28.07.2020

Nome: Davi Augusto Neves Leite RA: 191027383

9º Trabalho - Lista 5

50) Região do $\mathbb{R}^2$ em que é diferenciável.

e) $z = \operatorname{sen}\left(\frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$

• Derivadas parciais

$$\rightarrow F_x(x,y) = \left[\frac{(\sqrt{x^2+y^2})(2y) - \left[(2xy)\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)\right]}{(x^2+y^2)}\right] \cdot \cos\left(\frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$F_x(x,y) = \left(\frac{(2y)(x^2+y^2) - (2x^2y)}{(x^2+y^2)(\sqrt{x^2+y^2})}\right) \cdot \cos\left(\frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$\sqrt{x^2+y^2}$$

$$F_x(x,y) = \left(\frac{(2y)(x^2+y^2) - (2x^2y)}{(x^2+y^2)(\sqrt{x^2+y^2})}\right) \cdot \cos\left(\frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$F_x(x,y) = \left(\frac{2y(x^2+y^2-x^2)}{(x^2+y^2)(\sqrt{x^2+y^2})}\right) \cdot \cos\left(\frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$F_x(x,y) = \left(\frac{2y^3}{(x^2+y^2)(\sqrt{x^2+y^2})}\right) \cdot \cos\left(\frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$\rightarrow F_y(x,y) = \left(\frac{2x^3}{(x^2+y^2)(\sqrt{x^2+y^2})}\right) \cdot \cos\left(\frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

Analisando a continuidade de Fx:

1) $2y^3$; $2xy^4$ e x^2+y^2 são funções polinomiais, ou seja, contínuas em $\mathbb{R}^2$.

2) $\sqrt{u}$ é contínua em $\mathbb{R}$ para $u \geq 0$.

3) Como $x^2+y^2 \geq 0$ e, a partir de 1) e 2), então $\sqrt{x^2+y^2}$ é contínua em $\mathbb{R}^2$

4) Contudo, como $\sqrt{x^2+y^2}$ está presente em denominadores de Fx, então Fx será contínua em $\mathbb{R}^2$ exceto nos pontos em que $\sqrt{x^2+y^2}$ se anula.

4) Contudo, como $\sqrt{x^2+y^2}$ está presente em denominadores de F_x, então F_x será contínua em $\mathbb{R}^2$ exceto nos pontos em que $\sqrt{x^2+y^2}$ se anula.

Logo, F_x é contínua em $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$. Além disso, de maneira análoga verifica-se que F_y é contínua em $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$.

Dessa forma, como F_x e F_y são contínuas em $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$, pela proposição $F(x,y)$ é diferenciável em: $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$