Bacharelado em Sistemas de Informação
Bacharelado em Ciência da Computação
4719 / 4646 - Pesquisa Operacional
Profa. Márcia A. Zanoli Meira e Silva

1ª LISTA DE EXERCÍCIOS

MODELAGEM, RESOLUÇÃO GRÁFICA, FORMA PADRÃO E SOLUÇÃO BÁSICA VIÁVEL

Entregar os Exercícios: 1, 3, 5, 7, 10, 19, 28, 29a, 29c, 29f, 29g, 29k, 30, 32b

PARTE A: MODELAGEM (apenas modelar, não precisa encontrar a solução)

1. Uma excursionista planeja fazer uma viagem acampando. Há cinco itens que a excursionista deseja levar consigo, mas estes, juntos excedem o limite de 60 Kg que ela supõe ser capaz de carregar. Para ajudar a si própria no processo de seleção ela atribui valores, por ordem crescente de importância, a cada um dos itens segundo a tabela abaixo. Que itens devem ser conduzidos de forma a maximizar o valor total sem exceder as restrições de peso? Modele o problema.

Item	1	2	3	4	5
Peso, quilo	52	23	35	15	7
Valor	100	60	70	15	15

2. Uma loja de animais de estimação calculou as necessidades diárias de alimentação de cada hamster em, pelo menos, 70 unidades de proteínas, 100 unidades de carboidratos e 20 unidades de gordura. Se a loja dispõe em estoque de seis tipos de ração mostrados na tabela abaixo, que mistura destas rações satisfaz os requisitos alimentares a custo mínimo para a loja?

Ração	Proteínas Unidades/onça	Carboidratos Unidades/onça	Gordura Unidades/onça	Custo Centavos/onça
A	20	50	4	2
B	30	30	9	3
C	40	20	11	5
D	40	25	10	6
E	45	50	9	8
F	30	20	10	8

3. Um fornecedor deve preparar, a partir de cinco tipos de bebidas de fruta disponíveis em estoque, 500 galões contendo pelo menos 20% de suco de laranja, 10% de suco de uva e 5% de suco de tangerina. Se os dados referentes ao estoque são os mostrados a seguir, quanto de cada uma das bebidas o fornecedor deve utilizar de forma a obter a composição requerida a um custo total mínimo?

	Suco de laranja (%)	Suco de uva (%)	Suco de tangerina (%)	Estoque (galões)	Custo ($/galão)
Bebida A	40	40	0	200	1.50
Bebida B	5	10	20	400	0.75
Bebida C	100	0	0	100	2.00
Bebida D	0	100	0	50	1.75
Bebida E	0	0	0	800	0.25

4. A firma Motores Recreativos produz carrinhos de golfe e carrinhos para neve em suas três instalações fabris. A fábrica A produz diariamente 40 carrinhos de golfe e 35 para neve. A produção diária da fábrica B é de 65 carrinhos de golfe e nenhum para neve. A fábrica C produz diariamente 53 carrinhos para neve e nenhum para golfe. Os custos operacionais diários das fábricas A, B e C são respectivamente, $ 210.000, $ 190.000 e $ 182.000. Quantos dias (incluindo domingos e feriados) cada uma das fábricas deve operar durante o mês de setembro de modo a cumprir um programa de produção de 1.500 carrinhos de golfe e 1.100 carrinhos para neve, a um custo mínimo? Admita que os contratos de trabalho requeiram que, uma vez a fábrica inicie a jornada, os operários sejam pagos integralmente pelo dia de trabalho.

5. Uma empresa pode fabricar, com uma máquina trabalhando 45 horas por semana, três artigos diferentes: P1, P2 e P3. O artigo P1 dá um lucro líquido de R$ 4,00, o artigo P2 de R$ 12,00 e o artigo P3 de R$ 3,00. Os rendimentos da máquina são, respectivamente, para os três produtos, 50, 25 e 75 artigos por hora. Um estudo de mercado mostrou que as possibilidades de venda não ultrapassam 100 objetos P1, 500 objetos P2 e 1500 objetos P3, por semana. Pede-se que se reparta a capacidade de produção entre os três produtos, de maneira que se maximize o lucro líquido total.

6. Um nutricionista precisa estabelecer uma dieta contendo pelo menos, 10 unidades de vitamina A, 30 unidades de vitamina B e 18 unidades de vitamina C. Essas vitaminas estão contidas em quantidades variadas em cinco alimentos, como mostrado no quadro abaixo. Determine as quantidades dos cinco alimentos que devem ser incluídas na dieta diária, a fim de obter-se o menor custo.

	Alimentos				
	I	**II**	**III**	**IV**	**V**
A	0	1	5	4	3
B	2	1	0	3	2
C	3	1	0	9	0
Custo ($)	4	2	1	10	5

7. Os participantes de um congresso estão hospedados em 3 hotéis H_1, H_2 e H_3, com 60, 90 e 60 congressistas respectivamente. Ônibus com capacidade para 30 passageiros serão fornecidos para transportá-los numa excursão aos arredores da cidade. Eles sairão de duas garagens G_1 e G_2 onde há respectivamente 4 e 3 ônibus disponíveis. Os custos operacionais são variáveis dependendo não só da garagem (ou companhia) de origem, como também do particular hotel em que o ônibus será enviado. Os diversos custos (u.m.) são conforme a tabela a seguir. Qual a maneira mais econômica de distribuir os 7 ônibus?

	H_1	**H_2**	**H_3**
G_1	100	110	120
G_2	130	120	125

8. Um tanque retangular deverá ser construído para conter 0.5 m^3 de líquido quente. Para minimizar a perda de calor devemos construir o tanque de maneira que a área de superfície seja mínima. Quais as "dimensões" do tanque que devemos escolher?

9. Uma empresa fabril está interessada em maximizar o lucro mensal proveniente de quatro de seus produtos, designados por I, II, III e IV. Para fabricar esses quatro produtos, ela utiliza dois tipos de máquinas (M1 e M2) e dois tipos de mão de obra (M01 e M02) com as disponibilidades mostradas no Quadro 1 e 2.

O setor técnico da empresa fornece os Quadros 3 e 4 de produtividades que representam, respectivamente, o número de máquina-hora para produzir uma unidade de cada produto, e o número de homem-hora para produzir uma unidade de cada produto. O setor comercial da empresa fornece as informações do Quadro 5.

Deseja-se saber a produção mensal dos produtos I, II, III e IV para que o lucro mensal da empresa, proveniente desses quatros produtos, seja máximo. Formule um modelo de programação linear que expresse o objetivo e as restrições dessa empresa.

Máquinas	Tempo Disponível
M1	800
M2	200

Quadro 1

Mão de obra	Tempo Disponível
M01	12.000
M02	16.000

Quadro 2

Máquinas	Produtos			
	I	**II**	**III**	**IV**
M1	5	4	8	9
M2	2	6	---	8

Quadro 3

Mão de Obra	Produtos			
	I	**II**	**III**	**IV**
M01	2	4	2	8
M02	7	3	---	7

Quadro 4

Produtos	Potencial de Vendas (unidades/mês)	Lucro Unitário ($/unidade)
I	70	10,00
II	60	8,00
III	40	9,00
IV	20	7,00

Quadro 5

10. Um sapateiro faz 6 sapatos por hora, se fizer somente sapatos, e 5 cintos por hora, se fizer somente cintos. Ele gasta 2 unidades de couro para fabricar 1 unidade de sapato e 1 unidade de couro para fabricar 1 unidade de cinto. Sabendo-se que o total disponível de couro é de 6 unidades e que o lucro unitário por sapato é de 5 unidades monetárias e o de cinto é de 2 unidades monetárias, pede-se: o modelo do sistema de produção do sapateiro, se o objetivo é maximizar seu lucro por hora.

11. Um vendedor de frutas pode transportar 800 caixas de frutas para sua região de vendas. Ele necessita transportar 200 caixas de laranjas a 20 u.m. de lucro por caixa, pelo menos 100 caixas de pêssegos a 10 u.m. de lucro por caixa, e no máximo 200 caixas de tangerinas a 30 u.m. de lucro por caixa. De que forma deverá ele carregar o caminhão para obter o lucro máximo? Construa o modelo do problema.

12. Uma empresa da área agrícola dispõe de 2.000 hectares para plantar cana, laranja, milho e soja. A diretoria da empresa resolveu, na repartição da área, que as plantações de cana e laranja devem, juntas, ocupar uma área de, no mínimo, 800 hectares, e que a de milho não deve ser menor do que 20% e milho e soja juntas não devem ultrapassar 50% da área a ser plantada. Sabe-se que um hectare de cana dá uma contribuição para o lucro de 140 unidades monetárias, de laranja, 80 unidades monetárias, de milho, 75 unidades monetárias e de soja, 160 unidades monetárias. Como deve ser dividida a área para que seja cumprida a determinação da diretoria da empresa de forma a ser obtido o lucro máximo? Modele este problema.

13. Uma empresa fabrica 2 modelos de cintos de couro. O modelo M1, de melhor qualidade, requer o dobro do tempo de fabricação em relação ao modelo M2. Se todos os cintos fossem do modelo M2, a empresa poderia produzir 1000 unidades por dia. Os cintos empregam fivelas diferentes, cuja disponibilidade diária é de 400 para M1 e 700 para M2. Os lucros unitários são de $4,00 para M1 e $3,00 para M2. Qual o programa ótimo de produção que maximiza o lucro total diário da empresa? Construa o modelo do sistema descrito.

14. Uma metalúrgica deseja maximizar sua receita bruta. A tabela a seguir ilustra a proporção de cada material na mistura para a obtenção das ligas passíveis de fabricação. O preço está cotado em Reais por tonelada da liga fabricada. Também em toneladas estão expressas as restrições de disponibilidade de matéria prima. Formular o modelo de Programação Matemática.

	Liga Especial de Baixa Resistência (*)	**Liga Especial de Alta Resistência (*)**	**Disponibilidade de Matéria Prima**
Cobre	0,50	0,20	16
Zinco	0,25	0,30	11
Chumbo	0,25	0,50	15
Preço de Venda	3.000	5.000	

(*) Ton de minério / Ton de liga

15. Considere a situação de decidir sobre o número de unidades a serem produzidas por certo fabricante de dois diferentes tipos de produto. Os lucros por unidade do produto 1 e do produto 2 são, respectivamente, 2 e 5 u.m. Cada unidade do produto 1 requer 3 horas de máquina e 9 unidades de matéria prima, enquanto o produto 2 requer 4 horas de máquina e 7 unidades de matéria prima. Os tempos máximos disponíveis de máquina e de matéria prima são 200 horas e 300 unidades, respectivamente. Formule o problema de forma a otimizar o lucro total.

16. Uma avicultura faz uma mistura para pássaros em que são utilizados os grãos alpiste e painço. Ela tem em estoque, atualmente, 360 quilos de alpiste e 280 quilos de painço. As misturas são feitas nas seguintes quantidades:

1ª Ração: 40% de alpiste e 60% de painço, que é vendida ao preço unitário de $10,00;

2ª Ração: 70% de alpiste e 30% de painço, que é vendida ao preço de $8,50.

Deseja-se formular o modelo de PL que determine as quantidades a serem embaladas de cada ração para que a receita seja máxima.

17. Suponha que, por motivos justificáveis, certa dieta alimentar esteja restrita a leite desnatado, carne magra de boi, carne de peixe e uma salada de composição bem conhecida. Sabendo-se ainda que os requisitos nutricionais são expressos em termos de vitaminas A, C e D e controlados por suas quantidades mínimas (em miligramas), uma vez que são indispensáveis à prevenção da saúde da pessoa que está se submetendo à dieta. A tabela a seguir resume a quantidade de cada vitamina em disponibilidade nos alimentos e a sua necessidade diária para a boa saúde de uma pessoa. Formular o problema para a otimização dos recursos envolvidos.

Vitamina	**Leite (litro)**	**Carne (Kg)**	**Peixe (Kg)**	**Salada (100g)**	**Requisito Nutricional Mínimo**
A	2 mg	2 mg	10 mg	20 mg	11 mg
C	50 mg	20 mg	10 mg	30 mg	70 mg
D	80 mg	70 mg	10 mg	80 mg	250 mg
Custo ($R)	2	4	1,5	1	

18. A Licores da Serra usa avançados processos de destilação para produzir suas bebidas, de larga aceitação. Pelo Processo 1, o insumo de 2 unidades da matéria prima A e 3 unidades da matéria prima B produz 4 unidades do Licor X e 1 unidade do Licor Y. Pelo Processo 2, o insumo de 4 unidades da matéria prima A e 2 unidades da matéria prima B produz 2 unidades do Licor X e 4 unidade do Licor Y. A disponibilidade máxima da matéria prima A é de 120 unidades e a de B é de 80 unidades. O preço de venda dos Licores X e Y é de $3 e $2,50 por unidade, respectivamente.

- **a)** Defina x_1 e x_2 o número de unidades do processo 1 e 2, respectivamente, e formule um modelo de programação linear que maximize a receita de vendas;
- **b)** Como se tornaria o modelo anterior, caso o objetivo fosse maximização do lucro, entendido como receita menos despesas, sabendo-se que o custo das matérias prima A e B é p_A e p_B por unidade, respectivamente; e os custos operacionais dos Processos 1 e 2 são q_1 e q_2 por unidade, respectivamente;

19. A Empresa Afia Bem Ltda. produz na Seção B três modelos de facas: o Padrão (P), a Média (M) e a Grande (G). No processo de fabricação das facas são utilizadas, primeiramente, três máquinas que fazem o corte da lâmina, a modelagem e a afiação. Uma quarta máquina faz o cabo das facas e uma quinta faz a montagem. Os tempos, em segundos, gastos em cada máquina são especificados na tabela dada
Os tempos disponíveis, diariamente, de cada máquina são de 4 horas para o corte, 6h para a modelagem, 6h para a afiação, 8h para o cabo e 8h para a montagem. Uma faca do modelo Padrão tem uma lâmina de 25cm^2, uma do modelo Médio tem 32cm^2 e uma do modelo Grande, 45cm^2. Cada chapa metálica que dá origem às lâminas tem 2,00m x 1,00m. A disponibilidade diária de chapas é de 2,5 chapas.
As contribuições para os lucros são de $3,20, $4,00 e $4,70 unidades monetárias para os modelos Padrão, Médio e Grande, respectivamente. Deseja-se formular o modelo para calcular as quantidades a serem produzidas dos tipos Padrão, Médio e Grande que maximizem o lucro da empresa.

Máquina / Modelo	Corte	Modelagem	Afiação	Cabo	Montagem
Padrão	10	10	12	19	19
Médio	10	15,5	16	21	21
Grande	12	17	19	24	22

20. A empresa Melhor Sabor produz 4 tipos de alimentos denominados P, Q, R e S. Cada produto é composto por diversos ingredientes identificados pelo índice j, j = 1, 2, ..., J. Sejam a_{P_j}, a_{Q_j}, a_{R_j} e a_{S_j} as quantidades do ingrediente j em cada quilo dos produtos P, Q, R e S. Seja b_j a quantidade máxima do ingrediente j disponível no próximo mês e sejam P_P, P_Q, P_R e P_S os lucros obtidos na produção de cada quilo dos respectivos alimentos. Denominando de x_P, x_Q, x_R e x_S as produções em quilos de cada alimento, pede-se:

- **a)** Definir o programa de produção que maximize o lucro;
- **b)** Consultado sobre o planejamento em estudo, o departamento de vendas estabeleceu que a produção do alimento P deve ser de 10.000 kg, admitindo-se uma discrepância de 10% para mais ou para menos; e Q deve ser no mínimo 3.000 kg; a produção de R deve ser 90% a 110% da produção de P, e, finalmente, a produção de S deve ser, no máximo, a soma de P, Q e R, em quilos. Definir o novo programa de produção que maximize o lucro.

21. A Agro Indústria Tomate S/A produz três tipos de enlatados, cada um exigindo um tratamento industrial semelhante, mas que difere na sua duração. Assim, cada 1.000 caixas de sopa de tomate exigem 200 horas de mão de obra e 6 horas de operação de equipamentos; cada 1.000 caixas de suco de tomate exigem 80 horas de mão de obra e 4 horas dos equipamentos, e cada 1.000 caixas de molho de tomate exigem 300 horas de mão de obra e 7 horas de equipamentos. Sabe-se que a empresa tem disponível, por semana, 5.000 horas de mão de obra e 168 horas de equipamentos disponíveis. Sabe-se que o lucro por cada caixa produzida da sopa, suco e molho, é de $3,00, $2,50 e $1,00, respectivamente. Supondo que a empresa deseja maximizar seu lucro, pede-se a formulação do problema de programação linear.

22. Um fazendeiro está estudando a divisão de sua propriedade nas seguintes atividades produtivas:

- A (Arrendamento) – Destinar certa quantidade de alqueires para a plantação de cana-de-açúcar, a uma usina local, que se encarrega da atividade e paga pelo aluguel da terra $300,00 por alqueire por ano.
- P (Pecuária) – Usar outra parte para a criação de gado de corte. A recuperação das pastagens requer adubação (100 kg/Alq) e irrigação (100.000 litros de água/Alq) por ano. O lucro estimado nessa atividade é de $400,00 por alqueire por ano.
- S (Plantio de Soja) – Usar uma terceira parte para o plantio de soja. Essa cultura requer 200 kg por alqueire de adubos e 200.000 litros de água/Alq para irrigação por ano. O lucro estimado nessa atividade é de $500,00 por alqueire no ano

As disponibilidades de recursos por ano são: 12.750.000 litros de água, 14.000 kg de adubo e 100 alqueires de terra. Quantos alqueires deverão destinar a cada atividade para proporcionar o melhor retorno? Construa o modelo de decisão.

23. Seja o problema da empresa Agro Industrial Tomate S/A, tal como apresentado no **exercício 21**, e suponha que ela tenha recebido proposta de uma empresa de representações, que se encarrega de todo o processo de vendas, mas que exige remuneração proporcional ao volume de vendas. Como conseqüência, o lucro da empresa seria o dado abaixo. Adaptar a formulação do problema de programação linear do **exercício 21** a este caso.

Produto	**Vendas (caixas)**		**Lucro (por caixa)**
Sopa	0	4.000	$ 3,00
	4.000	6.000	$ 2,90
	acima de	6.000	$ 2,80
Suco	0	4.000	$ 2,50
	acima de	4.000	$ 2,30
Molho	0	4.000	$ 1,00
	4.000	8.000	$ 0,90
	acima de	8.000	$ 0,80

24. Um determinado investidor tem três alternativas de investimentos, denominadas A, B e C, disponíveis no próximo ano. Essas três alternativas não são mutuamente exclusivas. Qualquer dinheiro recebido de qualquer alternativa poderá ser reinvestido, imediatamente, em qualquer uma das três alternativas.

A alternativa A está disponível no princípio de cada um dos quatro trimestres do ano. Cada unidade monetária investida em A no princípio de um trimestre lhe devolver $1,10 no final daquele trimestre.

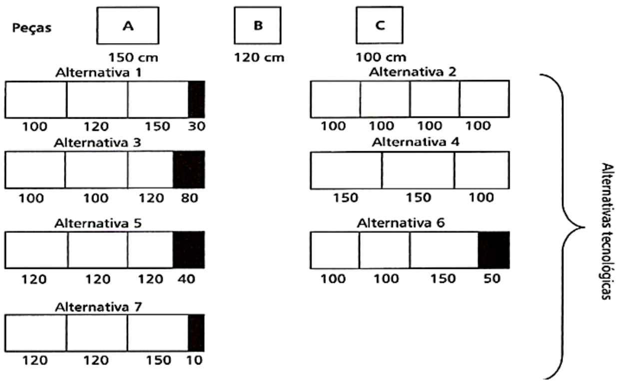
A alternativa B está disponível no princípio de cada um dos dois semestres do ano. Cada unidade monetária investida em B no princípio de um semestre lhe devolver $1,20 no final daquele semestre.

A alternativa C só está disponível no princípio do ano. Cada unidade monetária investida em C lhe devolver $1,40 ao final do ano. O capital inicial do investidor é de $5.000,00. Deseja-se formular um modelo de programação linear para oferecer o plano de investimento que maximize a quantidade de dinheiro que o investidor pode acumular no final do próximo ano.

25. Uma empresa ferroviária irá transportar cargas de três tipos diferentes. A empresa transportadora colocou a disposição da empresa produtora três *containers* com capacidades de peso e volumes diferentes. O primeiro *container* tem capacidade de 27,33t de peso e 2.508 pés cúbicos de volume, o segundo de 24,0t e 1.572 pés cúbicos e o terceiro de 26,98t e 1.653 pés cúbicos. A carga a ser transportada do tipo I tem 32,35t de peso e 88 pés cúbicos/t, a do tipo II tem 26,80t e 63 pés cúbicos/t e a do tipo III tem 29,60t e 59 pés cúbicos/t. O lucro por tonelada transportada é de $2.000, $1.800 e $1.600, para as cargas dos tipos I, II e II, respectivamente. Modele esse problema visando saber como deve ser distribuída a carga nos *containers* para se obter o lucro máximo.

26. Uma fábrica de móveis tem pranchas de 4,0m x 1,0m de comprimento e largura, respectivamente, para fabricação de seus móveis. Atualmente necessita cortar 450 peças de 1,5m x 1,0m, 300 peças de 1,2m x 1,0m e 150 peças de 1,0m x 1,0m. Como poderá ser feito esse corte de forma que se tenha o mínimo de perda em madeira? Apresente o modelo para este caso.

Dica: as alternativas tecnológicas de corte são apresentadas a seguir.



27. Uma liga especial constituída de ferro, carvão, silício e níquel pode ser obtida usando a mistura desses minerais puros além de 2 tipos de materiais recuperados:

- Material Recuperado 1 – MR1 – Composição:
  60% de ferro, 20% de carvão, 20% de silício
  Custo por kg: $0,20
- Material Recuperado 2 – MR2 – Composição:
  70% de ferro, 20% de carvão, 5% de silício, 5% níquel
  Custo por kg: $0,25

A liga deve ter a composição final dada pela tabela abaixo. Os custos dos materiais puros são (por kg): ferro: $0,30; carvão: $0,20; silício: $0,28; níquel: $0,50. Qual deverá ser a composição da mistura em termos dos materiais disponíveis, com o menor custo por kg? Construa o modelo de decisão.

Matéria-Prima	% mínima	% máxima
Ferro	60	65
Carvão	15	20
Silício	15	20
Níquel	5	8

28. Uma cooperativa agrícola opera 3 fazendas que possuem produtividades aproximadamente iguais entre si. A produção total da fazenda depende fundamentalmente da área disponível para o plantio e da água de irrigação. A cooperativa procura diversificar sua produção de modo que vai plantar este ano 3 tipos de cultura em cada fazenda, a saber: milho, arroz e feijão. Cada tipo de cultura demanda por certa quantidade de água. Para reduzir o conflito no uso das colheitadeiras, que são alugadas pela cooperativa, estabeleceram-se limites de área de produção dentro de cada tipo de cultura. Para evitar a concorrência entre os cooperados, acordou-se que a proporção de área cultivada seja a mesma para cada uma das fazendas. As tabelas a seguir resumem os dados tecnológicos. Pede-se a elaboração de um programa de produção que defina a área de cada cultura que será plantada em cada fazenda, de modo a otimizar o lucro da produção da cooperativa.

Água Disponível e Área de Cultivo por Fazenda		
Fazenda	**Área Total para Cultivo (Acres)**	**Água Disponível (litros)**
1	400	1.800
2	650	2.200
3	350	950

Consumo de Água, Área de Cultivo e Lucro por Cultura			
Cultura	**Área Máxima de Cultivo (acres)**	**Consumo de Água (litros/acre)**	**Lucro (R$/Acre)**
Milho	660	5,5	5.000
Arroz	880	4	4.000
Feijão	400	3,5	1.800

PARTE B: RESOLUÇÃO GRÁFICA

29. Determine graficamente a solução ótima dos problemas:

a) minimizar $z = x_1 + 2x_2$
sujeito a:
$$x_1 + 3x_2 \geq 11$$
$$2x_1 + x_2 \geq 9$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

b) minimizar $z = x_1 + x_2$
sujeito a:
$$x_1 + 2x_2 \geq 5$$
$$5x_1 + 3x_2 \geq 12$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

c) maximizar $z = 2x_1 + 3x_2$
sujeito a:
$$x_1 + 2x_2 \leq 2$$
$$6x_1 + 4x_2 \geq 24$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

d) maximizar $z = 5x_1 + 2x_2$
sujeito a:
$$x_1 + 2x_2 \leq 9$$
$$x_1 \leq 3$$
$$x_2 \leq 4$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

e) maximizar $z = 5x_1 + 2x_2$
sujeito a:
$$x_1 + 2x_2 \leq 9$$
$$x_1 + x_2 \geq 7$$
$$x_1 \leq 3$$
$$x_2 \leq 4$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

f) minimizar $z = x_1 + x_2$
sujeito a:
$$2x_1 + 2x_2 \geq 5$$
$$12x_1 + 5x_2 \leq 30$$
$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$, inteiro

g) maximizar $z = 2x_1 + 2x_2$
sujeito a:
$$-2x_1 + x_2 \leq 2$$
$$x_1 - x_2 \leq 1$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

h) minimizar $z = 2x_1 + 3x_2$
sujeito a:
$$x_1 + x_2 \geq 5$$
$$5x_1 + x_2 \geq 10$$
$$x_1 \leq 8$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

i) maximizar $z = 2x_1 + 3x_2$
sujeito a:
$$-x_1 + 2x_2 \leq 4$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$
$$x_1 + 3x_2 \leq 9$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

j) minimizar $z = 7x_1 + 9x_2$
sujeito a:
$$-x_1 + x_2 \leq 2$$
$$x_1 \leq 5$$
$$x_2 \leq 6$$
$$3x_1 + 5x_2 \geq 15$$
$$5x_1 + 4x_2 \geq 20$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

k) minimizar $z = 10x_1 + 12x_2$
sujeito a:
$$x_1 + x_2 \leq 20$$
$$x_1 + x_2 \geq 10$$
$$5x_1 + 6x_2 \geq 54$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

30. Considerando o conjunto de restrições **R**, resolva-o graficamente considerando as funções objetivo a seguir.

$$\mathbf{R:}\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 - 4x_2 \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) maximizar $z = x_2$
b) minimizar $z = x_1$
c) maximizar $z = -x_2$
d) minimizar $z = -x_1 - x_2$

PARTE C: FORMA PADRÃO E SOLUÇÃO BÁSICA VIÁVEL

31. Coloque os seguintes modelos de programação linear na forma padrão matricial.

a) minimizar $z = 2x_1 - x_2 + 4x_3$

sujeito a:
$$5x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq -7$$
$$2x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 8$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

b) maximizar $z = 6x_1 + 2x_2 + x_3$

sujeito a:
$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 2$$
$$5x_1 + 4x_2 - x_3 = -5$$
$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 1$$
$$x_1, x_3 \geq 0, x_2 \text{ livre}$$

32. Dado o problema de Programação Linear abaixo, coloque-o na forma padrão, calcule todas as soluções básicas, indique quais soluções são viáveis e qual é a solução ótima.

a) maximizar $z = x_1 + x_2$

sujeito a:
$$x_1 + 5x_2 \leq 5$$
$$2x_1 + x_2 \leq 4$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

b) maximizar $z = 5x_1 + 2x_2$

sujeito a:
$$x_1 + 2x_2 \leq 9$$
$$x_1 \leq 3$$
$$x_2 \leq 4$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$