21.07.20

Nome: Davi Augusto N. Leite RA: 191027383

Atividade - 21/07/2020

• Método Gauss-Seidel

$$\begin{bmatrix} 10 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 11 \\ 8 \end{bmatrix}$$

e $X^{(0)} = (0,0,0)^T$ e precisão $\varepsilon = 0,01$

I) $B = \begin{bmatrix} 0 & -2/10 & -1/10 \\ -1/5 & 0 & -1/5 \\ -2/10 & -3/10 & 0 \end{bmatrix}$ e $g = \begin{bmatrix} 14/10 \\ 11/5 \\ 8/5 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = (14 - 2x_2 - x_3)/10 \\ x_2 = (11 - x_1 - x_3)/5 \\ x_3 = (8 - 2x_1 - 3x_2)/10 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -1/5 & 0 & -1/5 \\ -2/10 & -3/10 & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 11/5 \\ 8/5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = (14 - 2x_2 - x_3)/10 \\ x_2 = (11 - x_1 - x_3)/5 \\ x_3 = (8 - 2x_1 - 3x_2)/10 \end{cases}$$

II) Convergência:

→ Linha: * $|-2/10| + |-1/10| = 3/10 = 0,3$

* $|-1/5| + |-1/5| = 2/5 = 0,4$

* $|-2/10| + |-3/10| = 1/2 = 0,5$

$\Rightarrow \text{MAX}\{3/10 ; 2/5 ; 1/2\} = 1/2 < 1$

Há convergência.

III) Iterações

$\rightarrow X^{(0)} = (0,0,0)^{t}$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1^{(1)} = 1,4 \\ X_2^{(1)} = (11 - 1,4 - 0)/5 = 1,92 \\ X_3^{(1)} = (8 - 1,4 - 1,92)/10 = -0,056 \end{cases}$$

$$\text{Erro} = \frac{\| X^{(1)} - X^{(0)} \|_\infty}{\| X^{(1)} \|_\infty} = \frac{\text{MAX}\{ |0-1,4| ; |0-1,92| ; |0+0,056| \}}{\text{MAX}\{ |1,4| ; |1,92| ; |-0,056| \}}$$

$$\text{Erro} = \frac{1,92}{1,92} = 1 > \varepsilon$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1^{(2)} = 1,0246 \\ X_2^{(2)} = 2,0069 \\ X_3^{(2)} = -0,0064 \end{cases}$$

Erro = 0,3724 = 0,1886 > ε

$$\text{Erro} = \frac{1,92}{1,92} = 1 > \varepsilon$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1^{(2)} = 1,0216 \\ x_2^{(2)} = 2,0069 \\ x_3^{(2)} = -0,0064 \end{cases}$$

$$\text{Erro} = \frac{0,3784}{2,0069} = 0,1886 > \varepsilon$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1^{(3)} = 0,9993 \\ x_2^{(3)} = 2,0014 \\ x_3^{(3)} = -0,0003 \end{cases}$$

$$\text{Erro} = \frac{0,0223}{2,0014} = 0,0112 > \varepsilon$$

___:___:___

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1^{(4)} = 0{,}9997 \\ x_2^{(4)} = 2{,}0001 \\ x_3^{(4)} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Erro} = \frac{0{,}0013}{2{,}0001} = 0{,}0007 < \varepsilon$$

$$\therefore x^* = \begin{bmatrix} 0{,}9997 \\ 2{,}0001 \\ 0 \end{bmatrix}$$