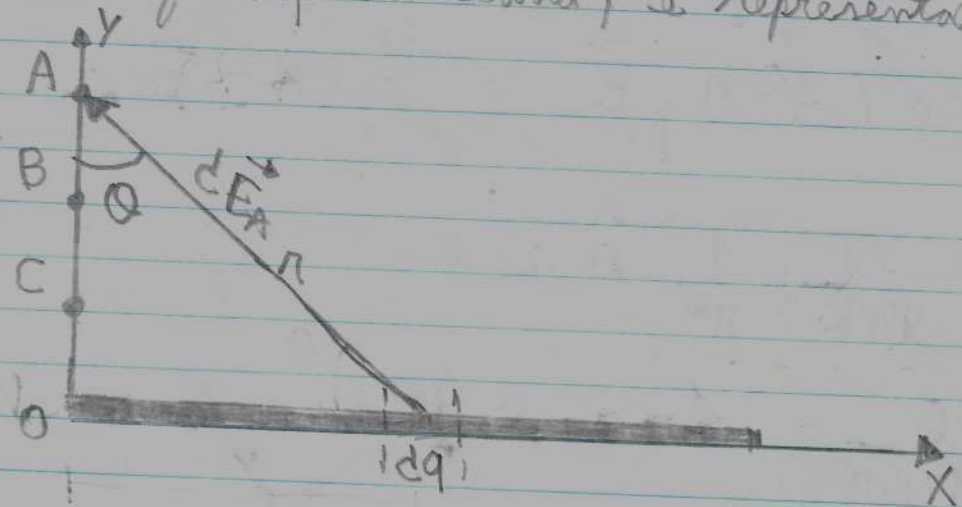
31 01 21

Nome: Davi Augusto Neves Leite RA: 191027383

Atividade Avaliativa de 07/02/21
(Parte 1)

1) a) O campo elétrico no ponto A, produzido pela carga +q da barra, é representado por:



Além disso (pelo princípio da superposição):

→ $\text{sen}\,\theta = \frac{x}{r}$ → $\lambda = \frac{dq}{dx}$

→ $\cos\theta = \frac{a}{r}$

→ $d\vec{E}_A = dE_x\hat{i} + dE_a\hat{j} = -dE\,\text{sen}\,\theta\,\hat{i} + dE\cos\theta\,\hat{j}$

→ $r = \sqrt{x^2 + a^2}$

Dessa forma: $d\vec{E}_A = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^3}\,\hat{r}$

Portanto, o campo total no ponto A é:

$$\vec{E}_A = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\infty} \frac{-x\hat{\imath} + a\hat{\jmath}}{(x^2+a^2)^{3/2}}\, dx$$

$$\Rightarrow \vec{E}_A = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}\hat{\imath} + \frac{x}{a(x^2+a^2)^{1/2}}\hat{\jmath}\right]\Bigg|_0^{\infty}$$

$$\boxed{\therefore\ \vec{E}_A = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(-\hat{\imath} + \hat{\jmath})}$$

b) A diferença de potencial, entre os pontos B e C, pode ser obtida por:

$$V_{BC} = V_B - V_C$$

$$\Rightarrow V_{BC} = -\int_C^B \vec{E}_A \cdot d\vec{l}$$

$$\Rightarrow V_{BC} = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_C^B \frac{1}{a}\cdot da$$

$$\therefore\ V_{BC} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\log\left(\frac{C}{B}\right)$$

ou

$$V_{BC} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\log\left(\frac{c}{b}\right)$$ ⇒ Considerando: $B=(0,b)$ e $C=(0,c)$

② a) Para encontrar a carga total da esfera, pode-se expressar a carga dq de uma casca esférica e integrando entre 0 e R.
Dessa forma:

$$\rightarrow \rho = \frac{dq}{dV} \quad e \quad dV = 4\pi r^2 dr \text{ (volume esfera)}$$

$$\Rightarrow dq = \rho \cdot dV = \rho\, 4\pi r^2 dr$$

$$\Rightarrow dq = (Br) \cdot 4\pi r^2 dr$$

$$\Rightarrow dq = 4\pi B r^3 dr$$

$$\hookrightarrow Q = 4\pi B \int_0^R r^3 dr$$

$$\boxed{\therefore Q = \pi B R^4}$$

b) Por simetria: campos elétricos devem ser radiais.

- Interior da esfera ($r < R$)

$$\oint_S E_I\, dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\Rightarrow E_I = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{B r^4}{4\varepsilon_0 r^2} = \frac{B r^2}{4\varepsilon_0}}$$

• Exterior da esfera $(r > R)$

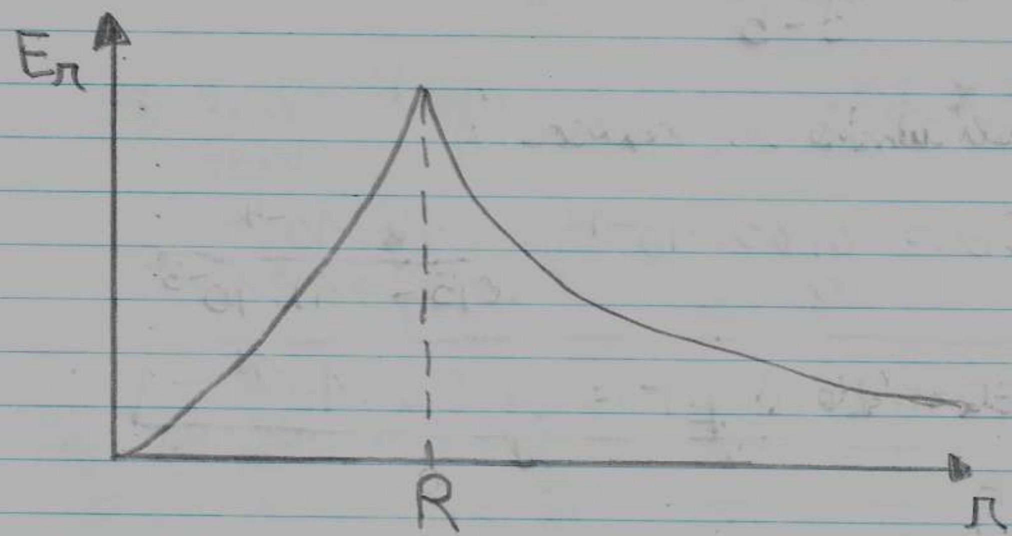
$$\oint_S E_E \cdot dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{* \; E_E = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{BR^4}{4\varepsilon_0 r^2}}$$

c) Como: $E_{INTERIOR} = \dfrac{Br^2}{4\varepsilon_0}$ e

$$E_{EXTERIOR} = \frac{BR^4}{4\varepsilon_0 r^2}$$

Tem-se:



(3) O conjunto é equivalente a uma associação em série de dois capacitores: C_1, entre a placa de cima e a lâmina; C_2, entre a placa de baixo e a lâmina.

Dessa forma:

$$C_1 = \frac{A}{X}\varepsilon_0 \quad \text{e} \quad C_2 = \frac{A}{d-b-X}\varepsilon_0$$

Portanto, a capacitância do conjunto vale:

$$\Rightarrow \frac{1}{C_{EQ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_{EQ}} = \frac{X + d - b - X}{A\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow C_{EQ} = \frac{A\varepsilon_0}{d-b}$$

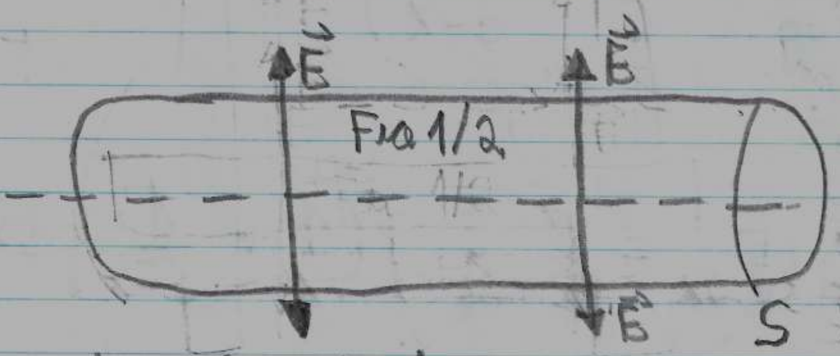
Substituindo os valores:

$$\Rightarrow C_{EQ} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-4}}{(0,5-0,1) \cdot 10^{-3}}$$

$$\boxed{\therefore C_{EQ} = 26,6\ pF = 2,66 \cdot 10^{-11}\ F}$$

(4) Sabendo que: $C = \frac{Q}{V}$

I) Campo elétrico entre os fios



↳ $\vec{E}$ é radial e perpendicular ao fio: $\vec{E} = \vec{E}(a)$

↳ Aplicando Lei de Gauss:

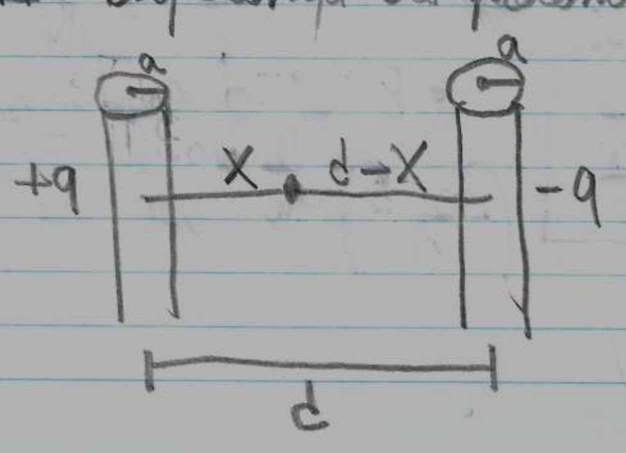
$$\oint_S \vec{E} \cdot dA = \frac{Q_{ENV}}{\varepsilon_0}$$

* Q_{ENV} = (Carga por comprimento) X (Comprimento)

$Q_{ENV} = q \cdot L$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{2\pi a \varepsilon_0} \hat{r}$$

II) Diferença de potencial



↳ Encontrando o campo elétrico total

$$\vec{E}_T(x) = \frac{q}{2\pi x \varepsilon_0}\hat{x} + \frac{q}{2\pi(d-x)\varepsilon_0}\hat{x}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_T(x) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right)\hat{x}$$

Dessa forma:

$$\Delta V = \int_a^{d-a} \vec{E}_T(x)\, dx = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\int_a^{d-a}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x}\right) dx$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\Big[\ln x - \ln(d-x)\Big]\Big|_a^{d-a}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{q}{\pi\varepsilon_0}\cdot \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$$

III) Capacitância

$$\Rightarrow C/L = \frac{Q/L^*}{\Delta V} = \frac{q}{\Delta V}$$

$$\therefore \boxed{C = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{d-a}{a}\right)}}$$

* L é o comprimento do fio.