17.10.20

Nome: Davi Augusto Neves Leite RA: 191027383

2ª Lista de Exercícios P.O.

① MAX $Z = 2X_1 + 2X_2$

$$\text{s.a.} \begin{cases} -X_1 + 3X_2 \leq 12 \\ X_1 + X_2 \leq 8 \\ 3X_1 - X_2 \leq 12 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Forma padrão: MIN $-Z = -2X_1 - 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5$

$$\text{s.a.} \begin{cases} -X_1 + 3X_2 + X_3 = 12 \\ X_1 + X_2 + X_4 = 8 \\ 3X_1 - X_2 + X_5 = 12 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

→ Resolução pelo Quadro Simplex

1º	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	
X_3	-1	3	1	0	0	12
X_4	1	1	0	1	0	8
X_5	3	-1	0	0	1	12
	-2	-2	0	0	0	-Z

* Escolha arbitrária para a mudança de base ($c_1 = c_2$).

↳ $X = (0\ 0\ 12\ 8\ 12)^t \Rightarrow Z(X) = 0$

→ Solução não ótima

↳ Entra na base: X_1

Sai da base: $\min\left(\frac{8}{1}; \frac{12}{3}\right) = 4 \Rightarrow X_5$ sai da base

↳ Pivô: $a_{31} = 3$

2º	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	
X_3	0	8/3	1	0	1/3	16
X_4	0	4/3	0	1	-1/3	4
X_1	1	-1/3	0	0	1/3	4
	0	-8/3	0	0	2/3	$-Z+8$

↳ $X = (4\ 0\ 16\ 4\ 0)^t \Rightarrow Z(X) = 8$

→ solução não ótima

↳ Entra na base: X_2 $(c_2 < 0)$

Sai da base: $\min\left(4 \cdot \frac{3}{4}; 16 \cdot \frac{3}{8}\right) = 3 \Rightarrow X_4$ sai da base

↳ Pivô $= \frac{4}{3}$

3º	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	
X_3	0	0	1	-2	1	8
X_2	0	1	0	3/4	-1/4	3
X_1	1	0	0	1/4	1/4	5
	0	0	0	2	0	$-Z+16$

↳ $X^* = (5\ 3\ 8\ 0\ 0)^t \Rightarrow Z^* = 16$

∴ Como $c_5 = 0$ e X_5 é não básica, há múltiplas soluções ótimas.

(5) MAX $Z = 5X_1 + 2X_2$

s.a.
$$\begin{cases} X_1 + 2X_2 \leq 9 \\ X_1 + X_2 \geq 7 \\ X_1 \leq 3 \\ X_2 \leq 4 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Forma padrão: $\text{MIN } -Z = -5X_1 - 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + MX_5^a + 0X_6 + 0X_7$

$$\text{s.a.} \begin{cases} X_1 + 2X_2 + X_3 = 9 \\ X_1 + X_2 - X_4 + X_5^a = 7 \\ X_1 + X_6 = 3 \\ X_2 + X_7 = 4 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

- Fase I

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_6	X_7	X_5^a	
X_3	1	2	1	0	0	0	0	9
X_5^a	1	1	0	-1	0	0	1	7
X_6	1	0	0	0	1	0	0	3
X_7	0	1	0	0	0	1	0	4
	-5	-2	0	0	0	0	M	-Z

↳ $X = (0 \quad 0 \quad 9 \quad 0 \quad 7 \quad 3 \quad 4)$
$Z(X) = 0$
→ Solução não é ótima

↳ Utilizando a 2ª linha:

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_6	X_7	X_5^a	
X_3	1	2	1	0	0	0	0	9
X_5^a	1	1	0	-1	0	0	1	7
X_6	1	0	0	0	1	0	0	3
X_7	0	1	0	0	0	1	0	4
	-5-M	-2-M	0	M	0	0	0	-Z-7M

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_6	X_7	X_5^a	
X_3	1	2	1	0	0	0	0	9
X_5^a	1	1	0	-1	0	0	1	7
X_6	1	0	0	0	1	0	0	3
X_7	0	1	0	0	0	1	0	4
	-5	-2	0	0	0	0	0	$-Z$
	-1	-1	0	1	0	0	0	$W-7$

↳ $X = (0 \quad 0 \quad 9 \quad 0 \quad 7 \quad 3 \quad 4)$
$Z(X) = 0$ e $W(X) = 7$
→ Solução não é ótima ($c_{21} < 0$)

↳ Entra na base (arbitrário, pois $c_{21} = c_{22}$): X_1
↳ Sai da base: $\min(9; 7; 3) = 3 \Rightarrow X_6$

1ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_6	X_7	X_5^a	
X_3	0	2	1	0	-1	0	0	6
X_5^a	0	1	0	-1	-1	0	1	4
X_1	$\boxed{1}$	0	0	0	1	0	0	3
X_7	0	1	0	0	0	1	0	4
	0	-2	0	0	5	0	0	$-Z+15$
	0	-1	0	1	1	0	0	$W-4$

↳ $X = (3 \quad 0 \quad 6 \quad 0 \quad 4 \quad 0 \quad 4)$
$Z(X) = 15$ e $W(X) = 4$
→ Solução não é ótima ($c_{22} < 0$)

↳ Entra na base: X_2
↳ Sai da base: $\min(3; 4; 4) = 3 \Rightarrow X_3$

2^a	X_1	X_2	X_3	X_4	X_6	X_7	X_5^a	
X_2	0	$\boxed{1}$	1/2	0	-1/2	0	0	3
X_5^a	0	0	-1/2	-1	-1/2	0	1	1
X_1	1	0	0	0	1	0	0	3
X_7	0	0	-1/2	0	1/2	1	0	1
	0	0	1	0	4	0	0	$-Z + 21$
	0	0	1/2	1	1/2	0	0	$W - 1$

↳ $X = (3 \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1)$

$Z = 21$ e $W(X) = 1$

∴ Como $W^*(X) \neq 0$ ao final da fase I, o problema é do tipo inviável e, portanto, sem solução (não existe fase II).

(6) MAX $Z = 6X_1 + 2X_2 + X_3$

s.a.
$$\begin{cases} X_1 - X_2 + 2X_3 \geq 2 \\ 5X_1 + 4X_2 - X_3 = -5 \\ 3X_1 + 2X_2 - 2X_3 \leq 1 \\ X_1, X_3 \geq 0 \text{ ; } X_2 \text{ livre} \end{cases}$$

Forma Padrão: $MIN\ -Z = -6X_1 - 2X_2' + 2X_2'' - X_3 + 0X_4 + 0X_5 + MX_6^a + MX_7^a$

$$\begin{cases} X_1 - X_2' + X_2'' + 2X_3 - X_4 + X_6^a = 2 \\ -5X_1 - 4X_2' + 4X_2'' + X_3 + X_7^a = 5 \\ 3X_1 + 2X_2' - 2X_2'' - 2X_3 + X_5 = 1 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

- Fase I

	X_1	X_2'	X_2''	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	
X_6^a	1	-1	1	2	-1	0	1	0	2
X_7^a	-5	-4	4	1	0	0	0	1	5
X_5	3	2	-2	-2	0	1	0	0	1
	-6	-2	2	-1	0	0	M	M	-Z

↳ $X = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 2\ 5)$
$Z(X) = 0$
→ Solução não é ótima

↳ Atualizando Z em função das variáveis não básicas (utilizando a 1ª e 2ª linhas)

	X_1	X_2'	X_2''	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	
X_6^a	1	-1	1	2	-1	0	1	0	2
X_7^a	-5	-4	4	1	0	0	0	1	5
X_5	3	2	-2	-2	0	1	0	0	1
	-6+4M	-2+5M	2-5M	-1-3M	M	0	0	0	-Z-7M

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	X_1	X_2'	X_2''	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	
X_6^a	1	-1	1	2	-1	0	1	0	2
X_7^a	-5	-4	4	1	0	0	0	1	5
X_5	3	2	-2	-2	0	1	0	0	1
	-6	-2	2	-1	0	0	0	0	-Z
	4	5	-5	-3	1	0	0	0	W-7

↳ $X = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 2\ 5)$
$Z(X) = 0$ e $W(X) = 7$
→ Solução não é ótima ($c_{23} < 0$)

↳ Entra na base: X_2''
↳ Sai da base: $\text{MIN}\left(2;\ \frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4} \Rightarrow X_7^a$

1ª	X_1	X_2'	X_2''	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	
X_6^a	9/4	0	0	7/4	-1	0	1	-1/4	3/4
X_2''	-5/4	-1	$\boxed{1}$	1/4	0	0	0	1/4	5/4
X_5	1/2	0	0	-3/2	0	1	0	1/2	7/2
	-7/2	0	0	-3/2	0	0	0	-1/2	-Z - 5/2
	-9/4	0	0	-7/4	1	0	0	5/4	W - 3/4

↳ $X = (0\ \ 0\ \ 5/4\ \ 0\ \ 0\ \ 7/2\ \ 3/4\ \ 0)$
$Z(X) = -5/2$ e $W(X) = 3/4$
→ Solução não é ótima ($c_{21} < 0$)

↳ Entra na base: X_1
↳ Sai da base: $\text{MIN}\left(\frac{1}{3};\ 7\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow X_6^a$

2ª	X_1	X_2'	X_2''	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	
X_1	$\boxed{1}$	0	0	7/9	-4/9	0	4/9	-1/9	1/3
X_2''	0	-1	1	11/9	-5/9	0	5/9	1/9	5/3
X_5	0	0	0	-17/9	2/9	1	-2/9	5/9	10/3
	0	0	0	11/9	-14/9	0	14/9	-8/9	-Z - 4/3
	0	0	0	0	0	0	1	1	W - 0

↳ $X = (1/3\ \ 0\ \ 5/3\ \ 0\ \ 0\ \ 10/3\ \ 0\ \ 0)$
$Z(X) = -4/3$ e $W(X) = 0$

→ Como $\nexists\ \hat{c}_j < 0$ para $j \in NB$; $W^* = 0$ e $\nexists\ X^a$ na base, existe a fase II e aqui marca o término da fase I.

• Fase II

2ª	X_1	X_2'	X_2''	X_3	X_4	X_5	
X_1	1	0	0	7/9	-4/9	0	1/3
X_2''	0	1	-1	11/9	-5/9	0	5/3
X_5	0	0	0	-17/9	2/9	1	10/3
	0	0	0	11/9	-14/9	0	$-z-4/3$

↳ $X = (1/3 \quad 0 \quad 5/3 \quad 0 \quad 0 \quad 10/3)$
$Z(X) = -4/3$
→ Solução não é ótima ($\hat{c}_5 < 0$)

↳ Entra na base: X_4
↳ Sai da base: $\min(15) = 15 \Rightarrow X_5$

3ª	X_1	X_2'	X_2''	X_3	X_4	X_5	
X_1	1	0	0	-3	0	4/9	7
X_2''	0	1	-1	-7/2	0	5/2	10
X_4	0	0	0	-17/2	$\boxed{1}$	9/2	15
	0	0	0	-12	0	7	$-z+22$

↳ $X = (7 \quad 0 \quad 10 \quad 0 \quad 15 \quad 0)$
$Z(X) = 22$

∴ Como X_3 necessita entrar na base mas possui todos os $a_{i4} < 0$, então diz-se que o problema possui solução viável (não ótima) sendo, desta forma, $z^*(X) = +\infty$.

(7) $\text{MIN } Z = 14X_1 + 13X_2 + 11X_3 + 13X_4 + 13X_5 + 12X_6$

$$\text{s.a.}\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 = 1200 \\ X_4 + X_5 + X_6 = 1000 \\ X_1 + X_4 = 1000 \\ X_2 + X_5 = 700 \\ X_3 + X_6 = 500 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Forma Padrão:

$$\text{MIN } Z = 14X_1 + 13X_2 + 11X_3 + 13X_4 + 13X_5 + 12X_6 + MX_7^a + MX_8^a + MX_9^a + MX_{10}^a + MX_{11}^a$$

$$\text{s.a.}\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_7^a = 1200 \\ X_4 + X_5 + X_6 + X_8^a = 1000 \\ X_1 + X_4 + X_9^a = 1000 \\ X_2 + X_5 + X_{10}^a = 700 \\ X_3 + X_6 + X_{11}^a = 500 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

• Fase I

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7^a	X_8^a	X_9^a	X_{10}^a	X_{11}^a	
X_7^a	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1200
X_8^a	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1000
X_9^a	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1000
X_{10}^a	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	700
X_{11}^a	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	500
	14	13	11	13	13	12	M	M	M	M	M	Z

↳ Atualizando Z em função das variáveis não básicas

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7^a	X_8^a	X_9^a	X_{10}^a	X_{11}^a	
X_7^a	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1200
X_8^a	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1000
X_9^a	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1000
X_{10}^a	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	700
X_{11}^a	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	500
	14-2M	13-2M	11-2M	13-2M	13-2M	12-2M	0	0	0	0	0	Z-4400M

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7^a	X_8^a	X_9^a	X_{10}^a	X_{11}^a	
X_7^a	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1200
X_8^a	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1000
X_9^a	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1000
X_{10}^a	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	700
X_{11}^a	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	500
	14	13	11	13	13	12	0	0	0	0	0	Z
	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0	0	0	0	0	W-4400

↳ $X = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1200\ 1000\ 1000\ 700\ 500)$

$Z(X) = 0$ e $W(X) = 4400$

→ Solução não é ótima ($c_w < 0$)

↳ Entra na base (arbitrário): X_1
↳ Sai da base: MIN (1200; 1000) = 1000 ⇒ X_9^a

1ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7^a	X_8^a	X_9^a	X_{10}^a	X_{11}^a	
X_7^a	0	1	1	-1	0	0	1	0	-1	0	0	200
X_8^a	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1000
X_1	$\boxed{1}$	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1000
X_{10}^a	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	700
X_{11}^a	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	500
	0	13	11	-1	13	12	0	0	-14	0	0	Z - 14000
	0	-2	-2	0	-2	-2	0	0	2	0	0	W - 2400

↳ Entra na base (arbitrário): X_2
↳ Sai da base: MIN (200; 700) = 200 ⇒ X_7^a

2ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7^a	X_8^a	X_9^a	X_{10}^a	X_{11}^a	
X_2	0	$\boxed{1}$	1	-1	0	0	1	0	-1	0	0	200
X_8^a	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1000
X_1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1000
X_{10}^a	0	0	-1	1	1	0	-1	0	1	1	0	500
X_{11}^a	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	500
	0	0	-2	12	13	12	-13	0	-1	0	0	Z - 16600
	0	0	0	-2	-2	-2	2	0	0	0	0	W - 2000

↳ Entra na base (arbitrário): X_4
↳ Sai da base: MIN (1000; 1000; 500) = 500 ⇒ X_{10}^a

tilibra

3ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7^a	X_8^a	X_9^a	X_{10}^a	X_{11}^a	
X_2	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	700
X_8^a	0	0	1	0	0	1	1	1	-1	-1	0	500
X_1	1	0	1	0	-1	0	1	0	0	-1	0	500
X_4	0	0	-1	$\boxed{1}$	1	0	-1	0	1	1	0	500
X_{11}^a	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	500
	0	0	10	0	1	12	-1	0	-13	-12	0	Z - 22600
	0	0	-2	0	0	-2	0	0	2	2	0	W - 1000

↳ Entra na base (arbitrária): X_3

↳ Sai da base: MIN (500; 500; 500) = 500 (arbitrária) ⇒ X_8^a

4ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7^a	X_8^a	X_9^a	X_{10}^a	X_{11}^a	
X_2	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	700
X_3	0	0	$\boxed{1}$	0	0	1	1	1	-1	-1	0	500
X_1	1	0	0	0	-1	-1	0	-1	1	0	0	0
X_4	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1000
X_{11}^a	0	0	0	0	0	0	-1	-1	1	1	1	0
	0	0	0	0	1	2	-11	-10	-3	-2	0	Z - 27600
	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	W - 0

↳ Como ∄ $c_j < 0$ para $j \in NB$ e $W^*(X) = 0$, aqui é marcado o fim da fase I, existindo a fase II. Contudo, é necessário retirar X_{11}^a da base, por ser artificial e $X_{11}^a = 0$.

↳ Contudo, como ∄ $a_{5j} \neq 0$, a restrição é redundante e pode ser retirada do quadro.

Dessa forma (início da Fase II):

4ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	
X_2	0	1	0	0	1	0	700
X_3	0	0	1	0	0	1	500
X_1	1	0	0	0	-1	-1	0
X_4	0	0	0	1	1	1	1000
	0	0	0	0	1	2	$z - 27600$

↳ $X^* = (0 \quad 700 \quad 500 \quad 1000 \quad 0 \quad 0)$
$z^*(X) = 27600$

∴ Como $\nexists\, c_i \leq 0$ com $i \in NB$, marca o fim da fase II e a solução é ótima e única.

⑨ $MAX \; z = 2X_1 + 2X_2$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 2X_1 + X_2 \leq 2 \\ X_1 + X_2 \geq 5 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Forma Padrão: $MIN \; -z = -2X_1 - 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + MX_5^a$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 2X_1 + X_2 + X_3 = 2 \\ X_1 + X_2 - X_4 + X_5^a = 5 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

- Fase I

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5^a	
X_3	2	1	1	0	0	2
X_5^a	1	1	0	-1	1	5
	-2	-2	0	0	M	-Z

↳ Atualizando Z em função das variáveis não básicas

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5^a	
X_3	2	1	1	0	0	2
X_5^a	1	1	0	-1	1	5
	$-2-M$	$-2-M$	0	M	0	$-Z-5M$

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5^a	
X_3	2	1	1	0	0	2
X_5^a	1	1	0	-1	1	5
	-2	-2	0	0	0	-Z
	-1	-1	0	1	0	W-5

↳ $X = (0 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \quad 5)$
$Z(X) = 0$ e $W(X) = 5$

→ Solução não é ótima ($c_{21} < 0$)

↳ Entra na base (arbitrário): X_1
↳ Sai da base: $MIN(1;5) = 1 \Rightarrow X_3$

1ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5^a	
X_1	$\boxed{1}$	$1/2$	$1/2$	0	0	1
X_5^a	0	$1/2$	$-1/2$	-1	1	4
	0	-1	1	0	0	$-Z+2$
	0	$-1/2$	$1/2$	1	0	$W-4$

↳ Entra na base: X_2
↳ Sai da base: $\text{MIN}(2;8)=2 \Rightarrow X_1$

2ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5^a	
X_2	2	$\boxed{1}$	1	0	0	2
X_5^a	-1	0	-1	-1	1	3
	2	0	2	0	0	$-Z+4$
	1	0	1	1	0	$W-3$

↳ $X=(0\ \ 2\ \ 0\ \ 0\ \ 3)$
$Z(X)=4$ e $W(X)=3$

∴ Como $W^*(X) \neq 0$ ao final da Fase I ($\nexists\ c_N < 0$), o problema é do tipo inviável e, portanto, sem solução (não existe fase II).

(12) $\text{MIN } Z = 2X_1 - X_2 + 4X_3$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 5X_1 - 2X_2 - 3X_3 \geq 7 \\ 2X_1 - 2X_2 + X_3 \leq 8 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Forma Padrão: $\text{MIN } Z = 2X_1 - X_2 + 4X_3 + 0X_4 + 0X_5 + M X_6^a$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 5X_1 - 2X_2 - 3X_3 - X_4 + X_6^a = 7 \\ 2X_1 - 2X_2 + X_3 + X_5 = 8 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

• Fase I

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	
X_6^a	5	-2	-3	-1	0	1	7
X_5	2	-2	1	0	1	0	8
	2	-1	4	0	0	M	Z

↳ Atualizando Z em função das variáveis não básicas

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	
X_6^a	5	-2	-3	-1	0	1	7
X_5	2	-2	1	0	1	0	8
	2-5M	-1+2M	4+3M	M	0	0	Z - 7M

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	
X_6^a	5	-2	-3	-1	0	1	7
X_5	2	-2	1	0	1	0	8
	2	-1	4	0	0	0	Z
	-5	2	3	1	0	0	W - 7

↳ $X = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 8 \quad 7)$
$Z(X) = 0$ e $W(X) = 7$

→ Solução não ótima ($c_{21} < 0$)

↳ Entra na base: X_1
↳ Sai da base: $\text{MIN}(7/5 ; 4) = 7/5 \Rightarrow X_6^a$

1ª	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6^a	
x_1	1	-2/5	-3/5	-1/5	0	1/5	7/5
x_5	0	-6/5	11/5	2/5	1	-2/5	26/5
	0	-1/5	26/5	2/5	0	-2/5	$Z - 14/5$
	0	0	0	0	0	1	$W - 0$

↳ Como $\nexists\ c_j < 0$ para $j \in NB$ e $W^*(x) = 0$, aqui é marcado o fim da fase I, existindo a fase II.

• Fase II

1ª	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	1	-2/5	-3/5	-1/5	0	7/5
x_5	0	-6/5	11/5	2/5	1	26/5
	0	-1/5	26/5	2/5	0	$Z - 14/5$

↳ $x = (7/5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 26/5)$

$Z(x) = 14/5$

∴ Como x_2 necessita entrar na base mas possui todos os $a_{i2} < 0$, então diz-se que o problema possui solução viável (não ótima) do tipo $Z^*(x) = -\infty$.

(14) MIN $Z = 2x_1 + 5x_2$

s.a. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ 7x_1 + 4x_2 \leq 28 \\ x \geq 0 \end{cases}$

Forma Padrão: MIN $Z = 2X_1 + 5X_2 + 0X_3 + 0X_4 + MX_5^a$

$$\text{s.a.}\begin{cases} 2X_1 + 3X_2 - X_3 + X_5^a = 12 \\ 7X_1 + 4X_2 + X_4 = 28 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

• Fase I

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5^a	
X_5^a	2	3	-1	0	1	12
X_4	7	4	0	1	0	28
	2	5	0	0	M	Z

↳ Atualizando Z em função das variáveis não básicas

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5^a	
X_5^a	2	3	-1	0	1	12
X_4	7	4	0	1	0	28
	2-2M	5-3M	M	0	0	Z - 12M

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5^a	
X_5^a	2	3	-1	0	1	12
X_4	7	4	0	1	0	28
	2	5	0	0	0	Z
	-2	-3	1	0	0	W - 12

↳ $X = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 28 \quad 12)$
$Z(x) = 0$ e $W(x) = 12$

→ Solução não ótima ($c_{22} < 0$)

↳ Entra na base: x_2
↳ Sai da base: $MIN(4;7) = 4 \Rightarrow x_5^a$

1ª	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5^a	
x_2	2/3	1	-1/3	0	1/3	4
x_4	13/3	0	4/3	1	-4/3	12
	-4/3	0	5/3	0	-5/3	Z - 20
	0	0	0	0	1	W - 0

↳ Como $\nexists\, c_j < 0$ para $j \in NB$ e $W^*(x) = 0$, aqui é marcado o fim da fase I, existindo a fase II.

• Fase II

1ª	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_2	2/3	1	-1/3	0	4
x_4	13/3	0	4/3	1	12
	-4/3	0	5/3	0	Z - 20

↳ Entra na base: x_1
↳ Sai da base: $MIN(6; 36/13) = 36/13 \Rightarrow x_4$

2ª	x_1	x_2	x_3	x_4	
x_2	0	1	-7/13	4/13	28/13
x_1	1	0	4/13	3/13	36/13
	0	0	27/13	4/13	Z - 212/13

↳ $X^* = (36/13 \quad 28/13 \quad 0 \quad 0)$
$Z^*(x) = \frac{212}{13}$

∴ Como $\nexists\, c_j \leq 0$ para $j \in NB$, é marcado o fim da fase II e a solução é ótima e única.

(15) MIN $Z = 5X_1 + 4X_2$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 10X_1 + 2X_2 \geq 20 \\ 8X_1 + 4X_2 \geq 32 \\ 4X_1 + 10X_2 \geq 40 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Forma Padrão: MIN $Z = 5X_1 + 4X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 + MX_6^a + MX_7^a + MX_8^a$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 10X_1 + 2X_2 - X_3 + X_6^a = 20 \\ 8X_1 + 4X_2 - X_4 + X_7^a = 32 \\ 4X_1 + 10X_2 - X_5 + X_8^a = 40 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

• Fase I

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	X_8^a	
X_6^a	10	2	-1	0	0	1	0	0	20
X_7^a	8	4	0	-1	0	0	1	0	32
X_8^a	4	10	0	0	-1	0	0	1	40
	5	4	0	0	0	M	M	M	Z

↳ Atualizando Z em função das variáveis não básicas

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	X_8^a	
X_6^a	10	2	−1	0	0	1	0	0	20
X_7^a	8	4	0	−1	0	0	1	0	32
X_8^a	4	10	0	0	−1	0	0	1	40
	5-22M	4-16M	M	M	M	0	0	0	Z−92M

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	X_8^a	
X_6^a	10	2	−1	0	0	1	0	0	20
X_7^a	8	4	0	−1	0	0	1	0	32
X_8^a	4	10	0	0	−1	0	0	1	40
	5	4	0	0	0	0	0	0	Z
	−22	−16	1	1	1	0	0	0	W−92

↳ $X = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 20\ 32\ 40)$
$Z(X) = 0$ e $W(X) = 92$

→ Solução não ótima ($c_{21} < 0$)

↳ Entra na base: X_1
↳ Sai da base: $MIN(2;4;10) = 2 \Rightarrow X_6^a$

1ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	X_8^a	
X_1	1	1/5	−1/10	0	0	1/10	0	0	2
X_7^a	0	12/5	4/5	−1	0	−4/5	1	0	16
X_8^a	0	46/5	2/5	0	−1	−2/5	0	1	32
	0	3	1/2	0	0	−1/2	0	0	Z−10
	0	−58/5	−6/5	1	1	11/5	0	0	W−48

↳ Entra na base: X_2
↳ Sai da base: MIN $(10; 20/3; 80/23) = 80/23 \Rightarrow X_8^a$

2^a	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	X_8^a	
X_1	1	0	-5/46	0	1/46	5/46	0	-1/46	30/23
X_7^a	0	0	16/23	-1	6/23	-16/23	1	-6/23	176/23
X_2	0	$\boxed{1}$	1/23	0	-5/46	-1/23	0	5/46	80/23
	0	0	17/46	0	15/46	-17/46	0	-15/46	Z-470/23
	0	0	-16/23	1	-6/23	39/23	0	29/23	W-176/23

↳ Entra na base: X_3
↳ Sai da base: MIN $(11; 80) = 11 \Rightarrow X_7^a$

3^a	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	X_7^a	X_8^a	
X_1	1	0	0	-5/32	1/16	0	5/32	-1/16	5/2
X_3	0	0	$\boxed{1}$	-23/16	3/8	-1	23/16	-3/8	11
X_2	0	1	0	1/16	-1/8	0	-1/16	1/8	3
	0	0	0	17/32	3/16	0	-17/32	-3/16	Z-49/2
	0	0	0	0	0	1	1	1	W-0

↳ Como $\nexists\, c_j < 0$ para $j \in NB$ e $W^*(x) = 0$, aqui é marcado o fim da fase I, existindo a fase II.

• Fase II

3^a	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	
X_1	1	0	0	-5/32	1/16	5/2
X_3	0	0	1	-23/16	3/8	11
X_2	0	1	0	1/16	-1/8	3
	0	0	0	17/32	3/16	Z-49/2

↳ $X^* = (5/2 \quad 3 \quad 11 \quad 0 \quad 0)$
$Z^*(X) = \frac{49}{2}$

∴ Como $\nexists\ c_j \leq 0$ para $j \in NB$, é marcado o fim da fase II e a solução é ótima e única.

(16) $\text{MAX } Z = -2X_1 - 4X_2 - 10X_3$

$$\text{s.a.} \begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 \leq 120 \\ X_1 + 2X_2 + 5X_3 \geq 30 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Forma Padrão: $\text{MIN } -Z = 2X_1 + 4X_2 + 10X_3 + 0X_4 + 0X_5 + MX_6^a$

$$\text{s.a.} \begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 120 \\ X_1 + 2X_2 + 5X_3 - X_5 + X_6^a = 30 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

- Fase I

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6^a	
X_4	1	1	1	1	0	0	120
X_6^a	1	2	5	0	-1	1	30
	2	4	10	0	0	M	$-Z$

↳ Atualizando Z em função das variáveis não básicas

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6^a	
x_4	1	1	1	1	0	0	120
x_6^a	1	2	5	0	−1	1	30
	2−M	4−2M	10−5M	0	M	0	−Z − 30M

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6^a	
x_4	1	1	1	1	0	0	120
x_6^a	1	2	5	0	−1	1	30
	2	4	10	0	0	0	−Z
	−1	−2	−5	0	1	0	W − 30

↳ $X = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 120 \quad 0 \quad 30)$
$Z(X) = 0$ e $W(X) = 30$

→ Solução não ótima ($c_{23} < 0$)

↳ Entra na base: x_3
↳ Sai da base: $\text{MIN}(120; 6) = 6 \Rightarrow x_6^a$

1ª	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6^a	
x_4	4/5	3/5	0	1	1/5	−1/5	114
x_3	1/5	2/5	$\boxed{1}$	0	−1/5	1/5	6
	0	0	0	0	2	−2	−Z − 60
	0	0	0	0	0	1	W − 0

↳ Como $\nexists\, c_j < 0$ para $j \in NB$ e $W^*(X) = 0$ aqui é marcado o fim da fase I, existindo a fase II.

• Fase II

1ª	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	
X_4	4/5	3/5	0	1	1/5	114
X_3	1/5	2/5	1	0	-1/5	6
	0	0	0	0	2	-Z - 60

↳ $X^* = (0 \quad 0 \quad 6 \quad 114 \quad 0)$
$Z^*(X) = -60$

∴ Como $\exists\, c_j = 0$ para $j \in NB$ (X_1 e X_2), tem-se infinitas soluções ótimas.

(18) MIN $Z = 2X_1 + 3X_2$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 4X_1 + 2X_2 \geq -2 \\ 8X_1 - 2X_2 = 4 \\ X_1 \text{ livre} ;\ X_2 \geq 0 \end{cases}$$

Forma Padrão: MIN $Z = 2X_1' - 2X_1'' + 3X_2 + 0X_3 + MX_4^a$

$$\text{s.a.} \begin{cases} -4X_1' + 4X_1'' - 2X_2 + X_3 = 2 \\ 8X_1' - 8X_1'' - 2X_2 + X_4^a = 4 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

↳ Resolução pelo Quadro Simplex

• Fase I

	X_1'	X_1''	X_2	X_3	X_4^a	
X_3	-4	4	-2	1	0	2
X_4^a	8	-8	-2	0	1	4
	2	-2	3	0	M	Z

↳ Atualizando Z em função das variáveis não básicas

	X_1'	X_1''	X_2	X_3	X_4^a	
X_3	-4	4	-2	1	0	2
X_4^a	8	-8	-2	0	1	4
	$2-8M$	$-2+8M$	$3+2M$	0	0	$Z-4M$

↳ Separando Z com uma função auxiliar (W)

	X_1'	X_1''	X_2	X_3	X_4^a	
X_3	-4	4	-2	1	0	2
X_4^a	8	-8	-2	0	1	4
	2	-2	3	0	0	Z
	-8	8	2	0	0	$W-4$

↳ $X=(0 \quad 0 \quad 0 \quad 2 \quad 4)$

$Z(X)=0$ e $W(X)=4$

→ Solução não ótima $(c_{21} < 0)$

↳ Entra na base: X_1'

↳ Sai da base: $MIN(1/2) = 1/2 \Rightarrow X_4^a$

1º	X_1'	X_1''	X_2	X_3	X_4^a	
X_3	0	0	-3	1	$1/2$	4
X_1'	1	-1	$-1/4$	0	$1/8$	$1/2$
	0	0	$7/2$	0	$-1/4$	$Z-1$
	0	0	0	0	1	$W-0$

↳ Como $\nexists\, c_j < 0$ para $j \in NB$ e $W^*(X)=0$, aqui é marcado o fim da fase I, existindo a fase II.

- Fase II

	X_1'	X_1''	X_2	X_3	
X_3	0	0	-3	1	4
X_1'	1	-1	$-1/4$	0	$1/2$
	0	0	$7/2$	0	$z-1$

↳ $X^* = (1/2 \quad 0 \quad 0 \quad 4)$
$Z^*(X) = 1$

$\therefore$ Como $\exists\, c_j = 0$ para $j \in NB$ (X_1''), tem-se infinitas soluções ótimas.