

vuela

andaluciavuela.es

CONECTA CON ANDALUCÍA

**PLATAFORMA
DIGITAL DE
ANDALUCÍA**



Junta de Andalucía

MATEMÁTICAS BÁSICAS. CASO PRÁCTICO.

1 Descripción del caso práctico.

En estas tres sesiones de clases en vivo vamos a desarrollar distintos casos prácticos, consistentes en ejercicios de los diferentes conceptos estudiados en los apuntes y en las diapositivas: En particular, abordaremos en mayor detalle los contenidos de:

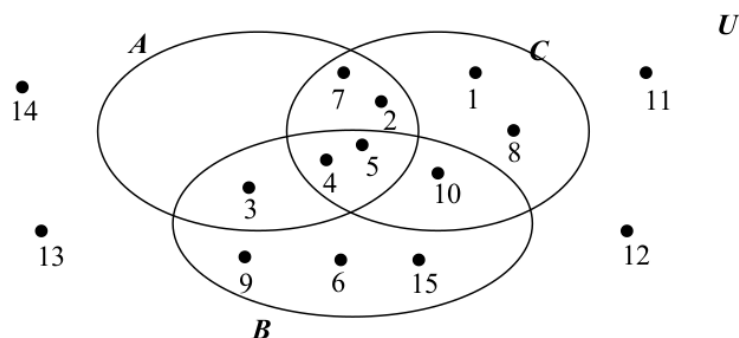
- Teoría de Conjuntos
- Operaciones con matrices
- Estadística descriptiva y probabilidad
- Métodos de Monte-Carlo
- Métodos estadísticos para clasificación binaria

Con estos cinco puntos, tendremos la base para abordar los siguientes módulos del curso con éxito.

2 Ejercicios propuestos

2.1 Teoría de Conjuntos

Sean los siguientes conjuntos:



- Ejercicio 1: Escriba por extensión la intersección de A y B
- Ejercicio 2: Escriba por extensión la unión de A y C
- Ejercicio 3: Escriba por extensión el complemento de C

- | Ejercicio 4: Escriba por extensión la intersección de A con el complemento de la unión de B y C
- | Ejercicio 5: Escriba por extensión la diferencia entre B y C
- | Ejercicio 6: Escriba por extensión la intersección de A, B y C.
- | Ejercicio 7: Escriba por extensión el complemento de la unión de A y B.
- | Ejercicio 8: Defina por comprensión el conjunto U
- | Ejercicio 9: Se está diseñando el comportamiento de un ascensor. Distinguimos entre el total de pisos de un bloque $T=\{-1, B, 1, 2, 3\}$, el conjunto de pisos donde algún vecino ha llamado el botón L, el conjunto de pisos donde los ocupantes del ascensor han solicitado parar P, y el conjunto de acciones posibles de un ascensor $A=\{\text{subir 1 piso, bajar 1 piso, abrir y cerrar puerta}\}$. Se desea construir una aplicación de los conjuntos T, L, P hacia A, sabiendo que cada vez que se abre y cierra la puerta en un piso, ese desaparece de los conjuntos L,P. Suponga que los conjuntos anteriores incluyen también al conjunto vacío como elemento.

2.2 Operaciones con matrices

Sean las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- | Ejercicio 10: Calcule A+B
- | Ejercicio 11: Calcule |A|

- | Ejercicio 12: Calcule $A \cdot (B \cdot C)$
- | Ejercicio 13: Calcule la traspuesta de B
- | Ejercicio 14: Calcule la multiplicación de A por la traspuesta de C
- | Ejercicio 15: Indique si la matriz de $A \cdot C$ es la misma que la matriz de $C \cdot A$

2.3 Estadística descriptiva y probabilidad

En una empresa se realiza un estudio sobre el número de horas extras semanales que realiza cada empleado, junto con su valoración de 0 a 10. En la muestra se recogen las variables H,V con estos pares de valores (hora, valoración) $M = \{(0, 3), (1, 5), (2, 7), (3, 6), (4, 9), (0, 2), (1, 4), (2, 6), (3, 7), (4, 10), (0, 4), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 8), (0, 0), (1, 4), (2, 5), (3, 7), (1, 5), (2, 6), (3, 7), (1, 0), (2, 7), (2, 5), (2, 8), (2, 7), (2, 6)\}$.

- | Ejercicio 16: Calcule el número de horas esperado de un empleado.
- | Ejercicio 17: Calcule la moda del número de horas.
- | Ejercicio 18: Calcule la mediana del número de horas.
- | Ejercicio 19: Calcule la desviación típica del número de horas.
- | Ejercicio 20: Calcule el rango del número de horas.
- | Ejercicio 21: Indique si se observa correlación positiva, negativa o baja entre las variables del número de horas y la valoración del empleado.
- | Ejercicio 22: Calcule la tabla de covarianzas.
- | Ejercicio 23: Calcule la probabilidad de que un empleado eche dos horas o menos a la semana.
- | Ejercicio 24: Calcule la probabilidad de obtener una buena calificación (≥ 5) echando 2 horas o menos a la semana.

- | Ejercicio 25: Calcule la probabilidad de obtener una buena calificación (≥ 5) sabiendo que se echan más de 2 horas a la semana.
- | Ejercicio 26: Calcule la probabilidad de que se echen más de 2 horas a la semana sabiendo que se tiene una buena calificación (≥ 5).

2.4 Métodos de Monte-Carlo

El número π puede aproximarse por Monte-Carlo de la siguiente manera:

- | Suponer un cuadrado de longitud de lado igual a 2, centrado en el origen (0,0). Su área es $A = 2^2 = 4$
- | Dentro del cuadrado se dibuja un círculo de radio 1. Su área es $B = \pi \cdot r^2$
- | La proporción B/A de los puntos que queden dentro del círculo con respecto a todos que quedan fuera da $\pi/4$. Se puede conocer si un punto (x,y) queda dentro del círculo si $x^2 + y^2 \leq r^2$.

Se debe aplicar Monte-Carlo para resolver el problema de aproximar el número π , usando los siguientes números aleatorios (pares (x,y)): $\{ (-0.92, 0.56), (0.32, 0.31),$

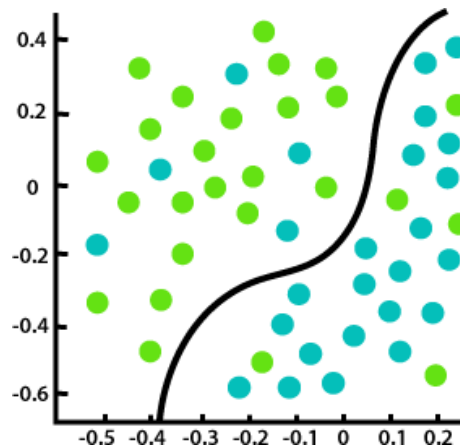
$(-0.84, -0.53), (-0.21, -0.25), (0.55, 0.05), (0.83, -0.96),$

$(-0.52, -0.21), (-0.18, 0.76), (-0.02, 0.96), (-0.48, -0.63) \}$

- | Ejercicio 27: Indique la aproximación de π encontrada con el método de Monte-Carlo.

2.5 Métodos estadísticos para clasificación binaria

Se dispone de un clasificador que presenta el siguiente comportamiento:



Donde los círculos verdes se corresponden con la clase positiva y los azules con la clase negativa. El clasificador devuelve clase positiva para cualquier par (x,y) que se encuentre por encima de la curva. Se pide:

- | Ejercicio 28: Calcule la matriz de confusión.
- | Ejercicio 29: Calcule el valor de accuracy.
- | Ejercicio 30: Calcule el TPR y el TNR.

3 Documento a entregar

La solución a los ejercicios deberá realizarse en horario de clase y, excepcionalmente, en horario de trabajo autónomo. Se deberá entregar un documento correspondiente con la plantilla de la siguiente página, modificado con la solución.

3.1 Plantilla para entrega

Nombre y apellidos: David Mateo Merino

Ejercicio	Respuesta									
1	$A \cap B = \{3,4,5\}$									
2	$A \cup C = \{1,2,3,4,5,7,8,10\}$									
3	$C = \{3,6,9,11,12,13,14,15\}$									
4	$A \cap \overline{(B \cup C)} = \{3\}$									
5	$B - C = \{3,6,9,15\}$									
6	$A \cap B \cap C = \{2,4,5,7\}$									
7	$\overline{A \cup B} = \{1,8,11,12,13,14\}$									
8	$U = \{X : X \text{ es un número natural menor a } 15\}$									
9	No es posible hacer una composición de aplicaciones de T, L, P hacia A									
10	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 8 \end{pmatrix}$									
11	$ A = -13$									
12	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 28 & 9 & 3 \\ 16 & 7 & 5 \\ 102 & 56 & -11 \end{pmatrix}$									
13	$B^t = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$									
14	$A \cdot C^t = \begin{pmatrix} -3 & 6 & 0 \\ 0 & 5 & -1 \\ -4 & 6 & 16 \end{pmatrix}$									
15	No, porque la multiplicación de matrices no aplica las propiedad conmutativa.									
16	1.88 horas semanales									
17	Moda = 2 horas									
18	Mediana = 2 horas									
19	Desviación típica = 1.36 horas									
20	Rango = 4 horas									
21	Se observa una correlación positiva entre el número de horas y la valoración del empleado.									
22	<table><tr><th></th><th>Horas</th><th>Valoración empleado</th></tr><tr><th>Horas</th><td>2.917</td><td>8.083</td></tr><tr><th>Valoración empleado</th><td>8.083</td><td>8.529</td></tr></table>		Horas	Valoración empleado	Horas	2.917	8.083	Valoración empleado	8.083	8.529
	Horas	Valoración empleado								
Horas	2.917	8.083								
Valoración empleado	8.083	8.529								
23	Probabilidad = 40.74%									
24	Probabilidad = 25%									
25	Probabilidad = 44.44%									
26	Probabilidad = 64.71%									

27	La proporción de puntos que cumplen la ecuación $(x^2 + y^2 \leq 1)$ es $6/10 = 0.6$, por lo tanto, la aproximación de Pi es igual a $0.6 * 4 = 2.4$
28	$\begin{pmatrix} 21 & 5 \\ 5 & 21 \end{pmatrix}$
29	$acc = 0.8077$
30	$TPR = 0.1923 \quad TNR = 0.1923$

vuela

**PLATAFORMA
DIGITAL DE
ANDALUCÍA**

A
Junta de Andalucía