



**Universidade de Brasília**  
Instituto de Física  
Laboratório de Física Moderna (IFD0021)

## **Relatório 1 - Experimento de Stefan-Boltzmann**

Calebe Adjuto Araujo de Assunção

Mat:17/0101045

Davi Valadares Rodrigues Feliciano

Mat:17/0008614

Matheus Gonçalves de Freitas

Mat:18/0127802

Professor:

Junio Marcio Rosa Cruz

**11 de setembro de 2023**

# 1 Introdução

Durante o final do Século XIX, diversos experimentos foram realizados, que mudaram o foco da física de um mundo clássico para um mundo moderno. Alguns desses experimentos foram os relacionados ao efeito do corpo negro, que sob altas temperaturas, emitia luz de certas cores (diretamente relacionadas à temperatura). Esse corpo negro foi categorizado como um corpo quase fechado, que reflete internamente toda a luz que recebe, como demonstra a Figura 1.

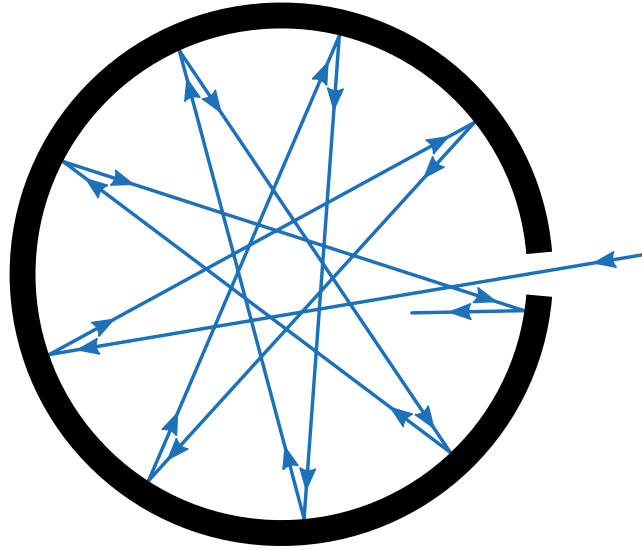


Figura 1: Idealização de um corpo negro.

De acordo com esses experimentos, notou-se uma mudança na emissão da luz em relação a sua temperatura, em especial a sua cor, que representa o comprimento de onda emitido. A partir disso, Josef Stefan deduziu que a frequência emitida pelo corpo negro, estava relacionada à quarta potência da temperatura, enquanto que Ludwig Boltzmann deduziu a constante de Stefan-Boltzmann, presente da Equação 1, a partir de uma "pressão" eletromagnética do material.

$$R = \rho T^4 \quad (1)$$

A Equação 1, representa a radiância espectral  $R$ , de unidade  $\text{W m}^{-2}$ , em relação à constante de Stefan-Boltzmann  $\rho$ , de valor  $5,67 \times 10^{-8} \text{ W K}^{-4} \text{ m}^{-2}$  e à temperatura  $T$ , em Kelvin.

Assim, para entender melhor sobre como se levou a deduzir, calcular e analisar o porquê dessa equação, foi realizado um experimento para checar essa teoria.

O experimento foi realizado com um fio de Tungstênio aquecido eletricamente e com um receptor com termopilhas, que ao receber temperatura, produzia tensão no circuito verificado, podendo assim, ser possível analisar os resultados teóricos.

## 1.1 Objetivos

Verificar que um filamento de tungstênio de uma lâmpada automotiva segue a lei de Stefan-Boltzmann

# 2 Metodologia

O experimento foi subdividido em duas partes principais. Como não há uma maneira confiável de medir diretamente a temperatura do filamento, é preciso inferir a temperatura da resistividade do tungstênio. Então primeiramente é necessário aferir a resistência do filamento

em temperatura ambiente, para posteriormente, assumindo uma resistência proporcional a resistividade, relacionar valores de queda de tensão e corrente na lâmpada com a temperatura do filamento.

Depois, para atestar a lei de Stefan-Boltzmann, basta correlacionar as mesmas medidas de queda de tensão e corrente na lâmpada com as respectivas tensões nos terminais da termopilha, grandeza proporcional a radiância incidida sobre esta.

### 2.0.1 Resistência a Frio do Filamento

De modo a tornar possível as futuras aferições da temperatura da lâmpada fazendo uso somente de medições de tensão e corrente, é preciso conhecer a razão entre o comprimento e a área da seção transversal do filamento, uma vez que a relação entre a resistividade do tungstênio e sua temperatura pode ser facilmente encontrada na literatura [1].

Para isso, pode-se medir a resistência do filamento em baixas tensões, procurando perturbar o mínimo possível a temperatura da mesma por efeito Joule. Assim, espera-se que, para a faixa de tensões aplicada a lâmpada, a resistência não varie de forma significativa, possibilitando a obtenção da melhor estimativa da resistência a frio por uma regressão linear. Desse modo, conhecendo a temperatura ambiente e consultando o valor correspondente de resistividade, o objetivo é atingido.

### 2.0.2 Temperatura e Radiância do Filamento

Com os valores de temperatura na lâmpada e força eletromotriz gerada pela termopilha, finalmente pode-se atestar o quão aproximado é filamento de tungstênio de um corpo negro de fato. Para tal, basta realizar nestes dados um ajuste do tipo  $f(T) = AT^B$  e verificar se o expoente se aproxima do valor esperado  $B = 4$ .

## 3 Resultados

### 3.0.1 Resistência a Frio do Filamento

Com os resultados das medidas de corrente em baixa tensão na lâmpada dispostos na Tabela 1, foi feito o ajuste linear exibido na Figura 2. Do coeficiente de correlação  $r = 0,999$  pode-se inferir que a resistência não apresentou mudança significativa no decorrer das medições. Isso mostra que não houve aquecimento da lâmpada por efeito Joule e, desse modo, o coeficiente angular obtido no ajuste é uma boa estimativa para o valor da resistência da lâmpada em temperatura ambiente, junto com a respectiva incerteza:

$$R = 0,79 \pm 0,04 \, \Omega . \quad (2)$$

Como não há certeza sobre o valor exato da temperatura ambiente, foi usada a média entre  $T_1 = 293\text{K}$  e  $T_2 = 300\text{K}$ . Consultando uma tabela com valores de resistividade para o tungstênio puro [1], inferiu-se a resistividade do filamento da lâmpada apagada como a média de  $\rho(T_1)$  e  $\rho(T_2)$ :

$$\rho = (5,36 \pm 0,07) \times 10^{-8} \, \Omega \, \text{m} . \quad (3)$$

Usando os resultados em 2 e 3, foi calculada a estimativa

$$\gamma = \frac{L_0}{A_0} = (1,47 \pm 0,09) \times 10^7 \, \text{m}^{-1}$$

para a razão entre o comprimento e a área do filamento da lâmpada na temperatura ambiente.

Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência ( $\Omega$ )
2,1	2,8	$0,75 \pm 0,08$
4,6	6,0	$0,77 \pm 0,04$
10,5	13,5	$0,78 \pm 0,02$
14,8	19,0	$0,78 \pm 0,01$
24,7	31,7	$0,78 \pm 0,01$
31,7	40,5	$0,78 \pm 0,01$
38,1	48,5	$0,79 \pm 0,01$

Tabela 1: Queda de tensão na lâmpada em termos da corrente no circuito e resistência correspondente. As medidas foram feitas em baixa tensão para não ocorrer o aquecimento da lâmpada.

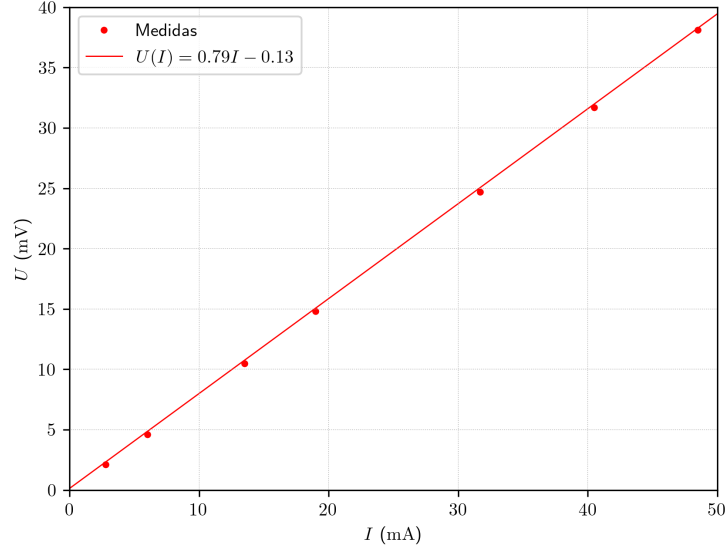


Figura 2: Tensão na lâmpada em termos da corrente. Foi obtido um erro de 0,04 para o coeficiente angular do ajuste. Tal coeficiente corresponde à melhor estimativa para a resistência da lâmpada na temperatura ambiente.

### 3.0.2 Radiância do Filamento

Os resultados das medidas de tensão e corrente na lâmpada e da força eletromotriz gerada pela termopilha se encontram na Tabela 2. Para obter a temperatura usando as medidas de tensão do filamento de tungstênio, foram usados os polinômios

$$\rho(T) = -1,07 + 2,07 \times 10^{-2}T + 1,28 \times 10^{-6}T^2 + 8,53 \times 10^{-9}T^3 ; 90 < T \leq 950$$

$$\rho(T) = -1,72 + 2,14 \times 10^{-2}T + 5,75 \times 10^{-6}T^2 - 1,14 \times 10^{-9}T^3 ; 950 < T \leq 3600$$

que interpolam a resistividade do tungstênio puro, em  $10^{-8} \Omega \text{ m}$ , nas duas respectivas faixas de temperaturas. Como a resistência é dada por

$$R = \rho \gamma \quad (4)$$

a incerteza das temperaturas estimadas é calculada por

$$\delta T = \rho \left( \frac{d\rho}{dT} \right)^{-1} \left( \frac{\delta R}{R} + \frac{\delta \gamma}{\gamma} \right)$$

e os respectivos valores esperados são raízes da Equação 4, as quais foram obtidas pelo método da bisseção. Os resultados para a temperatura da lâmpada são retratados na Tabela 3. Os erros relativos para essa grandeza variaram de 5% a 13%, e poderia ser menores se a medição da temperatura ambiente fosse feita de forma precisa.

Com os dados da Tabela 3, finalmente é possível atestar a validade da lei de Stefan-Boltzmann. Para isso, foram feitos ajustes não lineares do tipo  $f(T) = AT^B$  para a força eletromotriz gerada pela termopilha e para a potência total dissipada pela lâmpada. Aqui espera-se que o expoente para a f.e.m do detector esteja em torno de 4, uma vez que tal grandeza é proporcional à radiância total emitida pelo filamento da lâmpada. Nos ajustes foram obtidos os coeficientes postos na Tabela 4, e os respectivos gráficos podem ser vistos nas Figuras 3 e 4.

Tensão (V)	Corrente(A)	Diferença de Potencial (V)
$0,93 \pm 0,01$	$0.53 \pm 0.01$	$0,07 \pm 0,01$
$1,75 \pm 0,01$	$0.68 \pm 0.01$	$0,41 \pm 0,01$
$2,64 \pm 0,01$	$0.82 \pm 0.01$	$0,90 \pm 0,01$
$4,15 \pm 0,01$	$1.02 \pm 0.01$	$2,09 \pm 0,01$
$5,32 \pm 0,01$	$1.16 \pm 0.01$	$3,25 \pm 0,01$
$7,4 \pm 0,1$	$1.32 \pm 0.05$	$5,75 \pm 0,05$
$9,41 \pm 0,01$	$1.56 \pm 0.01$	$8,55 \pm 0,01$

Tabela 2: Quedas de tensão na lâmpada, correntes no circuito e respectivos valores para a força eletromotriz gerada pela termopilha

Temperatura (K)	Diferença de Potencial (V)	Potência (W)
$561 \pm 29$	$0,07 \pm 0,01$	$0,49 \pm 0,01$
$763 \pm 39$	$0,41 \pm 0,01$	$1,19 \pm 0,02$
$915 \pm 48$	$0,90 \pm 0,01$	$2,16 \pm 0,03$
$1107 \pm 63$	$2,09 \pm 0,01$	$4,23 \pm 0,05$
$1221 \pm 76$	$3,25 \pm 0,01$	$6,17 \pm 0,06$
$1440 \pm 159$	$5,75 \pm 0,05$	$9,8 \pm 0,5$
$1529 \pm 203$	$8,55 \pm 0,01$	$14,7 \pm 0,1$

Tabela 3: Estimativas de temperatura do filamento da lâmpada, valores para a força eletromotriz gerada pela termopilha, e potência total dissipada pela lâmpada.

A	B
$(1,2 \pm 0,7) \times 10^{-13}$	$4,35 \pm 0,07$
$(9 \pm 6) \times 10^{-12}$	$3,8 \pm 0,1$

Tabela 4: Parâmetros obtidos no ajuste do tipo  $f(T) = AT^B$  para a tensão da termopilha e para a potência dissipada pela lâmpada

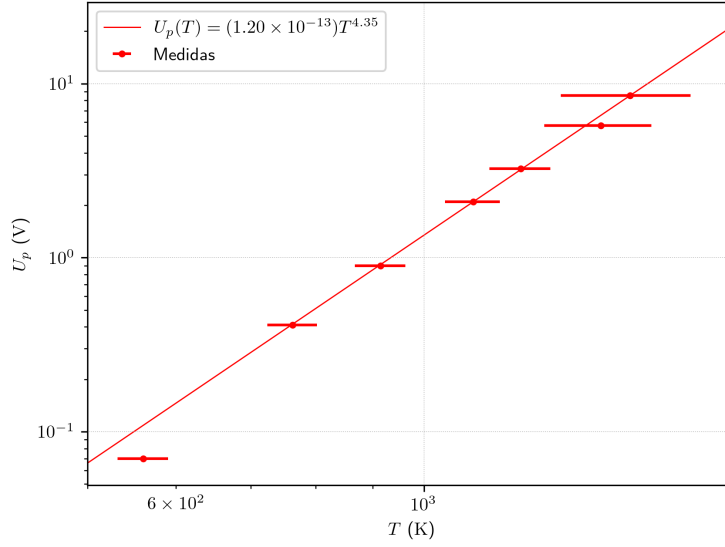


Figura 3: Tensão da termopilha em função da temperatura da lâmpada

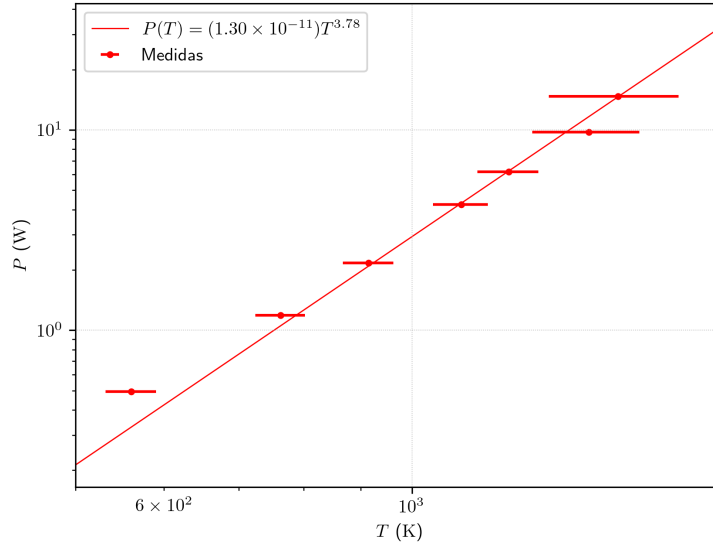


Figura 4: Potência elétrica dissipada em função da temperatura da lâmpada

## 4 Discussão

Com o experimento, pôde-se verificar que a tensão gerada, diretamente relacionada à temperatura das termopilhas, é proporcional (aproximadamente, pelo experimento) à quarta potência da temperatura, que foi  $4,35 \pm 0,07$  no primeiro teste e  $3,8 \pm 0,1$  no segundo teste, enquanto que a constante de Stefan-Boltzmann ( $\rho$ ) foi verificada como  $1,2 \pm 0,8 \times 10^{-13}$  no primeiro teste e  $9 \pm 6 \times 10^{-12}$  no segundo teste.

Existe uma diferença entre o primeiro resultado, obtido através da tensão da termopilha, e do segundo resultado, obtido através da potência dissipada pelo filamento de tungstênio. Isso pode ser analisado como somente uma diferença entre os métodos analisados, pois o primeiro resultado utiliza um amplificador, que gera um offset nos resultados menores.

Esses resultados foram próximos do resultado teórico, em relação à potência da temperatura e relativamente distantes do resultado em relação à constante de Stefan-Boltzmann, que traz

diversas dúvidas sobre o resultado obtido.

Algumas fontes de erro, para essas diferenças de resultado, podem ter sido os resultados de resistência do filamento de tungstênio, usado como emissor de radiação e temperatura, ou os erros na temperatura calculada, que tornaram-se maiores ao aumentar a temperatura, como pode ser visto na Tabela 3. A temperatura, por ter maior erro nos valores altos, cerca de 15%, pode ter causado maior parte da distorção dos resultados.

Essas fontes de possível erro podem ter causado uma grande diferença em maiores temperaturas, consequentemente maiores tensões, o que leva a um ajuste incorreto da curva pelo software utilizado, que compensa mais o cálculo da curva em relação aos valores maiores.

Porém, pôde-se verificar valores mais próximos do valor teórico em relação à potência da temperatura, da equação 1, do que o valor da constante de Stefan-Boltzmann. Isso diz sobre um erro oriundo do amplificador interno do sistema, que produz um offset em relação ao valor que deveria ser encontrado para a constante, como visto nas discussões em sala de aula.

## 5 Conclusão

Assim, pode-se verificar, que com os dados obtidos e com o que se tratou na discussão, o valor para a constante de Stefan-Boltzmann, devido a um erro nos dados, decorrente do amplificador, não está próximo do que se era esperado, por outro lado a relação da radiação espectral com a quarta potência da temperatura, de acordo com a Lei de Stefan-Boltzmann, pôde ser observada.

## Referências

- [1] PD Desai et al. “Electrical resistivity of selected elements”. Em: *Journal of physical and chemical reference data* 13.4 (1984), pp. 1069–1096.