem modeliranju se uporablja za hitro ustvarjanje **simetričnih elementov**, brez potrebe po ponovnem risanju skic.

Zrcaljenje temelji na **geometrijskem pojmu simetrije**, pri katerem so vsi točkovni elementi kopirani na nasprotno stran izbrane ravnine, pri čemer ostane razdalja od ravnine enaka.

V delovnem okolju **Part Design** se orodje Mirror uporablja za:

- **zrcaljenje modelirne operacije (features)** (npr. luknja, posnetje, rebro),
- zrcaljenje **celotnega telesa (body)**.

1.4.1.1 Ključni pojmi

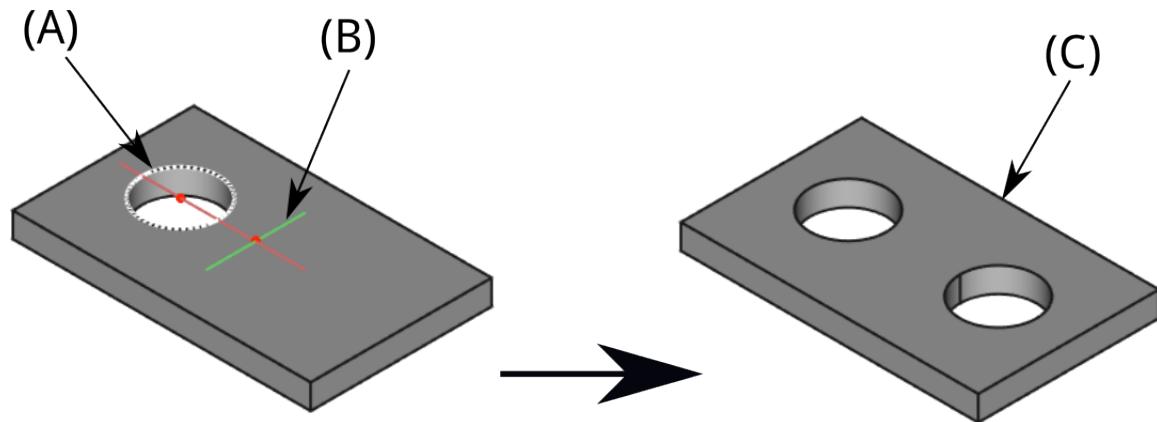
- Ravnina zrcaljenja: referenčna ravnina, na podlagi katere se izvede simetrična preslikava. Lahko je osnovna ravnina (XY, YZ, XZ) ali je v uporabi *Datum Plane* kot izhodišče zrcaljenja.
- Modelirna operacija (Feature): funkcionalni element telesa (npr. Pocket, Pad, Fillet), ki ga je mogoče zrcaliti v okviru parametričnega modeliranja.
- Simetrija: geometrijska lastnost, pri kateri sta dve polovici objekta enaki glede na določeno os ali ravnino.
- Parametričnost: zrcaljeni del ostane v povezavi z izvirnim delom; spremembe v originalu se avtomatsko odražajo na zrcaljeni kopiji.

- **Ključne prednosti zrcaljenja:**

- enostavno ustvarjanje simetričnih oblik,
- manjše število skic in funkcij,
- samodejno posodabljanje ob spremembah izvirnega dela,
- hitrejša gradnja kompleksnih modelov.

1.4.1.2 Uporaba orodja Mirror v FreeCAD

Orodje **Mirror** se nahaja v delovnem okolju **Part Design** in je uporabno za ustvarjanje zrcaljenih kopij značilnosti glede na izbrano ravnino. Primer takega preprostega zrcaljenja je prikazan na sl. 1.11, podrobnejši opis uporabe tega orodja je objavljen na spletnih straneh FreeCAD (Documentation 2025).



Slika 1.11: Primer zrcaljenja luknje preko navpične osi skice A. Rezultat zrcaljenja (C) je prikazan na desni strani.

Postopek:

1. Izberi operacijo (npr. *Pocket*, *Pad*, *Fillet* ...), ki jo želiš zrcaliti.
2. Klikni ikono **Mirror**.
3. V pogovornem oknu izberi **Mirror Plane** – lahko je osnovna ravnina (*XY*, *YZ*, *XZ*) ali *Datum Plane*.
4. Potrdi. FreeCAD ustvari zrcalno kopijo izbranega elementa.

Nasvet: Zrcaljenje je najbolj učinkovito, če je os simetrije že predvidena v zasnovi telesa – npr. če je telo centrirano v izhodišču koordinatnega sistema.

1.4.1.3 Primer 1: Zrcaljenje luknje na plošči

Na sl. 1.11 je prikazan primer uporabe orodja Mirror za luknjo, ki je bila prvotno definirana le na eni strani plošče. Z izbiro ravnine simetrije (v tem primeru **YZ-ravnina**) dobimo zrcalno kopijo luknje na nasprotni strani, brez potrebe po novi skici.

Postopek:

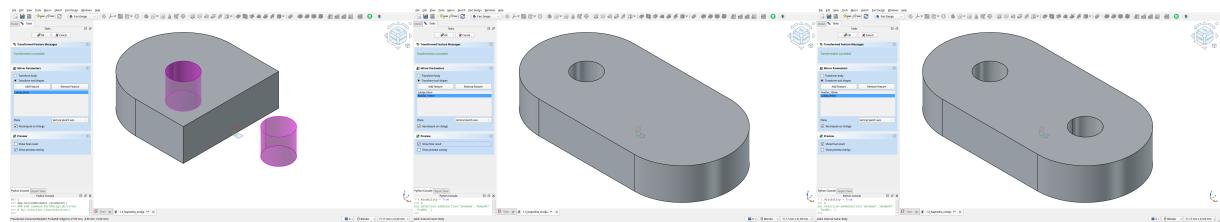
1. V 3D pogledu izberi funkcijo, ki jo želiš zrcaliti (npr. *Pocket* za luknjo).
2. Klikni **Mirror**.
3. Določi **Mirror Plane** – standardna ravnina (*XY*, *YZ*, *XZ*) ali *Datum Plane*.
4. Potrdi.

Rezultat: Zrcaljena značilnost je parametrično povezana z izvirno. Sprememba v originalni luknji se samodejno prenese tudi na zrcalno stran.

1.4.1.4 Primer 2: Zrcaljenje več operacij

Na sl. 1.12 je prikazan nosilec ohišja, ki je bil modeliran le na eni strani osnovnega telesa. V tokratni nalogi bomo prikazali primer **zrcaljenja več operacij hkrati**. Pogosto so nosilci zasnovani simetrično, zato lahko modeliramo le polovico nosilca in vanj dodamo luknjo (če luknja ne prebada celotnega telesa). Nato uporabimo funkcijo **Mirror**, da hkrati zrcalimo dve operaciji – *Pad* (osnovno telo nosilca) in *Pocket* (luknjo).

Pomembno opozorilo: Če bi v tem primeru zrcalili le operacijo *Pocket*, ali da je vrstni red zrcaljenih operacij napačen, model ne bo prikazan pravilno, saj luknja nima obstoječega telesa, v katero bi bila vrezana. Zato je potrebno v zrcaljenje vedno vključiti prave operacije in jih logično urediti.

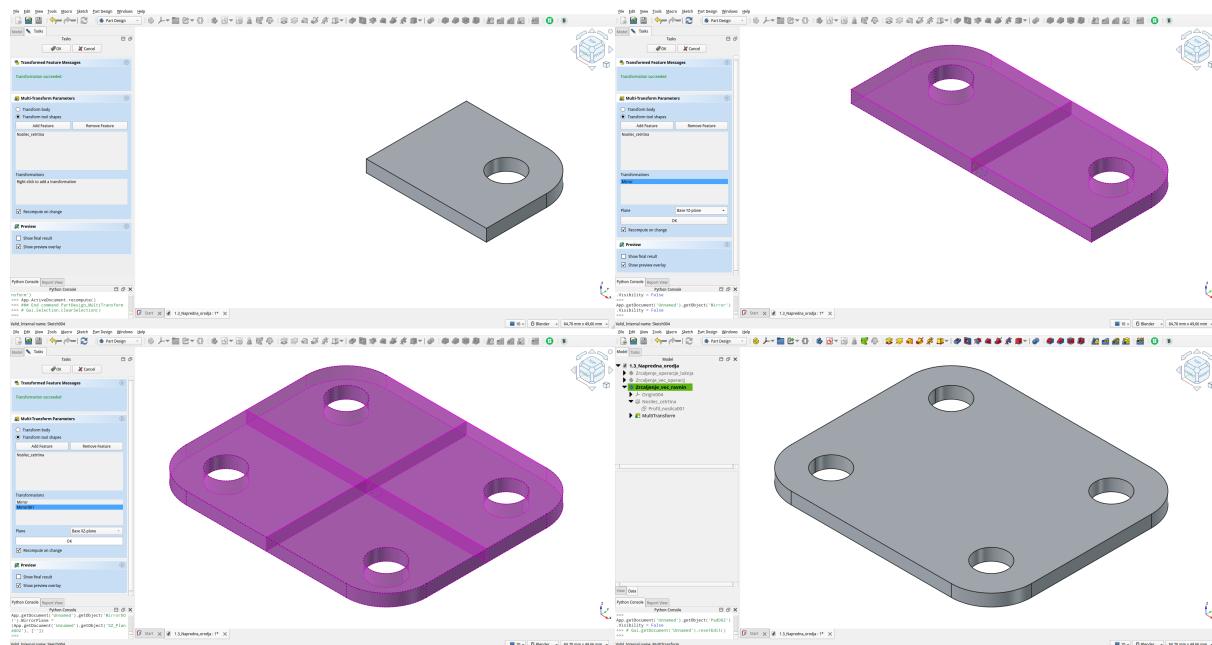


Slika 1.12: Primeri napačne in pravilne (desni primer) razporeditve operacij pri zrcaljenju več njih.

Opomba: Če v modelu še ni ravnine simetrije, jo lahko ustvariš z orodjem **Datum Plane** – postavi jo točno v sredino med dvema točkama ali obrazoma in jo uporabi kot referenco za Mirror.

1.4.1.5 Primer 3: Zrcaljenje preko več ravnin

Na sl. 1.13 je prikazan primer, kjer uporabimo orodje **Multi-Transform**, ki omogoča hkratno izvedbo več transformacij, med njimi tudi zaporedno zrcaljenje preko različnih ravnin. V praksi to pomeni, da lahko izberemo četrtino nosilca (1/4 modela) in ga v enem koraku zrcalimo dvakrat – najprej glede na YZ-ravnino, nato še glede na XZ-ravnino. Na ta način lahko ustvarimo popolnoma simetričen nosilec brez dodatnega risanja skic.



Slika 1.13: Primer uporabe orodja Multi-Transform za potrebe zrcaljenja preko več ravnin.

Opomba: V FreeCAD-u zaporedje dveh operacij zrcaljenja ni mogoče izvesti neposredno z več ločenimi ukazi Mirror. V ta namen uporabimo **Multi-Transform**, kjer so zrcaljenja združena v eno operacijo, kar zagotavlja stabilnost in pravilno posodabljanje modela.

1.4.1.6 Tipične uporabe

Spodaj je jedrnat opis, ki povzema navedene primere zrcalne ravnine ter njihove namembnosti v posameznih elementih.

- Luknje na plošči – Ravnina zrcaljenja: YZ – Opis uporabe: Luknje simetrično razporejene levo in desno.
- Ojačitve (rebra) – Ravnina zrcaljenja: XZ – Opis uporabe: Struktturna simetrija ohišij, nosilcev.
- Pokrovi in držala – Ravnina zrcaljenja: XY – Opis uporabe: Zrcalno oblikovanje v simetričnih izdelkih.
- Utori ali rezi – Ravnina zrcaljenja: YZ ali XZ – Opis uporabe: Simetrična razbremenilna zareza.

1.4.1.7 Razlika med Mirror in Pattern

- **Mirror** ustvari **eno zrcaljeno kopijo** elementa glede na ravnino.

- **Pattern (Linear/Polar)** ustvari **več kopij** iste značilnosti v izbrani smeri ali okoli osi.

Primer: Če imaš eno luknjo in jo želiš še enkrat na nasprotni strani → *Mirror*.

Če pa želiš 5 enakih lukenj v vrsti → *Linear Pattern*.

1.4.1.8 Diagnostika in nasveti

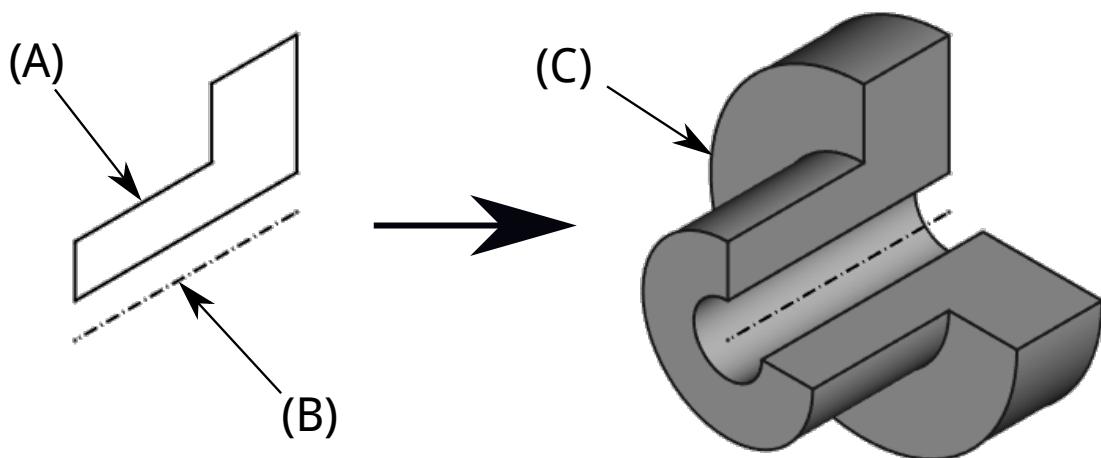
V spodnjem besedilu so povzete ključne napake, ki jih lahko povzročijo, da se zrcaljenje ne izvede pravilno. Posledica takih napak so pogosto topoloških napak.

- Zrcaljenje ne ustvari dodatnega telesa: Ker ravnina zrcaljenja ne seka prvotnega telesa, zrcaljenje ne generira zrcalne kopije. Rešitev: uporabiti Midplane ali premakniti Datum Plane, da ravnino primerno uvedemo v geometrijo.
- Zrcaljeni del ni povezan s telesom: Napaka nastane, kadar zrcaljena značilnost ne tvori kontakta osnovnega telesa. Rešitev: dodati Union (Fuse) ali preveriti, ali je operacija Additive/Subtractive pravilno nastavljena.
- Napaka pri spremembi originala: Vzrok je topološki problem v strukturi. Rešitev: izvesti zrcaljenje na osnovni strukturi telesa (ne na kombiniranih telesih), da ostane povezanost in ažurnost sprememb.

1.4.2 Revolve

Revolve je CAD operacija za ustvarjanje tridimenzionalnih teles s preprosto rotacijo 2D profila okoli izbrane osi. Ker je veliko predmetov osno-simetričnih, je priročno zasnovati modelov zasnovati z revolve, saj s tem dobimo popolnoma simetrične geometrije brez ponovnega risanja.

Ključni koncepti: - os rotacije: izberemo linijo ali rob profila, okoli katere se profil zavrti. - kot vrtenja: lahko je 360° (polni objem) ali manjši kot 360° , kar omogoča delne oblike (npr. valji, stožci, polovične skulpture). - uporabo v praksi: profil se najprej definira v skici, nato se ta skica obrot okoli osi s funkcijo Revolution in tako nastane končni model (Developers 2023a).

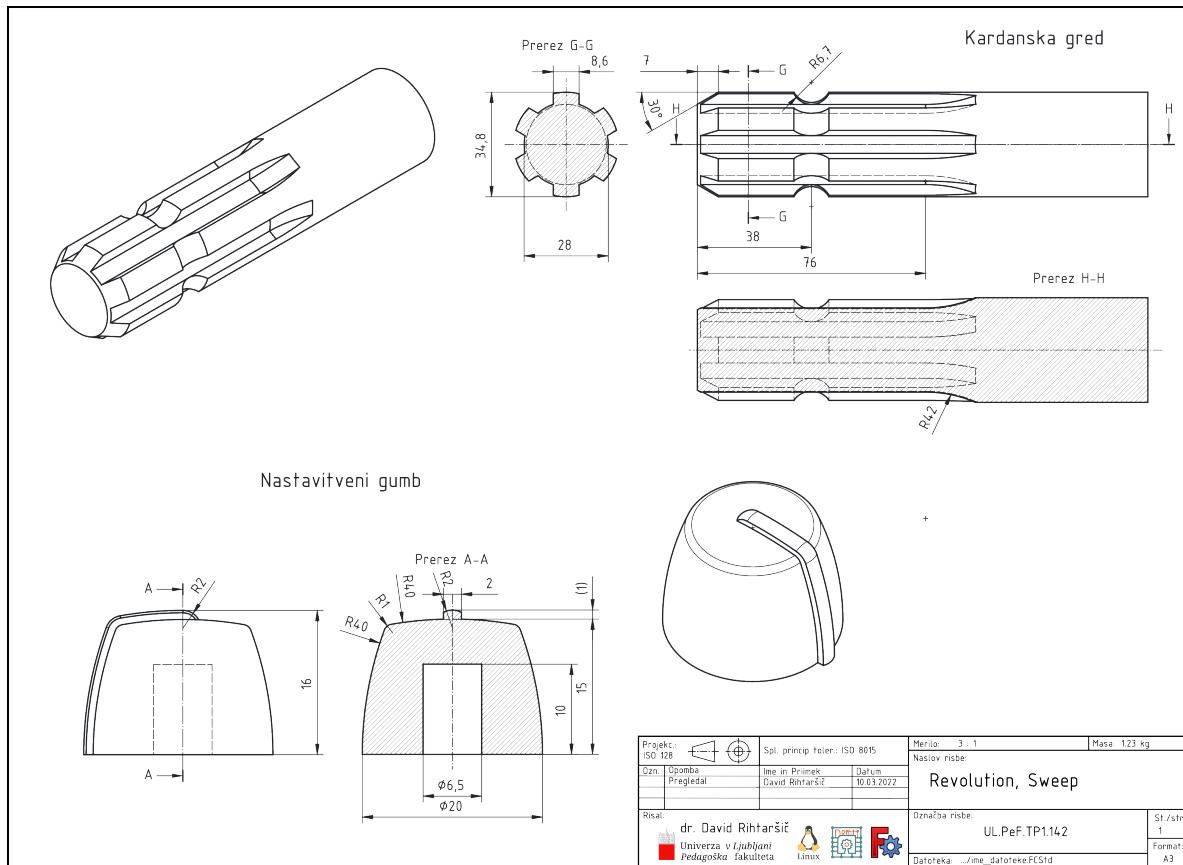


Slika 1.14: Slika prikazuje skico (A), ki jo okoli osi (B) zarotiramo z orodjem Revolution in s tem dobimo model (C).

Opomba: pri načrtovanju je smiselno upoštevati osno simetrijo že v začetni fazi modeliranja, saj to olajša kasnejše spremembe in zagotavlja konzistentnost geometrije.

| to-do ...

Poglejmo si primer osnosimetričnih elementov. Podrobnejša dokumentacija je dosegljiva v dokumentu z imenom [1.4.2_Napredna_oredja_Revolution.pdf](#)



Slika 1.15: Primer kardanske gredi, kot osnosimetričnega elementa in primer gumba za nastavljanje zvočne jakosti kot osnosimetričnega elemnta s kazalnikom.

NALOGA (za vaje):

Ustvari osnovno ploščo ($80 \times 40 \times 10$ mm) z eno izvrtino na desni strani ($\varnothing 8$ mm, odmiki od robov 10 mm).

Nato s funkcijo **Mirror** zrcali luknjo na levo stran plošče.

Preveri, ali se sprememb položaja luknje v originalu pravilno prenese na zrcalno stran.

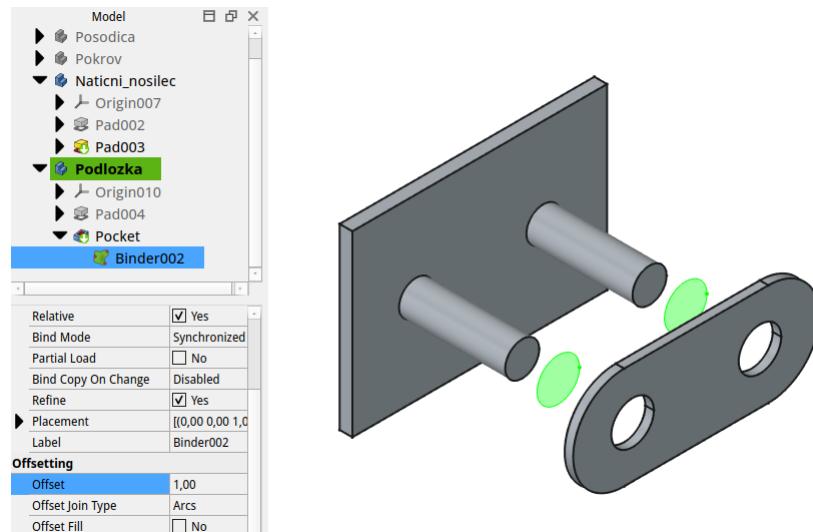
1.5 Soodvisne oblike sestavnih delov

Modeli v realnem svetu pogosto niso sestavljeni iz enega samega kosa, temveč iz več komponent, ki jih je treba združiti v logično celoto. Sestavljanje modelov v FreeCAD-u poteka s pomočjo t.i. Assembly okolja, vendar o tem nekoliko kasneje. Najprej bomo spoznali kako lahko načrtujemo posamezne soodvisne elemente, ki se lahko združijo v funkcionalno celoto. V ta namen nam bo v veliko pomoč

orodje "Sub-Shape Binder". To orodje nam omogoča parametrično prenašanje definicijskih točk, robov ali ploskev tudi med različnimi telesi.

1.5.1 Sub-Shape Binder

[Sub-Shape Binder](#) je ključno orodje v FreeCAD-u, ki omogoča prenos geometrije med telesi in njeno ponovno uporabo kot referenco pri nadalnjem modeliranju. Namenjen je ohranjanje povezav med deli ozziroma oblikami sestavnih delov, kar zagotavlja soodvisnost oblik in doslednost modelov v sklopih, kjer so potrebna ujemanja sestavnih sklopov (prikazano na sl. 1.16). Orodje deluje kot posrednik, ki omogoča referenciranje robov, ploskev ali skic iz enega telesa v drugo, pri čemer ohranja parameterično povezanost: spremembe v izvirniku se samodejno odražajo v zrcaljeni ali povezanih telesu. Ta način dela je še posebej uporaben pri ustvarjanju sestavljenih teles, kjer so dimenzijske in postavitve med deli odvisne drug od drugega, zato se izogne napakam, ki nastanejo pri neposredni uporabi zunanjih geometrije (Documentation 2023; Developers 2023a).



Slika 1.16: Primer uporabe Sub-Shape Binder (zeleno obarvani ploskvi) orodja pri načrtovanju podložke za natični nosilec. Sub-Shape Binder je povezan na členi ploskvi nosilcev, dodeljen mu je 1 mm relativni odmak in nato uporabljen za izdelavo lukenj v podložki.

Pri uporabi [Sub-Shape Binderja](#) je mogoče referencirati različne geometrijske elemente: objekte ali celo celotna telesa, njihove podobjekte (npr. skice ali funkcije) ter tudi njihove pod-elemente (robove, ploskve ali točke). Izbor prenesene geometrije je odvisen od namena modeliranja: za ustvarjanje teles z orodjem Pad je primarna ravnina ali skica, za določanje položaja izreza sta pogosto dovolj robova, medtem ko je za Booleove operacije smiselnoreferencirati celotno telo. Ker Sub-Shape Binder

deluje na podlagi referenc iz različnih teles ali dokumentov, je skrbno načrtovanje referenčne geometrije ključno za trajno skladnost sestavnih delov modela (Documentation 2023).

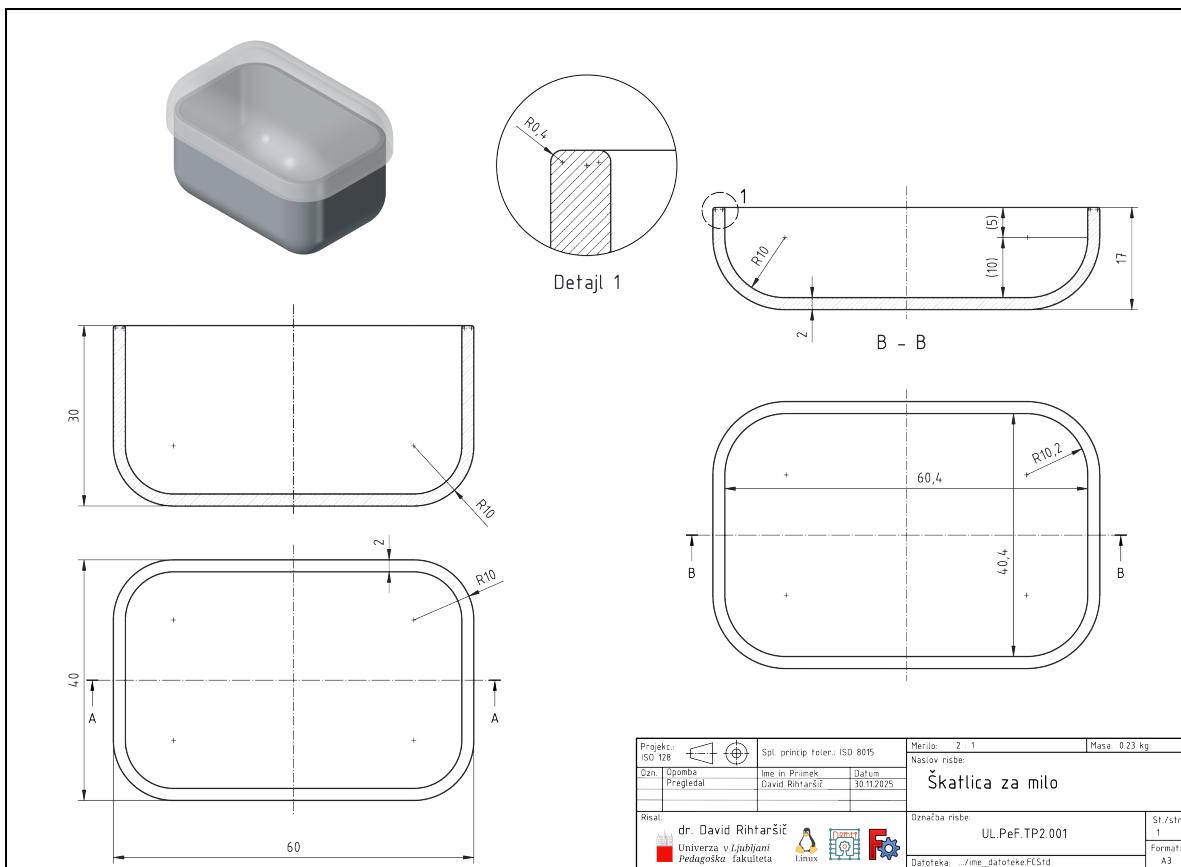
Ena ključnih prednosti **Sub-Shape Binderja** je ohranjanje parametrične povezave. Če se osnovno telo spremeni (npr. sprememba dimenzijs, radija ali debeline), se prenesena geometrija in vse od nje odvisne operacije v drugem telesu samodejno posodobijo. S tem se izognemo ročnemu popravljanju modela in omogočimo zanesljiv razvoj sestava.

Orodje je posebej uporabno v naslednjih primerih:

- izdelava pokrovov, ohišij in nosilcev, ki se morajo natančno prilagajati osnovnemu elementu,
- modeliranje notranjih dodatkov, ki sledijo obliku zunanjega ohišja,
- uporaba pristopa »skeletalnega modeliranja« (master sketch),
- gradnja elementov, ki morajo slediti robovom ali ploskvam drugega telesa,
- prenos referenčnih linij ali ploskev za nadaljnjo konstrukcijo funkcij.

1.5.1.1 Primer: Škatlica s pokrovom

V naslednjem primeru uporabimo Sub-Shape Binder za modeliranje pokrova, ki se popolnoma ujema z osnovnim telesom škatlice. Primer prikazuje prednosti parametričnega prenosa geometrije med telesi. Podrobnejša dokumentacija škatlice je dosegljiva v datoteki [1.5_Soodvisnost_sestavnih_delov_Skatlica.pdf](#).



Slika 1.17: Škatlica s pokrovom

1. Osnovno telo (škatlica)

Osnovno telo naj bo modelirano z naslednjimi značilnostmi: - tloris: 60×40 mm, - radij vogalov: R10 mm, - skupna višina: 30 mm, - debelina sten: 2 mm, - zaobljen spodnji rob: R10 mm.

To telo predstavlja osnovno, glede na katero bo konstruiran pokrov.

2. Novo telo za pokrov Ustvari se novo telo, ki bo predstavljal pokrov škatlice. Pokrov mora ustrezati obliki temeljnika, zato je potrebna uporaba Sub-Shape Binderja za prenos geometrije.
3. Ustvarjanje Sub-Shape Binderja Izberemo zgornjo ploskev osnovnega telesa ali njegove robove.

Uporabimo ukaz Create Sub-Shape Binder.

Binder se ustvari v telesu pokrova in vsebuje kopijo izbrane geometrije.

Preneseni elementi služijo kot referenca za natančno določanje dimenziij in položaja pokrova.

4. Upoštevanje zračnosti Pokrov mora biti nekoliko večji od osnovnega telesa, da se lahko prilega.
Pri tem uporabimo odmik:

zračnost: 0,2 mm.

Zračnost lahko določimo:

z odmikom skice,

z odmikom robov (3D Offset),

ali s samostojno skico, ki sledi preneseni geometriji.

5. Konstruiranje pokrova Na podlagi geometrije iz Sub-Shape Binderja je pokrov izdelan na naslednji način:

skupna višina pokrova: 15 mm,

10 mm kot del, ki sega v notranjost škatlice,

5 mm kot zgornji vidni del;

debelina sten: 2 mm,

zaobljen zgornji rob: R10 mm.

Zaključeno telo pokrova se parametrično prilagodi spremembam osnovnega telesa, ker Sub-Shape Binder sproti posodablja referenčno geometrijo.

1.5.1.2 Tips and Tricks:

Sub-Shape Binder je izredno vsestransko orodje v FreeCAD-u, ki omogoča prenos geometrije iz enega modela na drugega. Omogoča, da vsak binder nosi svojo referenčno geometrijo (robovi, ploskve ali skice), kar omogoča ustvarjanje več oblik iz enega glavnega modela z ohranjeno parametrično povezanostjo. Tak pristop olajša prilagajanje in vzdrževanje skladnosti geometrije pri spremembah osnovnega telesa, kar je posebej uporabno pri razširjenih ali variabilnih sestavnih elementov. Zato je primerno omeniti še nekaj praktičnih primerov uporabe.

Uporaba robov namesto celotne ploskve:

Namesto popolne ploskve je v nekaterih primerih smiselno označiti le robeve ali izbrane robne geometrije (npr. robovi, skice ali posamezne ploskve) in jih uporabiti kot referenco pri drugih telesih. Na primer, pri načrtovanju dveh sestavnih delov, ki ju povežemo z vijakom, pogosto načrtujemo dve različni luknji: skozi prvo telo načrtujemo odprtino z določeno zračnostjo okoli vijaka, medtem ko je na drugem telesu luknja nekoliko ožja, kar zagotavlja zadosten oprijem in togost spoja.

Spreminjanje referenčnih sestavnih elementov Sub-Shape Binderja:

V kolikor smo pri kreiranju Sub-Shape Binderja naredili napako in vanj pozabili vključiti nekatere druge referenčne elemente, jih lahko dodamo tako da:

1. na izbrani funkciji telesa (npr.: Pad003) označimo želene robove ali ploskve (npr.: Pad003.Edge002, Pad003.Edge003...), ki jih želimo dodati v Sub-Shape Binder,
2. na to v oknu z zgodovino operacij (Model), primemo dotično operacijo Pad003 in jo prenesemo v Sub-Shape Binder.

Ponovno definiraje sestavnih geometrijskih elementov Sub-Shape Binderja:

Če želimo sestavne elemente Sub-Shape Binderja ponovno definirati, to storimo tako, da:

1. na izbrani funkciji telesa (npr.: Pad003) označimo želene robove ali ploskve (npr.: Pad003.Edge002, Pad003.Edge003...), ki bodo na novo definirali Sub-Shape Binder,
2. na to v oknu z zgodovino operacij (Model), primemo dotično operacijo Pad003 in jo prenesemo v Sub-Shape Binder **in preden operacijo spustimo moramo držati še tipko CONTROL.**

Uporaba Sub-Shape Binderja z Master Sketch:

Sub-Shape Binder omogoča, da iz Master Sketch, torej iz ene glavne skice, načrtujemo več teles ali sestavnih del ter jih vzdržujemo s pomočjo ločenih referenčnih elementov, kot so robovi ali ploskve, ki se dodelijo posameznim binderjem. Tako lahko vsak binder nosi drugačen sklop referenc (npr. različne robove ali skice), kar omogoča, da iz ene glavne skice ustvarimo več različnih oblik ali delov. Ko spremenimo primarno skico, se spremembe samodejno posodobijo v različnih binderjih, s čimer se vzdržuje parametrična povezanost med deli in se olajšajo iteracije pri zasnovi sestavnih delov.

1.5.2 Osnovni pojmi sestavljanja

- **Komponenta:** posamezni del (kos), ki ga sestavimo v večjo celoto.
- **Sestav (Assembly):** združba več komponent, ki so med seboj povezane s funkcionalnimi relacijami (prileganje, poravnava).
- **Povezave (Constraints):** določajo prostorski odnos med posameznimi komponentami (npr. poravnava osi, stik ploskev).

1.5.3 Pristopi k sestavljanju

- **Znotraj enega dokumenta** (več Body elementov): preprosto modeliranje brez uporabe specializiranega okolja.
- **Z ločenimi dokumenti in Assembly Workbenches:** bolj napredno sestavljanje s komponentami, uvoženimi iz različnih datotek.

1.5.4 Assembly Workbenches

V FreeCAD-u obstaja več dodatkov za sestavljanje:

- **A2+** – enostaven in zelo razširjen dodatek za sestavljanje modelov.
- **Assembly 4** – naprednejši modul s parametrično vezavo in referencami.

1.5.5 Primer uporabe povezav

- Poravnava dveh osi,
- Stik med dvema ploskvama,
- Fiksacija ene komponente in usklajevanje ostalih.

1.5.6 Priporočila za delo

- Komponente naj bodo modelirane posamezno in shranjene kot ločene datoteke,
- Uporabljam skupne referenčne točke za lažje poravnavanje,
- Pred sestavljanjem preveri, da so posamezne komponente popolnoma definirane.

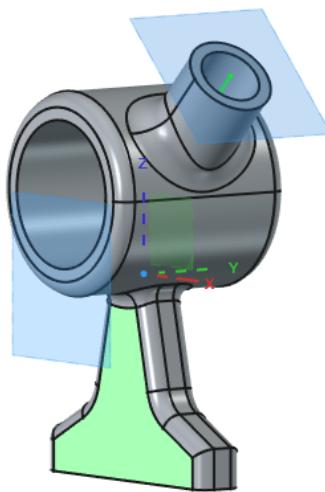
Pravilno: uporaba vezav (constraints) za sestavljanje, orientacija na referenčne točke.

Nepравилно: ročno premikanje komponent brez povezav, manjkajoče relacije med deli, slaba organizacija datotek.

1.6 Referenčne ravnine, premice in točke

Pri kompleksnejših modelih osnovne ravnine XY, YZ in XZ pogosto ne zadostujejo. V takih primerih uporabimo pomožne ravnine (Datum Planes), premice in točke, ki jih lahko postavimo poljubno glede na geometrijo modela ali v soodvisnosti z drugimi geometrijskimi elementi modela. Delo v prostoru vključuje tudi uporabo lokalnih koordinatnih sistemov in orientacijo skic v različnih smereh.

Na sl. 1.18 predstavljamo primer, kjer smo referenčni ravnini (modro obarvani) postavili v prostor relativno glede na izbrane geometrijske elemente. Prvo referenčno ravnino na levi strani modela smo postavili 15 mm pred izbrano zeleno obarvano ploskev modela. To nam je omogočilo, da smo na tej ravnini ustvarili skico za načrtovanje večje cevi. Drugo referenčno ravnino pa smo postavili 20 mm stran od roba cevi in pod kotom 45°. S tem smo pridobili referenčno ravnino, na kateri smo zopet lahko ustvarili skico za načrtovanje druge cevi. V obeh primerih smo na ta način zagotovili referenčni ravnini na katerih smo ustvarili skici, ki prej niso imele referenčnih elementov za pritrjevanje skic. Prav ta problem naslavlja ustvarjanje pomožnih referenčnih ravnin, premic in točk.



Slika 1.18: Dva primera uporabe referenčne ravnine (modro), ki smo jih postavili relativno na izbrane geometrijske elemente (zeleno)

Ko v Freecad-u izberemo orodje za kreiranje referenčne geometrije, se v oknu z **Nalogami** (Tasks) prikažejo tri pomembna področja:

1. Določitev izbranih elementov (Attachment):

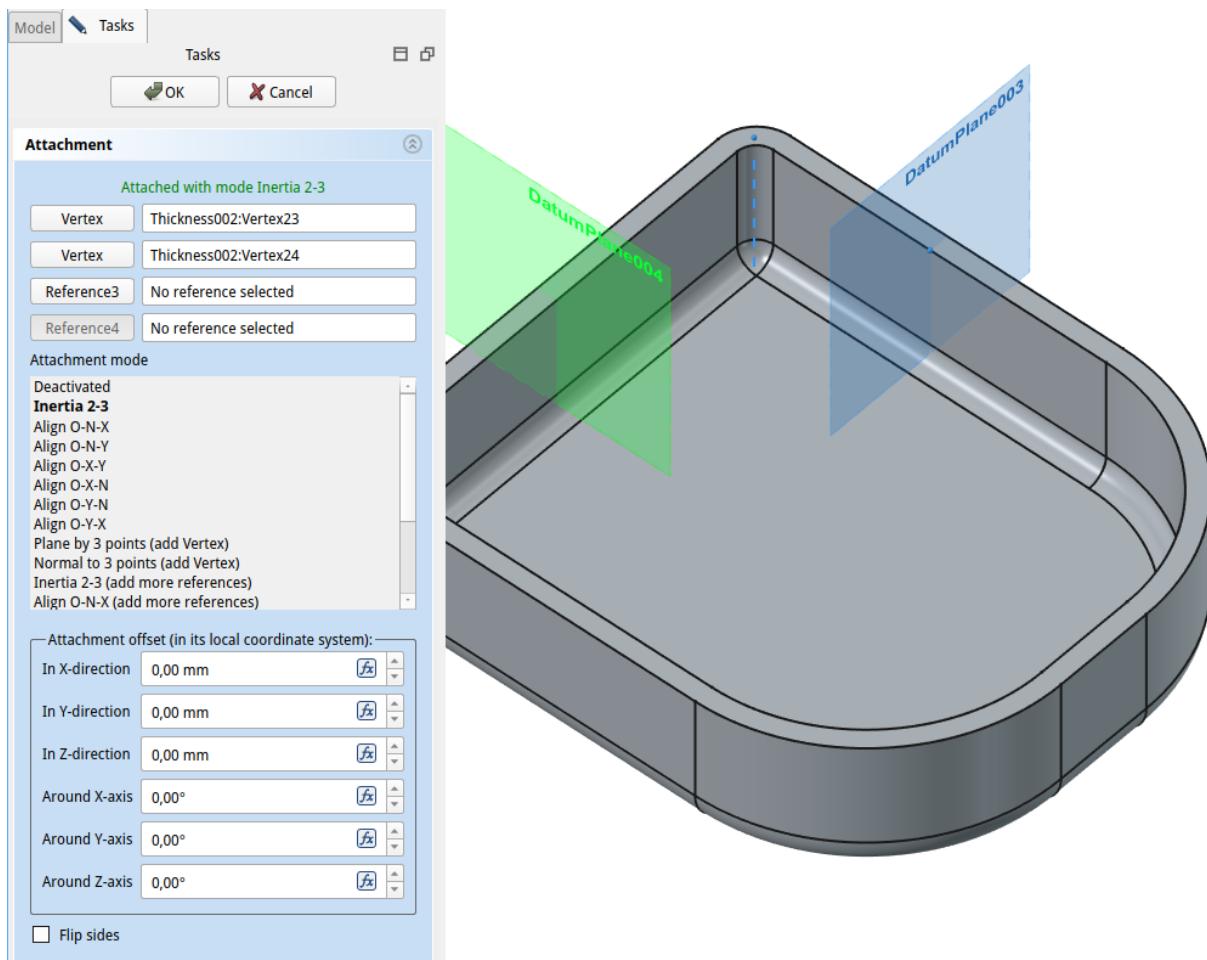
- izberemo geometrijske elemente s katerimi bo določena referenčna geometrija.

2. Definicijske omejitve izbranih elementov izbranih (Attachment mode):

- določimo soodvisnosti izbranih elementov (normala, tangentnost, središče, ...).

3. Dodatni premiki in rotacije (Attachment offset):

- dodatni premik referenčne geometrije v smereh x, y in z.

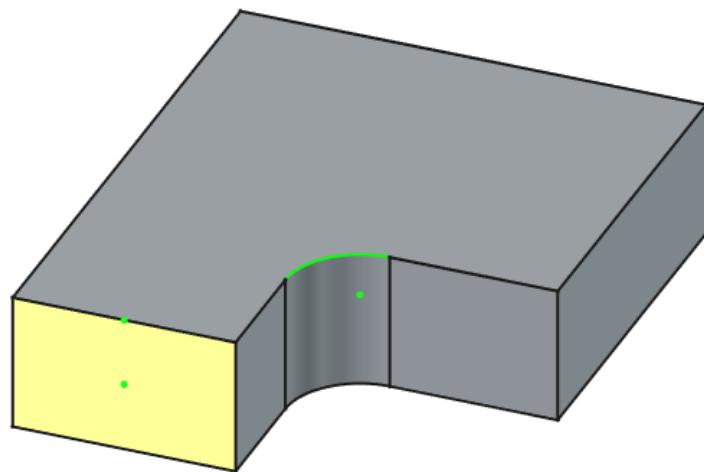


Slika 1.19: Primer določitve referenčnih točk in njihove soodvisnosti za določitev nove referenčne ravnine DatumPlane004.

V teh primerih ne bomo posebej izpostavljeni, da vse te elemente lahko premikamo in rotiramo okoli njihovega koordinatnega izhodišča. Ta funkcionalnost je na voljo tudi skici in se v tem skica ne razlikuje od referenčne ravnine. Posebnost referenčnih elementov je prav v tem, da jih lahko definiramo glede na ostale geometrijske elemente telesa.

1.6.1 Referenčna točka

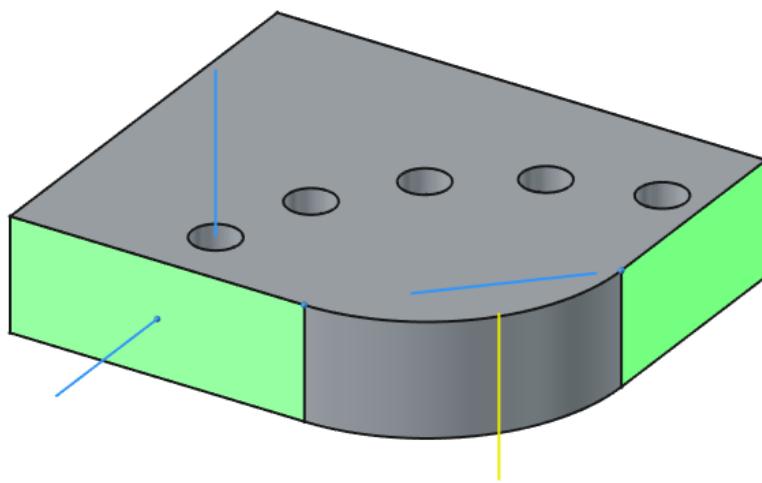
Referenčno točko največkrat uporabimo takrat, ko si želimo pridobiti neko središče. V takih primerih izberemo **Attachment mode = center of mass**. Na sl. 1.20 je prikazan primer, kjer smo referenčne točke določili v središču ploskve, daljice in loka.



Slika 1.20: Primer uporabe referenčne točke za določitev središča ploskve, daljice ali loka.

1.6.2 Referenčna premica

Referenčna premica (Datum Line) ima pomembno vlogo, še posebej pri naprednejšem modeliranju, saj omogoča natančno kontrolo orientacije, simetrije, osi rotacije, zlasti tam, kjer ne moremo uporabiti izhodiščnih koordinatnih osi ali obstoječih robov določenega modela. Pogosto jo kombiniramo z orodji kot so: Revolve, Groove in Polar pattern. Tak primer je prikazan na sl. 1.21, kjer so izvrtine razporejene okoli osi, ki je presečišče označenih ploskev.



Slika 1.21: Primer različno definiranih referenčnih premic.

Uporabne možnosti določitve referenčne daljico so:

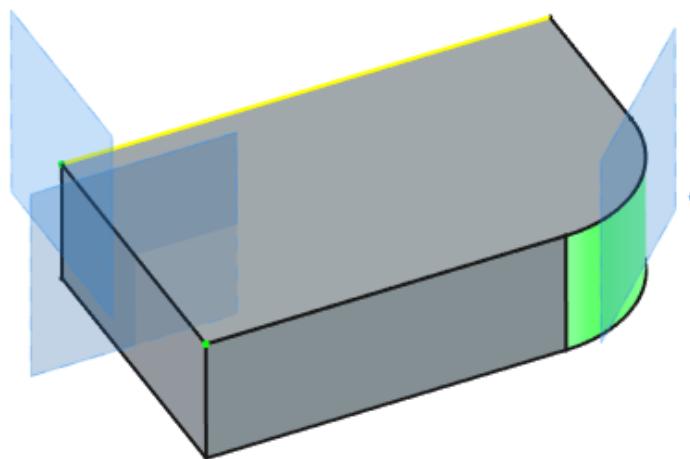
- normala ploskve skozi točko,
- presečišče dveh ploskev,
- premica skozi dve točki,
- os krožnice ali loka,

1.6.3 Referenčna ravnina

Od vseh referenčnih geometrijskih elementov se najbolj pogosto uporablja prav referenčna ravnina. Z njo si največkrat pomagamo pri določitvi mesta za skico. Pogosto naletimo na situacijo, ko skice ne moremo pripeti na nek obstoječ geometrijski element. Poleg te situacije, je tudi pogosta uporaba referenčne ravnine v primerih, ko ne moremo zrcaliti preko koordinatnih ravnin.

Ker ravnino določa več geometrijskih omejitev kot na primer točko ali premico, imamo zato v [Attachment mode](#) polju zelo veliko možnosti. A najpogosteje uporabljamo tiste možnosti, ki jih pri pritrjevanju skice ni možno izbrati:

- ravnina tangentna na izbrano ploskev in normalo proti izbrani točki,
- ravnina z normalo izbrane premice ali roba in izbrano točko,
- ravnina, ki gre skozi "težišče" (središče vztrajnostnih momentov) izbranega elementa (ali več njih) in
- ravnina, ki jo določajo tri točke.

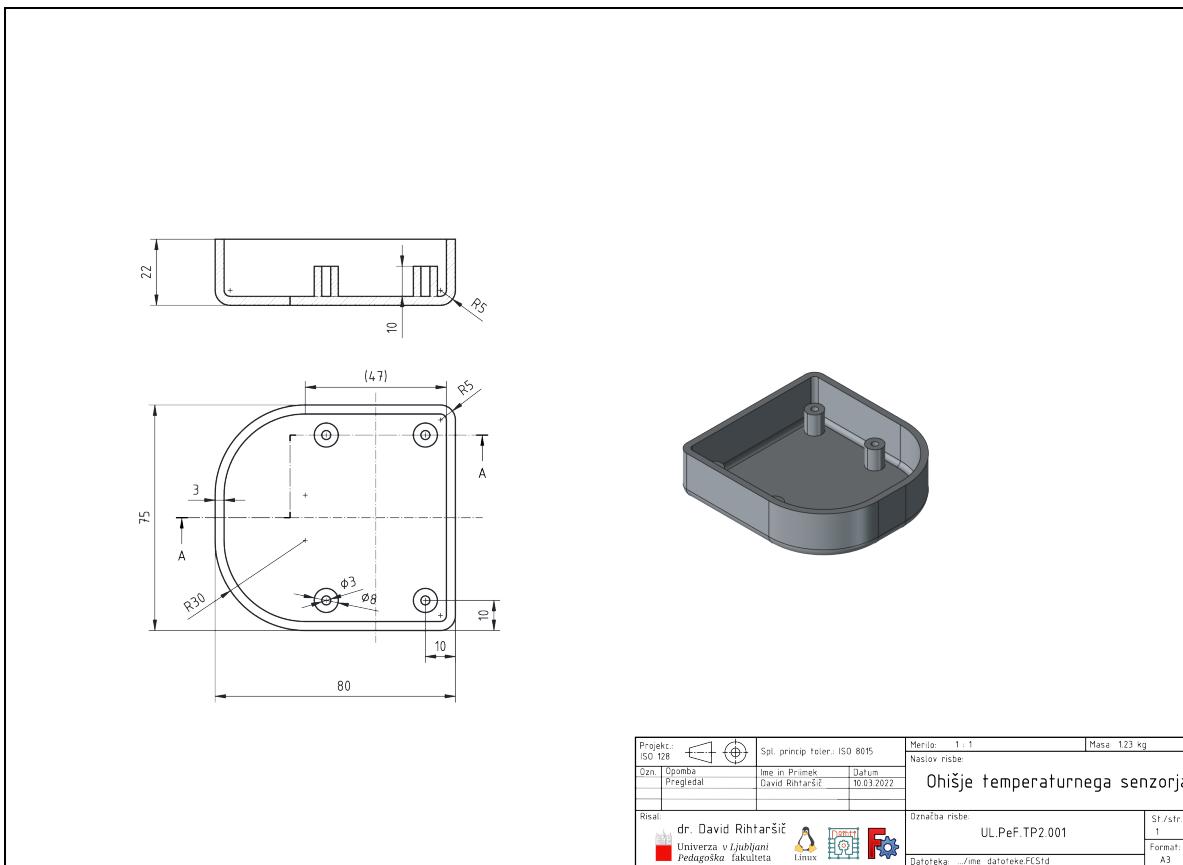


Slika 1.22: Primeri različnih referenčnih ravnin določenih z različnimi geometrijskimi elementi in odvisnostmi.

1.6.3.1 Primer: Zrcaljenje lokalne geometrije telesa

je priličen primer uporabe referenčne ravnine. Na primer če imamo nek izdelek, na katerem se pojavi neka simetrija funkcionalnih elementov le lokalno, takrat si lahko pomagamo z referenčno ravnino.

Naslednja risba **ohišja temperaturnega senzorja** predstavlja tak primer (sl. 1.23). Ohišje vsebuje štiri pritrdilna mesta za tiskano vezje temperaturnega senzorja, ki so simetrično postavljene glede na notranje polje (pravokotnik).

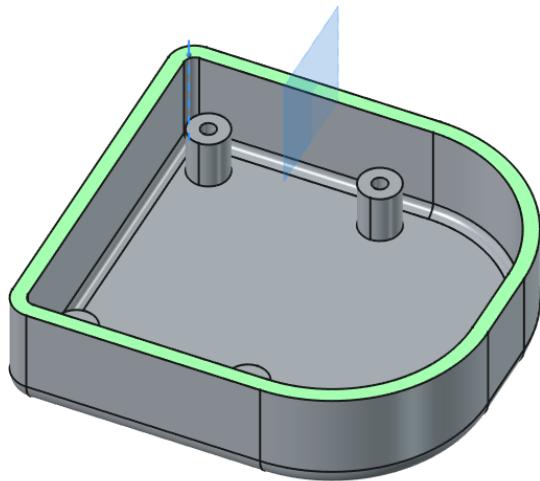


Slika 1.23: Risba ohišja temperaturnega senzorja.

V tem primeru si lahko pomagamo z referenčno ravnilom, ki jo določimo glede na sredino notranje daljice. Ker je notranji rob zaokrožen z radijem 2 mm, moramo najprej:

- narediti referenčno premico, ki jo dobimo s presečiščem notranjih ploskev ohišja.
 - Nato definiramo še referenčno točko, kot presečišče referenčne premice in zgornje ploskve ohišja, ter

- definiramo referenčno ravnino na sredini (Inertia) med končno točko robu in definirano referenčno točko.



Slika 1.24: Primer derinicije premice s presečiščem ploskev, premice s ploskvijo in središčne ravnine.

2 Projekcije

Projekcija je način prikaza tridimenzionalnega objekta na dvodimenzionalni površini, kot je papir ali zaslon. V inženirski praksi je to ključno za natančno komunikacijo oblike, dimenzijs in odnosa med deli. V tem učnem sklopu se bomo spoznali z osnovnimi vrstami projekcij, ki se uporabljajo v tehničnem risanju.

Vsebina sklopa

Ta učni sklop vsebuje naslednje učne enote:

- **2.1 Principi prve in tretje kotne projekcije**

Pregled osnovnih pristopov k projekciji predmetov in razlik med evropskim in ameriškim sistemom.

- **2.2 Pravokotne projekcije (večpogledne risbe)**

Prikaz osnovnih pravil pri ustvarjanju večpoglednih risb (zgornji, čelni, stranski pogled).

- **2.3 Aksonometrične projekcije (izometrična projekcija)**

Teoretična podlaga in uporaba izometrične projekcije za prikaz kompleksnih oblik.

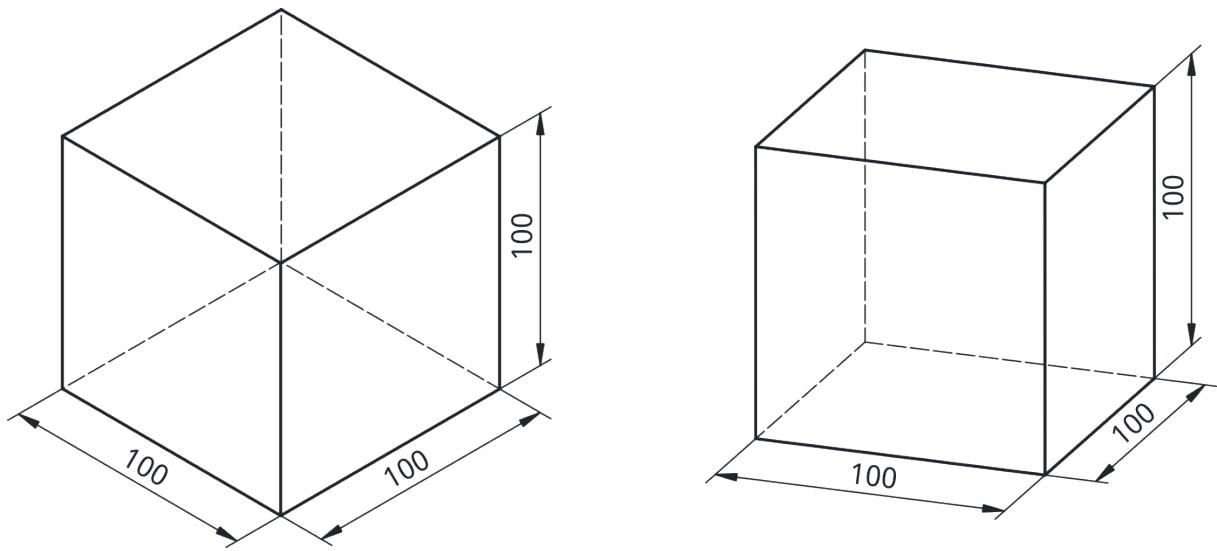
Vsaka enota vsebuje ločen teoretični del s primeri ter praktične vaje z nalogami in izzivi.

2.1 Aksonometrične projekcije

Aksonometrična projekcija je metoda tehnične risbe, ki omogoča prikaz tridimenzionalnih objektov na dvodimenzionalni ravni, pri čemer se ohrani razmerje med dimenzijsami v vseh treh prostornih oseh (x, y in z). Ta projekcija se uporablja v tehnični dokumentaciji in inženiringu bolj redko. Pogosteje je uporabljena za širšo javnost, ki niso večši večpoglednih projekcij. Aksonometrična projekcija omogoča jasen in natančen vpogled v obliko in strukturo objekta. Aksonometrične risbe so še posebej uporabne pri predstavi kompleksnih elementov, saj omogočajo hkrati prikaz prednje, stranske in zgornje perspektive, kar olajša predsavo objekta.

Med najbolj pogosto uporabljenimi oblikami aksonometrične projekcije sta izometrična in dimetrična projekcija. V nadaljevanju bomo podrobnejše raziskali izometrično projekcijo, ki je specifična vrsta aksonometrične risbe, ter njene značilnosti in prednosti pri tehničnem risanju.

Izometrična projekcija je posebna oblika aksonometrične projekcije, kjer so tri glavne osi objekta prikazane pod enakimi koti (120° med seboj) in brez perspektive. Uporablja se za bolj intuitiven prikaz 3D oblik. Od vseh aksonometričnih projekcij se le-ta največkrat uporablja. Pri predmetih, katerih se prednji in zadnji robovi prekrivajo (npr. pri kocki, 4-strana piramida) lahko uporabimo dimetrično projekcijo, kot na sl. 2.1. Čeprav se le-ta praviloma uporablja ko želimo večji poudarek dati eni ploskvi predmeta.



Slika 2.1: Primer kocke v izometrični in dimetrični projekciji.

2.1.1 Izometrična projekcija

- Vse tri osi (X, Y, Z) so enako nagnjene (30° od vodoravnice),
- Razmerja dolžin ostanejo nespremenjena (ni perspektivnega skrajševanja),
- Krog postanejo elipse, kvadri ostanejo pravokotni.

2.1.1.1 Definicija izometrične projekcije

Posebnost izometrične projekcije je v tem, da so vse tri glavne osi - dolžinska, širinska in višinska - merjene v enakem merilu, kar omogoča, da so vse dolžine proporcionalne. Torej rešiti moramo problem kako zarotirati telo kocke tako, da bodo projekcije vseh njenih robov enako dolge. Problem najlaže rešimo z rotacijskimi matrikami, vendar ga na tem mestu ne bomo podrobneje obravnavali. Le tega si lahko pogledate v mnogih literaturah (na primer (Sterk, n.d.)). Povzeli bomo le pot reševanja tega problema:

- Rotacija točke

Listing 2.1: Rotacija tocke v programu FreeCAD s python kodo.

```

1 import numpy as np
2 import Part
3 from FreeCAD import Vector
4
5 kot_deg = 45
6 kot_rad = np.radians(kot_deg)
7
8 Rz = np.array([
9     [np.cos(kot_rad), -np.sin(kot_rad), 0],
10    [np.sin(kot_rad), np.cos(kot_rad), 0],
11    [0, 0, 1]
12])
13
14 print("Rotacijska matrika Rz:")
15 print(Rz)
16
17 v = Vector(10, 0, 0)
18 izvorna_tocka = Part.show(Part.Vertex(v))
19 izvorna_tocka.ViewObject.PointColor = (0.0, 0.0, 1.0)
20 izvorna_tocka.ViewObject.PointSize = 8
21 izvorna_tocka.Label = "IzvornaTočka"
22
23 # pretvorba v numpy objekt
24 p = np.array([v.x, v.y, v.z])
25 # ROTACIJA = množenje matrike in točke
26 p_rot = Rz @ p
27
28 v_rot = Vector(*p_rot)
29 rotirana_tocka = Part.show(Part.Vertex(v_rot))
30 rotirana_tocka.ViewObject.PointColor = (1.0, 0.0, 0.0)
31 rotirana_tocka.ViewObject.PointSize = 8
32 rotirana_tocka.Label = "RotiranaTočka"
33
34 # Črta med točkama – SIVA
35 crta = Part.makeLine(v, v_rot)
36 crta_obj = Part.show(crta)
37 crta_obj.ViewObject.LineColor = (0.5, 0.5, 0.5)
38 crta_obj.Label = "Povezava"
```

- Rotacijska matrika
- Rotacija po z osi za kot α in rotacija po y osi za kot β .
- Rešitev problema za $|a_x| = |a_y| = |a_z|$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & \sqrt{\frac{2}{3}} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Od koder lahko izračunamo oba kota: $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ$ in $\beta = \cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) \approx 35.26^\circ$.

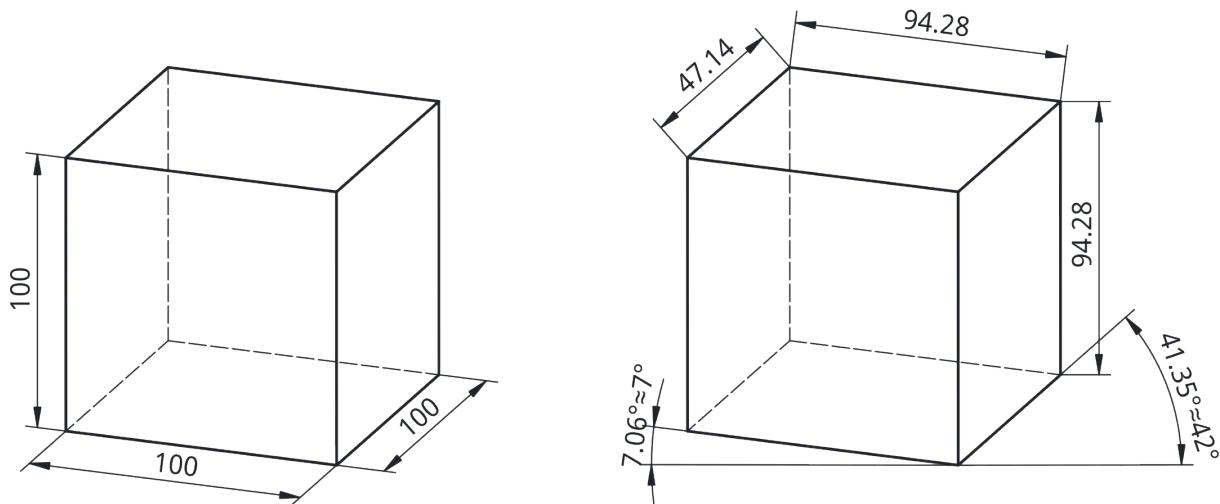
2.1.1.2 Prikaz izometričnih projekcij

- Osnovni sistem osi: X (30° desno), Y (30° levo), Z (navpično),
- Izometrična mreža olajša ročno risanje,
- V CAD programih se uporablja izometrični pogled kamere.

2.1.2 Dimetrična projekcija

Kako nastavimo POV (point-of-view) v FreeCAD-u in kako dodamo tako projekcijo. Če vnos x, y, z POV ne deluje, najprej preizkusi ikono fotoaparata. Uporabimo lahko ikono fotoaparata...

Na primer, rob kocke, ki je v resnici dolg 100 mm (kot je prikazano na sl. 2.2), je v projekciji prikazan kot 94.28 mm. Podobno je projekcija roba v smeri x, ki bi moral meriti 50 mm, prikazana z dolžino 47.14 mm. Kljub tej deformaciji, v dimetrični projekciji pogosto ohranjamо razmerje 1:2:2 med osmi. To omogoča, da ohranjamо enakomeren in proporcionalen vtis prikaza objekta, kljub temu da nekatere meritve kažejo manjše kot so v resnici.



Slika 2.2: Dimetrična projekcija kocke. Na levi stani je kotirana dejanska dolžina robov, na desni pa dejanska dolžina projekcije teh robov.

Z upoštevanjem razmerja 1:2:2 se zagotovi, da so dimenzijske projekcije še vedno pravilne in usklajene, kar omogoča lažje razumevanje objekta v prostoru, hkrati pa omogoča enostavno merjenje in reprodukcijo elementov na tehničnih risbah.

2.1.3 Uporaba

- Hiter vizualni prikaz kompleksne oblike,
- Primeren za predstavitev funkcionalnih sklopov,
- Ni primeren za natančne meritve.

2.1.4 Primeri

- Tehnični priročniki,
- Priročni prikazi naprav,
- Uvodne predstavitev modelov pred izdelavo.

Pravilno: pravilni koti osi, ohranjena razmerja.

Nepравилно: mešanje perspektive, nepravilna orientacija osi.

2.2 Principi prve in tretje kotne projekcije

V tehničnem risanju uporabljamo različne načine za prikazovanje 3D predmetov na 2D ravni. Dva glavna sistema projekcije sta:

2.2.1 Prva kotna projekcija (evropski sistem)

- Objekt se nahaja med opazovalcem in ravnino projekcije,
- Pogledi so razporejeni: desni pogled na levo, zgornji pogled spodaj,
- Označena s simbolom ISO: kvadratni stožec obrnjen proti opazovalcu.

2.2.2 Tretja kotna projekcija (ameriški sistem)

- Ravnina projekcije je med opazovalcem in objektom,
- Pogledi so razporejeni: desni pogled desno, zgornji pogled zgoraj,
- Označena s simbolom ANSI: kvadratni stožec obrnjen stran od opazovalca.

2.2.3 Primerjava sistemov

Table 2.1: Tabela kako so urejeni pogledi glede na način projekcije.

Pogled	Prva kotna projekcija	Tretja kotna projekcija
Desni	levo	desno
Zgornji	spodaj	zgoraj

2.2.4 Uporaba

- V Evropi je standardizirana **prva kotna projekcija** (ISO 5456-2),
- V ZDA in Kanadi se uporablja **tretja kotna projekcija** (ASME Y14.3).

2.2.5 Pomembno

- Vedno označimo uporabljeni sistem s simbolom v kotu risbe,
- Napačna interpretacija lahko vodi do napak pri izdelavi.

Pravilno: uporaba simbola, dosledna razporeditev pogledov.

Nepравилно: mešanje sistemov, pomanjkanje simbola, napačno umeščeni pogledi.

2.3 Pravokotne projekcije (večpogledne risbe)

Večpogledna risba je standardni način prikaza 3D objekta v 2D prostoru. Uporabljamo več pogledov (čelni, zgornji, stranski), ki omogočajo natančno interpretacijo oblike in dimenzijskih karakteristik objekta.

2.3.1 Pogledi

- **Čelni pogled** (frontal view): osnovni pogled, iz katerega se izhaja,
- **Zgornji pogled** (top view): nad čelnim,
- **Desni stranski pogled** (right side view): desno od čelnega,
- Po potrebi dodamo **levi**, **zadnji** ali **spodnji** pogled.

2.3.2 Pravila usklajenosti pogledov

- Pogledi morajo biti poravnani,
- Velikosti objektov morajo biti enake v vseh pogledih,
- Debele črte za vidne robove, tanke črtkane za skrite linije.

2.3.3 Pomožne oznake

- Sredinske črte (centerlines), osi,
- Označene točke, kote,
- Simbol projekcije in naslovna plošča.

2.3.4 Namen

- Enolična interpretacija oblike,
- Osnova za izdelavo in nadzor,
- Združevanje s kotiranjem in prerezom.

Pravilno: poravnani pogledi, dosledna uporaba črt.

Nepравилно: pogledi napačno postavljeni, manjkajoče linije ali oznake.

3 Standardi tehniške dokumentacije

Tehniška dokumentacija je osnova za razumevanje, izdelavo in nadzor tehničnih izdelkov. Natančna in standardizirana dokumentacija zagotavlja jasno komunikacijo med vsemi udeleženci v procesu načrtovanja in proizvodnje. V tem učnem sklopu bomo spoznali temeljne elemente, ki jih predpisujejo mednarodni in nacionalni standardi. Standarde tehniške dokumentacije smo pobzeli po knjigi Tehniška Dokumentacija (Prebil et al. 2011).

Vsebina sklopa

Ta učni sklop vsebuje naslednje učne enote:

- **3.1 Vrste črt, pisava in oznake**

Pomen črt različnih debelin, vrstic in simbolov ter uporaba tehniške pisave.

- **3.2 Kote in kotiranje v tehnični dokumentaciji**

Pravilno označevanje dimenzijskih postavljajočih kotov.

- **3.3 Prerezni in prikazi prerezov**

Prikaz notranjih značilnosti predmetov s pomočjo prerezov.

- **3.4 Toleriranje mer in oblik**

Označevanje dovoljenih odstopanj pri dimenzijskih in oblikah.

- **3.5 Označevanje hrapavosti površin in materialov**

Simboli za površinsko obdelavo in standardni postopki.

- **3.6 Kosovnice in sestavnini načrti**

Priprava seznama delov in povezava med modeli in dokumentacijo.

- **3.7 Standardi tehniške dokumentacije**

Pregled najpomembnejših standardov (ISO, SIST, DIN) in njihova uporaba.

Vsaka enota vsebuje ločen teoretični del s primeri ter praktične vaje z nalogami in izzivi.

3.1 Vrste črt, pisava in oznaake

Za razumevanje tehničnih risb je ključno poznavanje različnih vrst črt, ki se uporabljajo za prikazovanje robov, skritih elementov, osi in drugih značilnosti. Poleg črt je pomembna tudi enotna tehniška pisava ter ustrezno označevanje elementov.

3.1.1 Vrste črt (po SIST ISO 128)

- **Debelo polna črta** – vidni robovi in obrisi,
- **Tanka polna črta** – pomožne črte, kotirne črte, oznaake,
- **Črtkana črta** – skriti robovi in robovi v notranjosti,
- **Črtno-pikčasta črta** – središčnice, osi simetrije,
- **Dvojno črtno-pikčasta črta** – ravnine prereza.

3.1.2 Tehniška pisava

- Pisava mora biti enostavna, čitljiva, standardizirana (običajno brez ležečih in pisanih črk),
- Višina znakov: 2.5 mm, 3.5 mm, 5 mm (glede na velikost risbe),
- Debelina črt pisave mora biti usklajena z vrsto črte,
- Pisava se uporablja pri oznakah, kotiranju, nazivnih blokih.

3.1.3 Simboli in oznaake

- **Oznaka prereza:** črka s črto prereza,
- **Oznaka površine:** simbol hrapavosti,
- **Materiali:** oznaake materialov v prerezu (npr. jeklo, plastika).

3.1.4 Vizualni primeri (dodani v PDF/učilnici)

- Risba z vsemi vrstami črt na istem predmetu,
- Primer primerne in neprimerne pisave,
- Legenda z oznakami in simboli.

Pravilno: dosledna uporaba črt glede na namen, čista in enotna pisava.

Nepравилно: uporaba napačne debeline črt, mešanje črtkane in središčne črte, neberljiva pisava.

3.2 Kote in kotiranje v tehnični dokumentaciji

Kotiranje je način, kako se na tehnični risbi prikažejo mere, ki določajo velikost in položaj značilnosti objekta. Natančno kotiranje je ključno za razumevanje izdelave.

3.2.1 Vrste kot

- **Linearno kotiranje** – dolžine med dvema točkama (vodoravno, navpično, diagonalno),
- **Kotno kotiranje** – meri kot med dvema črtama,
- **Radialno kotiranje** – označevanje radijov (R),
- **Premerno kotiranje** – označevanje premerov (ϕ),
- **Koordinatno kotiranje** – za določanje položajev iz izhodišč.

3.2.2 Pravila kotiranja

- Vse mere v mm, brez enote (razen če ni drugače določeno),
- Mere ne smejo biti podvojene,
- Ne kotiramo dimenzijs, ki jih je mogoče izračunati,
- Dimenzijs se postavljajo izven objekta,
- Kotirne črte so tanke, z oznakami puščic.

3.2.3 Značilni elementi

- Kotirna črta (s puščicama),
- Pomožne črte (od objekta do kotirne črte),
- Številčna vrednost dimenzijs nad kotirno črto.

Pravilno: uporaba pravih vrst kotiranja, doslednost postavitve.

Nepравилно: dvojno kotiranje, kotiranje na samem predmetu, manjkajoče pomožne črte.

3.3 Prerezi in prikazi prerezov

Prerezi omogočajo prikaz notranjih značilnosti objekta, ki jih z zunanjimi pogledi ni mogoče jasno predstaviti. Uporabljajo se tam, kjer je potrebno pokazati votline, luknje, reže in drugo notranjo strukturo.

3.3.1 Vrste prerezov

- **Polni prerez** – objekt prerežemo povsem,
- **Delni prerez** – prikažemo le del prereza (z lomljeno črto),
- **Stopničasti prerez** – prerez poteka v več ravninah,
- **Osni prerez** – simetrični objekti (npr. gredi) z osjo prereza.

Glej FreeCAD dokumentacijo (2022).

3.3.2 Označevanje prerezov

- **Črta prereza:** črtno-pikčasta z debelimi zaključki in puščicami,
- **Oznaka prereza:** črka (A–A, B–B), označena ob puščicah,
- **Šrafura:** prikaz prerezanega materiala z enakomernimi poševnimi črtami.

3.3.3 Pravila

- Šrafura pod kotom 45° (če ni drugače določeno),
- Razmik med črtami je enoten,
- Različni materiali = različne šrafure ali oznake,
- Ne šrafiramo vijakov, osi, standardnih elementov.

Pravilno: pravilno označen rez, enotna šrafura, čista postavitev.

Nepравилно: manjkajoče oznake, prekomerna šrafura, nejasna smer prereza.

3.4 Tolerance mer in oblik

Toleriranje omogoča, da določimo dopustna odstopanja od nominalnih mer, kar je bistveno za pravilno delovanje in sestavljanje delov.

3.4.1 Vrste toleranc

- **Dimenzijske tolerance** – dovoljeno odstopanje pri dolžini, višini, premeru:
 - Simetrične (± 0.1 mm),
 - Enostranske (+0.2 / -0.0 mm).
- **Geometrijske tolerance** – odstopanja oblike in lege:

- Ravnost, vzporednost, pravokotnost,
- Koncentričnost, valjavitost, kotnost.

3.4.2 Zapisi toleranc

- Dimenzija z oznako tolerance: $50 \pm 0.1 \text{ mm}$
- Geometrijske tolerance s simbolom v kvadratnem okvirju:
 - simbol in vrednost (npr. 0.05)

3.4.3 Uporaba

- Pri sestavljanju gibljivih delov (ležaji, osi, puše),
- Kjer je pomembna natančnost prileganja,
- Pri zahtevah za stabilnost in kakovost.

Pravilno: uporaba ustrezne tolerance glede na funkcijo dela.

Nepравилно: manjkajoče tolerance, neskladje med zahtevo in izvedbo, napačna oznaka.

3.5 Označevanje hrapavosti površin in materialov

Površinska hrapavost pomembno vpliva na delovanje mehanskih komponent, zlasti tam, kjer prihaja do stika med deli. Pravilno označevanje hrapavosti je bistven del tehniške dokumentacije.

3.5.1 Simboli za hrapavost (po ISO 1302)

- Osnovni simbol: ∇ (brez dodatnih oznak),
- S specifikacijo: $\nabla Ra 3.2$ (površinska hrapavost v μm),
- Prepoved obdelave: \frown (simbol s črtico),
- Dovoljena katerakoli obdelava: ∇ (brez dodatnih oznak).

3.5.2 Kjer se uporablja

- Površine za tesnjenje,
- Ležajne površine,
- Estetske površine ali tiste, ki zahtevajo določeno drsnost.

3.5.3 Označevanje materialov

- V prerezih: tekstualno (npr. "jeklo", "aluminij"),
- S šrafurami ali simboli za materiale,
- V legendi risbe ali neposredno ob elementu.

3.5.4 Pravila

- Simbol hrapavosti je vedno obdan s pomožno črto,
- Zapis Ra vrednosti je v mikrometrih (μm),
- Material je jasno označen ob prerezih.

Pravilno: simboli z ustrezno Ra vrednostjo, ustrezna postavitev.

Nepравилно: manjkajoči simboli, napačna interpretacija vrednosti, nejasne oznake.

3.6 Kosovnice in sestavni načrti

Kosovnica (ang. Bill of Materials – BOM) je seznam vseh komponent, ki sestavljajo končni izdelek. Sestavni načrt pa prikazuje, kako so ti deli medsebojno povezani.

3.6.1 Kosovnica

- Seznam vseh delov:
 - Ime dela,
 - Količina,
 - Material,
 - Številka pozicije.
- Lahko vključuje tudi:
 - Standard (če gre za standardni element),
 - Dimenzijske,
 - Dobavitelja.

3.6.2 Sestavni načrt

- Tehniška risba celotnega izdelka,

- Označbe posameznih komponent s številkami (pozicije),
- Povezava z vrstico v kosovnici.

3.6.3 Pravila

- Pozicijske številke morajo biti enolične,
- Vse komponente v risbi morajo biti vključene v kosovnico,
- Sestavni načrt mora biti pregleden in enostavno berljiv.

Pravilno: ujemanje pozicij med risbo in tabelo, jasne oznake.

Nepравилно: manjkajoči deli v kosovnici, podvojene številke, slaba berljivost.

3.7 Standardi tehniške dokumentacije

Uporaba standardov zagotavlja enotno razumevanje tehničnih risb, ne glede na to, kdo jih bere ali izdela. Standardi določajo vse – od vrst črt, simbolov, merit do načina postavitve risbe.

3.7.1 Ključni standardi

- **ISO (Mednarodna organizacija za standardizacijo)**
 - ISO 128: pravila tehničnega risanja,
 - ISO 7200: podatkovna polja risb,
 - ISO 1302: hrapavost.
- **SIST (Slovenski inštitut za standardizacijo)**
 - Slovenski prevodi ISO standardov,
 - Lokalno veljavne oznake in posebnosti.
- **DIN (Nemški standardi)**
 - Včasih bolj podrobni, specifični za orodjarstvo.

3.7.2 Kako uporabljamo standarde

- Pri risanju ročno in digitalno (FreeCAD, AutoCAD ...),
- Pri branju dokumentacije drugih izdelovalcev,
- Pri izdelavi projektov, kjer sodelujejo različni partnerji.

3.7.3 Kje jih najdemo

- Spletna stran SIST,
- ISO portal,
- Učbeniki in priročniki za tehnično risanje.

Pravilno: sklicevanje na veljavne standarde, uporaba najnovejših različic.

Nepравилно: ignoriranje standardov, uporaba zastarelih praks, mešanje sistemov.

4 Ročno tehniško risanje

Čeprav danes večinoma uporabljamо računalniško podprto konstruiranje (CAD), ima ročno tehniško risanje še vedno pomembno vlogo pri učenju osnov tehničnega komuniciranja, geometrije in prostorske predstave.

Ročno risanje razvija občutek za razmerja, natančnost in razumevanje projekcij. Pomembno je tudi za hitro skiciranje idej in za dokumentacijo v pogojih, kjer računalnik ni na voljo.

Vsebina sklopa

Ta učni sklop vsebuje naslednje učne enote:

- **4.1 Vloga ročnega risanja** Zgodovinski pregled in pomen risanja za razvoj prostorske predstave.
- **4.2 Trdota svinčnika, pripomočki in priprava** Pravilna izbira orodij za tehnično risanje in priprava risalne mape.
- **4.3 Risanje osnovnih geometrijskih elementov** Vadba risanja pravokotnic, krogov in vzporednic z uporabo pripomočkov.
- **4.4 Osnove opisne geometrije** Risanje preslikav in razumevanje projekcij točk in likov v prostoru.

Vsaka enota vsebuje ločen teoretični del s primeri ter praktične vaje z nalogami in izzivi.

4.1 Vloga ročnega risanja

Ročno tehniško risanje ima dolgo zgodovino in je bilo pred uvedbo CAD orodij edini način za tehnično komuniciranje med inženirji, tehnologji in izdelovalci. Danes ostaja pomembno kot temeljno orodje za razvijanje prostorske predstave, natančnosti in razumevanja projekcij.

4.1.1 Zgodovinski kontekst

- Prve tehniške risbe so nastale že v antičnem Rimu (Vitruvijeve risbe),
- V času renesanse so umetniki kot Leonardo da Vinci uporabljali natančne skice za tehnične zamisli,
- Do 20. stoletja je bilo ročno risanje osrednje orodje v tehničnih poklicih.

4.1.2 Današnja vloga

- Uporablja se pri hitrem konceptnem načrtovanju,
- Ključno v izobraževanju za razvoj razumevanja geometrije,
- Omogoča komunikacijo brez računalniških orodij.

4.1.3 Prednosti

- Razvija fino motoriko in občutek za razmerja,
- Omogoča bolj intuitivno risanje,
- Krepi temeljno razumevanje projektivnega prikaza.

Pravilno: uporaba osnovnih geometrijskih oblik, ohranjanje čistosti linij, jasno ločevanje med vrstami črt.

Nepравилно: neporavnane projekcije, prekrivanje črt, risanje brez uporabe pripomočkov.

4.2 Trdota svinčnika, pripomočki in priprava

Uspešna ročna tehniška risba je odvisna od ustreznih orodij, natančnosti in doslednosti. Pravilna izbira svinčnika in pripomočkov vpliva na berljivost in kakovost risbe.

4.2.1 Trdota svinčnikov

- Oznake:
 - H – trdi svinčniki (tanke, svetle linije),
 - B – mehki svinčniki (temne, debelejše linije),
 - HB – srednji, univerzalni svinčnik,
- Uporaba:
 - 2H ali H za pomožne črte,
 - HB ali B za konture, vidne robeve.

4.2.2 Risalni pripomočki

- Ravnila (30 cm, 50 cm),
- Kotomeri (30° – 60° , 45°),

- Krogla, šablone,
- Tehniški svinčniki (0.5 mm, 0.7 mm),
- Risalne mape in papir (A4, A3),
- Brisalci, radirke s šablono.

4.2.3 Priprava risalne mape

- Oznaka imena, datuma, šole,
- Naslovna plošča na desnem spodnjem delu,
- Označene meje risalnega lista,
- Čistost in preglednost.

Pravilno: ustrezna izbira svinčnika glede na funkcijo črte, čiste linije, brez odvečnih oznak.

Nepравилно: enaka črta za vse elemente, nepravilno označen list, manjkajoča orodja.

4.3 Risanje osnovnih geometrijskih elementov

Temelj vsake tehniške risbe so osnovne geometrijske oblike. Njihovo pravilno risanje omogoča natančne konstrukcije in razumevanje tehničnih predmetov.

4.3.1 Ključni elementi

- **Ravnina** – podlaga za vse ostalo,
- **Točka** – začetek črte, središče kroga,
- **Črta** – ravna povezava dveh točk,
- **Pravokotnica** – črta pod pravim kotom,
- **Vzporednica** – črta, ki je enako oddaljena,
- **Krog** – točke enako oddaljene od središča.

4.3.2 Tehniške risarske tehnike

- Uporaba kotomera za pravokotnice in vzporednice,
- Risanje krogov s šestilom,
- Natančno merjenje z ravnilom,
- Označevanje presečišč in sredin.

4.3.3 Uporaba v tehnični risbi

- Konstrukcija osnovnih teles (kvadri, valji),
- Priprava osnov za prostorske prikaze,
- Pomožne črte za pozicioniranje.

Pravilno: čiste in tanke pomožne črte, natančne mere, jasna presečišča.

Nepравилно: debela skica, neporavnane črte, ročno risani krogi brez šestila.

4.4 Osnove opisne geometrije

Opisna geometrija omogoča natančen prikaz prostorskih objektov na ravnini z uporabo projekcij. Gre za temeljno disciplino pri tehničnem risanju in inženirskem načrtovanju.

4.4.1 Ključni pojmi

- **Točka** – osnovni element, ki ga projiciramo na ravnine,
- **Ravnina** – vodilna površina, na katero projiciramo (čelna, vodoravna, stranska),
- **Projekcija** – preslikava objekta na izbrano ravnino,
- **Sled ravnine** – linija presečišča ravnine s projekcijsko ravnino.

4.4.2 Vrste projekcij

- Pravokotna projekcija (ortogonalna),
- Aksonometrična (izometrična, dimetrična),
- Kotna projekcija.

4.4.3 Postopki risanja

- Najprej določimo ravnine (XY, YZ, XZ),
- Nato določimo točke v prostoru in njihove preslikave,
- Uporabimo čiste pomožne črte in oznake.

4.4.4 Uporaba

- Razumevanje 3D oblike prek 2D prikazov,

- Osnova za razumevanje večpoglednih risb,
- Uporabno pri konstruiranju kompleksnih teles.

Pravilno: pravilna zaporednost projekcij, poravnane točke med pogledi.

Nepравилно: mešanje ravnin, neoznačene preslikave, nepravilne sledi.

5 PRILOGA

5.1 Izračuni pravokotne projekcije

Za projekcijo vektorja v prostoru lahko uporabimo matrike, kar je posebej uporabno pri računalniški grafiki, linearni algebri in fiziki. Tukaj je razlaga postopka s poudarkom na reševanju z matrikami.

Na primer, da imamo poljuben vektor e :

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix}.$$

in želimo izračunati pravokotno projekcijo tega vektorja na eno od osnovnih ravnin, na primer v ravni XY . Ta ravnina ima normalni vektor n :

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Splošna formula za izračun pravokotne projekcije na ravino, ki gre skozi izhodišče kordinatnega sistema in ima normalo z enotskim vektrom \mathbf{n} je:

$$P = I - \mathbf{n}\mathbf{n}^T,$$

kjer matriko P poimenujemo **projektor** (to je matrika za pravokotno projekcijo na normalo).

Ker je $\mathbf{n} = [0, 0, 1]^T$, dobimo

$$P = I - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Tako je pravokotna projekcija vektorja \mathbf{e} :

$$\mathbf{e}' = P\mathbf{e} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Take izračune bomo potrebovali v nadaljevanju, ko bomo želeli poljubne vektorje pravokotno projicirati na osnovne ravnine in določiti njihovo dolžino.

5.1.1 Izračun rotacije

V tridimenzionalnem prostoru lahko vektorje rotiramo okoli koordinatnih osi s pomočjo **rotacijskih matrik**. Vsaka rotacija v 3D prostoru se lahko predstavi z množico osnovnih rotacij okoli osi **X**, **Y** ali **Z**. Tak pristop se pogosto uporablja v:

- računalniški grafiki,
- robotiki,
- fiziki gibanja in simulacijah,
- analizi prostorskih podatkov.

Z uporabo matrik lahko **enostavno kombiniramo več rotacij** – npr. najprej okoli Z, nato okoli Y – z zaporednim množenjem matrik. S tem dobimo **kompozitno rotacijsko matriko**, ki deluje kot ena sama transformacija.

Imamo vektor:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}$$

Vektor želimo najprej:

1. **zarotirati okoli osi Z za kot α ,**

2. nato še okoli osi **Y** za kot β .

Rotacijo vektorja okoli osi Z za kot α lahko izračuna tako, da rotacijsko matriko pomnožimo z vektorjem:

$$\mathbf{R}_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vmesni rezultat po tej rotaciji:

$$\mathbf{e}' = \mathbf{R}_Z(\alpha) \cdot \mathbf{e}$$

Rotacijo vektorja okoli osi Y (kot β) pa tako, da podobno rotacijsko matriko pomnožimo z zgornjim rezulatom:

$$\mathbf{R}_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$$

Končni rezultat po drugi rotaciji:

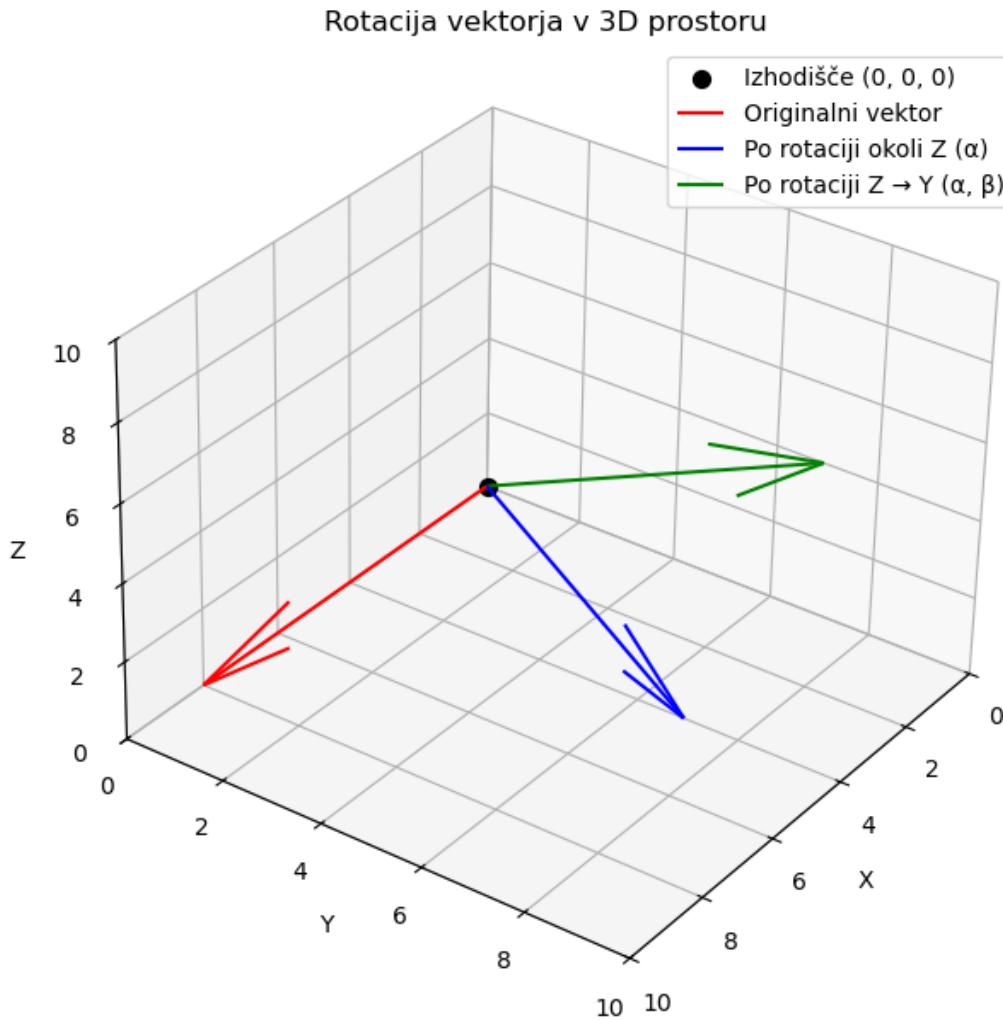
$$\mathbf{e}'' = \mathbf{R}_Y(\beta) \cdot \mathbf{e}' = \mathbf{R}_Y(\beta) \cdot \mathbf{R}_Z(\alpha) \cdot \mathbf{e}$$

5.1.2 Primer

Za izračun bomo vzeli poseben primer, kjer bomo vektor e zarotirali tako, da bo vektor zopet končal na eni od glavnih ravnin prostora. Tako ga bomo lahko bolj nazorno prikazali na sl. 5.1.

Naj bo:

- **vektor $\mathbf{e} = [8, 0, 0]^T$**
- **rotacija okoli Z za $\alpha = 60^\circ$**
- **nato rotacija okoli Y za $\beta = -90^\circ$**



Slika 5.1: Rezultat rotacije vektorja.

1. Rotacijska matrika okoli Z

$$\mathbf{R}_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.8660 & 0 \\ 0.8660 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Rotacijska matrika okoli Y

$$\mathbf{R}_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Vmesni rezultat: $\mathbf{e}' = \mathbf{R}_Z(\alpha) \cdot \mathbf{e}$

$$\mathbf{e}' = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.8660 & 0 \\ 0.8660 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.0 \\ 6.9282 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4. Končni rezultat: $\mathbf{e}'' = \mathbf{R}_Y(\beta) \cdot \mathbf{e}'$

$$\mathbf{e}'' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4.0 \\ 6.9282 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6.9282 \\ 4.0 \end{bmatrix}$$

5. Rezultat

Po rotaciji vektorja $[8, 0, 0]^T$ za 60° okoli Z in nato še za -90° okoli Y dobimo nov vektor:

$$\mathbf{e}_{\text{rotated}} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 6.93 \\ 4.00 \end{bmatrix}$$

Rezultat je tudi grafično prikazan na sl. 5.1.

5.2 Izračun kotov rotacije izometrične projekcije

Izometrična projekcija je vrsta **pravokotne projekcije**, kjer so osnovni trije enotski vektorji tega prostora:

- $\mathbf{i} = [1, 0, 0]^T$,
- $\mathbf{j} = [0, 1, 0]^T$,
- $\mathbf{k} = [0, 0, 1]^T$,

najprej zarotirani in na to projicirani v **ravnino XZ** tako, da so njihove projekcije **enako dolgu**. Od tod izvira tudi izraz, saj uporabljamo isto **metriko** za vse tri osi. To je poseben primer **aksonometrične projekcije** in jo poimenujemo **pravokotna aksonometrična projekcija**.

5.2.1 Rotacija vektorjev in projekcija

Najprej zarotiramo osnovne vektorje tako, da bo pogled na vektorje iz ustreznegata. Uporabimo **dve rotaciji**:

1. **rotacijo okoli osi Z** za kot α in
2. **rotacijo okoli osi X** za kot β .

Po rotaciji nato **projiciramo vektorje v ravnino XZ**.

Rotacija okoli osi Z za kot α :

$$\mathbf{R}_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotacija okoli osi X za kot β :

$$\mathbf{R}_X(\beta) = \begin{bmatrix} 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}$$

Tako lahko združimo obe rotaciji v:

$$\mathbf{R}_{XZ} = \mathbf{R}_X(\beta) \cdot \mathbf{R}_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \cos \beta \cdot \sin \alpha & \cos \beta \cdot \cos \alpha & -\sin \beta \\ \sin \beta \cdot \sin \alpha & \sin \beta \cdot \cos \alpha & \cos \beta \end{bmatrix}$$

Nato izvedemo še projekcijo na ravnino XZ. To storimo z množenjem s projekcijsko matriko:

$$\mathbf{P}_{XZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Torej skupna transformacija je:

$$\mathbf{T} = \mathbf{P}_{XZ} \cdot \mathbf{R}_{XZ}$$

in dobimo končno transformacijsko matriko:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sin \beta \cdot \sin \alpha & \sin \beta \cdot \cos \alpha & \cos \beta \end{bmatrix}$$

Pogoj za izometrično projekcijo je, da so projekcije prvotnih osnovnih enotskih vektorjev enako dolge. Zato najprej izračunamo projekcije enotskih vektorjev:

- $\mathbf{i}' = \mathbf{T} \cdot \mathbf{i} \rightarrow$ prva stolpčna vektorja matrike \mathbf{T}
- $\mathbf{j}' = \mathbf{T} \cdot \mathbf{j} \rightarrow$ drugi stolpec
- $\mathbf{k}' = \mathbf{T} \cdot \mathbf{k} \rightarrow$ tretji stolpec

Te vektorje označimo kot:

$$\mathbf{i}' = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \beta \cdot \sin \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{j}' = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \\ 0 \\ \sin \beta \cdot \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos \beta \end{bmatrix}$$

Njihove dolžine morajo biti enako dolge:

$$\|\mathbf{i}'\| = \|\mathbf{j}'\| = \|\mathbf{k}'\|$$

Izračun dolžin:

- $\|\mathbf{i}'\|^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta$
- $\|\mathbf{j}'\|^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta$
- $\|\mathbf{k}'\|^2 = \cos^2 \beta$

Rešimo sistem enačb:

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta = \cos^2 \beta$$

in

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta = \cos^2 \beta$$

sledi:

$$\cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

in

$$\cos^2 \beta = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sin^2 \beta = \frac{1}{2} (1 + \sin^2 \beta) \Rightarrow \cos^2 \beta = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0.816 \Rightarrow \beta \approx \arccos(\sqrt{2/3}) \approx 35.26^\circ$$

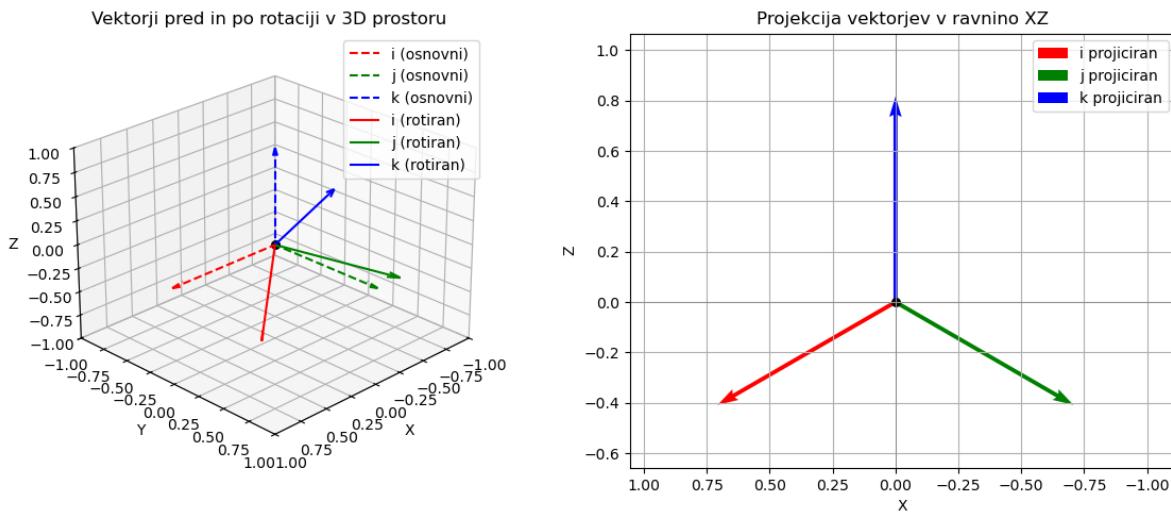
Ker gre za reševanje periodičnih funkcij je rešitev več. Za naš primer bomo izbrali rešitev izometrične projekcije če uporabimo:

- **rotacijo okoli Z:** $\alpha = 45^\circ$,
- **rotacijo okoli X:** $\beta \approx -35.26^\circ$ (rotacija prostora "naprej" - stran od projekcijske ravnine) in
- **projekcijo:** na ravnino **XZ**.

Končna transformacijska matrika **T**:

$$\mathbf{T} \approx \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sin 35.26^\circ \cdot \sin 45^\circ & \sin 35.26^\circ \cdot \cos 45^\circ & \cos 35.26^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & \sqrt{\frac{2}{3}} \end{bmatrix}$$

S tem smo dobili rezultat, ki je prikazan na sl. 5.2.



Slika 5.2: Rotacija prostora tako, da dobimo izometrično projekcijo.

Če želite nekoliko eksperimentirati z rotacijami in projekcijami lahko preskusite :

Listing 5.1: izracun izometricne projekcije.

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
4
5 # --- 1. Definicija kotov ---
6 alpha_deg = 45
7 beta_deg = -35.264 # približno arccos(sqrt(2/3))
8 alpha = np.radians(alpha_deg)
9 beta = np.radians(beta_deg)
10
11 # --- 2. Rotacijski matriki ---
12 Rz = np.array([
13     [np.cos(alpha), -np.sin(alpha), 0],
14     [np.sin(alpha), np.cos(alpha), 0],
15     [0, 0, 1]
16 ])
17
18 Rx = np.array([
19     [1, 0, 0],
20     [0, np.cos(beta), -np.sin(beta)],
21     [0, np.sin(beta), np.cos(beta)]
22 ])

```

```

1   # --- 3. Projekcijska matrika (XZ projekcija) ---
2   P_XZ = np.array([
3       [1, 0, 0],
4       [0, 0, 0],
5       [0, 0, 1]
6   ])
7
8   # --- 4. Skupna transformacija ---
9   T = P_XZ @ Rx @ Rz
10
11  # --- 5. Osnovni vektorji ---
12  i = np.array([1, 0, 0])
13  j = np.array([0, 1, 0])
14  k = np.array([0, 0, 1])
15
16  # --- 6. Rotirani vektorji ---
17  i_rot = Rx @ Rz @ i
18  j_rot = Rx @ Rz @ j
19  k_rot = Rx @ Rz @ k
20
21  # --- 7. Projekcije rotiranih vektorjev ---
22  i_proj = T @ i
23  j_proj = T @ j
24  k_proj = T @ k
25
26  # --- 8. Prikaz ---
27  fig = plt.figure(figsize=(12,6))
28
29  # Levi graf: 3D pogled pred in po rotaciji
30  ax3d = fig.add_subplot(1, 2, 1, projection='3d')
31  ax3d.set_title("Vektorji pred in po rotaciji v 3D prostoru")
32
33  # Črtkani - osnovni
34  ax3d.quiver(0, 0, 0, *i, color='r', linestyle='dashed', label='i (osnovni)', arrow_length_ratio=0.1)
35  ax3d.quiver(0, 0, 0, *j, color='g', linestyle='dashed', label='j (osnovni)', arrow_length_ratio=0.1)
36  ax3d.quiver(0, 0, 0, *k, color='b', linestyle='dashed', label='k (osnovni)', arrow_length_ratio=0.1)

```

```

1   # Polne - rotirani
2   ax3d.quiver(0, 0, 0, *i_rot, color='r', label='i (rotiran)',
3     arrow_length_ratio=0.1)
4   ax3d.quiver(0, 0, 0, *j_rot, color='g', label='j (rotiran)',
5     arrow_length_ratio=0.1)
6   ax3d.quiver(0, 0, 0, *k_rot, color='b', label='k (rotiran)',
7     arrow_length_ratio=0.1)
8
9
10
11
12
13
14
15
16 # Desni graf: projekcija v XZ ravnino
17 ax2d = fig.add_subplot(1, 2, 2)
18 ax2d.set_title("Projekcija vektorjev v ravnino XZ")
19
20 # Projekcije
21 ax2d.quiver(0, 0, i_proj[0], i_proj[2], angles='xy', scale_units='xy',
22   scale=1, color='r', label='i projiciran')
23 ax2d.quiver(0, 0, j_proj[0], j_proj[2], angles='xy', scale_units='xy',
24   scale=1, color='g', label='j projiciran')
25 ax2d.quiver(0, 0, k_proj[0], k_proj[2], angles='xy', scale_units='xy',
26   scale=1, color='b', label='k projiciran')
27
28 # Osi in mreža
29 ax2d.axhline(0, color='gray', lw=0.5)
30 ax2d.axvline(0, color='gray', lw=0.5)
31 ax2d.scatter(0, 0, color='black', s=30)
32 ax2d.set_xlabel('X')
33 ax2d.set_ylabel('Z')
34 ax2d.axis('equal')
35 ax2d.grid(True)
36 ax2d.set_xlim(-1, 1.5)
37 ax2d.set_ylim(-0.5, 1.5)
38 ax2d.legend()
39
40 plt.tight_layout()
41 plt.show()

```

5.3 Izračun točke pogleda za dimetrično projekcijo

V prostoru imamo:

- osnovne enotske vektorje $\mathbf{i} = [1, 0, 0]$, $\mathbf{j} = [0, 1, 0]$, $\mathbf{k} = [0, 0, 1]$,
- iščemo **eno samo ravnino** (določeno z njenim **normalnim vektorjem \mathbf{n}** , dolžine 1),
- takšno, da bodo **ortogonalne projekcije** vektorjev $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ v to ravnino dajale dolžine:

$$|\mathbf{i}'| = |\mathbf{k}'| = 2|\mathbf{j}'| \quad (\text{dimetrična zahteva})$$

in

$$|\mathbf{i}'|^2 + |\mathbf{j}'|^2 + |\mathbf{k}'|^2 = 2 \quad (\text{skupna energijska enakost})$$

Ortogonalna projekcija vektorja v ravnino

Projekcija vektorja \mathbf{v} v ravnino z enotskim normalnim vektorjem \mathbf{n} je:

$$\mathbf{v}_{\text{proj}} = \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$$

Dolžina kvadrata te projekcije:

$$|\mathbf{v}_{\text{proj}}|^2 = |\mathbf{v}|^2 - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})^2$$

Ker so $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ enotski, to postane:

$$|\mathbf{i}'|^2 = 1 - (\mathbf{i} \cdot \mathbf{n})^2 = 1 - n_x^2 |\mathbf{j}'|^2 = 1 - n_y^2 |\mathbf{k}'|^2 = 1 - n_z^2$$

Postavimo zdaj pogoje:

1. $|\mathbf{i}'|^2 = |\mathbf{k}'|^2 \Rightarrow n_x^2 = n_z^2$
2. $|\mathbf{i}'|^2 = 4 \cdot |\mathbf{j}'|^2 \Rightarrow 1 - n_x^2 = 4(1 - n_y^2)$
3. $|\mathbf{i}'|^2 + |\mathbf{j}'|^2 + |\mathbf{k}'|^2 = 2$

Reševanje sistema:

Zapišimo:

- $n_x^2 = n_z^2 = a$
- $n_y^2 = b$

Pogoj (2.):

Zaradi $|\mathbf{i}'| = |\mathbf{k}'| = 2|\mathbf{j}'|$, mora veljati:

$$1 - n_x^2 = 4(1 - n_y^2) \Rightarrow 1 - a = 4(1 - b) \Rightarrow a = 1 - 4(1 - b) = 1 - 4 + 4b = -3 + 4b \quad (1) \text{ popravljeno}$$

Pogoj (3.):

$$(1 - a) + (1 - b) + (1 - a) = 2 \Rightarrow 3 - 2a - b = 2 \Rightarrow 2a + b = 1 \quad (2)$$

Popravek pogoja (2.):

Vstavimo (1) v (2):

$$2(-3 + 4b) + b = 1 \Rightarrow -6 + 8b + b = 1 \Rightarrow 9b = 7 \Rightarrow b = \frac{7}{9}$$

Potem:

$$a = -3 + 4b = -3 + \frac{28}{9} = \frac{1}{9}$$

Končni rezultati:

$$n_x^2 = n_z^2 = \frac{1}{9}, \quad n_y^2 = \frac{7}{9}$$

Ker gre za **enotski vektor**, to tudi preverimo:

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \frac{1}{9} + \frac{7}{9} + \frac{1}{9} = \frac{9}{9} = 1 \quad \checkmark$$

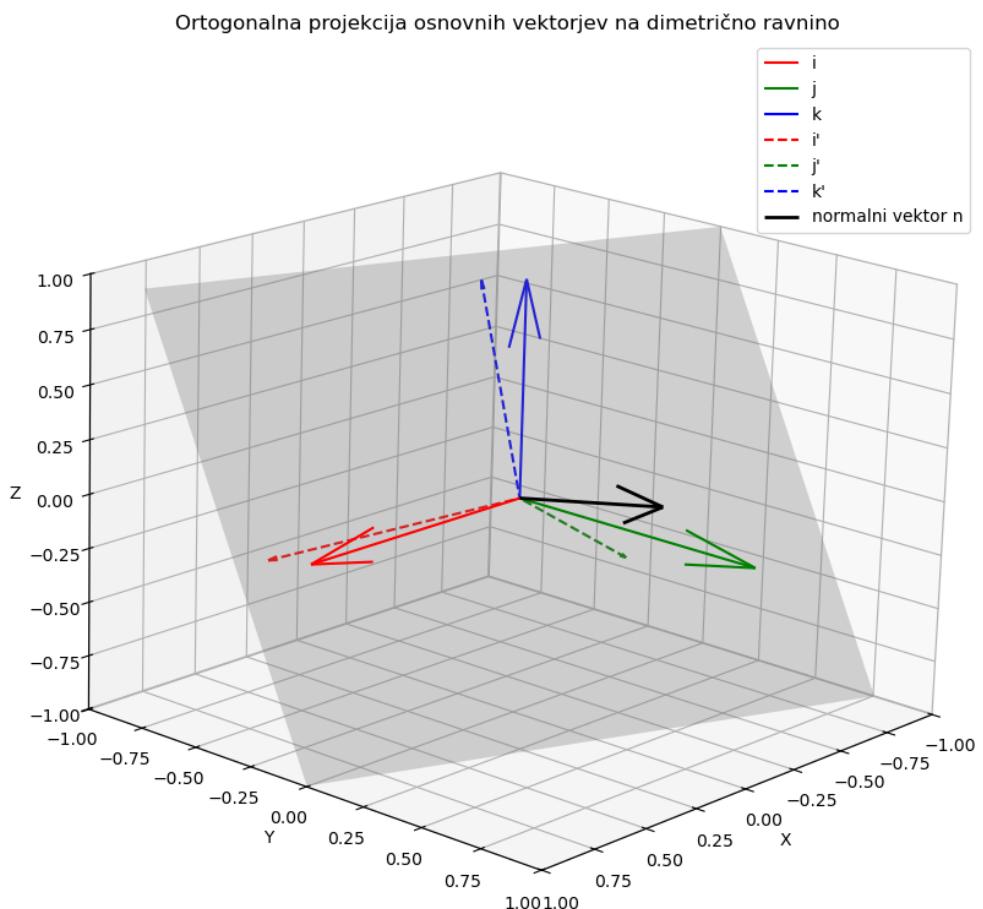
Izberemo pozitivne korene:

$$n = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{9}} \\ \sqrt{\frac{7}{9}} \\ \sqrt{\frac{1}{9}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \sqrt{\frac{7}{9}} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0,3333 \\ 0,8819 \\ 0,3333 \end{bmatrix}$$

Kaj to pomeni?

- Če projiciraš osnovne vektorje \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} ortogonalno na ravnino z normalo \mathbf{n} (zgoraj),

- boš dobil **dimetrično projekcijo**, kjer je $|i'| = |k'| = 2|j'|$
- in $|i'|^2 + |j'|^2 + |k'|^2 = 2$



Slika 5.3: Osnovni vektorji i , j in k , ter njihova dimetrična projekcija na ravnino.

```

1  #! /bin/python3
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
4  # 1. Osnovni vektorji
5  i = np.array([1, 0, 0])
6  j = np.array([0, 1, 0])
7  k = np.array([0, 0, 1])
8  # 2. Normalni vektor dimetrične projekcijske ravnine
9  n = np.array([1/3, np.sqrt(7)/3, 1/3])
10 n = n / np.linalg.norm(n) # normaliziramo
11 # 3. Funkcija za ortogonalno projekcijo vektorja na ravnino
12 def project_onto_plane(v, n):
13     return v - np.dot(v, n) * n
14 # 4. Projekcije osnovnih vektorjev
15 i_proj = project_onto_plane(i, n)
16 j_proj = project_onto_plane(j, n)
17 k_proj = project_onto_plane(k, n)
18 # 5. Priprava 3D grafa
19 fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
20 ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
21 ax.set_title("Ortogonalna projekcija osnovnih vektorjev na dimetrično
ravnino")
22 # 6. Osnovni vektorji
23 ax.quiver(0, 0, 0, *i, color='r', label='i', linewidth=1.5)
24 ax.quiver(0, 0, 0, *j, color='g', label='j', linewidth=1.5)
25 ax.quiver(0, 0, 0, *k, color='b', label='k', linewidth=1.5)
26 # 7. Projekcije osnovnih vektorjev
27 ax.quiver(0, 0, 0, *i_proj, color='r', linestyle='dashed', label="i''",
arrow_length_ratio=0.05)
28 ax.quiver(0, 0, 0, *j_proj, color='g', linestyle='dashed', label="j''",
arrow_length_ratio=0.05)
29 ax.quiver(0, 0, 0, *k_proj, color='b', linestyle='dashed', label="k''",
arrow_length_ratio=0.05)
30 # 8. Normalni vektor
31 ax.quiver(0, 0, 0, *n, color='k', label='normalni vektor n', linewidth
=2)
32 # 9. Ravnina: zračunamo y iz enačbe ravnine: n · r = 0
33 xx, zz = np.meshgrid(np.linspace(-1, 1, 10), np.linspace(-1, 1, 10))
34 yy = (-n[0]*xx - n[2]*zz) / n[1]
35 ax.plot_surface(xx, yy, zz, alpha=0.3, color='gray')
36 # 10. Osi in pogled
37 ax.set_xlabel('X')
38 ax.set_ylabel('Y')
39 ax.set_zlabel('Z')
40 ax.set_xlim([-1, 1])
41 ax.set_ylim([-1, 1])
42 ax.set_zlim([-1, 1])
43 ax.view_init(elev=25, azim=45)
44 ax.legend()
45 plt.tight_layout()
46 plt.show()

```

Table 5.1: izracun POV dimetricne proj.

published: false

5.4 Izračun kotov rotacije dimetrične projekcije

Posebnost dimetrične projekcije je ta, da predmet (oz. prostor) nagnjemo tako, da dobimo dolžine projekcij osnovnih enotskih vektorjev $\mathbf{i} = [1, 0, 0]^T$, $\mathbf{j} = [0, 1, 0]^T$, $\mathbf{k} = [0, 0, 1]^T$, v posebnem razmerju:

$$|\mathbf{i}'| = |\mathbf{k}'| = 2|\mathbf{j}'|$$

Reševanja tega problema se lotimo na enak način, kot smo to naredili za izometrično projekcijo, le da v tem primru uporabimo še eno posebno lastnost projekcije vektorjev in sicer, da je vsota kvadratov dolžin projekcij enaka 2:

$$|\mathbf{i}'|^2 + |\mathbf{j}'|^2 + |\mathbf{k}'|^2 = 2.$$

Uporabimo lahko isto transformacijsko matriko:

$$\mathbf{T} = \mathbf{P}_{XZ} \cdot \mathbf{R}_X(\beta) \cdot \mathbf{R}_Z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sin \beta \cdot \sin \alpha & \sin \beta \cdot \cos \alpha & \cos \beta \end{bmatrix}$$

in iste izraze za projekcije osnovnih enotskih vektorjev:

$$\mathbf{i}' = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \beta \cdot \sin \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{j}' = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \\ 0 \\ \sin \beta \cdot \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos \beta \end{bmatrix}.$$

Ko upoštevamo prej omenjene pogoje: razmerje dolžin in vsoto dolžin projekcij, lahko izračunamo vrednost matrike:

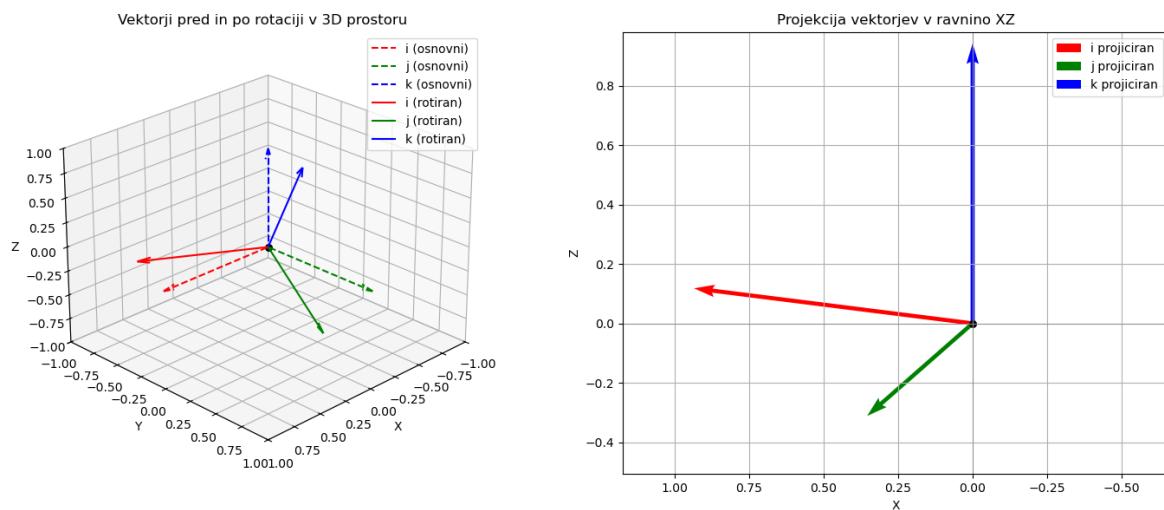
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{7}{8}} & -\frac{1}{\sqrt{8}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3\sqrt{8}} & \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} & \sqrt{\frac{8}{9}} \end{bmatrix}$$

in s tem poznamo rešitev za kota α in β :

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{7}{8}} \Rightarrow \alpha = \arccos \left(\sqrt{\frac{7}{8}} \right) \approx 20.74^\circ,$$

$$\cos \beta = \sqrt{\frac{8}{9}} \Rightarrow \beta = \arccos \left(\sqrt{\frac{8}{9}} \right) \approx 19.47^\circ.$$

Na enak način to transformacijo lahko prikažemo tudi grafično na sl. 5.4:



Slika 5.4: Prikaz rotacije prostora za dimetrično projekcijo.

VIRI IN LITERATURA

2022. In *Freecad.org*. https://wiki.freecad.org/index.php?title=TechDraw_Section_Examples/en&mobileaction=toggle_view_desktop.

Developers, FreeCAD. 2023a. *FreeCAD Documentation: Parametric Modeling*. Online. <https://www.freecadweb.org/documentation.php>.

Developers, FreeCAD. 2023b. *FreeCAD Wiki: Mirror*. Online. <https://wiki.freecadweb.org/Mirror>.

Documentation, FreeCAD. 2023. *PartDesign SubShapeBinder - FreeCAD Documentation*. Online. https://wiki.freecadweb.org/PartDesign_SubShapeBinder.

Documentation, FreeCAD. 2025. “PartDesign Mirrored - FreeCAD Documentation.” In *FreeCAD Documentation*. https://wiki.freecad.org/PartDesign_Mirrored.

Prebil, Ivan, Samo Zupan, Gordana Marunić, and Božidar Križan. 2011. *Tehnična Dokumentacija*.

Sterk, Hans. n.d. *Geometry in Architecture and Building*. <https://sterk.win.tue.nl/Bouwkunde/hoofdstuk5.pdf>.

