10 01 2021

Nome: Davi Augusto Neves Leite RA: 191027383

4ª Lista de Exercícios
P.O.

- Transporte

(4) b)

	1	2	3	4	5	
1	8	6	3	7	5	20
2	5	–	8	4	7	30
3	6	3	9	6	8	30
4	0	0	0	0	0	20
	25	25	20	10	20	

↳ $\sum_{i=1}^{4} O_i = 100$ e $\sum_{i=1}^{5} D_i = 100$ ⇒ Como são iguais, o problema pode ser resolvido pela Simplex.

- Solução Básica Inicial pela Regra de Vogel

	1	2	3	4	5		Diferenças
1	8	6	3	7	5	20	2
2	5	100	8	4	7	30	1
3	6	3	9	6	8	30	3
4	0	0	0	0	0	20	0
	25	25	20	10	20		
	$\boxed{5}$	3	3	4	5		

⇒ Maior diferença = 5 (1ª coluna – arbitrário)
↳ Menor custo = $C_{41} = 0$
↳ Máxima alocação ⇒ MIN (20; 25) = 20

⇒

	1	2	3	4	5		Diferenças	
1	8	6	3	7	5	20	2	2
2	5	100	8	4	7	30	1	1
3	6	3	9	6	8	30	3	3
~~4~~	~~0~~ 20	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~20~~ 0	0	X
	~~25~~ 5	25	20	10	20			

5	3	3	4	5
1	3	$\boxed{5}$	2	2

⇒ Maior diferença = 5 (3ª coluna)
↳ Menor custo = $C_{13} = 3$
↳ Máxima alocação ⇒ MIN (20; 20) = 20

⇒

	1	2	3	4	5	
~~1~~	~~8~~	~~6~~	~~3~~ 20	~~7~~	~~5~~	$\boxed{0}$
2	5	100	8 0	4	7	30
3	6	3	9	6	8	30
~~4~~	~~0~~ 20	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~
	5	25	$\boxed{0}$	10	20	

⇒ Repetindo o processo até satisfazer todas as ofertas e demandas, tem-se:

	1	2	3	4	5	
1	8	6	3 / 20	7	5	20
2	5 / 5	100	8 / 0	4 / 10	7 / 15	30
3	6	3 / 25	9	6	8 / 5	30
4	0 / 20	0	0	0	0	20
	25	25	20	10	20	

Diferenças

2	2	X	X	X	X	X
1	1	1	1	$\boxed{2}$	7	$\boxed{7}$
3	3	3	0	2	$\boxed{8}$	X
0	X	X	X	X	X	X

$\boxed{5}$	3	3	4	5
1	3	$\boxed{5}$	2	2
1	$\boxed{97}$	X	2	1
1	X	X	$\boxed{2}$	1
1	X	X	X	1
X	X	X	X	1
X	X	X	X	$\boxed{7}$

↳ Portanto, a S.B.I. é:

$X_{13} = 20$; $X_{21} = 5$; $X_{24} = 10$; $X_{25} = 15$;
$X_{32} = 25$; $X_{35} = 5$; $X_{41} = 20$; $X_{23} = 0$

$Z = 3.20 + 5.5 + 4.10 + 7.15 + 3.25 + 8.5$
$Z = 345$

• Teste de Otimalidade.

	1	2	3	4	5		u_i
1	8	6	3 / 20	7	5	20	−5
2	5 / 5	100	8 / 0	4 / 10	7 / 15	30	0
3	6	3 / 25	9	6	8 / 5	30	1
4	0 / 20	0	0	0	0	20	−5
	25	25	20	10	20		
v_j	5	2	8	4	7		

⇒

	1	2	3	4	5		u_i
1	8 (8)	6 (9)	3 20	7 (8)	5 (3)	20	-5
2	5 5	100 (98)	8 0	4 10	7 15	30	0
3	6 (0)	3 25	9 (0)	6 (1)	8 5	30	1
4	0 20	0 (3)	0 (-3)	0 (1)	0 (-2)	20	-5
	25	25	20	10	20		
V_j	5	2	8	4	7		

↳ Como $\exists\, c_R < 0$, a solução não é ótima

Dessa forma:

↳ Entra na base: $X_{43} = -3$
↳ Sai da base:

	1	2	3	4	5	
1	8 (8)	6 (9)	3 20	7 (8)	5 (3)	20
2	5 + 5	100 (98)	8 − 0	4 10	7 15	30
3	6 (0)	3 25	9 (0)	6 (1)	8 5	30
4	0 − 20	0 (3)	0 + (-3)	0 (1)	0 (-2)	20
	25	25	20	10	20	

⇒ $\Delta = MIN(X_{23}; X_{41}) = MIN(0; 20) = 0 \Rightarrow X_{23}$

⇒ Atualização do quadro: nova solução básica viável

	1	2	3	4	5	
1	8	6	3 20	7	5	20
2	5 5	100	8	4 10	7 15	30
3	6	3 25	9	6	8 5	30
4	0 20	0	0 0	0	0	20
	25	25	20	10	20	

↳ $Z = 345$

↳ Repetindo o processo, desde o teste de otimalidade, até encontrar a solução ótima.

⇒

	1	2	3	4	5		u_i
1	8 (5)	6 (6)	3 20	7 (5)	5 (0)	20	-2
2	5 5	100 (98)	8 (3)	4 10	7 15	30	0
3	6 (0)	3 25	9 (3)	6 (1)	8 5	30	1
4	0 20	0 (3)	0 0	0 (1)	0 (-2)	20	-5
	25	25	20	10	20		
V_j	5	2	5	4	7		

⇒ Entra na base: X_{45}

⇒ Sai da base:

	1	2	3	4	5	
1	8 (5)	6 (6)	3 20	7 (5)	5 (0)	20
2	5 + 5	100 (98)	8 (3)	4 10	7 − 15	30
3	6 (0)	3 25	9 (3)	6 (1)	8 5	30
4	0 − 20	0 (3)	0 0	0 (1)	0 + (-2)	20
	25	25	20	10	20	

↳ $\Delta = MIN\ (20; 15) = 15 \Rightarrow X_{25}$

⇒

	1	2	3	4	5	
1	8	6	3 20	7	5	20
2	5 20	100	8	4 10	7	30
3	6	3 25	9	6	8 5	30
4	0 5	0	0 0	0	0 15	20
	25	25	20	10	20	

↳ $Z = 315$

⇒

	1	2	3	4	5		u_i
1	8 (5)	6 (8)	3 20	7 (5)	5 (2)	20	3
2	5 20	100 (100)	8 (3)	4 10	7 (2)	30	5
3	6 (-2)	3 25	9 (1)	6 (-1)	8 5	30	8
4	0 5	0 (5)	0 0	0 (1)	0 15	20	0
	25	25	20	10	20		
v_j	0	-5	0	-1	0		

⇒ Entra na base: X_{31}
⇒ Sai da base:

	1	2	3	4	5	
1	8 (5)	6 (8)	3 20	7 (5)	5 (2)	20
2	5 20	100 (100)	8 (3)	4 10	7 (2)	30
3	6 + (-2)	3 25	9 (1)	6 (-1)	8 − 5	30
4	0 − 5	0 (5)	0 0	0 (1)	0 + 15	20
	25	25	20	10	20	

↳ $\Delta = \min(5; 5) = 5 \Rightarrow X_{35}$ e X_{41}
(degeneração)

⇒

	1	2	3	4	5	
1	8	6	3 20	7	5	20
2	5 20	100	8	4 10	7	30
3	6 5	3 25	9	6	8	30
4	0 0	0	0 0	0	0 20	20
	25	25	20	10	20	

↳ $Z = 305$

*	1	2	3	4	5		u_i
1	8 (5)	6 (6)	3 20	7 (5)	5 (2)	20	3
2	5 20	100 (98)	8 (3)	4 10	7 (2)	30	5
3	6 5	3 25	9 (3)	6 (1)	8 (2)	30	6
4	0 0	0 (3)	0 0	0 (1)	0 20	20	0
	25	25	20	10	20		
v_j	0	-3	0	-1	0		

↳ Como $\nexists C_R < 0$, trata-se de uma solução ótima.

∴ Solução Ótima Degenerada:

$X_{13} = 20$; $X_{21} = 20$; $X_{24} = 10$; $X_{31} = 5$;
$X_{32} = 25$; $X_{45} = 20$; $X_{43} = 0$; $X_{41} = 0$

$Z^* = 305$

5

	1	2	3	
1	8	9	7	20
2	9	8	6	30
3	5	8	3	40
4	4	9	6	40
	10	70	10	

* $\Sigma O = 130$
$\Sigma D = 90$
↳ sobrará oferta

↳ Como $\Sigma O \neq \Sigma D$, necessário criar um nó fictício 4 na demanda ($\Sigma O > \Sigma D$).

Dessa forma:

	1	2	3	$\boxed{4}$	
1	8	9	7	0	20
2	9	8	6	0	30
3	5	8	3	0	40
4	4	9	6	0	40
	10	70	10	40	

* $\Sigma O = 130$
$\Sigma D = 130$

↳ Como $\Sigma O = \Sigma D$, é possível resolver pelo Simplex

a) • Solução Básica Inicial pela Regra de Voegel

	1	2	3	4		Diferenças
1	8	9	7	0	20	$\boxed{7}$
2	9	8	6	0	30	6
3	5	8	3	0	40	3
4	4	9	6	0	40	4
	10	70	10	40		
	1	0	3	0		

⇒ Maior diferença = 7 (1ª linha)
↳ Menor custo = $C_{14} = 0$
↳ Máxima alocação ⇒ MIN (20; 40) = 20

⇒

	1	2	3	4		Diferenças	
~~1~~	~~8~~	~~9~~	~~7~~	~~0~~ 20	$\boxed{0}$	7	X
2	9	8	6	0	30	6	$\boxed{6}$
3	5	8	3	0	40	3	3
4	4	9	6	0	40	4	4
	10	70	10	$\boxed{20}$			
	1	0	3	0			
	1	0	3	0			

→ Maior diferença = 6 (2ª linha)
↳ Menor custo = $c_{24} = 0$
↳ Máxima alocação → MIN(30; 20) = 20

	1	2	3	4	
1	8	9	7	0 · 20	0
2	9	8	6	0 · 20	$\boxed{10}$
3	5	8	3	0	40
4	4	9	6	0	40
	10	70	10	$\boxed{0}$	

↳ Repetindo o processo, até satisfazer todas as ofertas e demandas, tem-se:

	1	2	3	4		Diferenças						
1	8	9	7	0 · 20	20	$\boxed{7}$	X	X	X	X	X	X
2	9	8 · 10	6	0 · 20	30	6	$\boxed{6}$	2	1	8	$\boxed{8}$	X
3	5	8 · 30	3 · 10	0	40	3	3	2	3	8	8	$\boxed{8}$
4	4 · 10	9 · 30	6	0	40	4	4	2	$\boxed{5}$	$\boxed{9}$	X	X
	10	70	10	40								
	1	0	3	0								
	1	0	3	X								
	1	0	$\boxed{3}$	X								
	1	0	X	X								
	X	0	X	X								
	X	0	X	X								
	X	$\boxed{8}$	X	X								

∴ Solução Básica Inicial: $X_{14} = 20$; $X_{22} = 10$; $X_{24} = 20$; $X_{32} = 30$; $X_{33} = 10$; $X_{41} = 10$; $X_{42} = 30$

$Z = 660$

b) • Solução Básica Inicial pela Regra do Canto Noroeste

	1	2	3	4	
1	8	9	7	0	20
2	9	8	6	0	30
3	5	8	3	0	40
4	4	9	6	0	40
	10	70	10	40	

→ MIN (20; 10) = 10 para c_{11}

→

	1	2	3	4	
1	8 10	9	7	0	10
2	9	8	6	0	30
3	5	8	3	0	40
4	4	9	6	0	40
	0	70	10	40	

↳ Próxima = c_{12}

→ MIN (10; 70) = 10 para c_{12}

→

	1	2	3	4	
1	8 10	9 10	7	0	0
2	9	8	6	0	30
3	5	8	3	0	40
4	4	9	6	0	40
	0	60	10	40	

↳ Próxima = c_{22}

↳ Repetindo o processo, até satisfazer todas as ofertas e demandas, tem-se:

⇒

	1	2	3	4	
1	8 / 10	9 / 10	7	0	20
2	9	8 / 30	6	0	30
3	5	8 / 30	3 / 10	0	40
4	4	9	6 / 0	0 / 40	40
	10	70	10	40	

∴ Solução Básica Inicial:

$X_{11} = 10$; $X_{12} = 10$; $X_{22} = 30$; $X_{32} = 30$;
$X_{33} = 10$; $X_{44} = 40$; $X_{43} = 0$

$Z = 680$

c) • Teste de Otimalidade a partir da S.B.I. pela Regra do Canto Noroeste

	1	2	3	4		u_i
1	8 / 10	9 / 10	7 / (3)	0 / (2)	20	9
2	9 / (2)	8 / 30	6 / (3)	0 / (3)	30	8
3	5 / (-2)	8 / 30	3 / 10	0 / (3)	40	8
4	4 / (-6)	9 / (-2)	6 / 0	0 / 40	40	11
	10	70	10	40		
v_j	-1	0	-5	-11		

↳ Como $\exists\, C_R < 0$, então a solução não é ótima.

→ Entra na base: $X_{41} = -6$
→ Sai da base:

	1	2	3	4	
1	8 − 10	9 + 10	7 (3)	0 (2)	20
2	9 (2)	8 30	6 (3)	0 (3)	30
3	5 (-2)	8 − 30	3 + 10	0 (3)	40
4	4 + (-6)	9 (-2)	6 − 0	0 40	40
	10	70	10	40	

↳ $\Delta = MIN\,(10; 30; 0) = 0 \Rightarrow X_{43}$

→ Atualização do Quadro: nova solução básica viável

	1	2	3	4	
1	8 10	9 10	7	0	20
2	9	8 30	6	0	30
3	5	8 30	3 10	0	40
4	4 0	9	6	0 40	40
	10	70	10	40	

↳ $Z = 680$

→ Repetindo o processo, desde o teste de otimalidade, até encontrar a solução ótima:

	1	2	3	4		u_i
1	8 10	9 10	7 (3)	0 (-4)	20	9
2	9 (2)	8 30	6 (3)	0 (-3)	30	8
3	5 (-2)	8 30	3 10	0 (-3)	40	8
4	4 0	9 (4)	6 (6)	0 40	40	5
	10	70	10	40		
v_j	-1	0	-5	-5		

⇒ Entra na base: X_{14}
⇒ Sai da base:

	1	2	3	4	
1	8 − / 10	9 / 10	7 / (3)	0 + / (−4)	20
2	9 / (2)	8 / 30	6 / (3)	0 / (−3)	30
3	5 / (−2)	8 / 30	3 / 10	0 / (−3)	40
4	4 + / 0	9 / (4)	6 / (6)	0 − / 40	40
	10	70	10	40	

↳ $\Delta = MIN(10; 40) = 10 \Rightarrow X_{11}$.

⇒

	1	2	3	4		u_i
1	8 / (4)	9 / 10	7 / (3)	0 / 10	20	9
2	9 / (6)	8 / 30	6 / (3)	0 / (1)	30	8
3	5 / (2)	8 / 30	3 / 10	0 / (1)	40	8
4	4 / 10	9 / (0)	6 / (2)	0 / 30	40	9
	10	70	10	40		
V_j	−5	0	−5	−9		

↳ $Z = 640$

↳ Como $\nexists\ C_R < 0$, então a solução atual é ótima. Além disso, como $\exists\ C_R = 0$ então trata-se de um problema com múltiplas soluções.

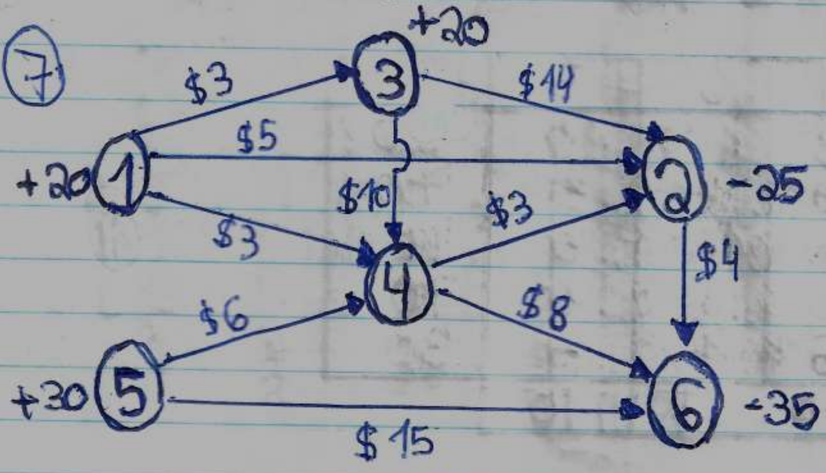
∴ Solução Ótima:

$X_{12} = 10$; $X_{14} = 10$; $X_{22} = 30$; $X_{32} = 30$;
$X_{33} = 10$; $X_{41} = 10$; $X_{44} = 30$

$Z^* = 640$

• Transbordo

7



↳ Σ Oferta (+) = 70
Σ Demanda (−) = 60 } sobrará oferta

Como $\Sigma O \neq \Sigma D$, necessário criar um nó fictício 7 na demanda ($\Sigma O > \Sigma D$), com valor de demanda igual a 10.

↳ Unidades do Sistema = 70

• Análise das Localidades

Localidade 1: origem
Localidade 2: destino + junção
Localidade 3: origem + junção
Localidade 4: junção
Localidade 5: origem
Localidade 6: destino
Localidade 7: destino

* $C_{11} = C_{22} = C_{33} = C_{44} = C_{55} = C_{66} = C_{77} = \phi$.

• Quadro Inicial

	2	3	4	6	7	
1	5	3	3	100	0	20
2	0	100	100	4	0	70
3	14	0	10	100	0	90
4	3	100	0	8	0	70
5	100	100	6	15	0	30
	95	70	70	35	10	

* $\Sigma O = 280 = \Sigma D$

↳ Como $\Sigma O = \Sigma D$, é possível resolver pelo Simplex.

• Solução Básica Inicial pela Regra de Vogel

	2	3	4	6	7		Diferenças
1	5	3	3	100	0	20	3
2	0	100	100	4	0	70	0
3	14	0	10	100	0	90	0
4	3	100	0	8	0	70	0
5	100	100	6	15	0	30	6
	95	70	70	35	10		
	3	3	3	4	0		

⇒ Maior diferença = 6 (5ª linha)

↳ Menor custo = $C_{57} = 0$

↳ Máxima alocação ⇒ MIN (30; 10) = 10

⇒

	2	3	4	6	7		Diferenças	
1	5	3	3	100	0	20	3	0
2	0	100	100	4	0	70	0	4
3	14	0	10	100	0	90	0	10
4	3	100	0	8	0	70	0	3
5	100	100	6	15	0 10	20	6	9
	95	70	70	35	0			
	3	3	3	4	0			
	3	3	3	4	X			

⇒ Maior diferença = 10 (3ª linha)

↳ Menor custo = $c_{33} = 0$

↳ Máxima alocação ⇒ MIN(90; 70) = 70

⇒

	2	3	4	6	7	
1	5	3	3	100	0	20
2	0	100	100	4	0	70
3	14	0 70	10	100	0	20
4	3	100	0	8	0	70
5	100	100	6	15	0 10	20
	95	0	70	35	0	

↳ Repetindo o processo até satisfazer todas as ofertas e demandas, tem-se:

→ Solução Básica Inicial

	2	3	4	6	7	
1	5 / 20	3	3	100	0	20
2	0 / 70	100	100	4	0	70
3	14	0 / 70	10 / 20	100	0	90
4	3 / 5	100	0 / 30	8 / 35	0	70
5	100	100	6 / 20	15	0 / 10	30
	95	70	70	35	10	

Diferenças

20	3	0	2	2	2	2	2	$\boxed{5}$	X
70	0	4	4	$\boxed{4}$	X	X	X	X	X
90	0	$\boxed{10}$	4	4	4	$\boxed{4}$	X	X	X
70	0	3	3	3	3	3	$\boxed{3}$	3	3
30	$\boxed{6}$	9	$\boxed{9}$	X	X	X	X	X	X

3	3	3	4	0
3	3	3	4	X
3	X	3	4	X
3	X	3	4	X
2	X	3	$\boxed{92}$	X
2	X	3	X	X
2	X	3	X	X
2	X	X	X	X
$\boxed{3}$	X	X	X	X

$X_{12} = 20$; $X_{22} = 70$; $X_{33} = 70$; $X_{34} = 20$; $X_{42} = 5$; $X_{44} = 30$; $X_{46} = 35$; $X_{54} = 20$; $X_{57} = 10$

$Z = 715$

→ teste de Otimalidade até encontrar a melhor solução do quadro

	2	3	4	6	7		U_i
1	5 / 20	3 (11)	3 (1)	100 (90)	0 (4)	20	2
2	0 / 70	100 (113)	100 (103)	4 (-1)	0 (9)	70	-3
3	14 (1)	0 / 70	10 / 20	100 (82)	0 (-4)	90	10
4	3 / 5	100 (110)	0 / 30	8 / 35	0 (6)	70	0
5	100 (91)	100 (10[illegible])	6 / 20	15 (1)	0 / 10	30	6
	95	70	70	35	10		
V_j	3	-10	0	8	-6		

→ Entra na base: X_{37}
→ Sai da base:

	2	3	4	6	7	
1	5 / 20	3 / (11)	3 / (1)	100 / (90)	0 / (4)	20
2	0 / 70	100 / (113)	100 / (103)	4 / (-1)	0 / (9)	70
3	14 / (1)	0 / 70	10 / 20	100 / (82)	0 / (-4)	90
4	3 / 5	100 / (110)	0 / 30	8 / 35	0 / (6)	70
5	100 / (91)	100 / (104)	6 / 20	15 / (1)	0 / 10	30
	95	70	70	35	10	

↳ $\Delta = \text{MIN}(20; 10) = 10$ → X_{57}

→

	2	3	4	6	7		u_i
1	5 / 20	3 / (11)	3 / (1)	100 / (90)	0 / (8)	20	−8
2	0 / 70	100 / (113)	100 / (103)	4 / (-1)	0 / (13)	70	−13
3	14 / (1)	0 / 70	10 / 10	100 / (82)	0 / 10	90	0
4	3 / 5	100 / (110)	0 / 30	8 / 35	0 / (10)	70	−10
5	100 / (91)	100 / (104)	6 / 30	15 / (1)	0 / (4)	30	−4
	95	70	70	35	10		
V_j	13	0	10	18	0		

↳ $Z = 675$

→ Entra na base: X_{26}
→ Sai da base:

	2	3	4	6	7	
1	5 / 20	3 / (11)	3 / (1)	100 / (90)	0 / (8)	20
2	0 / 70	100 / (113)	100 / (103)	4 / (-1)	0 / (13)	70
3	14 / (1)	0 / 70	10 / 10	100 / (82)	0 / 10	90
4	3 / 5	100 / (110)	0 / 30	8 / 35	0 / (10)	70
5	100 / (91)	100 / (104)	6 / 30	15 / (1)	0 / (4)	30
	95	70	70	35	10	

↳ $\Delta = MIN(70; 35) = 35 \Rightarrow X_{46}$

⇒	2	3	4	6	7		u_i
1	5 / 20	3 / (11)	3 / (1)	100 / (91)	0 / (8)	20	−8
2	0 / 35	100 / (113)	100 / (103)	4 / 35	0 / (13)	70	−13
3	14 / (1)	0 / 70	10 / 10	100 / (83)	0 / 10	90	0
4	3 / 40	100 / (110)	0 / 30	8 / (1)	0 / (10)	70	−10
5	100 / (91)	100 / (104)	6 / 30	15 / (2)	0 / (4)	30	−4
	95	70	70	35	10		
v_j	13	0	10	17	0		

↳ $Z = 640$

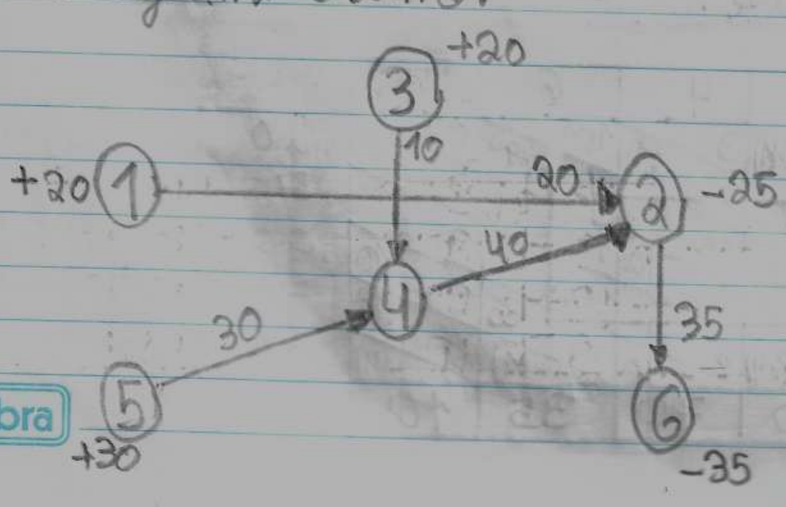
↳ Como $\nexists\, C_R < 0$, então a solução atual é ótima

∴ Solução Ótima:

$X_{12} = 20$; $X_{22} = 35$; $X_{26} = 35$; $X_{33} = 70$;
$X_{34} = 10$; $X_{37} = 10$; $X_{42} = 40$; $X_{44} = 30$;
$X_{54} = 30$

$Z^* = 640$

Diagrama Ótimo:



* Sobrarão 10 unidades do nó 3 (X_{37})

- Alocação (Método de Húngaro)

9 b)

	1	2	3
1	223	265	277
2	124	225	254
3	345	232	369
4	370	219	288

↳ Como $m \neq n$ (nº de indivíduos ≠ nº de tarefas), é necessário criar um nó fictício. Neste caso, como $m > n$, o nó fictício será inserido no quadro da seguinte forma (formando o quadro inicial):

- Quadro Inicial

	1	2	3	4*
1	223	265	277	0
2	124	225	254	0
3	345	232	369	0
4	370	219	288	0

↳ Nó 4* = fictício em tarefas; ou seja, sobrará um indivíduo.

- Aplicação do Método Húngaro

↳ Iniciação

Linhas:

	1	2	3	4
1	223	265	277	0
2	124	225	254	0
3	345	232	369	0
4	370	219	288	0

Menor custo

$c_{14} = 0$

$c_{24} = 0$

$c_{34} = 0$

$c_{44} = 0$

Colunas:

	1	2	3	4
1	99	46	23	0
2	0	6	0	0
3	221	13	115	0
4	246	0	34	0

$\underbrace{c_{21} \quad c_{42} \quad c_{23} \quad c_{14}}_{\text{Menor custo}}$

↳ Processo Iterativo

⇒

	1	2	3	4
1	99	46	23	0
~~2~~	~~0~~	~~6~~	~~0~~	~~0~~
3	221	13	115	0
~~4~~	~~246~~	~~0~~	~~34~~	~~0~~

* nº retas = 3 ≠ m = 4

↳ $\Delta = c_{32} = 13$

⇒

	1	2	3	4
1	86	33	10	0
~~2~~	~~0~~	~~6~~	~~0~~	~~13~~
3	208	0	102	0
4	246	0	34	13

* nº retas = 3 ≠ m = 4

↳ $\Delta = c_{13} = 10$

⇒

	1	2	3	4
~~1~~	~~76~~	~~33~~	~~0~~	~~0~~
~~2~~	~~0~~	~~16~~	~~0~~	~~23~~
~~3~~	~~198~~	~~0~~	~~92~~	~~0~~
~~4~~	~~236~~	~~0~~	~~24~~	~~13~~

* nº retas = 4 = m

↳ Como nº retas = 4 = m, o quadro ótimo é dado por:

	1	2	3	4
1	76	33	0	0
2	0	16	0	23
3	198	0	92	0
4	236	0	24	13

∴ Dessa forma, a solução é dada por:

$$X_{21} = X_{42} = X_{13} = X_{34} = 1$$

$$Z^* = 124 + 219 + 277 + 0 = 620$$

↳ Nesta solução, como a tarefa 4 é fictícia, o indivíduo 3 não realizaria nenhuma tarefa ($c_{34} = 0$ no quadro inicial).

9) c)

	1	2	3	4
1	12	15	26,5	17,7
2	20,4	12,7	17,9	25,4
3	13,5	10,8	114,8	26,9
4	23,7	19,9	21,7	18,8

↳ Como m = n (nº de indivíduos = nº de tarefas) é possível aplicar o Método Húngaro para encontrar a solução.

- Aplicação do Método Húngaro

↳ Iniciação

Linhas:

	1	2	3	4
1	0	3	14,5	5,7
2	7,7	0	5,2	12,7
3	2,7	0	104	16,1
4	4,9	1,1	2,9	0

Menor custo
c_{11}
c_{22}
c_{32}
c_{44}

Colunas:

	1	2	3	4
1	0	3	11,6	5,7
2	7,7	0	2,3	12,7
3	2,7	0	101,1	16,1
4	4,9	1,1	0	0

$\underbrace{c_{11} \quad c_{22} \quad c_{43} \quad c_{44}}$

Menor custo

↳ Processo Iterativo

	1	2	3	4
1	0	3	11,6	5,7
2	7,7	0	2,3	12,7
3	2,7	0	101,1	16,1
4	4,9	1,1	0	0

* nº retas = 3 ≠ m = 4

↳ $\Delta = c_{23} = 2,3$

	1	2	3	4
1	0	5,3	11,6	5,7
2	5,4	0	0	10,4
3	0,4	0	98,8	13,8
4	4,9	3,4	0	0

↳ Como nº retas = 4 = m, a quadro ótimo é dado por:

	1	2	3	4
1	0	5,3	11,6	5,7
2	5,4	0	0	10,4
3	0,4	0	98,8	13,8
4	4,9	3,4	0	0

∴ Desta forma, a solução é dada por:

$X_{11} = X_{32} = X_{23} = X_{44} = 1$

$Z^* = 12 + 10,8 + 17,9 + 18,8 = 59,5$