29 01 21

Nome: Davi Augusto Neves Leite   RA: 191027383

5ª Atividade Avaliativa (P.O. - B.C.C.)

① * $\Sigma O = 83$
$\Sigma D = 75$

Como $\Sigma O \neq \Sigma D$, cria-se uma nova fictícia 5 com <u>demanda</u> de 8 ($\Sigma O > \Sigma D$).

a)

	1	2	3	4	5*	
1	6 (20)	7	3	6	0	~~20~~
2	7 (5)	5 (10)	100 (10)	5	0	~~25~~
3	8	6	9 (10)	3 (20)	0 (8)	38
	25	10	20	20	8	

↳ Solução inicial:

	1	2	3	4	5*	
1	6 (20)	7	3	6	0	20
2	7 (5)	5 (10)	100 (10)	5	0	25
3	8	6	9 (10)	3 (20)	0 (8)	38
	25	10	20	20	8	

$X_{11} = 20$; $X_{21} = 5$; $X_{22} = 10$; $X_{23} = 10$;
$X_{33} = 10$; $X_{34} = 20$; $X_{35} = 8$

$Z = 1355$

b)

	1	2	3	4	5*		Diferenças					
1	6	7	3 / 20	6	0 / 0	20	3	X	X	X	X	X
2	7 / 7	5 / 10	100	5	0 / 8	25	5	5	0	2	7	7
3	8 / 18	6	9	3 / 20	0	38	3	3	3	2	8	X
	25	10	20	20	8							
	1	1	6	2	0							
	1	1	X	2	0							
	1	1	X	2	X							
	1	1	X	X	X							
	1	X	X	X	X							
	7	X	X	X	X							

↳ Solução inicial:

$X_{13} = 20$; $X_{15} = 0$; $X_{21} = 7$; $X_{22} = 10$;
$X_{25} = 8$; $X_{31} = 18$; $X_{34} = 20$

$Z = 363$

c) • Teste de otimalidade

	1	2	3	4	5*		u_i
1	6 (-1)	7 (2)	3 / 20	6 (4)	0 / 0	20	0
2	7 / 7	5 / 10	100 (97)	5 (3)	0 / 8	25	0
3	8 / 18	6 (1)	9 (5)	3 / 20	0 (-1)	38	1
	25	10	20	20	8		
v_j	7	5	3	2	0		

↳ Como $\exists\, c_R < 0$, a solução não é ótima

↳ Entra na base: X_{11} (arbitrário)

↳ Sai da base:

	1	2	3	4	5*	
1	6 / (-1) +	7 / (2)	3 / 20	6 / (4)	0 / 0 −	20
2	7 / 7 −	5 / 10	100 / (97)	5 / (3)	0 / 8 +	25
3	8 / 18	6 / (1)	9 / (5)	3 / 20	0 / (-1)	38
	25	10	20	20	8	

↳ $\Delta = MIN(X_{21}; X_{15}) = 0 \Rightarrow X_{15}$

⇒

	1	2	3	4	5*		u_i
1	6 / 0	7 / (3)	3 / 20	6 / (5)	0 / (1)	20	6
2	7 / 7	5 / 10	100 / (96)	5 / (3)	0 / 8	25	7
3	8 / 18	6 / (0)	9 / (4)	3 / 20	0 / (-1)	38	8
	25	10	20	20	8		
v_j	0	-2	-3	-5	-7		

↳ Entra na base: X_{35}

↳ Sai da base:

	1	2	3	4	5*	
1	6 / 0	7 / (3)	3 / 20	6 / (5)	0 / (1)	20
2	7 / 7 +	5 / 10	100 / (96)	5 / (3)	0 / 8 −	25
3	8 / 18 −	6 / (0)	9 / (4)	3 / 20	0 / (-1) +	38
	25	10	20	20	8	

↳ $\Delta = MIN(X_{25}; X_{31}) = 8 \Rightarrow X_{25}$

⇒

	1	2	3	4	5		u_i
1	6 / 0	7 / (3)	3 / 20	6 / (5)	0 / (2)	20	6
2	7 / 15	5 / 10	100 / (96)	5 / (3)	0 / (1)	25	7
3	8 / 10	6 / (0)	9 / (4)	3 / 20	0 / 8	38	8
	25	10	20	20	8		
v_j	0	-2	-3	-5	-8		

↳ Como ∄ $c_R < 0$, o quadro atual é ótimo. Além disso, como $\exists\, c_R = 0$, o problema é classificado como <u>múltiplas soluções</u>.

∴ Solução Ótima:

$X_{11}=0$; $X_{13}=20$; $X_{21}=15$; $X_{22}=10$;
$X_{31}=10$; $X_{34}=20$; $X_{35}=8$

$Z^* = 355$

(2) * $\Sigma O = 265$
$\Sigma D = 265$

↳ Como $\Sigma O = \Sigma D$, é possível resolver pela Simplex.

a)

	1	2	3	4		Diferenças
1	18	19	14	11 / 70	70	3 3 3 X X X
2	14 / 50	22	25 / 30	25 / 15	95	18 3 0 0 0 25
3	14	13 / 60	14 / 40	16	100	1 1 2 2 X X
	50	60	70	85		
	0	6	6	5		
	X	6	0	5		
	X	X	0	5		
	X	X	11	9		
	X	X	25	25		
	X	X	X	25		

↳ Solução inicial: $X_{14}=70$; $X_{21}=50$; $X_{23}=30$;
$X_{24}=15$; $X_{32}=60$; $X_{33}=40$
$Z = 3935$

b)

	1	2	3	4	
1	18 / 50	19 / 20	14	11	70
2	14	22 / 40	25 / 55	25	95
3	14	13	14 / 15	16 / 85	100
	50	60	70	85	

↳ Solução inicial:

$X_{11} = 50$; $X_{12} = 20$; $X_{22} = 40$; $X_{23} = 55$;
$X_{33} = 15$; $X_{34} = 85$

$Z = 5105$

c) • teste de otimalidade

	1	2	3	4		u_i
1	18 / 50	19 / 20	14 / (-8)	11 / (-13)	70	0
2	14 / (-7)	22 / 40	25 / 55	25 / (-2)	95	3
3	14 / (4)	13 / (2)	14 / 15	16 / 85	100	-8
	50	60	70	85		
v_j	18	19	22	24		

↳ Entra na base: X_{14}
↳ Sai da base:

	1	2	3	4	
1	18 / 50	19 − / 20	14 / (-8)	11 + / (-13)	70
2	14 / (-7)	22 + / 40	25 − / 55	25 / (-2)	95
3	14 / (4)	13 / (2)	14 + / 15	16 − / 85	100
	50	60	70	85	

↳ $\Delta = MIN(X_{12}; X_{23}; X_{34}) = 20$
$\rightarrow X_{12}$

	1	2	3	4		u_i
1	18 / 50	19 / (13)	14 / (5)	11 / 20	70	0
2	14 / (-20)	22 / 60	25 / 35	25 / (-2)	95	16
3	14 / (-9)	13 / (2)	14 / 35	16 / 65	100	5
	50	60	70	85		
V_j	18	6	9	11		

↳ Entra na base: X_{21}

↳ Sai da base:

	1	2	3	4	
1	18 − 50	19 (13)	14 (5)	11 + 20	70
2	14 + (-20)	22 60	25 − 35	25 (-2)	95
3	14 (-9)	13 (2)	14 + 35	16 − 65	100
	50	60	70	85	

↳ $\Delta = \text{MIN}(X_{11}; X_{34}; X_{23}) = 35$

$\Rightarrow X_{23}$

	1	2	3	4		u_i
1	18 / 15	19 / (-7)	14 / (5)	11 / 55	70	0
2	14 / 35	22 / 60	25 / (20)	25 / (18)	95	-4
3	14 / (-9)	13 / (-15)	14 / 70	16 / 30	100	5
	50	60	70	85		
V_j	18	26	9	11		

↳ Entra na base: X_{32}

↳ Sai da base:

	1	2	3	4	
1	18 − 15	19 (-7)	14 (5)	11 + 55	70
2	14 + 35	22 − 60	25 (20)	25 (18)	95
3	14 (-9)	13 + (-15)	14 70	16 − 30	100
	50	60	70	85	

↳ $\Delta = \text{MIN}(X_{11}; X_{22}; X_{34}) = 15$

$\Rightarrow X_{11}$

⇒

	1	2	3	4		u_i
1	18 (18)	19 (11)	14 (5)	11 70	70	-5
2	14 50	22 45	25 (2)	25 (0)	95	9
3	14 (9)	13 15	14 70	16 15	100	0
	50	60	70	85		
v_j	5	13	14	16		

↳ Como $\nexists$ CR < 0, o quadro atual é ótimo. Além disso, como $\exists$ CR $= 0$, o problema é classificado como <u>múltiplas soluções.</u>

∴ Solução ótima:

$X_{14} = 70$; $X_{21} = 50$; $X_{22} = 45$; $X_{32} = 15$;
$X_{33} = 70$; $X_{34} = 15$

$Z^* = 3875$

(3) a) $* \ \Sigma O = 70$
$\Sigma D = 60$

↳ Como $\Sigma O \neq \Sigma D$, é necessário criar um nó fictício 6 com <u>demanda</u> de 10 ($\Sigma O > \Sigma D$)

↳ Unidades do Sistema = 70

• Análise das Localidades

Localidade 1: origem + junção
Localidade 2: origem
Localidade 3: destino + junção
Localidade 4: junção

Localidade 5: destino
Localidade 6*: destino

Dessa forma, o quadro inicial é:

	1	3	4	5	6	
1	0	2	6	3	0	100
2	1	8	100	100	0	40
3	100	0	3	7	0	70
4	100	100	0	4	0	70
	70	85	70	45	10	

$\Sigma O = 280$

$\Sigma D = 280$

b)

	1	3	4	5	6		Diferenças
1	0 (40)	2 (15)	6	3 (45)	0	100	0 0 0 0 0 0 X
2	1 (30)	8	100	100	0 (10)	40	1 1 1 1 1 X X
3	100	0 (70)	3	7	0	70	0 0 0 X X X X
4	100	100	0 (70)	4	0 (0)	70	0 X X X X X X
	70	85	70	45	10		
	1	2	3	1	0		
	1	2	X	4	0		
	1	2	X	X	0		
	1	6	X	X	0		
	1	X	X	X	0		
	1	X	X	X	X		
	1	X	X	X	X		

↳ Solução inicial: $X_{11} = 40$; $X_{13} = 15$; $X_{15} = 45$; $X_{26} = 10$; $X_{21} = 30$; $X_{33} = 70$; $X_{44} = 70$; $X_{46} = 0$

$Z = 195$

c)

	1	3	4	5	6		u_i
1	0 / 40	2 / 15	6 / (7)	3 / 45	2 / (1)	100	0
2	1 / 30	8 / (5)	100 / (100)	100 / (96)	0 / 10	40	1
3	100 / (102)	0 / 70	3 / (6)	7 / (6)	0 / (3)	70	−2
4	100 / (99)	100 / (97)	0 / 70	4 / (0)	0 / 0	70	1
	70	85	70	45	10		
v_j	0	2	−1	3	−1		

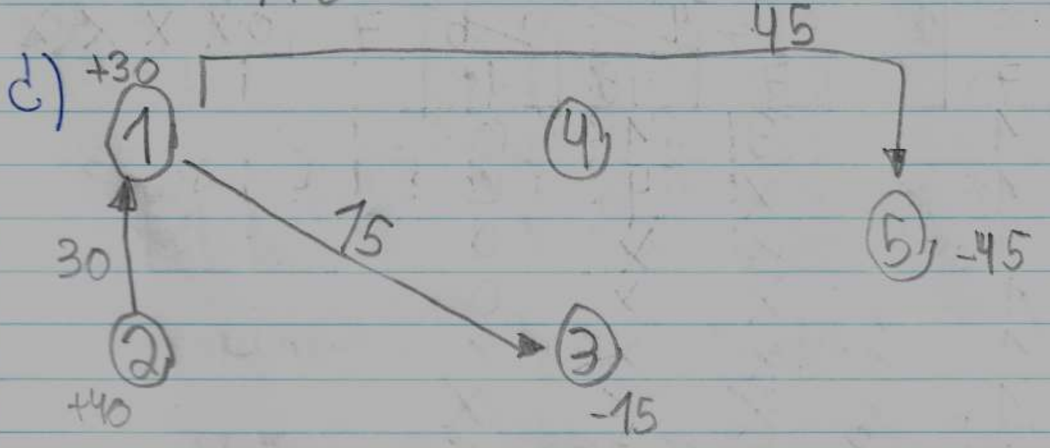
↳ Como $\nexists\, c_R < 0$, o quadro atual é ótimo. Além disso, como $\exists\, c_R = 0$, existem múltiplas soluções para esse problema.

∴ Solução Ótima:

$X_{11} = 40$; $X_{13} = 15$; $X_{15} = 45$; $X_{21} = 30$; $X_{26} = 10$; $X_{33} = 70$; $X_{44} = 70$; $X_{46} = 0$

$Z^* = 195$

d)



⇒ Sobrarão 10 unidades do nó 2 (X_{26})

⇒ X_{11}: Não serão expedidas 40 das 70 unidades do sistema pelo nó 1

⇒ X_{33} e X_{44}: Não serão expedidas as 70 unidades do sistema pelos nós 3 e 4.

4) * Como $m \neq n$ (nº indivíduos $\neq$ nº de tarefas), é necessário criar um nó fictício E nas linhas (pois $m < n$).

- Aplicação do Método Húngaro

↳ Inicialização

Linhas:

	1	2	3	4	5	Menor custo
A	1	3	0	95	3	c_{A3}
B	1	3	0	2	4	c_{B3}
C	1	3	0	2	2	c_{C3}
D	3	2	1	0	0	c_{D4}/c_{D5}
E*	0	0	0	0	0	c_{E1}

Colunas:

	1	2	3	4	5
A	1	3	0	95	3
B	1	3	0	2	4
C	1	3	0	2	2
D	3	2	1	0	0
E*	0	0	0	0	0
	c_{E1}	c_{E2}	c_{A3}	c_{D4}	c_{D5}

$\underbrace{c_{E1} \quad c_{E2} \quad c_{A3} \quad c_{D4} \quad c_{D5}}_{\text{menores custos}}$

↳ Processo Iterativo

	1	2	3	4	5
A	1	3	0	95	3
B	1	3	0	2	4
C	1	3	0	2	2
D	3	2	1	0	0
E*	0	0	0	0	0

* nº retas $= 3 \neq m = 5$

↳ $\Delta = c_{A1} = 1$

	1	2	3	4	5
A	0	2	0	94	2
B	0	2	0	1	3
C	0	2	0	1	1
D	3	2	2	0	0
E*	0	0	1	0	0

* nº retas = 4 ≠ m = 5

↳ $\Delta = c_{B4} = 1$

	1	2	3	4	5
A	0	1	0	93	1
B	0	1	0	0	2
C	0	1	0	0	0
D	4	2	3	0	0
E*	1	0	2	0	0

↳ Como nº retas = 5 = m, o quadro ótimo é dado por:

	1	2	3	4	5
A	0	1	0	93	1
B	0	1	0	0	2
C	0	1	0	0	0
D	4	2	3	0	0
E*	1	0	2	0	0

∴ A solução ótima é dada por:

$$X_{A1} = X_{E2} = X_{B3} = X_{C4} = X_{D5} = 1$$
$$Z^* = 6 + 0 + 6 + 8 + 6 = 26$$

Alocar:

Professor	A	B	C	D	A ser contratado
Tarefa	1	3	4	5	2