SISTEMAS LINEARES

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1 Considere x_1, x_2 e x_3 o número de unidades de três produtos que podem ser produzidos no decorrer de uma semana. Para a produção de cada unidade precisa-se de três tipos diferentes de matéria-prima A, B e C conforme a tabela abaixo:

	Matéria-prima		
	A	B	C
Produto (1)	1	2	4
Produto (2)	2	0	1
Produto (3)	4	2	3

Se existem disponíveis 30, 20 e 40 unidades respectivamente de A, B e C, quantas unidades de cada produto pode-se produzir? Resolva por qualquer método de sistemas lineares visto (desde que suas condições sejam satisfeitas).

2 Em uma companhia mista que consta de turcos, gregos, brasileiros, alemães e italianos, os brasileiros são em número, um a menos que a terça parte do número de alemães e três a menos que a metade do número de italianos. Os turcos e os alemães ultrapassam o número de gregos e de italianos de 3; os gregos e os alemães formam a metade menos um da companhia; enquanto que os italianos e os gregos constituem 7/16 da companhia toda. Determine o número de membros de cada nacionalidade. Modele e resolva o problema por qualquer método de sistemas lineares visto (desde que suas condições sejam satisfeitas).

3 Resolva os sistemas lineares abaixo pelo Método de Eliminação de Gauss com Pivoteamento Parcial.

a) $$\begin{cases} 2.x_1 + 3.x_2 - 1.x_3 = 1 \\ 4.x_1 + 4.x_2 - 3.x_3 = -8 \\ 2.x_1 - 3.x_2 + 1.x_3 = -9 \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} 4.x_1 + 3.x_2 = -2 \\ -1.x_1 + 3.x_2 - 3.x_3 = 14 \\ -3.x_2 + 1.x_3 - 2.x_4 = -6 \\ + 3.x_3 - 2.x_4 = -4 \end{cases}$$

4 Verifique se a matriz A satisfaz as condições da decomposição LU. Calcule o determinante de A. Resolva os sistemas lineares a seguir pelo Método de Decomposição LU.

a) $$\begin{cases} 10.x_1 + 1.x_2 - 1.x_3 = 10 \\ 1.x_1 + 10.x_2 + 1.x_3 = 12 \\ 2.x_1 - 1.x_2 + 10.x_3 = 11 \end{cases}$$

b) $\begin{cases} 5.x_1 + 2.x_2 + 1.x_3 = -12 \\ -1.x_1 + 4.x_2 + 2.x_3 = 20 \\ 2.x_1 - 3.x_2 + 10.x_3 = 3 \end{cases}$

5 Seja $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) Verifique se A pode ser decomposta em $G.G^T$ (Cholesky).
b) Decomponha A em $G.G^T$.
c) Calcule o determinante de A.
d) Resolva o sistema A.x=b.

6 Seja o sistema linear A.x = b dado por:

$$\begin{pmatrix} 10 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 6 \\ 8 & 6 & 10 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

a) Verifique se A pode ser decomposta em $G.G^T$ (Cholesky).
b) Decomponha A em $G.G^T$.
c) Calcule o determinante de A.
d) Resolva o sistema A.x=b.

7 Calcule A^{-1}, dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

8 Dado o sistema

$$\begin{cases} 10.x_1 + 1.x_2 + 1.x_3 = 10 \\ 2.x_1 + 10.x_2 + 8.x_3 = 20 \\ 7.x_1 + 1.x_2 + 10.x_3 = 20 \end{cases}$$

a) Verifique a possibilidade de aplicação do método iterativo de Jacobi.
b) Se possível, resolvê-lo com $x^{(0)}=(-1\ 2\ -1)^T$ e $\varepsilon=10^{-2}$.

9 Dado o sistema A.x=b onde

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & 2 & 7 \end{pmatrix} \quad e \quad b = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}$$

a) Verifique a convergência usando o critério de Sassenfeld.
b) Resolva pelo Método de Gauss-Seidel partindo do vetor nulo com $\varepsilon=10^{-2}$.

10. Resolva o sistema linear pelo Método de Gauss-Seidel com $x^{(0)}=(1, 1, 1, 1)^T$ e $\varepsilon=10^{-4}$.

$$\begin{cases} 4.x_1 + 1.x_2 + 1.x_3 + 1.x_4 = 11 \\ 2.x_1 - 8.x_2 + 1.x_3 - 1.x_4 = -4 \\ 1.x_1 + 2.x_2 - 5.x_3 + 1.x_4 = 0 \\ 1.x_1 + 1.x_2 + 1.x_3 - 4.x_4 = 0 \end{cases}$$