TP3 - Centro de distribuição

algoritmos 1

Davi Fraga Marques Neves

UFMG

2023

Introdução

Neste trabalho foi apresentado o problema de uma suposta empresa que queria melhorar o sistema de distribuição. Sendo o papel do centro de distribuição separar as encomendas de cada cliente para o despacho da transportadora. Para otimizar essa solução foi proposto que o número de vigas para suprir a demanda fosse o menor possível, considerando o tamanho das ligas. Assim, sendo o objetivo deste trabalho implementar os conceitos de programação dinâmica visto em aulas. Partindo do princípio de divisão e conquista(separar o problema em problemas menores) a programação dinâmica visa utilizar a memória de forma efetiva para não repetir processos e otimizar soluções. O segundo ponto do trabalho é sobre o conceito de NP- completude. Ou seja, se este é ou não um problema np-completo.

Modelagem

Para resolver o trabalho como um todo eu segui os seguintes passos:Primeiramente, garantir a leitura dos dados e que tivesse acesso a todos eles da forma precisa. Em seguida, o tratamento dos valores para as tabelas sendo ela com dimensões do número de ligas e a demanda dos clientes. Neste ponto, grande parte do trabalho já está modelado. Em terceiro lugar, foi necessário percorrer cada tipo de liga, começando da segunda, e cada demanda. Caso o tamanho da viga fosse maior que a demanda o valor da do par recebe o valor da posição anterior do tipo de viga. Senão, o valor da uma ordem de tamanho por demanda será o mínimo entre o anterior e o valor da ordem atual. Dessa forma, depois de percorrer os dois loops, o número mínimo de ligas para uma determinada demanda será o valor na última posição.

Análise de Complexidade

Com a programação dinâmica, a complexidade de tempo e de espaço é bem menor do que utilizando recursão. Para a leitura dos dados, ambas as complexidades (tempo e espaço) são lineares O(n) em relação à entrada, ou seja, o método LigasMetáricas(). Para inciar os valores para a matriz, o tamanho das barras é iniciado com zero e as demandas são iniciadas com um valor extremamente alto representando o infinito positivo, o que impede de atender qualquer demanda essa parte tem complexidade O(N * J). Na Passagem dos valores das relações de tamanho e demanda(que é o coração do programa) tem a mesma complexidade: O(N * J). Como a complexidade se dá pelo maior tempo e em todos os casos vai passar pelo if ou pelo else, necessariamente, então a complexidade continua sendo O(N * J).

NP-Completude

Neste quesito, para provar que um problema é NP-completo, é necessário demonstrar que ele é pelo menos tão difícil quanto um problema conhecido como NP-completo, por meio de uma redução polinomial. Embora a análise de NP-completude seja essencialmente baseada na relação entre problemas de decisão, é possível mapear o problema de distribuição de ligas metálicas para o conhecido "Problema da Mochila 0/1" em tempo polinomial. Isso significa que uma solução ótima para o problema da mochila pode ser mapeada para uma solução ótima para o problema de distribuição de ligas metálicas e vice-versa, o que comprova a NP-completude do problema de distribuição de ligas metálicas.

classe NP

Para demonstrar que o problema de distribuição de ligas metálicas pertence à classe NP, podemos apresentar um certificado que permite verificar, em tempo polinomial, se uma solução é válida. No contexto deste problema, um certificado consistiria em uma lista de ligas selecionadas para atender à demanda. Podemos realizar a verificação da validade da solução somando os tamanhos das ligas na lista e verificando se a soma é igual ou maior que a demanda. Esse processo de verificação pode ser realizado em tempo polinomial, o que confirma que o problema está na classe NP.

NP-dificuldade

Para definir a NP-dificuldade do problema, pode se realizar uma redução polinomial do conhecido "Problema da Mochila 0/1" para o problema de distribuição de ligas metálicas.
O "Problema da Mochila 0/1" é amplamente reconhecido como um problema NP-completo, em que é necessário determinar a seleção de itens de uma lista, considerando seus valores e pesos, de forma a maximizar o valor total sem exceder a capacidade máxima da mochila.

Podemos realizar uma redução do "Problema da Mochila 0/1" para o problema de distribuição de ligas metálicas da seguinte maneira: dado uma instância do "Problema da Mochila 0/1" com uma lista de itens, em que cada item possui um valor e um peso, criamos uma instância correspondente do problema de distribuição de ligas metálicas. Nessa nova instância, a demanda é igual à capacidade da mochila e os tamanhos das ligas são estabelecidos de acordo com os pesos dos itens.
Assim, qualquer solução ótima para o "Problema da Mochila 0/1" pode ser mapeada para uma solução ótima para o problema de distribuição de ligas metálicas e vice-versa, em tempo polinomial. Dessa forma, fica comprovada a NP-dificuldade do problema de distribuição de ligas metálicas.

Considerações finais

tomando como base a análise de complexidade, podemos concluir que o problema de distribuição de ligas metálicas pertence à classe de problemas NP-completos. Ou seja,não existe um algoritmo conhecido capaz de resolver o problema de forma eficiente para todas as instâncias, especialmente à medida que o tamanho da entrada aumenta.
Portanto, o problema de distribuição de ligas metálicas possui uma complexidade pseudo-polinomial e é classificado como NP-completo. Sua complexidade está diretamente relacionada ao tamanho da entrada, medido em termos do número de bits necessários para representá-la.