

Séries e EDO - Primeira Prova

Nome/RA:

1. (6 Pontos) EDO de Primeira Ordem.

(0.5) a) Explique sobre o que trata esta disciplina e explicita como é feita a modelagem matemática por meio de equações diferenciais. (Obrigatória apenas para o vídeo)

(0.5) b) Defina fator integrante e explique o porquê de uma EDO de primeira ordem linear sempre ter solução, que pode ser obtida através de um método analítico. (Obrigatória apenas para o vídeo)

(1) c) Remédios

Tendo em vista o fato de muitos remédios serem eliminados da corrente sanguínea a uma taxa proporcional à quantidade que estão presentes na mesma escreva:

i) A equação diferencial que descreve a eliminação de um remédio da corrente sanguínea, com a sua respectiva classificação.

ii) A solução geral desta equação, dado que foram injetados inicialmente x_0 miligramas de um medicamento.

iii) Calcule o limite quando o tempo tende a infinito e diga se esta modelagem qualitativa descreve bem a realidade.

(1.5) d) Classifique (ordem, linearidade, homogeneidade e coeficientes) e resolva as equações diferenciais a seguir

$$i) y'(t) = ty^{1/2} \qquad ii) y'(t) + 5y(t) = 2 \qquad iii) y'(t) = -\frac{x + 2xy}{x^2 + y}$$

(2.5) f) Corona Vírus

Em uma abordagem inicial assume-se que, em uma população com P indivíduos, o número de infectados pelo novo Corona Vírus SarsCov-2, $x(t)$, varia em uma taxa proporcional, ao contato entre as populações de infectados e suscetíveis. Supondo que o contato entre as populações varia apenas com os tamanhos das mesmas (ou seja, ao produto das populações) pede-se:

i) A Equação Diferencial associada ao número de infectados, $x(t)$, e sua respectiva classificação.

ii) A solução da equação do item anterior, com seu respectivo gráfico.

iii) Analise, tanto a partir da expressão para $x(t)$, quanto do gráfico, o limite de $x(t)$, quando t tende ao infinito e interprete o resultado.

iv) Esta modelagem está descrevendo bem a realidade? Quais fatores deveriam ser levados em consideração para refinar os resultados?

2. (4 Pontos) EDO de Segunda Ordem.

a) Explique o porquê da solução geral de uma EDO de segunda ordem linear e homogênea $y''(t) + p(t)y'(t) + q(t) = 0$ ser dada por $y(t) = c_1y_1(t) + c_2y_2(t)$, com $y_1(t)$ e $y_2(t)$ soluções linearmente independentes. (Obrigatória apenas para o vídeo)

b) Como se obtém a solução de uma EDO de segunda ordem linear e homogênea **não homogênea** $y''(t) + p(t)y'(t) + q(t) = f(t)$. (Obrigatória apenas para o vídeo)

Sendo $y = y(t)$ obtenha a solução geral para as equações diferenciais a seguir:

c) $y'' + \omega^2 y = t^2$

d) $y'' + \omega^2 y = -\frac{1}{\operatorname{tg} t}$