

# Bono Transformada Inversa

David Moreno

5/11/2023

## 1 Distribución Triangular

Sea

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{si } a \leq x \leq c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & \text{si } c \leq x \leq b \\ 0 & \text{en otros casos} \end{cases}$$

La densidad de probabilidad de la variable geométrica.

Ahora queremos hallar la función acumulada  $F(x)$  para esto integramos los dos intervalos de la función de probabilidad (a,c) y (c,b) para el primer intervalo tenemos:

$$\int_a^x \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} dx = \frac{2}{(b-a)(c-a)} \int_a^x (x-a) dx = \frac{2}{(b-a)(c-a)} (x^2 - ax) \Big|_a^x$$

$$\frac{x^2}{(b-a)(c-a)} - \frac{2ax}{(b-a)(c-a)} + \frac{a^2}{(b-a)(c-a)} = \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}$$

Ahora para el intervalo (c,b) tenemos lo siguiente.

$$\begin{aligned} \int_x^b \frac{2(b-x)}{(b-a)(c-a)} dx &= \frac{2}{(b-a)(c-a)} \times \left( bx - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_x^b \\ &= \frac{2bx - x^2}{bc - ab - ac + a^2} \Big|_x^b = \frac{b^2}{bc - ab - ac + a^2} - \frac{2bx - x^2}{bc - ab - ac + a^2} = -\frac{(x-b)^2}{(b-a)(c-a)} \end{aligned}$$

Luego nuestra función acumulada es:

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} & \text{para } a < x \leq c \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)} & \text{para } c < x < b \\ 1 & \text{d.l.c} \end{cases}$$

Para calcular el método de la inversa, nuestro objetivo es igualar la función en dos intervalos: el intervalo (a,c) y el intervalo (c,b), a un valor R. Luego, despejamos x para obtener la expresión  $x = F(x)^{-1}$

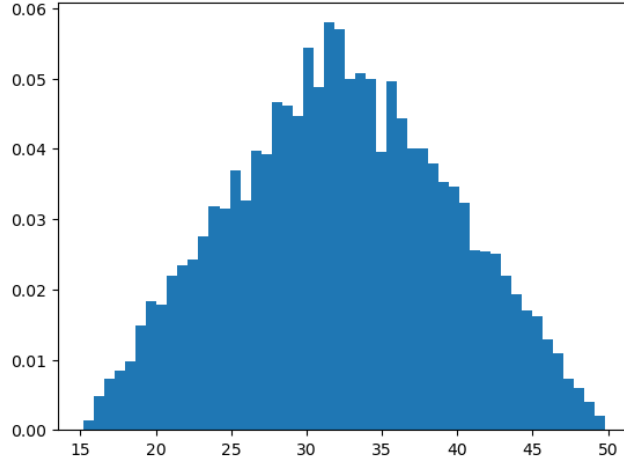
Para el primer intervalo tenemos lo siguiente.

$$\frac{(x-a)^2}{(b-a)(b-a)} = R \leftrightarrow (x-a)^2 = R(b-a)(b-c) \leftrightarrow x = \sqrt{R(b-a)(b-c)} + a$$

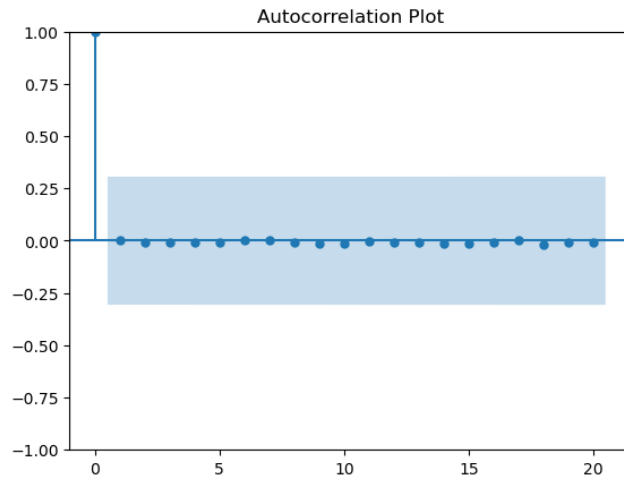
Y para el intervalo (c,b) tenemos lo siguiente:

$$1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)} = R \leftrightarrow (b-x)^2 = (1-R)(b-a)(b-c) \leftrightarrow x = -\sqrt{(1-R)(b-a)(b-c)} + b$$

Después de despejar y encontrar los valores de  $x_i$ , podemos calcular estos valores utilizando la fórmula mencionada y verificar en qué intervalo nos encontramos para clacular su respectivo valor.(Para esto escribimos un código en python).



Observamos en el gráfico que se asemeja notablemente a una distribución triangular, con la moda claramente centrada en el valor esperado de 32. En esta etapa, podemos llevar a cabo una prueba de bondad de ajuste para verificar si, de hecho, se ajusta a una distribución geométrica. En la siguiente sección, realizaremos una prueba de bondad de ajuste.



En el autocorrelograma, se observa que para 20 lags, no existe una correlación significativa con el dato anterior. Esto nos lleva a concluir, con un nivel de confianza del 95% , que los lags no presentan correlación significativa entre sí, lo que sugiere que nuestros datos exhiben un comportamiento pseudoaleatorio.

## 2 Prueba de Bondad de Ajuste

Al realizar la prueba de bondad de ajuste, notamos que el valor del chi cuadrado es 0.10 y el valor p es 1. Con un nivel de significancia del 96 por ciento, podemos concluir que nuestros datos siguen una distribución triangular. Al observar el gráfico que compara los valores teóricos de la distribución con los valores calculados a partir de los datos, podemos apreciar que las distribuciones son muy similares.

