



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Escola Superior d'Enginyeries Industrial,  
Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa

# UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

*Pràctiques de mètodes numèrics en dinàmica de gasos i  
transferència de calor i massa*

---

**Anàlisi numèric de transferència de calor en  
un tub de longitud variable amb convecció  
forçada, natural i conducció.**

---

*Autor:*

David RODRIGUEZ POZO

22 de gener de 2019

# Índex

<b>1 Descripció del cas i plantejament de la metodologia de resolució amb organigrama de l'algoritme de càcul</b>	<b>3</b>
1.1 Metodologia de resolució . . . . .	4
<b>2 Verificació del codi</b>	<b>7</b>
2.1 Comparació amb altres resultats . . . . .	8
2.1.1 Subsònic amb refredament . . . . .	8
2.1.2 Supersònic amb refredament (no ona de xoc) . . . . .	11
2.1.3 Supersònic amb refredament (ona de xoc) . . . . .	14
2.2 Comprovació de balanços globals . . . . .	17
<b>3 Estudis numèrics</b>	<b>18</b>
3.1 Subsònic . . . . .	18
3.2 Supersònic . . . . .	20
<b>4 Estudis físics</b>	<b>22</b>
4.1 Longitud del tub . . . . .	22
4.2 Diàmetre del tub . . . . .	23
4.3 Temperatura del tub inicial . . . . .	25
4.4 Temperatura del fluid inicial . . . . .	28
4.5 Material del tub . . . . .	30
4.5.1 Coure . . . . .	30
4.5.2 Vidre . . . . .	31
<b>5 Conclusions</b>	<b>33</b>
<b>6 Codi implementat</b>	<b>34</b>
6.1 Codi principal <i>main</i> . . . . .	34
6.2 Funcions . . . . .	43

# Índex de figures

1	Representació del problema . . . . .	3
2	Esquema de discretització del tub . . . . .	4
3	Organograma de l'algoritme . . . . .	7
4	Comparació de temperatura i pressió (subsònic) . . . . .	8
5	Comparació de les velocitats (subsònic) . . . . .	9
6	Comparació de les densitats (subsònic) . . . . .	10
7	Comparació de temperatura i pressió (supersònic) . . . . .	11
8	Comparació de les velocitats (subsònic) . . . . .	12
9	Comparació de les densitats (supersònic) . . . . .	13
10	Comparació de temperatura i pressió (supersònic -ones de xoc) . . . . .	14
11	Comparació de les velocitats (subsònic) . . . . .	15
12	Comparació de les densitats (supersònic) . . . . .	16
13	Variació de les propietats segons els VC per $Mach_{in} = 0.7$ . . . . .	19
14	Variació de les propietats segons els VC, per $Mach_{in} = 0.78779$ . . . . .	20
15	Variació de les propietats segons els VC per $Mach_{in} = 2$ , sense presència d'ona de xoc. . . . .	21
16	Variació de les propietats segons els VC, per $Mach_{in} = 2$ amb presència d'ona de xoc. . . . .	21
17	Temperatura del fluid i del tub per $L = 10m$ . . . . .	22
18	Temperatura al llarg del tub amb diàmetre $D = 10 cm$ . . . . .	23
19	Temperatura del fluid al llarg del tub de diàmetre $D = 10 cm$ . . . . .	24
20	Propietats del fluid amb $T_{tub} = 1000K$ i velocitat subsònica . . . . .	25
21	Propietats del fluid amb $T_{tub} = 1000K$ i velocitat supersònica . . . . .	26
22	Comparació de les densitat subsònica i supersònica per $T_{tub} = 1000K$ . . . . .	27
23	Propietats del fluid amb $T_{in} = 250K$ i velocitat subsònica . . . . .	28
24	Comparacions de les densitat per $T_{in} = 250K$ . . . . .	29
25	Propietats del fluid amb $T_{in} = 250K$ i velocitat supersònica . . . . .	29
26	Propietats del fluid amb el tub de Cu . . . . .	30
27	Densitat al llarg del tub pel material Cu . . . . .	31
28	Densitat al llarg del tub pel material Vidre . . . . .	31
29	Propietats del fluid amb el tub de Vidre . . . . .	32

# 1 Descripció del cas i plantejament de la metodologia de resolució amb organigrama de l'algoritme de càlcul

El cas estudiat és el d'un tub de secció constant i longitud variable, pel qual circula un fluid interior, que pot variar. Aquest tub es troba en contacte exterior amb un aire a una certa temperatura. Tenim, per tant, un problema combinat de convecció forçada (tub interior), convecció natural (exterior) i conducció (les parets del tub). Es tracta d'un problema de dinàmica de gasos combinat (menys radiació) (Veure Figura 1).

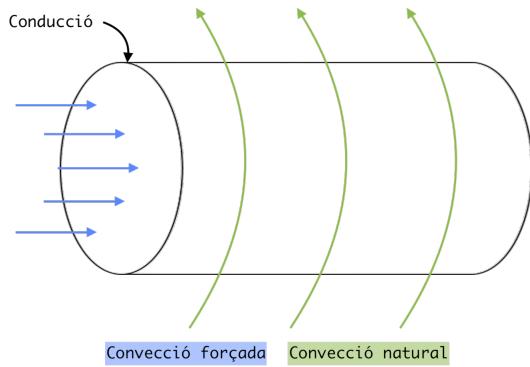


Figura 1: Representació del problema

El problema es tractarà en règim permanent. Per resoldre el cas numèricament, mitjançant el programa *Matlab®*, s'utilitzarà el mètode Gauss-Seidel (*step by step*). El tub es dividirà en N volums de control. Per cada volum de control, en el cas de la convecció, s'estudiaran les propietats a la sortida (suposant que les propietats a l'entrada són conegeudes, del VC anterior). Es realitzaran iteracions fins que s'aconsegueixi un error mínim. A l'entrada del Volum de Control es suposen:

- |                           |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| • Pressió: $P[i + 1]$     | • Velocitat $v[i + 1]$         |
| • Temperatura: $T[i + 1]$ | • Temperatura del tub: $Tt[i]$ |
| • Densitat: $\rho[i + 1]$ |                                |

Durant la realització de l'algoritme de resolució s'han realitzat les següents hipòtesi:

1. L'espessor del tub és suficientment petita com perquè la temperatura del tub exterior i interior sigui la mateixa.
2. El coeficient de convecció exterior és constant i de valor:  $\alpha_{ext} = 50 \text{ W/m}^2$ .
3. El primer VC del tub es troba a una temperatura de:  $Tt[1] = 300K$ .
4. L'aire interior és considerat gas ideal, i per tant es pot aplicar l'equació  $P \cdot V = R \cdot T$ .

En resum, tenim el següent esquema de discretització del tub:

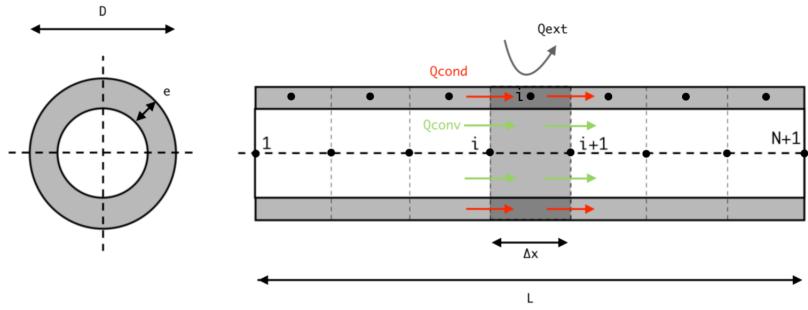


Figura 2: Esquema de discretització del tub

## 1.1 Metodologia de resolució

La metodologia de reoslució aplicada és la següent:

1. Introducció de dades físiques i numèriques:

En aquest pas s'introduceixen els valors físics i geomètrics que són necessaris pel funcionament del codi.

2. Mapa inicial de variables:

A totes les variables vectorials:  $\Phi[i]$  se'ls assigna un valor inicial, de referència. Aquestes variables són:  $T, P, v$  i  $Tt$

3. Suposició de dades:

Un cop s'inicia l'algoritme de resolució, es suposen les variables a la sortida, com comentat anteriorment. Així es tindria:

$$P^*[i + 1] = P[i]$$

$$T^*[i + 1] = T[i]$$

$$\begin{aligned}\rho^*[i+1] &= \rho[i] \\ Tt^*[i] &= Tt[i-1] \\ v^*[i+1] &= v[i]\end{aligned}$$

4. Càlcul de les variables necessàries:

A cada iteració es calculen les variables que seran necessàries per la resolució de les equacions de discretització:

$$\Phi_i = \frac{\Phi[i+1] + \Phi[i]}{2}$$

Aquestes variables mitges són amb les que es calcularan els coeficients i els grups adimensionals. Al tractar-se d'un flux compressible, es calcularà també la temperatura de recuperació  $T_r$ . Per fer això s'iterarà fins aconseguir-se la precisió desitjada. Els passos 4, 5 i 6 s'hauran de repetir fins que s'aconsegueixi la  $T_r$  adequada. D'aquestes variables s'obtenen:  $\lambda, \mu, \alpha, r, i_f, C_p$

5. Càlcul dels grups adimensionals:

Es calculen els grups adimensionals:  $Re$  i  $Pr$ .

6. Càlcul de la temperatura de recuperació:

Un cop es té el  $Pr_i$  es pot calcular el factor de recuperació  $r$ , i per tant la temperatura de recuperació a partir de:  $T_r = T[i] + r \cdot \frac{v_i^2}{2 \cdot C_p}$ ;

Si la Temperatura de recuperació no coincideix amb la suposada, es tornarà a realitzar el pas 4 i iterarem de nou.

7. Càlcul dels coeficients de conducció

Es calcularan els coeficients de discretització següents:

$$a_e = \frac{\lambda \cdot e \cdot \pi \cdot r_i^2}{\Delta x}$$

$$a_w = \frac{\lambda \cdot e \cdot \pi \cdot r_i^2}{\Delta x}$$

$$b_p = \alpha T_r P_{er} \Delta x + \alpha_{ext} T_{ext} P_{er} \Delta x$$

$$a_p = a_w + a_e + \alpha P_{er} \Delta x + \alpha_{ext} P_{er}$$

On:

$P_{er}$  és el perímetre del conducte:  $\pi \cdot D$

$r_i$  és el radi del conducte.

$\Delta x$  és la distància entre volums de control.

## 8. Càcul de la temperatura del tub

Es calcula la temperatura de les parets del tub amb l'equació de discretització:

$$T_t[i] = \frac{a_e T_t[i+1] + a_w T_t[i-1] + b_p}{a_p}$$

## 9. Resolució de les equacions de conservació per un fluid

En concret, es resol primerament l'equació:

$$v[i+1] = \frac{\mathcal{B} \pm \sqrt{\mathcal{B}^2 - 4\mathcal{A}\mathcal{C}}}{2\mathcal{A}}$$

Provinent de les equacions de massa, energia i momentum, on els coeficients  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  i  $\mathcal{C}$  són coeficients que depenen de la temperatura a la sortida i de la pressió a la sortida,  $T[i+1]$ ,  $P[i+1]$ . D'aquesta manera s'obtenen dues velocitats. Tot seguit s'estudia quina de les dues velocitats és la idònea. Per fer-ho s'analitza l'entropia generada  $S_{gen}$  per cada una de les dues velocitats. Si les dues  $S_{gen}$  són positives, s'haurà de triar aquella en la que el fluid realitzi un canvi menys brusc de les seves propietats, és a dir, on  $S_{gen}$  sigui més petita. Una cop triada la velocitat, es poden calcular les propietats a la sortida del VC.

## 10. Convergència dels resultats

És  $\max(\text{abs}(\Phi[i+1] - \Phi^*[i+1])) < \delta$  ? .

Si la màxima diferència entre qualsevol variable suposada i la calculada és més petita que el llindar  $\delta$  es pot continuar amb el següent volum de control (Pas 3). Si no ho és, es tornarà a iterar (Pas 4). Si el codi es troba en l'últim volum de control, es continua amb el pas 11.

## 11. Càlculs finals i impressió de resultats.

Es relaïtzen càlculs i comprovacions, com la conservació de la massa, momentum i energia, i s'imprimeixen (*plot*) les variables que es desitgin.

## 12. Fi.

Aquest algoritme es pot representar mitjançant un organograma, presentat a la figura 3:

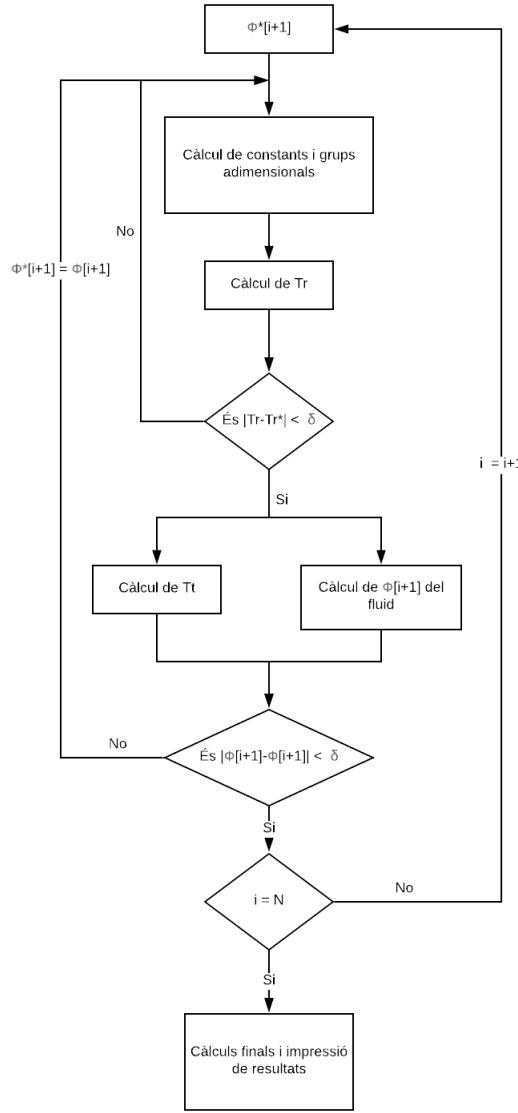


Figura 3: Organigrama de l'algoritme

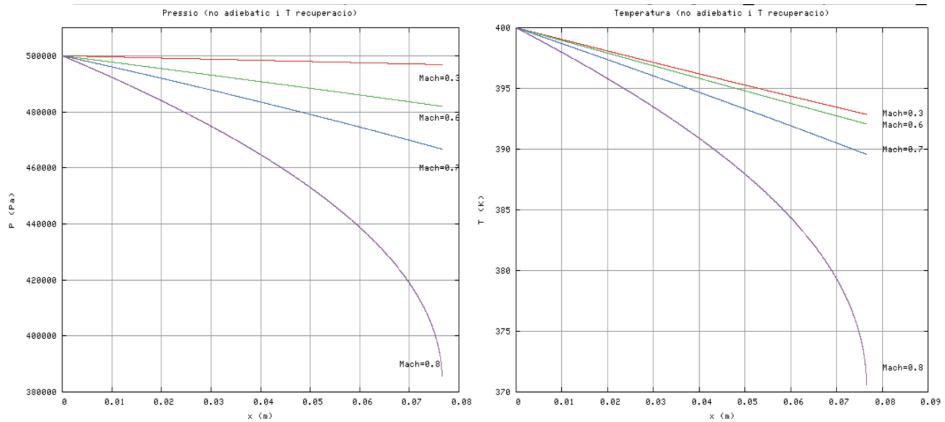
## 2 Verificació del codi

Per la verificació del codi s'han utilitzat dues vies. Una ha sigut la comparació dels resultats obtinguts amb casos ja tractats anteriorment i l'altra la comprovació dels balanços globals del sistema.

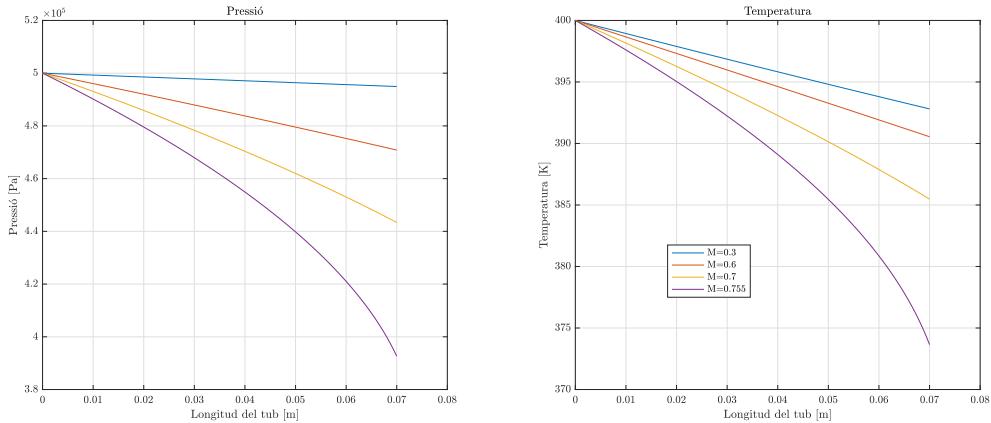
## 2.1 Comparació amb altres resultats

Per la comparació dels resultats obtinguts amb altres casos s'ha triat el cas presentat a classe, de l'arxiu de *Problemes de flux compressible*. S'han fet diferents comparacions. De flux subsònic amb refredament i supersònic adiabàtic.

### 2.1.1 Subsònic amb refredament



(a) Temperatura i pressió de mostra



(b) Temperatura i pressió calculades

Figura 4: Comparació de temperatura i pressió (subsònic)

Fent la primera comparació de les pressions s'observa com per nombre de Mach petit (0.3) les pressions a la sortida són molt similars, però quan aquest tendeix cap a Machs crítics, aquestes comencen a diferir cap al final del tub (s'han utilitzat les mateixes expressions per calcular els coeficients que a l'exemple). Això es pot deure a petites desviacions a l'hora de resoldre les equacions quadràtiques i triar

l'entropia, o al desenvolupament general del codi. Es pot observar, però, com les temperatures al llarg del tub són molt similars en els quatre casos analitzats.

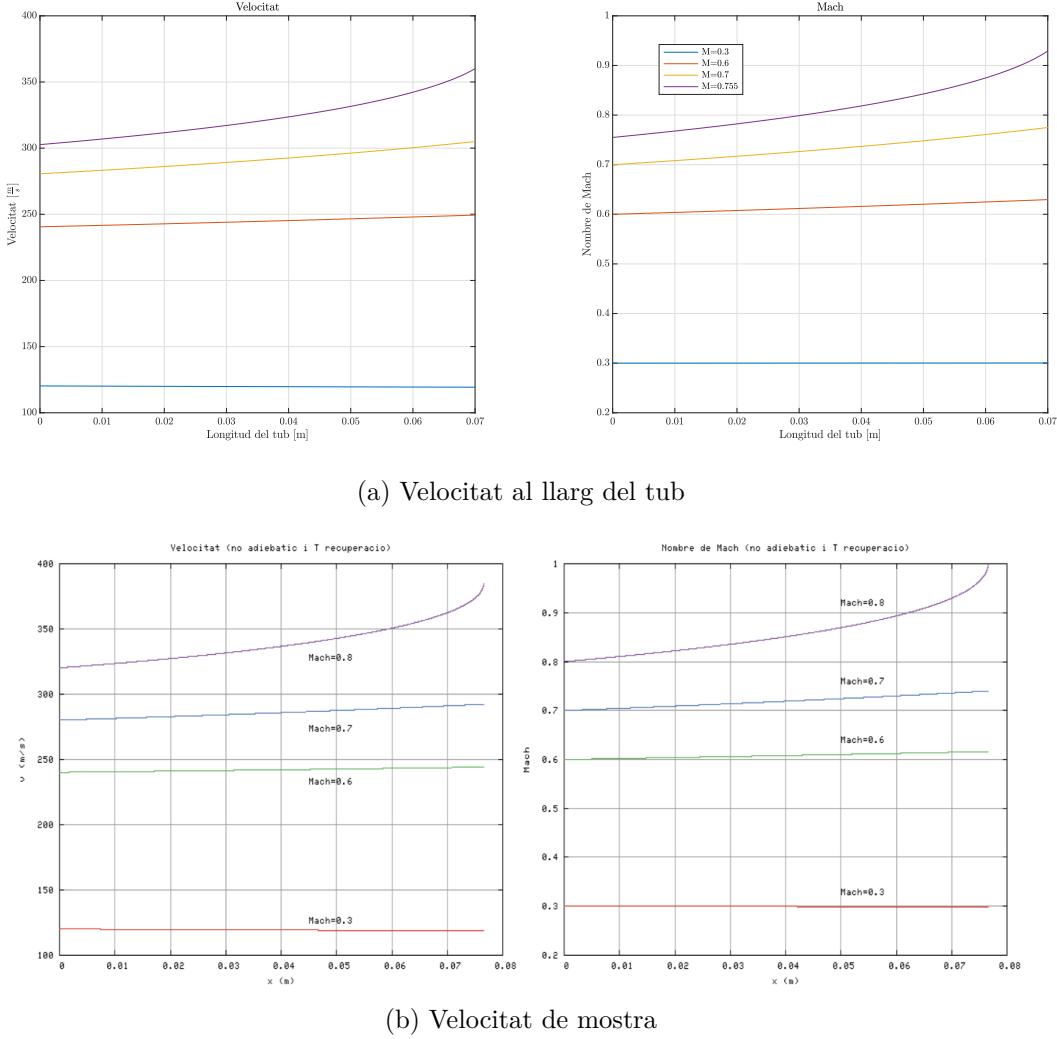
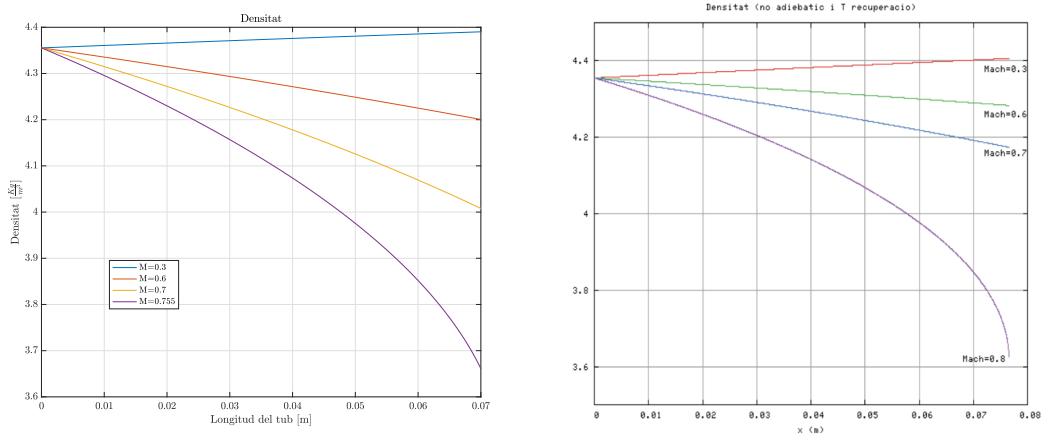


Figura 5: Comparació de les velocitats (subsònic)

Aquestes gràfiques mostren com la velocitat al llarg del tub augmenta, i tendirà a passar a supersònica (si fos el cas d'una tovera). Els nombres de Mach per  $M_{in} \approx 0.8$  tendeixen a  $M = 1$  al final del tub, però no poden passar d'aquesta velocitat límit.



(a) Densitat al llarg del tub

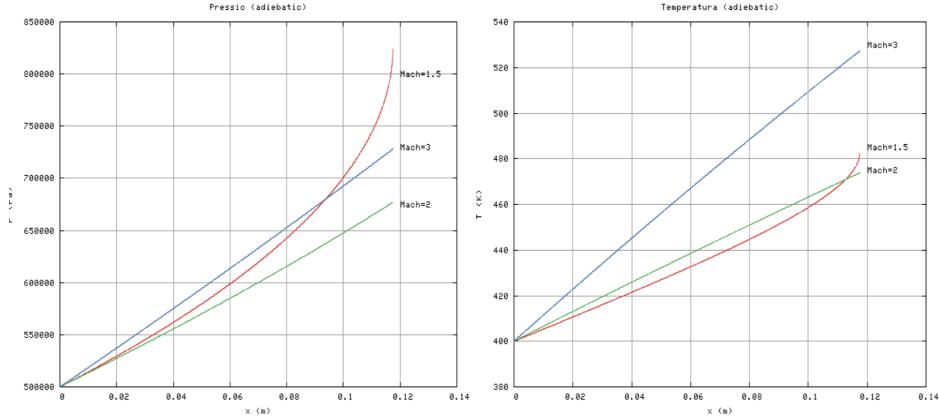
(b) Densitat de mostra

Figura 6: Comparació de les densitats (subsònic)

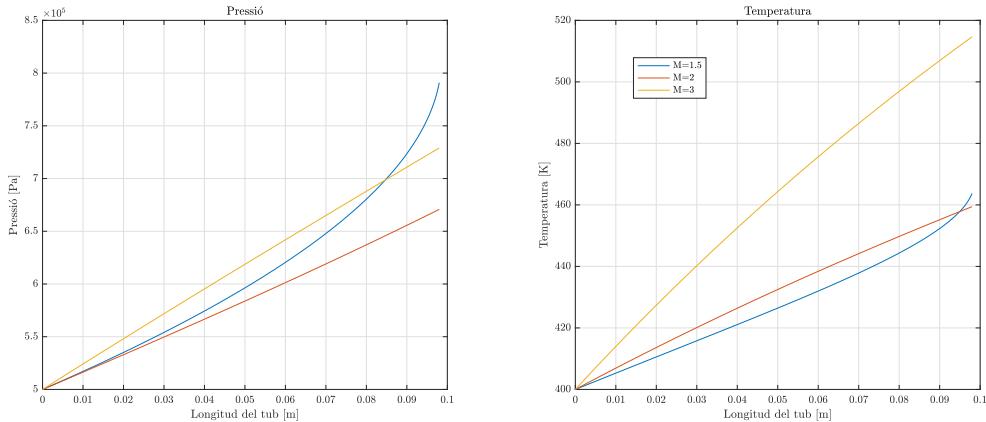
Pel que fa a la densitat, succeeix com amb les altres variables. Segueixen tendències similars, però cap al final del tub, aquests valors difereixen una mica. Tot i així, considero que el funcionament del codi és, de moment, correcte.

### 2.1.2 Supersònic amb refredament (no ona de xoc)

En aquest cas, la velocitat del fluid a l'entrar es caracteritza per ser supersònica. S'han contemplat 3 velocitats diferents:  $M = 1.5$ ,  $M = 2$  i  $M = 3$ . Els resultats han sigut els següents:



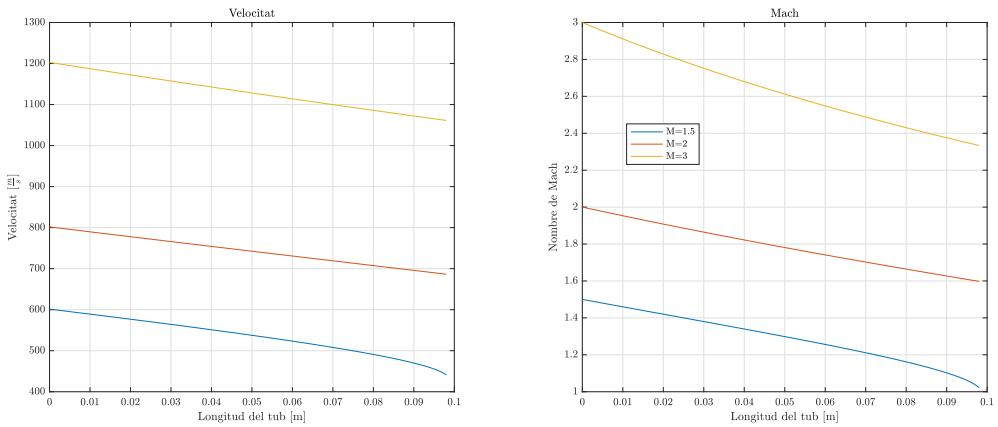
(a) Temperatura i pressió de mostra



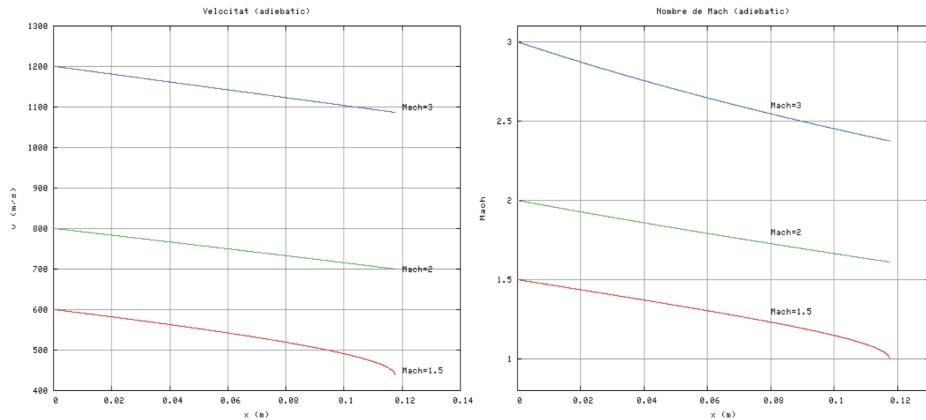
(b) Temperatura i pressió calculades

Figura 7: Comparació de temperatura i pressió (supersònic)

Les gràfiques mostren una tendència similar de nou, remarcant el correcte funcionament del mètode emprat. Els valors finals no coincideixen exactament, però son valors propers. S'observa com per  $Mach = 1$  la pressió al llarg del tub augmenta radicalment, denotant així que ens trobem aprop del  $Mach$  crític. Per a  $Machs$  superiors, com  $M = 3$ , la pressió augmenta dràsticament per cada VC en les dues gràfiques. Això mostra el caràcter altament supersònic del fluid.



(a) Velocitat al llarg del tub



(b) Velocitat de mostra

Figura 8: Comparació de les velocitats (subsònic)

S'aprecia en aquestes dues gràfiques com la velocitat disminueix gradualment al llarg del tub degut a la deceleració per diferència de pressions que existeix. Les gràfiques, tant la de velocitat com la de número de Mach, són altament similars.

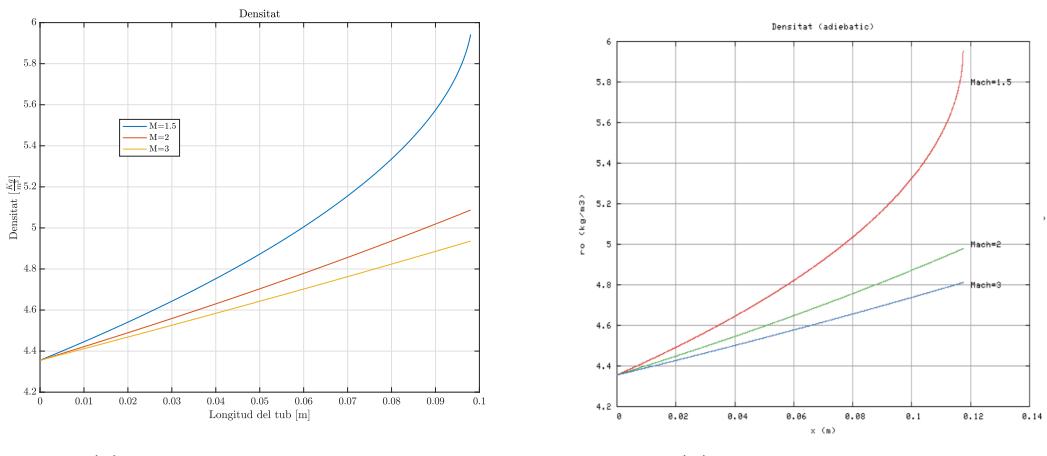


Figura 9: Comparació de les densitats (supersònic)

Un cop més, aquestes dues gràfiques comparatives mostren com les densitats tenen el mateix caràcter. En aquest cas, al tractar-se d'un flux supersònic, al disminuir el Mach per cada VC, les densitats es fan cada cop més grans (al contrari que amb flux subsònic).

### 2.1.3 Supersònic amb refredament (ona de xoc)

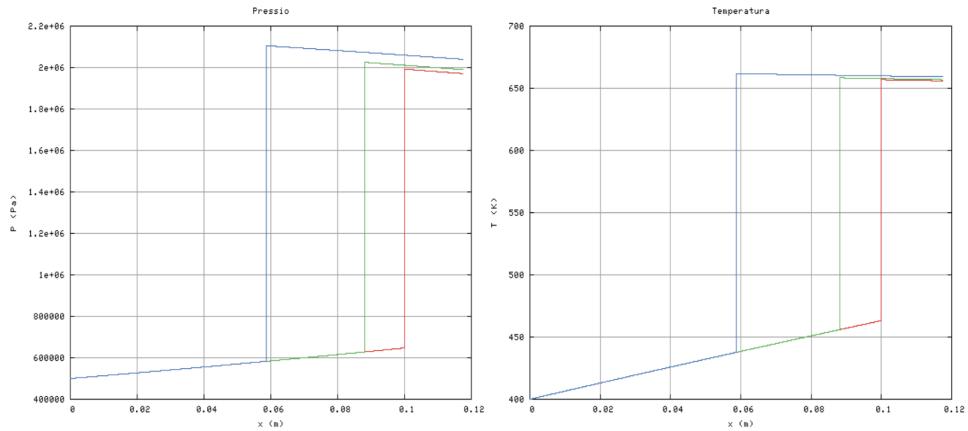
Aquest cas, com l'anterior, presenta una velocitat d'entrada supersònica,  $M_{in} = 2$ , però ara s'ha considerat que hi ha ones de xoc al llarg del tub. En concret s'han simulat tres ones de xoc, a:

$$x = \frac{L}{2}$$

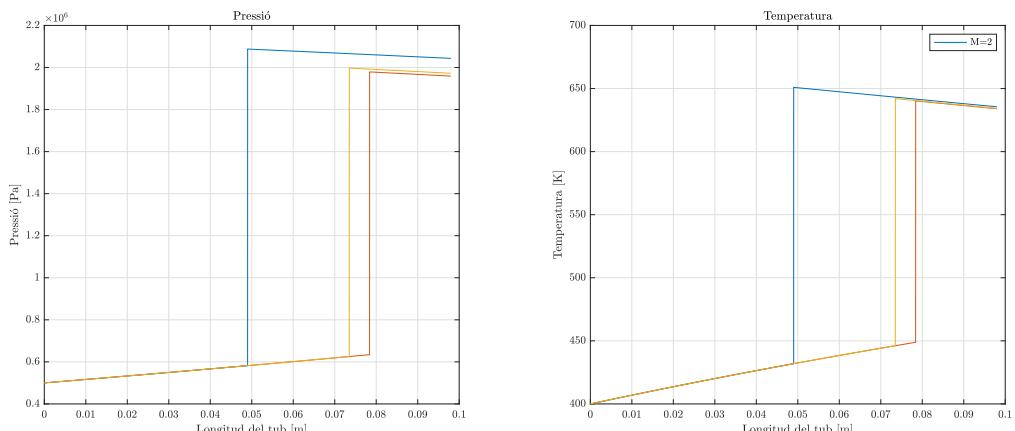
$$x = \frac{3L}{4}$$

$$x = \frac{4L}{5}$$

Considerant que hi ha ones de xoc, els resultats han sigut els següents:



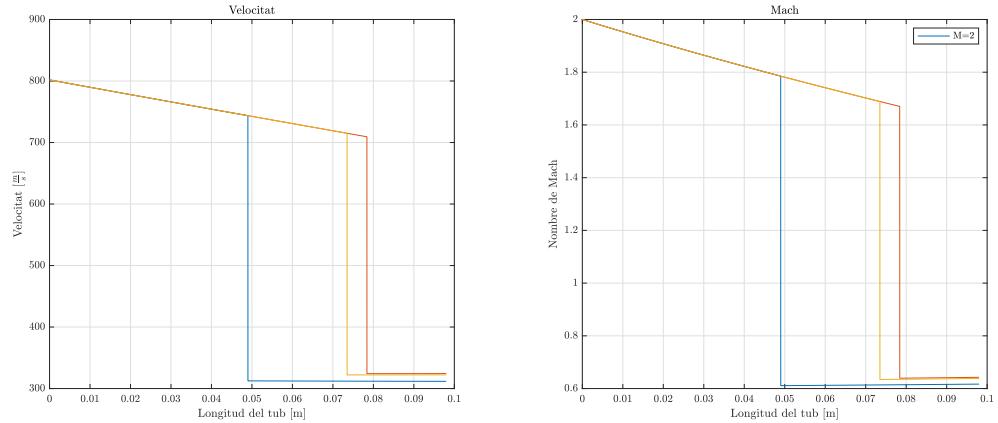
(a) Temperatura i pressió de mostra



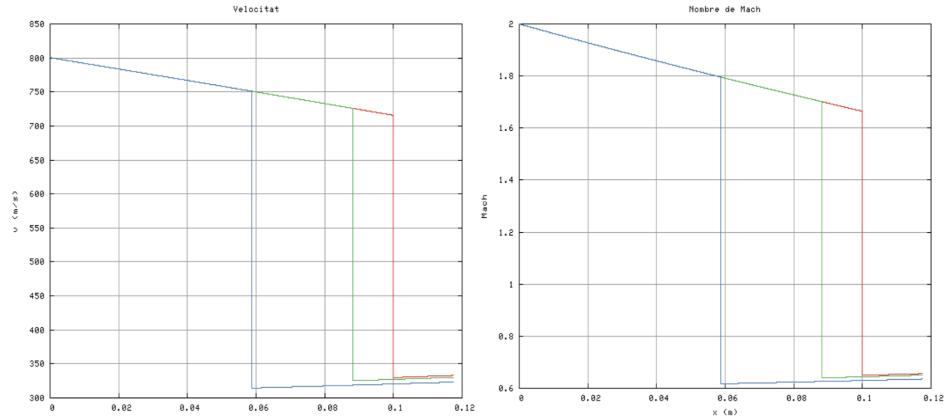
(b) Temperatura i pressió calculades

Figura 10: Comparació de temperatura i pressió (supersònic -ones de xoc)

En aquesta primera figura resalten les línies verticals de canvis sobtats en les propietats del fluid degut a les ones de xoc que s'hi troben. Es veu que com més aviat es produueix l'ona de xoc, quan el Mach és més gran, la magnitud d'aquest canvi de propietats és més gran. Les dues gràfiques mostren caràcters idèntics en quant ones de xoc, i presenten valors molt similars.



(a) Velocitat al llarg del tub



(b) Velocitat de mostra

Figura 11: Comparació de les velocitats (subsònic)

En els gràfics de la velocitat i el Mach s'aprecia millor la influència del Mach en les ones de xoc, i la seva dràstica baixada un cop passades. Els resultats obtinguts en aquestes gràfiques són, de nou, molt similars als resultats esperats.

Aquest últim gràfic mostra la variació de la densitat, i s'aprecia com després de l'ona de xoc la densitat augmenta dramàticament. Això es deu a l'augment sobtat de la pressió (recuperació de pressió), i d'una disminució de velocitat que porten a un augment de la densitat del fluid.

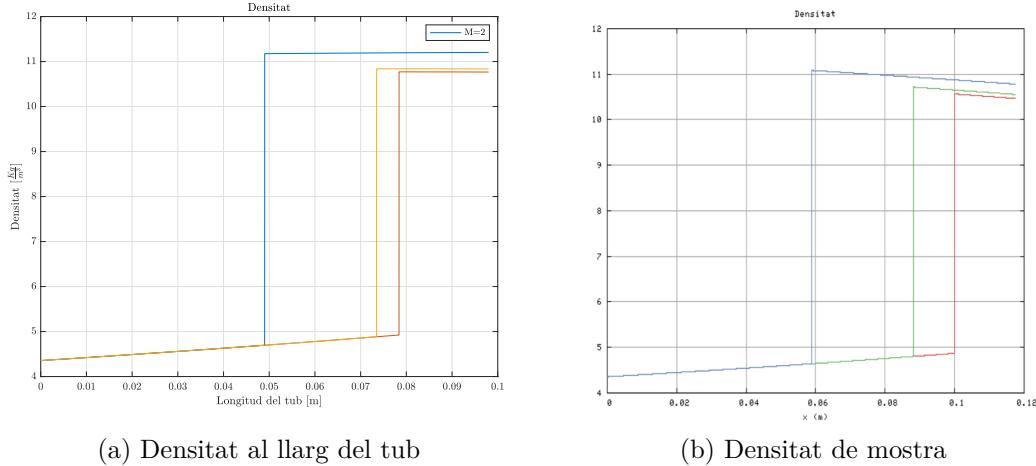


Figura 12: Comparació de les densitats (supersònic)

La conclusió de la comparació amb resultats comprovats és satisfactòria. Les variables no són exactament idèntiques, però sí molt similars. Com s'ha comentat anteriorment es pot deure a un tractament diferent de les variables, o una diferent iteració o metodologia de resolució del problema.

## 2.2 Comprovació de balanços globals

S'ha realitzat, a més, una comprovació de balanços globals de massa, *momentum* i energia.

Per fer-ho s'han calculat aquestes tres propietats a l'entrada del tub  $i = 1$  i després, un cop finalitzats els càlculs, s'han tornat a calcular les propietats a  $i = N$ . Amb flux subsònic s'han obtingut els següents resultats:

	Mach d'entrada			
	0.3	0.6	0.7	0.755
Massa	$3.37 \cdot 10^{-14}$	$1.68 \cdot 10^{-14}$	$1.44 \cdot 10^{-14}$	$4.02 \cdot 10^{-14}$
Mmomentum	$8.03 \cdot 10^{-13}$	$5.87 \cdot 10^{-12}$	$2.51 \cdot 10^{-11}$	$1.279 \cdot 10^{-10}$
Energia	0.074	0.0919	0.1339	0.227

Taula 1: Error de les diferents propietats en % de les propietats inicials (flux subsònic).

S'observa a la taula 1 com l'error màxim obtingut és del 0.22% al càlcul de la conservació de la massa quan  $M_{in} = 0.755$ . Això es deu a que quan el Mach d'entrada és aprop del Mach crític (pel qual  $M_{out} = 1$ ), les propietats del fluid canvien ràpidament entre Volums de Control.

Pel cas supersònic obtenim els resultats següents:

	Mach d'entrada		
	1.5	2	3
Massa	$4.047 \cdot 10^{-14}$	$6.07 \cdot 10^{-14}$	$1.62 \cdot 10^{-13}$
Mmomentum	$8.128 \cdot 10^{-10}$	$3.78 \cdot 10^{-10}$	$5.99 \cdot 10^{-10}$
Energia	0.627	0.467	0.715

Taula 2: Error de les diferents propietats en % de les propietats inicials (flux supersònic).

En aquesta ocasió l'error màxim és del 0.715%, un altre cop pel Mach més gran, de 3. Les altres duespropietats, en canvi, tenen errors ínfims.

Pel cas supersònic amb ones de xoc ( $M_{in} = 2$ ):

S'observa, ara, que l'error màxim obtingut és el que pertany al terme de la energia, i és un 3.37%. Aquest increment en l'error (d'un 0.715 a un 3.37) es deu a les propietats supersòniques del fluid. Al haver-hi una ona de xoc, les propietats canvien dràsticament d'un VC al següent, i per tant pot haver-hi diferències (minúscules) en l'energia.

Mach d'entrada	
	2
Massa	$2.02 \cdot 10^{-14}$
Mmomentum	1.005
Energia	3.37

Taula 3: Error de les diferents propietats en % de les propietats inicials (flux supersònic amb ones de xoc).

El resultat dels anàlisis per comprovació de conservació de les propietats del fluid és molt satisfactori, amb errors més petit sempre que  $\approx 0.7\%$ . Conseqüentment, es pot afirmar que el codi funciona correctament, i compleix el seu propòsit.

### 3 Estudis numèrics

S'estudiàrà, tot seguit, el comportament de l'anàlisi numèric enfront variacions dels paràmetres numèrics, com el nombre de VC existents,

El nombre de Volums de Control escollit pot variar segons el cas que es desitgi estudiar. Un gran nombre de VC comporta una càrrega computacional gran, però també dóna més precisió a l'hora de realitzar l'anàlisi del tub. Amb la intenció de mostrar com afecta aquest nombre de volums de control a l'anàlisi, s'han realitzat diversos gràfics de les propietats del fluid a la sortida del tub variant el nombre de VC. Aquest anàlisi s'ha realitzat en 4 casos diferents:

- Subsònic a alta velocitat.
- Subsònic a velocitat crítica ( $M_{out} \approx 1$ ).
- Supersònic sense ones de xoc.
- Supersònic amb ones de xoc.

#### 3.1 Subsònic

En el cas subsònic es consideren dues velocitats. Una d'elles ( $M_{in} = 0.7$ ) es tracta d'un flux subsònic que es va accelerant al llarg del tub. L'altra, ( $M_{in} = 0.78779$ ) es tracta del Mach crític, on el Mach a la sortida del tub és aproximadament 1, és a dir, es fa sònic. Per aquestes dues velocitats s'han obtingut les gràfiques 13 i 14:

S'observa a la primera gràfica, de MAch inferior al crític, com les propietats del fluid convergeixen correctament, i no és fins que s'ha arribat a un número de

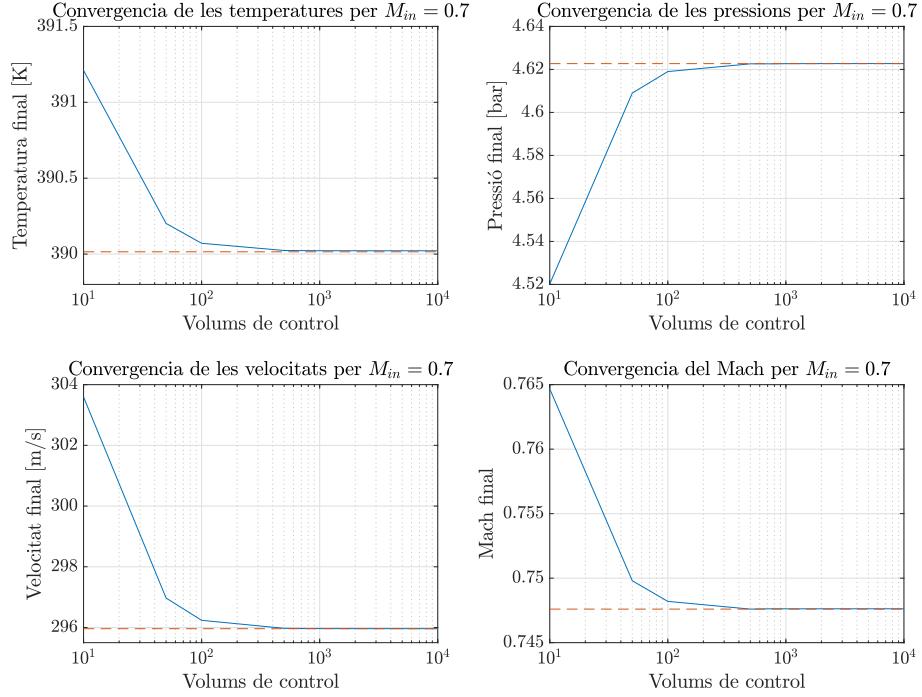


Figura 13: Variació de les propietats segons els VC per  $Mach_{in} = 0.7$

volums de control d'aproximadament 1000, que l'anàlisi del fluid es pot considerar correcte, ja que les variacions de les propietats encara són grans, variant els VC. Un cop  $N > 1000$ , les propietats canvién ífimament. Per tant, afegir més volums de control, i estudiar el cas, per exemple, amb 10000 VC seria sumar temps computacional per obtenir resultats molt poc més precisos. Tot i així, si no es disposa de capacitat computacoinal suficient, les propietats no varien molt de  $N = 100$  a  $N = 1000$ . Per tant, un estudi preliminar podria dur-se a terme amb 100 VC.

En canvi, quan el flux enta al tub al Mach crític, les propietats d'aquest canvién molt bruscament en un VC, i això provoca que l'anàlisi depengui molt de la quantitat de Volums de control seleccionada. Com s'observa a les gràfiques de la Figura 14, les propietats del fluid abans d'assolir  $N = 1000$ , difereixen molt amb aquelles quan  $N > 10000$ . Això es deu a la forma en que el programa funciona. Al calcular valors mitjos a cada VC, si aquest no és prou petit, aquests valors mitjos cada cop s'allunyen més dels reals. Així, per un anàlisi del tub amb  $M_{in} = M_{crític}$  no es podria considerar un anàlisi correcte tot aquell que tingui  $N < 1000$ . Un cop s'arriba a 1000 VC, s'observa com les propietats del fluid són molt constants. És a dir, s'ha assolit la convergència del programa.

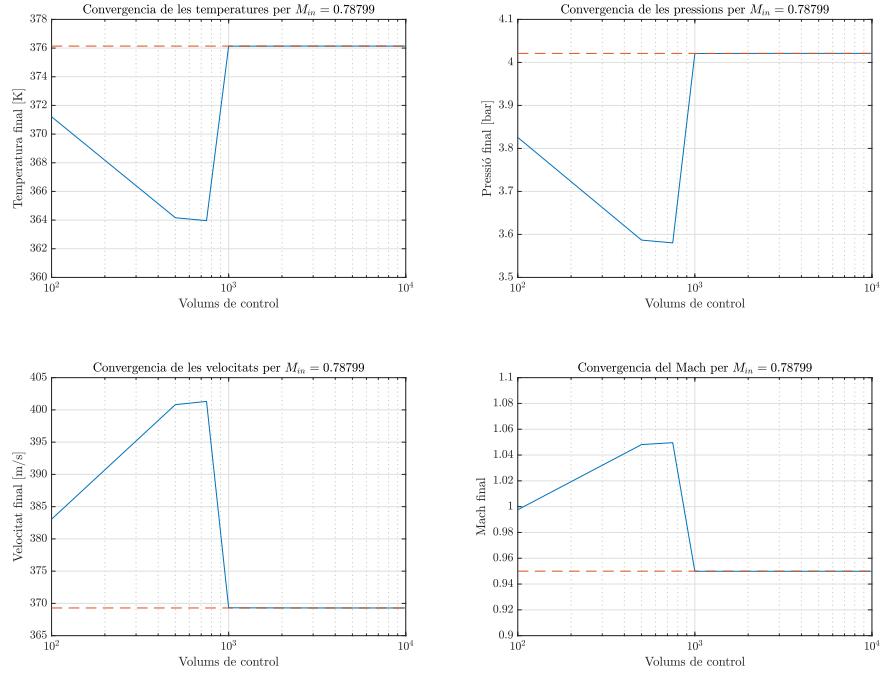


Figura 14: Variació de les propietats segons els VC, per  $Mach_{in} = 0.78779$

### 3.2 Supersònic

En el cas de tenir supersònic, s'han considerat dos casos. Ambdós casos són amb  $M_{in} = 2$ , però en el primer s'ha considerat que no hi havia ones de xoc, i en el segon s'ha col·locat una ona de xoc al mig del tub. D'aquesta manera s'han obtingut les gràfiques 15 i 16.

En aquest cas, les dues convergències han presentat comportaments típics. Pel cas sense ones de xoc, es pot veure com a partir de 500 VC, les propietats del fluid són molt constants a la sortida, i per tant incrementar més l'anàlisi aporta unes dècimes de precisió més, però comporta més temps computacional. Per l'anàlisi de flux amb ona de xoc, veiem com succeeix molt semblant que sense ona de xoc. Les propietats, quan s'arriba a una deiscretització amb 500 VC, no sofreiden grans variacions.

Per l'anàlisi d'aquest tub, la diferència de temps computacional de  $N = 500$  a  $N = 10000$  també és depreciable, de manera que és millor realitzar l'anàlisi amb 10000 VC i obtenir més precisió.

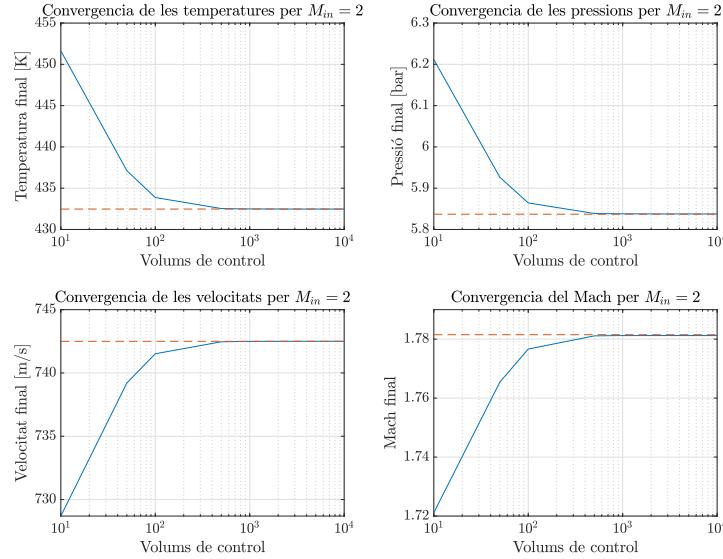


Figura 15: Variació de les propietats segons els VC per  $Mach_{in} = 2$ , sense presència d'ona de xoc.

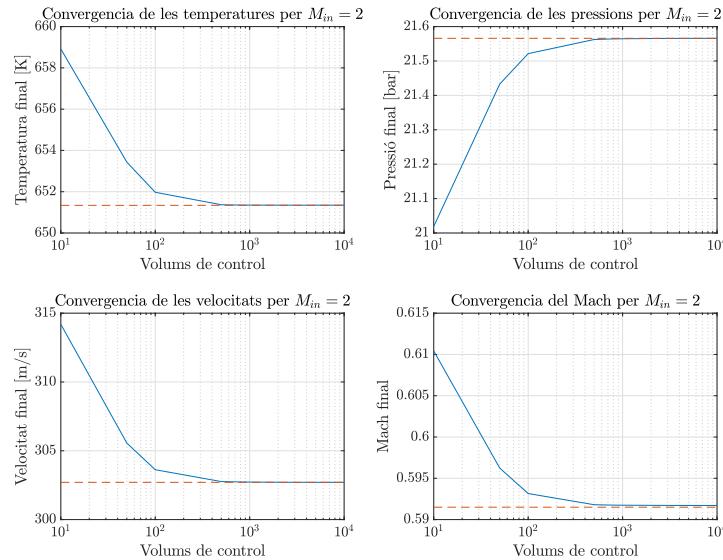


Figura 16: Variació de les propietats segons els VC, per  $Mach_{in} = 2$  amb presència d'ona de xoc.

## 4 Estudis físics

En aquest apartat s'estudiaran i analitzaran la influència de certs valors físics del problema, com poden ser:  $\lambda$ ,  $\alpha_{ext}$ ,  $T_{ext}$ , etc.

### 4.1 Longitud del tub

La longitud del tub amb la que s'han realitzat les simulacions és variable, i depèn de si el cas tractat és adiabàtic, i si és subsònic o supersònic.

Si variem la longitud del tub les propietats del fluid a la sortida seran, evidentment, diferents. Així, aquesta secció pretén estudiar el comportament del fluid variant  $L$ .

A l'incrementar la longitud del tub, la velocitat del fluid interior té més temps per incrementar, fent així que la velocitat d'entrada hagi de ser molt menor que en l'apartat anterior, per evitar que el flux es torni sònic. Per una llargada del tub de  $L = 10\text{ m}$  i un Mach d'entrada de  $M_{in} = 0.1$  s'ha graficat la temperatura del fluid i del tub, i s'ha obtingut la gràfica següent (Figura 17):

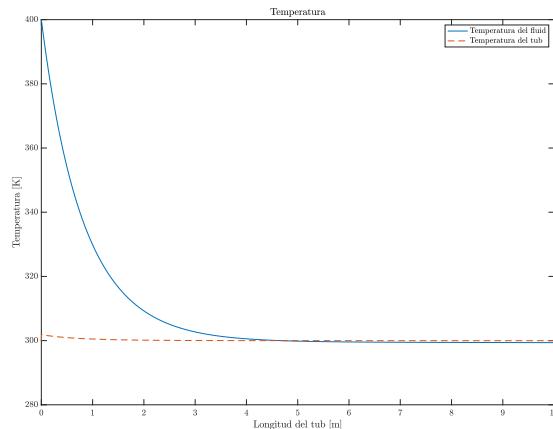


Figura 17: Temperatura del fluid i del tub per  $L = 10m$

Com s'observa, al tenir més longitud de tub, el fluid i el tub intercanvien calor, de manera que el fluid acaba aproximadament a la temperatura del tub, mentre que aquest augmenta ífimament la seva temperatura (la temperatura del tub no s'ha considerat constant).

## 4.2 Diàmetre del tub

El diàmetre del tub és un aspecte físic molt important del problema, ja que és el que determina la superfície en contacte amb el fluid (el *perímetre* del VC). A l'augmentar el diàmetre, aquesta superfície serà més gran, i per tant hi ha haurà més superfície de convecció, però la quantitat de fluid transportada serà també molt més gran. Per un VC tenim que:

$$\text{Perímetre} = \Delta x \cdot \pi \cdot D_i$$

$$\text{Volum} = \Delta x \cdot \pi \cdot \frac{D_i^2}{4}$$

Com que la quantitat de massa d'aire que hi circula és proporcional al Volum, aquesta augmenta quadràticament amb el diàmetre. Al transportar més massa, l'aire no s'arrofreda tant com abans, com es pot veure a les gràfiques següents. El diàmetre d'estudi ha sigut canviat de 1 cm a 10 cm.

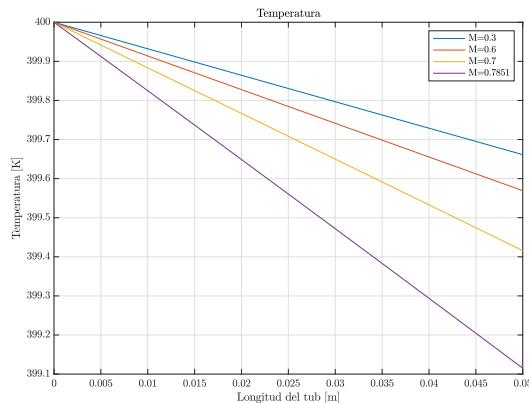


Figura 18: Temperatura al llarg del tub amb diàmetre  $D = 10\text{ cm}$

Com comentat anteriorment, els increments de temperatura a cada VC són molt més petits que amb diàmetre de 1 cm, i els únics increments notables de temperatura succeeixen en el cas de flux superònic quan hi ha ones de xoc (Figura 19 (b)).

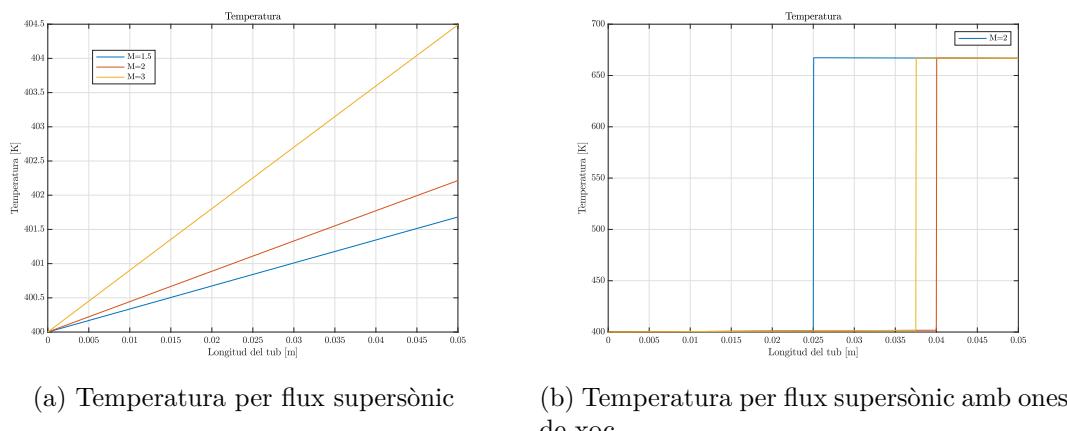


Figura 19: Temperatura del fluid al llarg del tub de diàmetre  $D = 10 \text{ cm}$

### 4.3 Temperatura del tub inicial

La temperatura a la que es troba el tub determina la quantitat de calor intercanviada entre el fluid i el tub, i per tant és un altre factor clau a l'hora de definir el problema. Fins ara, tot l'estudi s'ha realitzat amb una  $T_{in} = 400K$  i  $T_{tub} = 300K$ . Així el fluid baixava de temperatura al llarg del tub, baixant pressió i guanyant velocitat. Però si ara canviem les condicions d'entrada i posem  $T_{tub} = 1000K$  el problema canvia, i ara el fluid tendeix a augmentar la temperatura i a baixar més ràpidament la pressió, conseguint així un augment més brusc de la velocitat. S'observa també que la velocitat crítica del tub disminueix, i es situa al voltant del 0.69, en comptes del 0.8 on es trobava abans. Això és degut a que hi ha més energia intercanviada entre tub i fluid, i per tant aquest guanya més energia per quantitat de temps, que es transforma en energia cinètica (Figura ??).

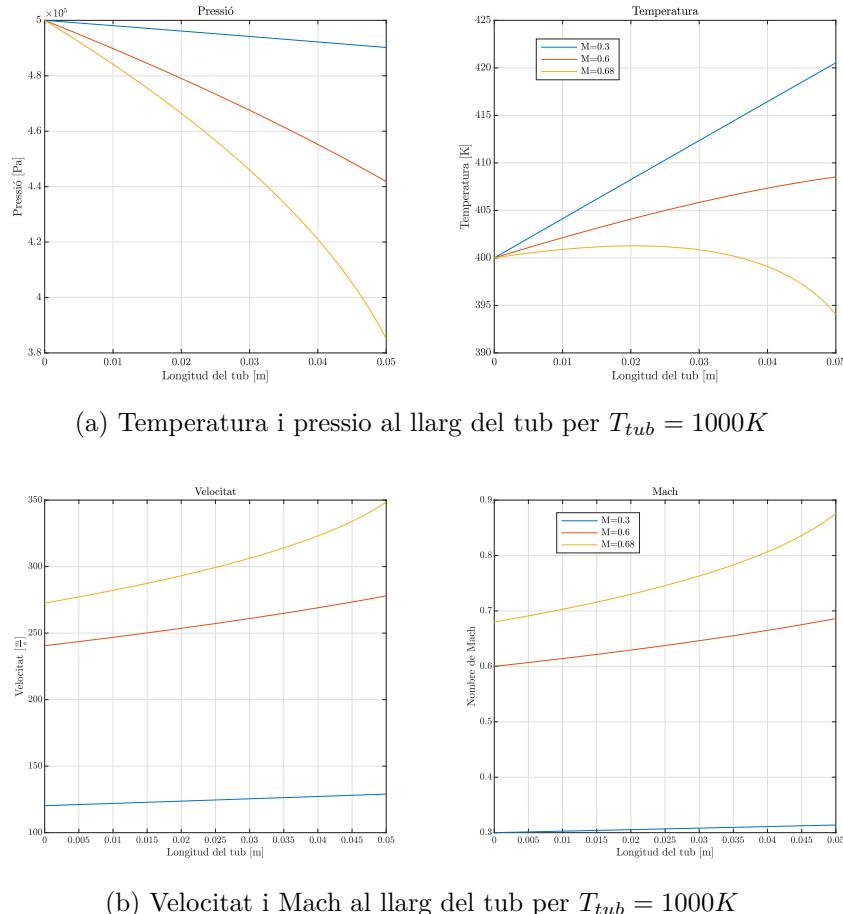
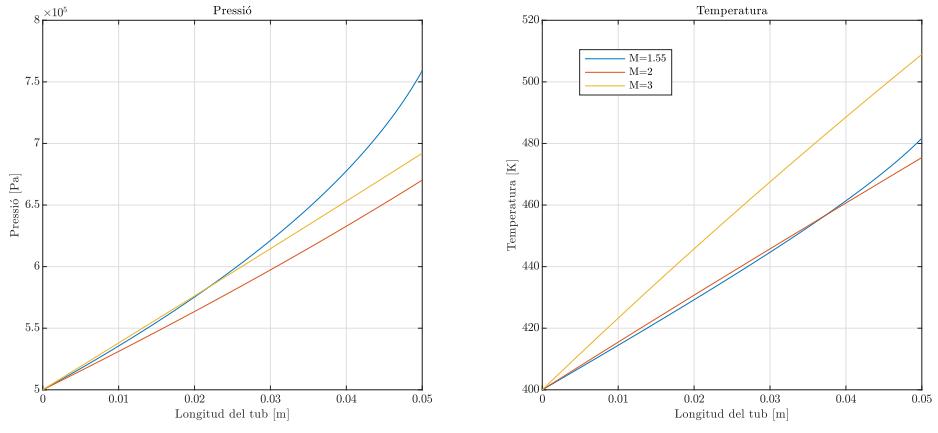


Figura 20: Propietats del fluid amb  $T_{tub} = 1000K$  i velocitat subsònica

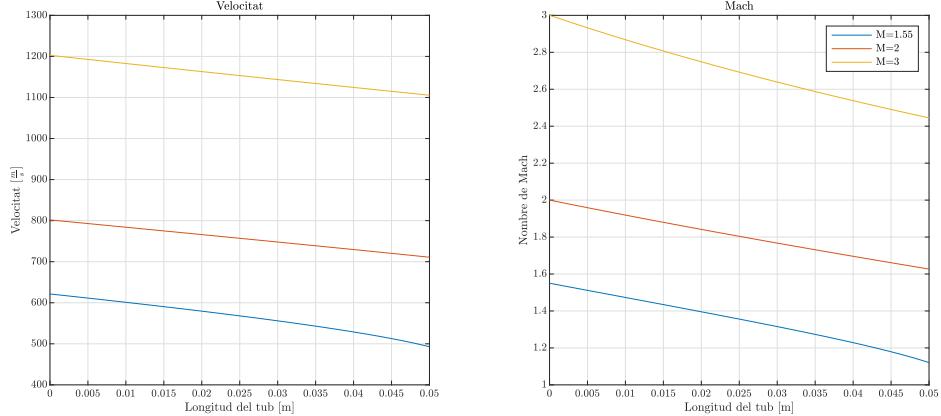
Cal remarcar el comportament del fluid quan es troba a prop del Mach crític.

Com es veu a la gràfica, per MAch d'entrada 0.68, el fluid comença guanyant temperatura, però arriba un moment que la seva expansió és tan ràpida que tota aquesta temperatura es converteix en velocitat ( $U \rightarrow E$ ).

Per al cas supersònic succeixen fenòmens similars. La velocitat crítica ara puja de  $M_{in} = 1.5$  a aproximadament  $M_{in} = 1.55$ , ja que el fluid decelera més rapid. La temepratura del tub augmenta també més ràpidament, així com la pressió i la densitat (Figura 21). Una comparació de les densitat subsònica o supersònica es pot veure a la Figura 22.

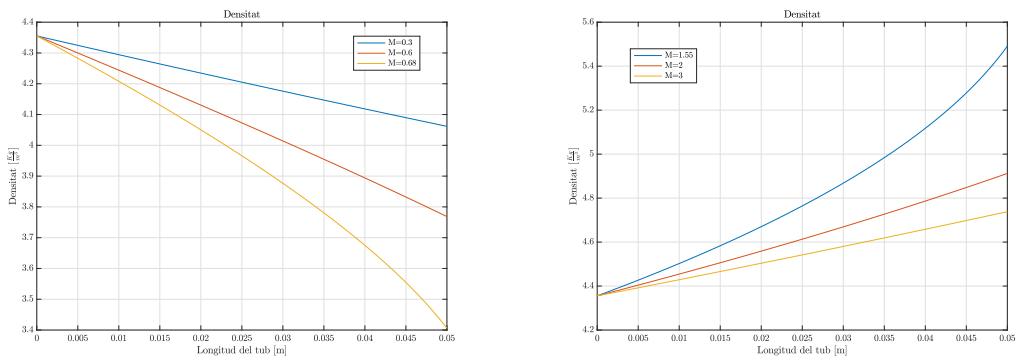


(a) Temperatura i pressió al llarg del tub per  $T_{tub} = 1000K$



(b) Velocitat i Mach al llarg del tub per  $T_{tub} = 1000K$

Figura 21: Propietats del fluid amb  $T_{tub} = 1000K$  i velocitat supersònica

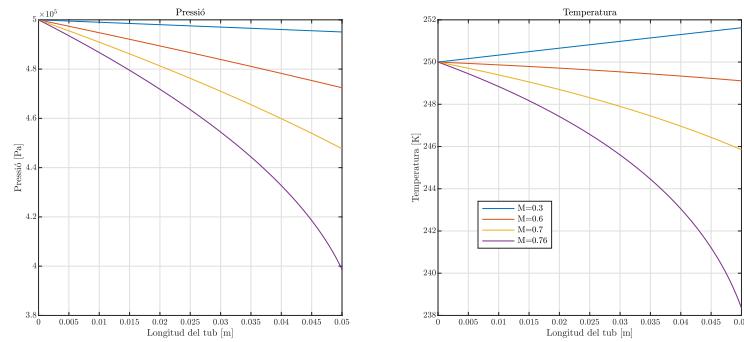


(a) Densitat al llarg del tub per  $T_{tub} = 1000K$  i velocitat subsònica      (b) Densitat al llarg del tub per  $T_{tub} = 1000K$  i velocitat supersònica

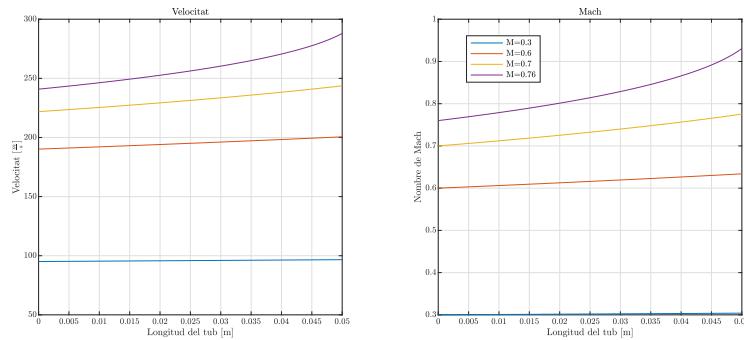
Figura 22: Comparació de les densitat subsònica i supersònica per  $T_{tub} = 1000K$

## 4.4 Temperatura del fluid inicial

La temperatura del fluid inicial ha sigut durant tot l'anàlisi constat, de 400 K. En aquesta secció es pretén discutir la influència que té aquesta en tot l'anàlisi numèric del tub, canviant la temperatura de 400 K a 250 K. Per aquest anàlisi s'han obtingut les gràfiques següents. S'observa com la velocitat crítica també ha baixat de  $M_{in} \approx 0.8$  a  $M_{in} = 0.76$ . Veiem un altre cop quant sensible és aquesta velocitat crítica enfront les condicions inicials, com s'ha comentat anteriorment. Pels dos casos, subsònic i supersònic tenim comportaments del fluid iguals que en l'anàlisi principal. En el cas subsònic veiem com el fluid, a baixes velocitats va guanyant temperatura, però que un cop  $M_{in} > 0.6$ , l'expansió del fluid és més forta que l'intercanvi d'energia entre el fluid i el tub, i la temperatura baixa, així com la pressió, augmentant la velocitat. Pel cas supersònic la pressió i la temperatura augmenten, mentre la velocitat presneta un comportament contrari al cas subsònic, és decelerada.

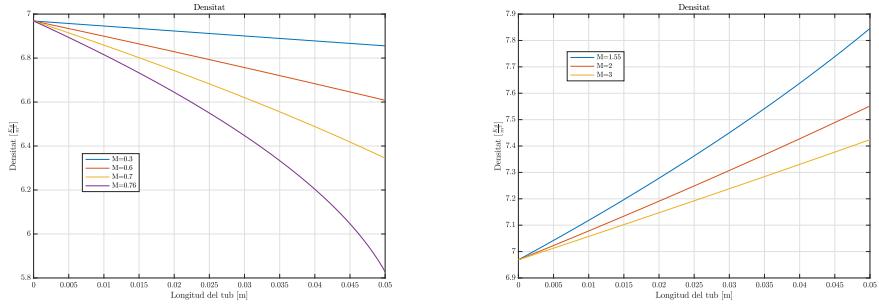


(a) Temperatura i pressió al llarg del tub per  $T_{in} = 250K$



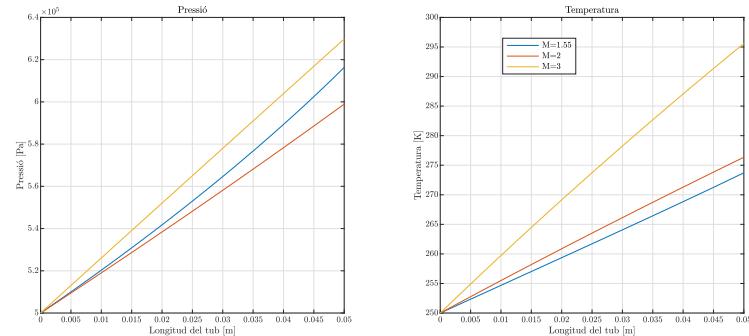
(b) Velocitat i Mach al llarg del tub per  $T_{in} = 250K$

Figura 23: Propietats del fluid amb  $T_{in} = 250K$  i velocitat subsònica

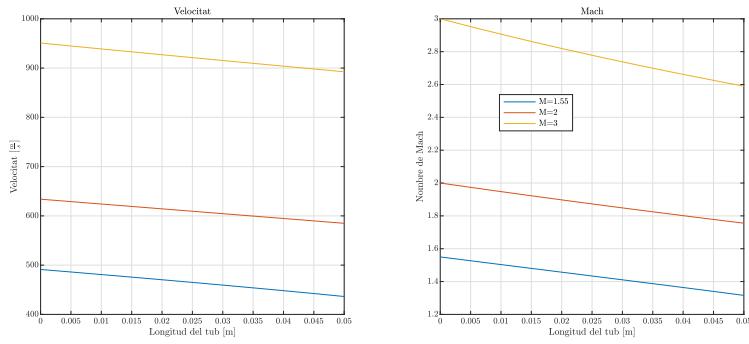


(a) Densitat al llarg del tub per  $T_{in} = 250K$  i velocitat subsònica      (b) Densitat al llarg del tub per  $T_{in} = 250K$  i velocitat supersònica

Figura 24: Comparacions de les densitat per  $T_{in} = 250K$



(a) Temperatura i pressió al llarg del tub per  $T_{in} = 250K$



(b) Velocitat i Mach al llarg del tub per  $T_{in} = 250K$

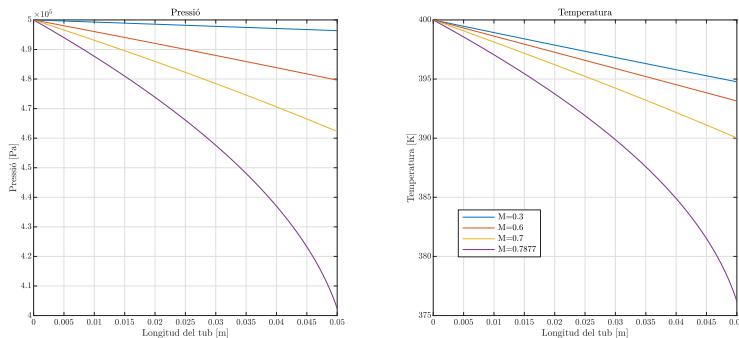
Figura 25: Propietats del fluid amb  $T_{in} = 250K$  i velocitat supersònica

## 4.5 Material del tub

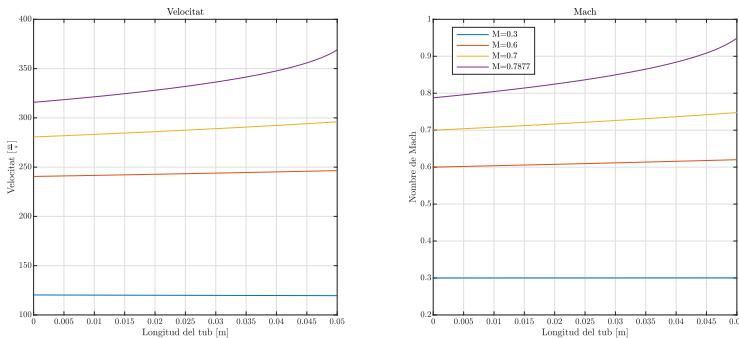
L'anàlisi s'ha dut a terme amb una conductivitat tèrmica del tub de  $\lambda_{tub} = 300 \text{ W/mK}$ . Aquesta conductivitat correspon a la d'un tub fet d'or. En aquesta secció s'estudiarà l'influència del material (és a dir, de  $\lambda_{tub}$ ) en les propietats del fluid, utilitzant les conductivitats tèrmiques del coure ( $\lambda_{Cu} \approx 385 \text{ W/mK}$ ) i del vidre ( $\lambda_{vidre} = 0.6 \text{ W/mK}$ ). Es realitzarà l'anàlisi només per flux subsònic per evitar una extensió massa llarga de la secció.

### 4.5.1 Coure

Per una  $\lambda$  de  $385 \text{ W/mK}$ , pertanyent a la conductivitat tèrmica del coure s'han obtingut els gràfiques següents:



(a) Temperatura i pressió al llarg del tub per Cu



(b) Velocitat i Mach al llarg del tub per Cu

Figura 26: Propietats del fluid amb el tub de Cu

Com s'aprecia en aquestes gràfiques, al tenir el Coure i l'Or conductivitats tèrmiques properes, les propietats del fluid són molt similars a les vistes al principi de l'anàlisi.

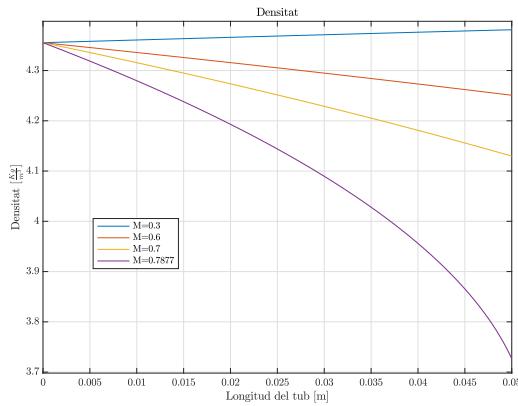


Figura 27: Densitat al llarg del tub pel material Cu

#### 4.5.2 Vidre

El vidre presenta una conductivitat tèrmica molt més baixa que el Coure, amb  $\lambda_{vidre} = 0.6 \text{ W/mK}$ . A continuació es mostren les gràfiques obtingudes per aquest anàlisi.

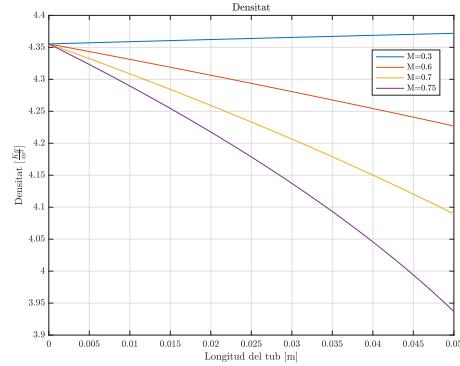
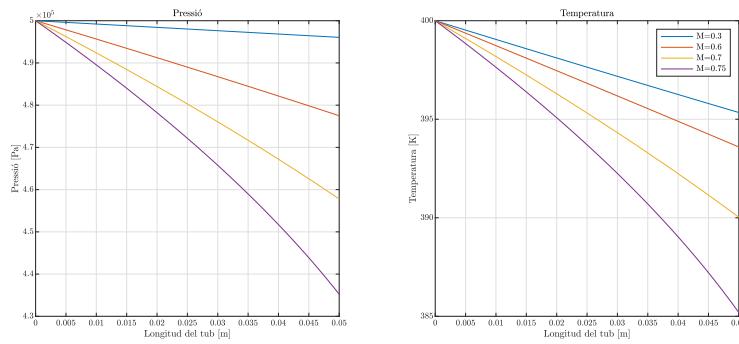
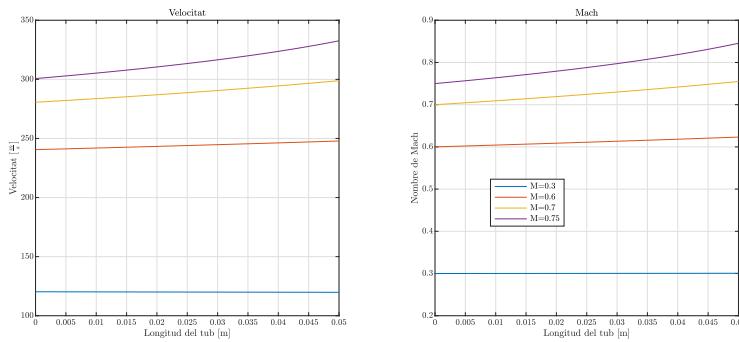


Figura 28: Densitat al llarg del tub pel material Vidre

Cal remarcar que el Mach crític s'ha hagut de rebaixar a 0.75 perquè el fluid es torna supersònic més ràpidament, pel que, mantenint la llargada del tub, s'ha hagut de baixar la velocitat a l'entrada. Un altre cop, s'observen comportaments del fluid molt similars als vists a l'anàlisi primer, però ara les propietats del fluid canvien més ràpidament. Per això s'ha baixat el Mach crític a 0.75.



(a) Temperatura i pressió al llarg del tub per Vidre



(b) Velocitat i Mach al llarg del tub per Vidre

Figura 29: Propietats del fluid amb el tub de Vidre

## 5 Conclusions

Durant la realització d'aquesta pràctica, s'ha realitzat un anàlisi numèric bàsic d'un cas simple, però alhora interessant des del punt de vista de l'alumne. S'han mostrat també diferents casos, per condicions físiques i numèriques diferents, tenint en compte en tot moment que l'anàlisi realitzat representa una petita mostra de l'anàlisi que es du a terme per en laboratoris professionals. Amb les gràfiques obtingudes, podent controlar les condicions de qualsevol dada del problema, s'ha arribat a un entendiment més ampli de l'anàlisi numèric, així com dels fenòmens físics com poden ser les ones de xoc o l'acceleració del fluid. S'ha comprès més profundament com afecten aquestes condicions geomètriques o físiques al fluid, com per exemple la llargada del tub, o el diàmetre d'aquest, així com el material de què està fet.

L'anàlisi d'aquest cas ha sigut, personalment, molt útil a l'hora d'aprendre a discretitzar equacions, així com a familiaritzar-me amb el llenguatge de l'anàlisi numèric i les equacions de conservació generals del fluids. També remarcar que el correcte funcionament de l'algoritme ha resultat molt satisfactori i ha despertat més interès en l'àrea de l'anàlisi computacional de fenòmens físics.

# 6 Codi implementat

## 6.1 Codi principal *main*

```
1 %-----DIN MICA DE GASOS-----
2
3 set(groot, 'defaultTextInterpreter', 'latex');
4 set(groot, 'defaultAxesTickLabelInterpreter','latex');
5 set(groot, 'defaultLegendInterpreter','latex');
6
7
8 %RESOLUCI ANAL TICA DE PROBLEMA COMBINAT.
9
10 %TUB AMB FLUID INTERIOR I CONVECCI EXTERIOR.
11
12 clear all;
13
14 %%-----C LCULS PREVIS-----
15
16 %%Entrada de dades per triar el tipus problema ...
    Supersonic-Subsonic-Ones de
17 %%xoc
18
19 onesdexoc = false; %posar true si volem ones de xoc.
20 Quantonesdexoc = 1; %seleccionar quantes ones de xoc es volen, ...
    si es volen ones de xoc, posar 3 (predeterminat)
21 M = [0.3;0.6;0.7;0.78]; %Mach d'entrada a M > 0.78 es torna ...
    s nic.
22 adiabatic = false; %En cas de que sigui adiabtic --> true
23 variable = true; %Posem false si la temperatura del tub s ...
    constant.
24
25 %%Dades geomtriques del tub
26
27 Di = 0.01; %Di metre del tub [m]
28 ri = Di/2; %Radi [m]
29 L = 0.05; %Longitud del tub [m]
30 epsilon = 0.004;
31 S = pi*ri^2; %Superficie del VC [m^2]
32 Per = Di*pi; %Permetre del VC. [m^2]
33 e = 0.001; %Espessor del tub d'1mm [m]
34
35
36 %%Dades del fluid i del tub
37
38 lambdat = 300; %Coeficient de conductivitat termica del tub ...
    (posem 300)
```

```

39 Treferencia = 300; %Posem una temperatura per iniciar el tub. [K]
40 R = 287; %Constant dels gasos per l'aire
41 gamma = 1.4; %Constant adiab. de l'aire
42
43 Tin = 400; %Temperatura d'entrada [K]
44 pin = 5e5; %Pressi d'entrada [Pa]
45 rho_in = pin/(287*Tin); %Densitat a l'entrada [Kg/m^3]
46
47
48 onadexoc = false; %Posem false al principi per evitar una ona ...
    de xoc.
49 alfaext = 100; %alfa exterior, considerem 100.
50 Text = 20+273; %Temperatura de l'aire exterior (20 C )
51 m = Quantonesdexoc;
52
53 %Discretitzaci del tub
54
55 N = 1000; %numero de VC
56 delta_x = L/N; %Longitud del VC
57 x = 0:delta_x:L; %Vector de la longitud del tub
58
59 %Definicio de tots els vectors (NxMxm) (VC,Mach d'entrada,Ona ...
    de xoc)
60
61 Tt = zeros(N,length(M),m);
62 Tt_s = zeros(N,length(M),m);
63 T_s = zeros(N+1,length(M),m);
64 V_s = zeros(N+1,length(M),m);
65 P_s = zeros(N+1,length(M),m);
66 rho_s = zeros(N+1,length(M),m);
67 v = zeros(N+1,length(M),m);
68 T = zeros(N+1,length(M),m);
69 P = zeros(N+1,length(M),m);
70 rho = zeros(N+1,length(M),m);
71 q = zeros(N,length(M),m);
72 T_r = zeros(N,length(M),m);
73 Sgen = zeros(N+1,length(M),m);
74 Sgen1_v = zeros(N,length(M),m);
75 Sgen2_v = zeros(N,length(M),m);
76 S_spec = zeros(N+1,length(M),m);
77 det_v = zeros(N,length(M),m);
78 P1_v = zeros(N,length(M),m);
79 P2_v = zeros(N,length(M),m);
80 T1_v = zeros(N,length(M),m);
81 T2_v = zeros(N,length(M),m);
82 v1_v = zeros(N,length(M),m);
83 v2_v = zeros(N,length(M),m);
84 Mach = zeros(N+1,length(M),m);
85 f_v = zeros(N,length(M),m);

```

```

86 m_v = zeros(length(M),m);
87 vin_v = zeros(length(M),m);
88
89
90
91 %% Resoluci del problema
92 for w = 1:m %Per guardar cada resoluci en diferents vector ...
    per ones de xoc.
93
94 for j = 1:length(M) %Variem el Mach a l'entrada
95     Min = M(j);
96     vin = sqrt(gamma*R*Tin)*Min; %Velocitat d'entrada
97     m_punt = S*vin*rhoin; %Cabal m ssic [Kg/s]
98     vin_v(j,w) = vin;
99     m_v(j,w) = m_punt;
100
101 %%Omplim els vectos suposats amb cariables conegeudes, en ...
    aquest cas les
102 %%d'entrada
103
104 for i = 1:N
105     Tt(i,j,w) = Treferencia;
106     Tt_s(i,j,w) = Treferencia;
107 end
108
109 for i = 1:N+1
110     T_s(i,j,w) = Tin;
111     V_s(i,j,w) = vin;
112     P_s(i,j,w) = pin;
113     rho_s(i,j,w) = rhoin;
114     T(i,j,w) = Tin;
115     v(i,j,w) = vin;
116     P(i,j,w) = pin;
117     rho(i,j,w) = rhoin;
118     Mach(i,j,w) = Min;
119 end
120
121 for i = 1:N
122
123     T_s(i+1,j,w) = T(i,j,w); %Suposem variables de sortida = ...
        entrada.
124     P_s(i+1,j,w) = P(i,j,w);
125     V_s(i+1,j,w) = v(i,j,w);
126     rho_s(i+1,j,w) = rho(i,j,w);
127     if i>1
128         Tt_s(i,j,w) = Tt(i-1,j,w);
129     end
130
131 dif = 10e10; %Valor arbitrari per poder iterar un altre cop

```

```

132 y=0;
133 while dif > 1e-10 && y<1000 %Evitem que faci m s de 1000 ...
    iteracions.
134
135 y=y+1;
136 Ti = 0.5*(T(i,j,w)+T(i+1,j,w)); % Variables mitges del VC.
137 vi = 0.5*(v(i,j,w)+v(i+1,j,w));
138 Pi = 0.5*(P(i,j,w)+P(i+1,j,w));
139 rhoi = Pi/(287*Ti);
140 Tti = Tt(i,j,w);
141 %C lcul dels coeficient alfa, r i f
142
143 [alfa, r, f] = compressible(Ti, Tti, vi, Pi, Di);
144
145 %Un cop calculats seguim amb el c lcul de Tr
146 f_v(i,j,w) = f;
147 Cpi = 1034.09-2.849*10^(-1)*Ti+7.817*10^(-4)*Ti^2
148 -4.971*10^(-7)*Ti^3+1.088*10^(-10)*Ti^4;
149 Tr = Ti + r*vi^2/(2*Cpi);
150
151 %Calcul de conduccio
152
153 [Tti] = conduccio(alfa,i,d_x,lambdat,e,Tr,alfaext,Text
154 ,Per,variable,j,w,Treferencia,Tt,N);
155
156 Tt(i,j,w) = Tti;
157
158 q(i,j,w) = alfa*(Tti-Tr)*Per*d_x; %podem calcular el flux ...
    de calor amb Tr;
159
160 [v1,v2,A_v,A_t,B_v,B_t,C_v,C_t] = ...
    equacio(Cpi,m_punt,alfa,r,f,rhoi,vi,Per,d_x,S,P
161 ,T,v,Tti,i,j,w,R);
162
163 v1_v(i,j,w) = v1;
164 v2_v(i,j,w) = v2;
165
166 % Calculem totes les propietats amb les dues velocitats.
167
168 Vol = S*d_x;
169 P1 = (C_v-A_v*v1)/B_v;
170 T1 = (C_t-B_t*v1^2)/A_t;
171 P2 = (C_v-A_v*v2)/B_v;
172 T2 = (C_t-B_t*v2^2)/A_t;
173
174 P1_v(i,j,w) = P1; %Guardem en vectors per poder veure-ho ...
    després si cal
175 P2_v(i,j,w) = P2;
176 T2_v(i,j,w) = T2;

```

```

177 T1_v(i,j,w) = T1;
178
179 %Trobem l'entropia generada amb les dues velocitats.
180 if adiabatic == true
181     alfa = 0;
182 end
183
184 if onesdexoc == true
185 if w == 1
186
187     if x(i) == L/2
188         onadexoc = true;
189     end
190
191 elseif w == 2
192     if x(i) == 4*L/5
193         onadexoc = true;
194     end
195
196 else
197     if x(i) == 3*L/4
198         onadexoc = true;
199     end
200 end
201 end
202
203
204
205 Sgen1 = ...
206     1/Vol*(m_punt*(Cpi*log(T1/T(i,j,w))-R*log(P1/P(i,j,w))) ...
207     - alfa*(Tti-Tr)*Per*Δ_x/Tti);
208 Sgen2 = ...
209     1/Vol*(m_punt*(Cpi*log(T2/T(i,j,w))-R*log(P2/P(i,j,w))) ...
210     - alfa*(Tti-Tr)*Per*Δ_x/Tti);
211
212 Sgen1_v(i,j,w) = Sgen1; %tornem a guardar per si ac s.
213 Sgen2_v(i,j,w) = Sgen2;
214
215
216 if Sgen1 < 0 && Sgen2 < 0 %Si les dues s n negatives, no ...
217     t soluci .
218     error('Les dues entropies s n negatives');
219 end
220
221 if isreal(Sgen1) == 0 && isreal(Sgen2) == 0 %Fem que si hi ...
222     ha una netropia im. digui quina s.
223     error('Les dues entropies s n imaginaries');
224 end
225
226

```

```

220 if (isreal(Sgen1) == 0 && Sgen2 < 0) || (isreal(Sgen2) == ...
221     0 && Sgen1 < 0)
222     disp('Entropies no es poden resoldre');
223 end
224
225 if isreal(Sgen1) == 0 && Sgen2 > 0 %Comprovem si Sgen1 es ...
226     real o no
227     v(i+1,j,w) = v2;
228     T(i+1,j,w) = T2;
229     P(i+1,j,w) = P2;
230     Sgen(i+1,j,w) = Sgen2;
231     %disp('Entropia 1 s imaginaria, entropia 2 positiva');
232 end
233 if isreal(Sgen2) == 0 && Sgen1 > 0 %Comprovem si Sgen2 es ...
234     real o no
235     v(i+1,j,w) = v1;
236     T(i+1,j,w) = T1;
237     P(i+1,j,w) = P1;
238     Sgen(i+1,j,w) = Sgen1;
239     disp('Entropia 2 s imaginaria, entropia 1 positiva');
240 end
241
242
243 if abs(Sgen1) > abs(Sgen2) %Cas en que les dues s n ...
244     positives, ens quedem amb la segona velocitat
245     v(i+1,j,w) = v2;
246     T(i+1,j,w) = T2;
247     P(i+1,j,w) = P2;
248     Sgen(i+1,j,w) = Sgen2;
249 else
250     v(i+1,j,w) = v1;
251     T(i+1,j,w) = T1;
252     P(i+1,j,w) = P1;
253     Sgen(i+1,j,w) = Sgen1;
254 end
255
256 if onadexoc == true %Si hi ha ona de xoc ens quedem amb la ...
257     que genera m s entropia.
258     if abs(Sgen1) > abs(Sgen2) %Cas en que les dues s n ...
259         positives, ens quedem amb la segona velocitat
260         v(i+1,j,w) = v1;
261         T(i+1,j,w) = T1;
262         P(i+1,j,w) = P1;
263         Sgen(i+1,j,w) = Sgen1;
264 else
265     v(i+1,j,w) = v2;
266     T(i+1,j,w) = T2;
267     P(i+1,j,w) = P2;
268     Sgen(i+1,j,w) = Sgen2;

```

```

263     end
264     onadexoc = false; %Perque no torni a entrar
265 end
266
267
268 rho(i+1,j,w) = P(i+1,j,w)/(R*T(i+1,j,w));
269 c = sqrt(gamma*R*T(i,j,w));
270 Mach(i+1,j,w) = v(i+1,j,w)/c;
271
272 %Guardem i comprovem les diferencies entre suposat-calculat.
273
274 difvector(1) = abs(v(i+1,j,w)-V_s(i+1,j,w));
275 difvector(2) = abs(T(i+1,j,w)-T_s(i+1,j,w));
276 difvector(3) = abs(P(i+1,j,w)-P_s(i+1,j,w));
277 difvector(4) = abs(Tt(i,j,w)-Tt_s(i,j,w));
278
279 dif = max(difvector);
280
281 %Canviem el vector suposat pel calculat i tornem a iterar.
282
283 V_s(i+1,j,w) = v(i+1,j,w);
284 P_s(i+1,j,w) = P(i+1,j,w);
285 T_s(i+1,j,w) = T(i+1,j,w);
286 Tt_s(i,j,w) = Tt(i,j,w);
287 if i ==1
288     S_spec(i,j,w) = 0;
289 else
290     S_spec(i,j,w) = 0;
291     S_spec(i,j,w) = S_spec(i-1,j,w)+Sgen(i,j,w)*Δ_x*S*(1/m_punt)
292     +q(i,j,w)/Tt(i,j,w);
293 end
294
295 end
296
297 end
298
299 end
300 end
301
302
303
304 %% Verificaci del codi
305
306 for m = 1:w
307 for j =1:length(M)
308 vin = vin_v(j,w);
309 m_punt = m_v(j,w);
310
311 % Massa

```

```

312
313 massa_out = v(N+1,j,w)*rho(N+1,j,w)*S;
314 dif_mas = abs(m_v(j,w)-massa_out)*100/m_v(j,w);
315 if dif_mas<0.1
316     disp('Conservacio massa correcta per Mach = ')
317     disp('')
318     disp(M(j))
319     disp('')
320 end
321
322 % Momentum
323
324 Momentumin = m_punt*vin+pin*S; %Calculem el momentum a l'entrada
325 freg = 0;
326 for i=1:N
327     vi = (v(i,j)+v(i+1,j))/2;
328     rhoi = (rho(i,j)+rho(i+1,j))/2;
329     freg = freg + f_v(i,j,w)*rhoi*vi^2*pi*Di*Delta_x/2; %Sumem la ...
330         for a de fregament total
331 end
332 Momentumout = m_punt*v(N+1,j,w)+P(N+1,j,w)*S;
333 dif_mom = abs(Momentumin-freg-Momentumout)*100/Momentumin;
334 if dif_mom<0.1
335     disp('Conservacio momentum correcta per Mach = ')
336     disp('')
337     disp(M(j))
338     disp('')
339 end
340
341
342 % Energia
343
344 %Energia entrada
345 Cpin = 1022-0.1626*Tin+3.5025*10^(-4)*Tin^2;
346 Ein = m_punt*(Cpin*Tin+(vin^2)/2);
347
348 %Energia sortida
349 Cpout = 1022-0.1626*T(N+1,j,w)+3.5025*10^(-4)*T(N+1,j,w)^2;
350 Eout = m_punt*(Cpout*T(N+1,j,w)+(v(N+1,j,w)^2)/2);
351
352 %E = Ein - Q; Hem de calcular Q (calor).
353 Q = 0;
354 for i=1:N
355     vi = (v(i,j,w)+v(i+1,j,w))/2;
356     Ti = (T(i,j,w)+T(i+1,j,w))/2;
357     Pi = (P(i,j,w)+P(i+1,j,w))/2;
358     Tti = Tt(i,j,w);
359     Cpi = 1022 - 0.1626*Ti+3.5025e-4*Ti^2;

```

```

360      [alfa, r, f] = compressible(Ti, Tti, vi, Pi, Di);
361      Tr = Ti + r*vi^2/(Cpi*2); %Temperatura de recuperaci
362      Q = Q + alfa*(Tti-Tr)*pi*Di*Δ_x;
363  end
364
365
366 dif_ene = abs(Ein-Eout+Q)*100/Ein;
367 if dif_ene<0.1
368     disp('Conservacio energia correcta per Mach = ')
369     disp(' ')
370     disp(M(j))
371     disp(' ')
372 end
373
374
375 end
376 end
377
378
379
380
381
382 %% Plots per les diferents variables
383
384 grafiques(P,T,rho,Mach,v,Sgen,S_spec,Tt,x,m,M,N)

```

## 6.2 Funcions

```

1 function [alfa, r, f] = compressible(Ti, Tti, vi, Pi, Di)
2 dif2 = 30;
3 Trs = Ti; %Suposem Temp. recuperaci = Temp. entrada
4 while dif2>10e-1
5
6 Tref = Ti+0.22*(Trs-Ti); %Trs anir canviant a cada ...
    iteraci;
7 rho = Pi/(287*Tref);
8
9 %Propietats del fluid al VC
10
11 Cpi = 1022 - 0.1626*Tref+3.5025e-4*Tref^2;
12 lambda = 3.807e-3+7.4e-5*Tref;
13 mu = (2.53928e-5*sqrt(Tref/273.15))/(1+(122/Tref));
14
15 %Grups adimensionals
16
17 Re = rho*vi*Di/mu;
18 Pr = mu*Cpi/lambda;
19
20 %Calcul del factor de relaxaci i de Tr
21 r = Pr^(1/3);
22 Tr = Ti + r*vi^2/(2*Cpi); %Valor calculat de Tr.
23
24 dif2 = abs(Tr-Trs); % s |Trs-Tr|<error?
25
26 Trs = Tr; %Per la nova iteraci suposem Trs = Tr.
27
28 end
29 %Ja s'ha calculat Tr amb xit.
30
31 Nu = 0.023*Re^0.8*Pr^0.4; %Sempre s turbulent
32 alfa = lambda*Nu/Di;
33 f = 0.078 * Re^-0.2;
34 end

```

```

1 function [Tti] = conduccio(alfa,i,delta_x,lambdat,e,Tr,
2 alfaext,Text,Per,variable,j,w,Treferencia,Tt,N)
3
4
5 if variable == true
6 ae = (lambdat*e^2*pi)/delta_x; %area aproximada de ...
    pi*radi^2*espressor.
7 aw = (lambdat*e^2*pi)/delta_x;

```

```

8   bp = alfa*Tr*Per*Δ_x+alfaext*Text*Per*Δ_x;
9   ap = ae+aw+alfa*Per*Δ_x+alfaext*Per*Δ_x; %considerem ...
10    superficie interior i exterior aprox. igual.
11    if i == 1
12      ap = 1;
13      aw = 0;
14      bp= Treferencia;
15      ae = 0;
16    end
17
18    if i == 1
19      Tti = (ae*Tt(i+1,j,w)+bp)/ap; %nomes conduccio per la ...
20      dreta
21    elseif i == N
22      ap = aw+alfa*Per*Δ_x+alfaext*Per*Δ_x;
23      Tti = (aw*Tt(i-1,j,w)+bp)/ap; %Nomes conduccio per ...
24      l'esquerra.
25    else
26      Tti = (ae*Tt(i+1,j,w)+aw*Tt(i-1,j,w)+bp)/ap;
27    end
28
29  end
30 end

```

```

1 function [v1,v2,A_v,A_t,B_v,B_t,C_v,C_t] = ...
2   equacio(Cpi,m_punt,alfa,r,f,rhoi,vi,Per,Δ_x,S,P,T,v,Tti,i,j,w,R)
3
4 %Resolem el sistema d'equacions
5
6 A_v = m_punt + f*rhoi*abs(vi)*Per*Δ_x/4;
7 B_v = S;
8 C_v = S*P(i,j,w)+(m_punt-f*rhoi*abs(vi)*Per*Δ_x/4)*v(i,j,w);
9
10 A_t = m_punt*Cpi + 0.5*alfa*Per*Δ_x;
11 B_t = 0.5*m_punt + (r*alfa*Per*Δ_x)/(4*Cpi);
12 C_t = (m_punt*Cpi - alfa*Per*Δ_x*0.5)*T(i,j,w)+(0.5*m_punt
13 - (r*alfa*Per*Δ_x)/(4*Cpi))*v(i,j,w)^2+ alfa*Tti*Per*Δ_x;
14
15 A = A_v*A_t*S - B_v*B_t*m_punt*R;
16 B = C_v*A_t*S;
17 C = B_v*C_t*m_punt*R;
18
19 %Ara tenim l'equaci quadr tica
20

```

```

21      det = B^2-4*A*C;
22
23
24      if det < 0 %Discriminant negatiu, no te soluci f sica
25          error('El determinant s negatiu, revisar condicions ...
26              iniciais o geometria');
27      end
28
29      v1 = (B+sqrt(B^2-4*A*C)) / (2*A);
30      v2 = (B-sqrt(B^2-4*A*C)) / (2*A);
31  end

```

```

1 function grafiques(P,T,rho,Mach,v,Sgen,S_spec,Tt,x,m,M,N)
2
3
4 figure;
5
6
7 subplot(1,2,1);
8 for i = 1:m
9 plot(x,P(:,:,i)); hold on;
10 end
11 grid on;
12 title('Pressi\''o');
13 xlabel('Longitud del tub [m]');
14 ylabel('Pressi\''o [Pa]');
15
16
17 subplot(1,2,2);
18 for i = 1:m
19 plot(x,T(:,:,i)); hold on;
20 end
21 grid on;
22 title('Temperatura');
23 legendCell = cellstr(num2str(M, 'M=%-d'));
24 legend(legendCell);
25 xlabel('Longitud del tub [m]');
26 ylabel('Temperatura [K]')
27
28
29
30 figure;
31
32 subplot(1,2,1);
33 for i=1:m
34 plot(x,v(:,:,i)); hold on;
35 end
36 grid on;

```

```

37 title('Velocitat');
38 xlabel('Longitud del tub [m]');
39 ylabel('Velocitat [$\frac{m}{s}]')
40
41 subplot(1,2,2);
42 for i=1:m
43 plot(x,Mach(:,:,i)); hold on;
44 end
45 grid on;
46 title('Mach');
47 legendCell = cellstr(num2str(M, 'M=%-d'));
48 format shortG;
49 legend(legendCell);
50 xlabel('Longitud del tub [m]');
51 ylabel('Nombre de Mach');
52
53
54
55
56
57 figure;
58
59 subplot(1,2,1);
60 S_spec(N+1,:,:,:) = S_spec(N,:,:,:);
61 for i=1:m
62 plot(x,S_spec(:,:,i)); hold on;
63 end
64 grid on;
65 title('Entropia especifica');
66 xlabel('Longitud del tub [m]');
67 ylabel('Entropia [$\frac{Kg}{m^3}]');
68
69 subplot(1,2,2);
70 for i=1:m
71 plot(x,Sgen(:,:,i)); hold on;
72 end
73 grid on;
74 title('Entropia generada');
75 legendCell = cellstr(num2str(M, 'M=%-d'));
76 legend(legendCell);
77 xlabel('Longitud del tub [m]');
78 ylabel('Entropia generada $\textit{Sgen}$ [$\frac{J}{K}$]');
79
80 figure;
81 plot(Tt(:,:,1));
82 legendCell = cellstr(num2str(M, 'M=%-d'));
83 legend(legendCell);
84 title('Temperatura del tub $T_{tub}$');
85 xlabel('Longitud del tub [m]');

```

```
86 ylabel('Temperatura [K]');
87
88
89 figure;
90 for i=1:m
91 plot(x,rho(:,:,i)); hold on;
92 end
93 grid on;
94 title('Densitat');
95 legendCell = cellstr(num2str(M, 'M=%-d'));
96 format shortG;
97 legend(legendCell);
98 xlabel('Longitud del tub [m]');
99 ylabel('Densitat ['$\frac{Kg}{m^3}$']);
100
101 end
```