13.07.20

Nome: Davi A. Neves Leite RA: 191027383

Atividade - 13/07/2020

Utilizando LU:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}}_{(A)} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

* $det(A_1) = 2 \neq 0$
* $det(A_2) = 4 \neq 0$

* $A = LU$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$$

1ª linha (U): $\begin{cases} u_{11} = 2 \\ u_{12} = 0 \\ u_{13} = 1 \end{cases}$

1ª coluna (L): $l_{21} = 0/2 = 0$, $l_{31} = 1/2$

1ª linha (U): $\begin{cases} u_{11} = 2 \\ u_{12} = 0 \\ u_{13} = 1 \end{cases}$ | 1ª coluna (L): $l_{21} = 0/2 = 0$, $l_{31} = 1/2$

2ª linha (U): $\begin{cases} u_{22} = 2 - 0.0 = 2 \\ u_{23} = 1 - 0.1 = 1 \end{cases}$

2ª coluna (L): $\{ l_{32} = (1 - (1/2).0)/2 = 1/2$

3ª linha (U): $\{ u_{33} = 3 - (1/2).1 - (1/2).1 = 2$

$$\Rightarrow L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Ly = b$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = 3 \\ y_3 = 5 - 3 = 2 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Ux = y$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow x^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$