

9. Em quais aspectos Chamberlin e Robinson estão claramente na tradição marginalista ou neoclássica?
10. O que é o problema diretor-agente? Como ele se relaciona com a ineficiência de X? Por que a ineficiência de X ocorre, mais provavelmente, no oligopólio e no monopólio perfeito do que na concorrência perfeita e na concorrência monopolista? Você considera a ineficiência de X um problema crescente na economia? Explique seu raciocínio.

Leituras selecionadas

Livros

BLAUG, Mark (ed.). *Edward Chamberlin*. Brookfield, VT: Edward Elgar, 1993.

BREIT, William e RANSOM, Roger L. *The academic scribblers*. Edição revista. Capítulo 6. Chicago, IL: Dryden Press, 1982.

CHAMBERLIN Edward H. *The theory of monopolistic competition*. 5. ed. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1946. [Originalmente publicado em 1933.]

FEIWEL, George R. (ed.). *Joan Robinson and modern economic theory*. Nova York: New York University Press, 1989. 2 v.

RIMA, Ingrid (ed.). *The Joan Robinson legacy*. Armonk, NY: M. E. Sharpe, 1991.

ROBINSON, Joan. *The economics of imperfect competition*. Londres: Macmillan, 1933.

SHACKLETON, J. R. e LOCKSLEY, Gareth (eds.). *Twelve contemporary economists*. Capítulos 11 e 13. Nova York: Wiley, Halsted, 1981.

TURNER, Marjorie S. *Joan Robinson and the Americans*. Armonk, NY: M. E. Sharpe, 1989.

Artigos de revistas especializadas

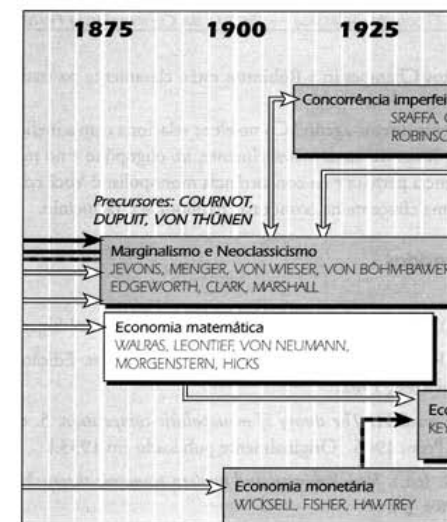
American Economic Review, n. 54, maio de 1964. Vários artigos desse volume avaliam o impacto histórico da teoria da concorrência monopolista.

EKELUND, Robert B., Jr. e HÉBERT, Robert F. E. H. Chamberlin and contemporary industrial organization theory. *Journal of Economic Studies*, 17, n. 2, p. 20-31, 1990.

REINWALD, Thomas P. The genesis of Chamberlin's monopolistic competition theory. *History of Political Economy*, n. 9, p. 522-534, inverno de 1977.

ROBINSON, Joan. Imperfect competition revisited. *Economic Journal*, n. 63, p. 579-593, setembro de 1953.

SRAFFA, Piero. The laws of returns under competitive conditions. *Economic Journal*, n. 36, p. 535-550, dezembro de 1926.



CAPÍTULO 18

ECONOMIA MATEMÁTICA¹

O termo *economia matemática* refere-se àqueles princípios econômicos e análises formulados e desenvolvidos por meio de símbolos e métodos matemáticos. Dos economistas que discutimos, Cournot, Dupuit, Jevons, Edgeworth e Fisher, especificamente, definiram teorias em termos matemáticos. Na realidade, o uso de símbolos matemáticos e de gráficos para complementar as explicações verbais é uma prática comum. A economia matemática, portanto, não constitui uma escola de pensamento econômico separada, mas um método distinto. Os teóricos de várias escolas utilizam a linguagem matemática para expressar, de uma maneira clara e consistente, as definições, os postulados e as conclusões de uma teoria. Como declarado por Paul Samuelson: "Em 1935, a economia entrou em uma época matemática. Tornou-se mais fácil um camelo passar pelo buraco de uma agulha do que um gênio não-matemático entrar no panteão de teóricos originais"². Claro,

1. N.R.T. Também tratamento matemático da economia.

2. Paul Samuelson. Alvin Hansen as a creative economic theorist. *Quarterly Journal of Economics*, n. 90, p. 25, fevereiro de 1976.

nem todo conhecimento econômico pode ser expresso em símbolos matemáticos e nem todos os economistas são a favor da abordagem matemática³.

Este capítulo desenvolve-se como se segue. Primeiro, distinguiremos entre os variados tipos de economia matemática. Em seguida, examinaremos as idéias econômicas de Walras, Leontief, Von Neumann, Morgenstern e Hicks — todos eles, teóricos matemáticos que promoveram significativamente a disciplina da economia. Finalmente, discutiremos, de modo resumido, a programação linear, que é uma aplicação da teoria de produção microeconômica. Outras contribuições para a economia matemática — por exemplo, as de Samuelson — serão discutidas em capítulos posteriores.

TIPOS DE ECONOMIA MATEMÁTICA

A matemática é utilizada na economia de duas maneiras gerais: (1) para obter e expressar teorias econômicas e (2) para testar hipóteses ou teorias econômicas quantitativamente. Álgebra, cálculo, diferença e equações diferenciais, álgebra linear e topologia⁴ são as principais ferramentas empregadas no uso anterior, enquanto técnicas matemáticas, como a análise de regressão múltipla, são utilizadas para o uso posterior. A econometria, que é uma ferramenta dominante na economia contemporânea, combina esses dois tipos de economia matemática. Antes de irmos para esse tópico, no entanto, será útil examinarmos exemplos simples de cada um dos dois usos gerais.

Teorização matemática

Para ilustrar da maneira mais simples possível como as teorias econômicas podem ser representadas matematicamente, vamos expressar as relações de oferta e demanda como equações algébricas.

Na forma funcional, a relação de demanda pode ser expressa como

$$Q_x = F(P_x, T, C, I, P_n, E) \quad (18-1)$$

onde:

- Q_x = a quantidade do bem X
- P_x = o preço de X
- T = os gostos dos consumidores
- C = o número de consumidores potenciais
- I = a renda total dos consumidores e sua distribuição
- P_n = o preço de bens relacionados (substitutos e complementos)
- E = as expectativas dos consumidores

3. Um crítico proeminente afirmou: "O prestígio atribuído à matemática na economia forneceu rigor à economia, mas, além disso, também a morte". Robert L. Heilbroner. *Modern economics as a chapter in the history of economic thought. History of Political Economy*, n. 11, p. 198, verão de 1979.

4. N.R.T. Topologia = topografia.

Portanto, a equação da curva da demanda para X é:

$$\begin{aligned} Q_x &= f(P_x) \text{ ou como formulado por Marshall:} \\ P_x &= g(Q_x) \end{aligned} \quad (18-2)$$

onde as outras variáveis são mantidas constantes (determinantes de demanda). Uma curva da demanda linear toma a forma

$$P_x = a - bQ_x \quad (18-3)$$

onde a é o preço em que zero unidades de X são demandadas e b é a taxa em que Q_x aumenta à medida que o preço cai (a é a intersecção vertical de uma curva da demanda e b é sua inclinação).

A relação de oferta, por outro lado, é dada pela equação 18-4:

$$Q_x = F(P_x, N, P_r, P_i, E, T_n), \quad (18-4)$$

em que

- Q_x = a quantidade do bem X
- P_x = o preço de X
- N = o número de empresas que fornecem X
- P_r = o preço dos recursos utilizados para produzir X
- P_i = o preço dos bens substitutos que a empresa poderia produzir
- E = as expectativas dos produtores
- T_n = a gama de técnicas de produção disponíveis

Se mantivermos todos esses parâmetros constantes, excetuando P_x e Q_x , a relação de oferta se tornará

$$Q_x = f(P_x) \text{ ou } P_x = g(Q_x) \quad (18-5)$$

Uma curva da oferta linear toma a forma

$$P_x = c + dQ_x \quad (18-6)$$

onde c é o preço em que zero unidades de X são oferecidas para venda e d é a taxa em que Q_x aumenta, conforme P_x aumenta (c é a intersecção vertical de uma curva da oferta e d é sua inclinação).

Para ilustrar como resolveríamos para o preço e a quantidade de equilíbrio, suponha que soubéssemos que as equações de demanda e de oferta fossem como se segue:

$$P_x = 8 - 0,6Q_x \text{ (Demanda)} \quad (18-7)$$

$$P_x = 2 + 0,4Q_x \text{ (Oferta)} \quad (18-8)$$

Como temos duas equações e duas incógnitas, podemos resolver para P_x e Q_x . Mais especificamente, sabemos que no equilíbrio haverá um preço único, e como P_x na equação de demanda será igual a P_x na equação de oferta,

$$8 - 0,6Q_x = 2 + 0,4Q_x \quad (18-9)$$

Para resolver para Q_x , primeiro subtraímos 2 dos dois lados da equação para eliminá-lo do lado direito. Isso nos dá

$$6 - 0,6Q_x = 0,4Q_x \quad (18-10)$$

A seguir, adicionamos $0,6Q_x$ aos dois lados para eliminá-lo do lado esquerdo. Isso deixa

$$6 = 0,4Q_x + 0,6Q_x \text{ ou } 6 = 1Q_x \quad (18-11)$$

Portanto, a quantidade de equilíbrio é 6 (6/1). Você é solicitado a determinar o preço de equilíbrio, P_x , inserindo a quantidade de equilíbrio (6) para a equação de demanda ou de oferta (18-7 ou 18-8) e resolvendo para P_x . O resultado é \$ 4,40.

Essas equações de demanda e de oferta são delineadas graficamente na Figura 18-1. Observe que a interseção da curva da demanda é 8 e a inclinação é $-0,6$. A interseção da equação de oferta, por outro lado, é 2, e a inclinação é $0,4$. O preço e a quantidade de equilíbrio são \$ 4,40 e seis unidades.

Os economistas geralmente utilizam gráficos para explicar suas teorias matemáticas. Esses gráficos são recursos significativos em quase todos os livros didáticos de economia. Cada linha desses gráficos representa uma equação matemática.

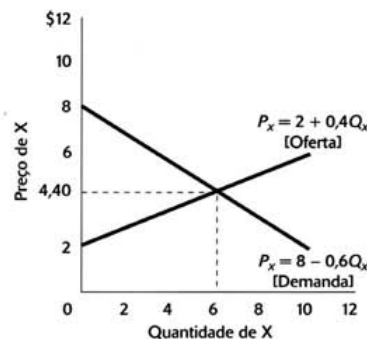


Figura 18-1 Equações de oferta e demanda

Delinear a equação de demanda (18-7) e a equação de oferta (18-8) resulta nas familiares curvas da demanda e da oferta. A interseção da curva da demanda é 8, enquanto sua inclinação é $-0,6$. A interseção da curva da oferta é 2 e sua inclinação é $0,4$. O preço e a quantidade de equilíbrio são \$ 4,40 e seis unidades, respectivamente.

Testes estatísticos

Lembre-se de que um segundo tipo geral de economia matemática é aquele associado a testes estatísticos. Para ilustrar, vamos considerar a técnica comumente utilizada: análise de regressão. Suponha que queiramos testar a teoria de que empresas que possuem maior participação no mercado (S) tenderão a ter maior poder de monopólio e, portanto, maiores taxas de retorno sobre o capital dos acionistas (r) do que empresas que enfrentam concorrência considerável e, portanto, têm menor participação no mercado. Essas taxas de retorno, r , são encontradas dividindo-se o lucro de uma empresa pelo valor do capital dos acionistas, que, por sua vez, consiste de (1) dinheiro recebido pela empresa quando eles emitiram as ações e (2) os ganhos retidos reinvestidos pela empresa durante os anos.

Sabemos, claro, que outros parâmetros, que não sejam a participação no mercado — por exemplo, esforço publicitário (A) e grau de barreiras de entrada (E) —, são os que mais provavelmente influenciam a taxa de retorno de uma empresa. O pesquisador escolhe, assim, uma forma algébrica específica para resumir as relações. A forma é baseada no tipo de teorização anteriormente discutida. Uma dessas formas é:

$$r = \alpha_0 + \alpha_1 S + \alpha_2 A + \alpha_3 E + e \quad (18-12)$$

Os α s são os parâmetros da equação. Eles mostram como uma alteração específica na variável no lado direito afeta a taxa de retorno. O e é um erro aleatório, necessário, pois nem todos os fatores que influenciam r são observáveis.

Inicialmente, vamos ignorar todas as variáveis da equação, exceto a taxa de retorno e a participação no mercado⁵. Isso deixa

$$r = \alpha_0 + \alpha_1 S + e \quad (18-13)$$

A próxima etapa, então, é identificar uma amostra de empresas para as quais se pode obter dados sobre taxas de retorno e participação no mercado. Suponha isso delineando esses dados fornecidos em um diagrama de dispersão como o mostrado na Figura 18-2. A análise de regressão é, portanto, utilizada para "ajustar" uma linha por meio de pontos de dispersão. A técnica é encontrar uma que minimize a soma das distâncias verticais quadradas entre esses pontos e os pontos na linha. Observe que a linha de regressão na figura representa geometricamente a equação 18-13; α_0 é a interseção; e α_1 é a inclinação da linha. Essa linha indica que, para nossos dados hipotéticos, cada 20 pontos percentuais de participação no mercado aumentam o lucro em cinco pontos percentuais⁶.

Quão confiantes podemos estar de que qualquer parâmetro estimado dado é o verdadeiro? Os pesquisadores utilizam vários testes estatísticos para determinar a confiabilidade de qualquer estimativa dada. Não é nosso objetivo explicá-los aqui, mas somente indicar que eles in-

5. A omissão dessas variáveis enviesará as estimativas de α_0 e α_1 , mas faremos isso por razões de exposição.

6. Esses números estão de acordo, de maneira geral, com as descobertas de vários estudos empíricos realizados sobre o assunto nos Estados Unidos. Se estiver interessado, veja William G. Shepherd. *The economics of industrial organization* 4 ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall 1997 p. 99-104.

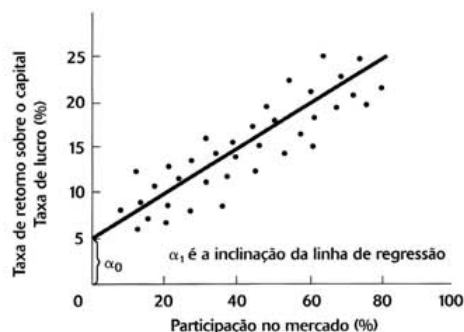


Figura 18-2 Uma linha de regressão

Regressão é a técnica de ajustar a melhor linha por meio de um conjunto de pontos de dados. Nesse exemplo hipotético, a lucratividade é medida pela taxa de retorno sobre o capital e é positivamente relacionada à participação no mercado. A análise de regressão e outras técnicas estatísticas ajudam os economistas a verificar a validade das teorias econômicas.

cluem o *erro padrão de estimativa* (o montante que o parâmetro estimado pode variar com relação ao verdadeiro valor ou o grau de dispersão dos pontos de dispersão) e a *estatística t* (a taxa de estimativa para o erro padrão). Em contraste, a confiabilidade de toda a linha de regressão é medida pelo *coeficiente de determinação*, que é mais comumente chamado R^2 , a fração de variação na variável no lado esquerdo (taxa de retorno) que pode ser explicada pela variação nas variáveis do lado direito (participação no mercado). O valor de R^2 pode variar entre 1 e 0 e, normalmente, quanto maior o R^2 , melhor o ajuste do modelo.

Ao desenhar a linha de regressão na Figura 18-2, ignoramos dois parâmetros adicionais: esforço publicitário (A) e grau de barreiras de entrada (E). A adição desses parâmetros limita a habilidade de descrever uma linha de regressão graficamente, mas os princípios matemáticos envolvidos nos permitem lidar com qualquer número de variáveis, desde que haja menos variáveis do que observações. Os computadores, claro, ajudam muito no cálculo real de estimativas dos parâmetros. No caso do nosso exemplo, estudos indicam que maior esforço publicitário e maiores barreiras de entrada *realmente* se relacionam com a lucratividade, mas *não* têm, nem de perto, um impacto tão grande como a participação no mercado.

Podemos concluir, então, que o poder de monopólio aumenta com a participação no mercado e causa, portanto, lucro maior do que o normal? Embora muitos acadêmicos aceitem essa interpretação, alguns economistas discordam significativamente. Esses críticos argumentam que a maior participação no mercado resulta em rendimentos crescentes à escala, que reduzem, assim, a produção por unidade e os custos com marketing. Esses custos menores, e não o poder de monopólio aprimorado ganho com a maior participação no mercado, geram os lucros maiores observados. Essa controvérsia realça as limitações de testes quantitativos de teorias econômicas: testes simples das teorias ainda podem deixar ambigüidades. Ela também revela por que os economistas de boa vontade geralmente discordam, mesmo depois de um montante substan-

cial de testes empíricos. Mas, independentemente das várias limitações da pesquisa empírica, está claro que esse tipo de matemática aplicada contribuiu muito para ajudar a distinguir princípios econômicos válidos das centenas de teorias inválidas promovidas durante décadas.

Econometria

Conforme indicamos anteriormente, a econometria combina os dois tipos de economia matemática que acabamos de discutir. Normalmente, o economista desenvolve uma teoria em termos matemáticos, depois coleta e testa estatisticamente dados que sustentam a teoria. A teoria é utilizada, portanto, para prever os impactos de alterações nas variáveis. As raízes da abordagem econométrica remontam a centenas de anos. O seguidor de Sir William Petty, Charles Davenant, definiu “aritmética política” como a “arte de raciocinar por números com relação a coisas relacionadas ao governo”. Quesnay, o fisiocrata francês, fez um trabalho econométrico genuíno.

O economista e estatístico norueguês Ragnar Frisch, que dividiu o primeiro Prêmio Nobel de Economia em 1969, introduziu o termo *econometria* em 1926. Esse termo foi obtido com base no termo *biometria*, que surgiu no final do século XIX para denotar o campo de estudos biológicos que emprega métodos estatísticos. A econometria, como um método separado de estudar a vida econômica, desenvolveu-se muito rapidamente logo após a Primeira Guerra Mundial. A Econometric Society, que publica a revista especializada *Econometrica*, foi fundada em 1930. Hoje, a econometria é a abordagem metodológica padrão utilizada dentro da disciplina⁷.

A econometria desenvolveu-se como resposta a um profissionalismo crescente na microeconomia e à demanda por previsões de alterações macroeconômicas. Os pesquisadores começaram testando seus modelos matemáticos abstratos utilizando novas técnicas econométricas e os vários conjuntos de dados que estavam cada vez mais disponíveis. A análise econométrica tornou-se importante para as corporações como um método de conduzir um estudo de mercado, incluindo a estimativa de curvas da demanda e elasticidade de demanda. O aumento de grandes corporações, entre outros fatores, tornou o estudo de flutuações macroeconômicas cada vez mais útil, tanto para empresas privadas como para toda a sociedade. Se, por exemplo, uma grande empresa pudesse prever flutuações no negócio com um razoável grau de precisão, ela poderia, até certo ponto, isolar-se de seus efeitos adversos. Além disso, uma grande corporação poderia empregar o pessoal necessário para fazer tais previsões. Além disso, toda a sociedade, como um todo, operando por meio de organizações de pesquisa governamentais e privadas sem fins lucrativos, estava interessada na previsão das tendências dos negócios para controlar, melhorar ou agir contra elas. Uma intervenção crescente do governo na economia, portanto, estimulou a pesquisa econométrica, e os governos nacionais tornaram-se as principais agências governamentais para a obtenção de estatísticas.

A análise econométrica tem sido útil tanto para a previsão do futuro como na condução da análise política. Enquanto a previsão envolve uma projeção de eventos prováveis e suas conseqüências, a análise política é importante para analisar os efeitos dos programas e políticas do

7. Folheie um número atual de uma revista especializada em economia, como a *The American Economic Review* ou o *Journal of Political Economy* para constatar esse fato.

governo. Com a proliferação do governo na saúde, educação, problemas urbanos e uma variedade de outras áreas, surgiu a necessidade de determinar, o mais precisamente possível, quais efeitos esses programas tiveram nos indivíduos e nas instituições. As técnicas econométricas fornecem a estrutura analítica para essas determinações. Quase todas as agências reguladoras utilizam a análise econométrica para avaliar os impactos econômicos de ações privadas e suas próprias políticas.

A análise política provou-se muito mais precisa do que a perigosa arte da previsão. A previsão tem outros méritos, no entanto, do que uma mera previsão de PIB, investimentos e assim por diante. A vantagem real dos modelos de previsão é que eles forçam os economistas e os planejadores a considerar a interdependência intrínseca em um sistema econômico, ajudando, portanto, os tomadores de decisão a antecipar os tipos de efeitos positivos e negativos de ações alternativas.

Como a tecnologia disponível para resolver grandes processos aritméticos tornou-se mais sofisticada, os modelos econométricos aumentaram em tamanho e em complexidade. Os holandeses foram os criadores dos modelos macroabrangeentes. Em 1939, o professor Jan Tinbergen iniciou um modelo para a economia holandesa para ser utilizado pelos planejadores do governo. Por esse trabalho, ele dividiu o Prêmio Nobel de Economia em 1969 com Frisch.

Nos Estados Unidos, Lawrence Klein, um vencedor do Prêmio Nobel na Universidade de Pensilvânia, levou o crédito por ter um papel importante nessa área. Hoje, várias universidades importantes, empresas privadas de previsão, institutos de pesquisa sem fins lucrativos e agências do governo têm grandes modelos (200 ou mais equações) por meio dos quais analisam alterações na economia dos Estados Unidos.

LÉON WALRAS

Léon Walras (1834–1910) nasceu em Evreux, França. A parte inicial de sua vida foi muito mal-sucedida. Ele foi reprovado duas vezes no exame de admissão para a Ecole Polytechnique, escreveu um romance que passou despercebido e fundou um banco que faliu. Mas seu pai era um economista, e o jovem Walras tinha lido *Mathematical principles of the theory of wealth*, de Cournot. Esse assunto e a economia o interessaram, e ele voltou-se para a economia. Em 1870, foi nomeado professor de economia política em Lausanne, Suíça. Lá, ele fundou a Lausanne School of Economics, que enfatizava a aplicação da matemática à análise econômica. Ele foi sucedido por um outro famoso participante dessa escola: Vilfredo Pareto, que, devemos nos lembrar, ajudou a iniciar o uso de curvas de indiferença.

Walras é considerado um dos três iniciadores do marginalismo, ao lado de Jevons e Menger. Em *Elements of pure economics*, publicado em 1874, Walras chegou, independentemente, aos princípios marginalistas básicos. Ele também recebeu crédito por ter alertado os economistas para o trabalho anterior de Cournot nessa área.

Walras desenvolveu e defendeu a análise do equilíbrio geral, que considera as inter-relações entre muitas variáveis da economia. Isso contrastava com a análise do equilíbrio parcial utilizada por Jevons, Menger e Marshall. Da mesma maneira que uma rocha atirada em um lago produz círculos de ondulações cada vez maiores, qualquer alteração na economia provoca alterações ainda maiores que são radiadas para fora com força cada vez menor. E, da mesma maneira que essas ondulações algumas vezes atingem a margem e voltam, finalmente, para afetar o ponto inicial de impacto, também há efeitos de retorno de alterações iniciais que ocorrem em

mercados únicos na economia. Esse processo de reverberação continua por todo o sistema, até que o equilíbrio seja atingido simultaneamente em todos os mercados.

Um aumento no preço do petróleo fornece uma boa ilustração. De acordo com a abordagem do equilíbrio parcial, se supusermos que tudo o mais permanece inalterado, uma quantidade reduzida de petróleo será comprada pelo preço mais alto, e esse é o fim do problema. Mas vamos considerar algumas outras ramificações exploradas utilizando a perspectiva do equilíbrio geral. A demanda por bens substitutos, como o carvão, aumentará, provocando, provavelmente, aumentos nas quantidades e nos preços de equilíbrio. O preço maior do petróleo fará com que o preço da gasolina aumente. Como ler um romance é, de certa maneira, um substituto para andar de carro pela cidade, a demanda por livros pode aumentar. A demanda por bens complementares, como automóveis e lava-rápidos, por outro lado, pode cair, à medida que o preço da gasolina aumenta. Se a demanda por petróleo e gasolina for relativamente inelástica, a porcentagem da renda do consumidor gasta em derivados de petróleo aumentará, em relação a outros produtos. Isso implica que a demanda por vários bens não-relacionados ao petróleo e à gasolina pode cair, de alguma maneira. E, claro, os custos de transporte de bens enviados por caminhão aumentarão, fazendo com que os preços desses itens se elevem. Com todas essas alterações nos mercados por bens de consumo, as demandas obtidas para fatores de produção serão alteradas, provocando realocações de recursos. Menos trabalho será necessário em alguns setores (por exemplo, automóveis), mais será necessário em outros (por exemplo, isolamento de casas). O capital também será alterado em resposta a diferentes taxas de retorno sobre o investimento em diferentes setores. Por exemplo, os produtores construirão mais equipamentos de exploração de petróleo e plataformas marítimas e menos novos postos de gasolina. Em algum ponto, as alterações surgidas pela efervescência original terminarão. Um equilíbrio geral terá sido atingido.

A teoria do equilíbrio geral de Walras apresenta uma estrutura que consiste no preço básico e nas inter-relações de produção para a economia toda, incluindo tanto mercadorias como fatores de produção. Seu objetivo é demonstrar matematicamente que todos os preços e todas as quantidades produzidas podem se ajustar a níveis mutuamente consistentes. Sua abordagem é estática, pois supõe que certos determinantes básicos permanecem inalterados, como preferências do consumidor, funções de produção, formas de concepção e programas de ofertas de fatores.

Walras mostrou que os preços em uma economia de mercado podem ser determinados matematicamente, reconhecendo a inter-relação de todos os preços. A prova rigorosa da existência de uma solução que utiliza topologia e teoria definida veio posteriormente, nos trabalhos de vários economistas, mais notavelmente John von Neumann, Kenneth Arrow e Gerald Debreu.

A função para a quantidade demandada de um bem depende do preço. Ou seja, o preço é a variável independente, dizia Walras, e a quantidade demandada é a variável dependente. Essa formulação diferia da de Marshall, que dizia que o preço é uma função da quantidade demandada (veja a Equação 18-2). A quantidade demandada de qualquer bem, no entanto, inclui como variáveis os preços de todas as outras mercadorias. Um consumidor não decidirá quanto comprar de um bem, sem saber os preços de todos os outros bens. Se houver um total de n mercadorias, o montante total demandado para qualquer uma delas é determinado pelos preços de todas elas. A quantidade total demandada para cada mercadoria pode ser representada por D_i .

$D_2 \dots D_n$, e os preços por $p_1, p_2 \dots p_n$. Portanto, uma equação pode ser estabelecida para cada mercadoria que mostra o montante dela demandado como uma função de todos os preços:

$$\begin{aligned} D_1 &= F_1(p_1, p_2 \dots p_n) \\ D_2 &= F_2(p_1, p_2 \dots p_n) \\ &\dots \dots \dots \\ D_n &= F_n(p_1, p_2 \dots p_n) \end{aligned} \quad (18-14)$$

Em um estado de equilíbrio, a quantidade demandada para qualquer mercadoria específica é igual à quantidade ofertada. Portanto, $D_1 = S_1, D_2 = S_2 \dots D_n = S_n$. Se a oferta for substituída pela demanda nas três equações precedentes, teremos:

$$\begin{aligned} S_1 &= F_1(p_1, p_2 \dots p_n) \\ S_2 &= F_2(p_1, p_2 \dots p_n) \\ &\dots \dots \dots \\ S_n &= F_n(p_1, p_2 \dots p_n) \end{aligned} \quad (18-15)$$

Supomos que a quantidade ofertada é determinada e fixa. Com n mercadorias, existem n preços desconhecidos. Como temos uma equação para cada mercadoria, existem n equações simultâneas que, com certas suposições consistentes com a teoria econômica, são suficientes para determinar um conjunto exclusivo de preços que satisfarão o sistema. Assim que os preços são conhecidos, o montante agregado de qualquer mercadoria específica demandada pode ser calculado. Como esse montante demandado é satisfeito nos preços assim calculados, o problema da distribuição das mercadorias disponíveis é resolvido.

Como os conceitos de equilíbrio geral incluem muitas equações e, portanto, muitas coisas desconhecidas, a solução de um sistema desse tipo torna-se excessivamente complexa. No exemplo utilizado anteriormente, não sabemos o suficiente sobre a economia para prever a magnitude da produção alterada de carvão, de automóveis, de aparelhos para exploração de petróleo, de romances, de lava-rápidos e assim por diante, a qual resultará de, vamos dizer, um aumento de 10% no preço do petróleo. As variáveis são numerosas demais, alteráveis demais e incertas demais para serem trabalhadas precisamente, mesmo com computadores modernos. Além disso, a análise geralmente supõe retornos constantes, a ausência de externalidades, salários e preços perfeitamente flexíveis, concorrência perfeita em todos os mercados e assim por diante. Assim, o conceito de equilíbrio geral de Walras tem sido, basicamente, uma ferramenta teórica que ajuda a entender o projeto do sistema econômico, em vez de um dispositivo estatístico operacionalmente útil.

No entanto, uma consciência da interdependência do fenômeno econômico é importante, pois sem ela poderíamos nos extraviar do caminho. Por exemplo, uma pessoa que perde o emprego porque o setor envolvido é enfraquecido por bens importados mais baratos poderia concluir, razoavelmente, que as importações reduzem o emprego doméstico. Esse é um exemplo de análise de equilíbrio parcial — olhar para a produção doméstica e o emprego em um único setor. No entanto, se estudarmos as repercussões das maiores exportações e descobirmos que elas aumentam o emprego em portos marítimos domésticos, que os preços menores dos bens

importados deixam os consumidores com uma renda maior, que é, portanto, gasta em outros produtos produzidos internamente, e que nossas exportações aumentam por causa de nossas maiores importações, em seguida, nossa conclusão pode bem ser a de que as importações *não* provocam uma redução geral na produção e no emprego internos.

WASSILY LEONTIEF

Wassily Leontief (1906–1999), um economista americano nascido na Rússia, recebeu seu doutorado da Universidade de Berlim em 1928. Emigrou para os Estados Unidos em 1931 e se uniu ao corpo docente de Harvard. Sua principal contribuição à economia é sua análise de insumo-produto, remanescente do *Tableau economique* de Quesnay discutido no Capítulo 3. Essa contribuição deu a Leontief o Prêmio Nobel de Economia em 1973. Originalmente, ele procurou apresentar a essência da teoria do equilíbrio geral de uma forma simplificada, adequada para o estudo empírico. Assim, os estudos de insumo-produto são uma forma especial da análise do equilíbrio geral. Essa forma especial simplifica a apresentação dos processos de produção, por exemplo, de maneira que eles fiquem na forma linear, permitindo assim uma conversão mais direta desses processos em estudos empíricos.

Tabelas insumo-produto

Leontief publicou sua primeira tabela insumo-produto em *Review of economics and statistics*, em agosto de 1936. Sua tabela descrevia a economia dos Estados Unidos em 1919 como um sistema de 46 setores. O interesse em sua análise de intersetores se disseminou como resultado da Segunda Guerra Mundial. A expansão de indústrias de guerra criou certos gargalos que tornaram um maior crescimento mais difícil. A maior produção de aviões, por exemplo, requeria maior alocação de aço, alumínio, motores e certas ferramentas de máquinas e outros bens de capital. A análise insumo-produto tentou antecipar esses requisitos e planejar para a expansão desses setores básicos.

Uma tabela insumo-produto descreve o fluxo de bens e serviços entre diferentes setores de uma determinada economia nacional ou regional e tenta medir a relação de um setor específico com outros setores da economia. Por exemplo, de acordo com uma das tabelas de Leontief, para produzir um milhão de dólares adicionais de novos automóveis, o setor teria de comprar \$ 235.000 de ferro e aço, \$ 79.000 de metais não-ferrosos, \$ 58.000 de produtos químicos, \$ 39.000 de têxteis, \$ 32.000 de papel e produtos correlatos, \$ 10.000 de serviços financeiros e de seguro, \$ 6.000 de serviços de telefonia e telégrafo e assim por diante⁸.

Leontief fez uma grade de insumo-produto que foi posteriormente expandida pelo Bureau of Labor Statistics. A grade possui informações estatísticas sobre a economia mostrando as fontes, os montantes e os destinos do material. Isso revela a relação de cada segmento da economia com cada um dos outros segmentos. Cada *linha* em uma tabela insumo-produto mostra o *produto* vendido por um setor econômico de cada um dos outros setores e cada *coluna* mostra o *insumo* que cada setor comprou de todos os outros setores.

Uma parte da grade é reproduzida na Tabela 18-1 (vários setores são deixados de fora). Podemos ver que, em 1947, a agricultura e a pesca vendiam \$ 10,9 bilhões de dólares de sua pro-

8. Wassily Leontief. *Input-output economics*. Nova York: Oxford University Press. 1966. p. 71-73.

Tabela 18-1

Relações Insumo-Produto nos Estados Unidos em 1947 (em milhões de dólares)

	COMPRAS DO SETOR						(7) Total
	(1) Agricultura e pesca	(2) Alimentos e produtos semelhantes	(3) Metais não-ferrosos	(4) Ferro e aço	(5) Motores e geradores	(6) Veículos automotivos	
PRODÇÃO DO SETOR (1)							
(1) Agricultura e pesca	10.856	15.048	11	—	—	—	44.263
(2) Alimentos e produtos semelhantes	2.378	4.910	*	3	—	—	37.636
(3) Metais não-ferrosos	—	—	2.599	324	366	176	6.387
(4) Ferro e aço	6	2	33	3.982	118	196	12.338
(5) Motores e geradores	—	—	—	—	317	—	1.095
(6) Veículos automotivos	111	3	*	*	—	4.401	14.265
(7) Total	44.263	37.636	6.387	12.338	1.095	14.265	769.248

* Menos de \$ 500.000.

Fonte: Wassily Leontief et al., *Studies in the structure of the American economy*. Nova York: Oxford University Press, 1953, p. 9. Reimpresso com permissão da Oxford University Press.

dução para uso próprio (alimentação, semente, criação de gado e assim por diante). Outros \$ 15 bilhões foram vendidos para processadores de alimentos. Os dados fornecem a matéria-prima para computar como uma alteração em um setor afetará outros setores. Uma expansão da indústria do ferro e do aço, por exemplo, necessitará de uma expansão de metais não-ferrosos, que, por sua vez, significará mais compras de produtos agrícolas e do ferro e do aço. A interdependência circular é resolvida solucionando-se as equações simultâneas implícitas na matriz.

Usos e dificuldades

As tabelas insumo-produto nacionais atuais dividem a economia em mais de 400 setores, produzindo uma matriz insumo-produto que tem mais de 400 colunas e 400 linhas. O aumento das grandes corporações e o desenvolvimento de um papel significativo do governo na economia aprimoraram a utilização das tabelas insumo-produto por pelo menos dois motivos principais. Primeiro, o governo tornou-se um vasto comprador de bens e serviços. Assim, tanto o governo como seus fornecedores têm de antecipar os efeitos das alterações nos padrões de compra governamentais. Segundo, a grande corporação, ao antecipar um crescimento das vendas, tem de planejar uma expansão na oferta de alguns produtos. Uma corporação verticalmente integrada pode planejar sua própria oferta de alguns produtos. Outras podem indicar para os seus fornecedores em quanto esperam aumentar suas compras de insumos. Em qualquer dos casos, a análise insumo-produto será útil.

A análise insumo-produto é ainda mais relevante em países menos desenvolvidos, onde o planejamento econômico é mais abrangente. Em uma nação menos desenvolvida que procura o crescimento econômico, a construção de uma grande indústria necessitará da expansão de instalações de suporte. Essas instalações são, muito provavelmente, mais escassas do que em nações altamente desenvolvidas. Suponha que uma fábrica de conservas de carne seja erguida em um país pobre. Essa empresa necessitará de expansão de eletricidade, fornecimento de água, instalações de transporte, moradia para os funcionários, lanchonete, serviços médicos, produção de metal para latas e assim por diante. Essas necessidades, e as posteriores que se apresentarem, podem ser antecipadas pela análise insumo-produto.

Muito naturalmente, as economias socialistas colocaram a análise insumo-produto em uso mais amplamente do que as nações que confiam principalmente na empresa privada. O planejamento econômico total requer que a junta de planejamento aloque materiais e antecipe necessidades futuras. Os planejadores devem garantir que as indústrias coordenem sua expansão para evitar sérios gargalos. Como as preferências do consumidor estão subordinadas ao plano geral, suas vontades e desejos não precisam interferir nos objetivos principais da atividade econômica. Em outras palavras, em uma economia completamente socializada, um aumento repentino no desejo do consumidor por automóveis não tirará a indústria do aço, por exemplo, do setor de ferramentas de máquinas. Portanto, as complicações que confrontam o uso da análise insumo-produto para o planejamento na economia de uma empresa privada não ocorrem no mesmo grau em uma economia centralmente planejada. As economias socialistas mostraram um interesse ativo na economia matemática em geral e na grade de Leontief em especial. Na realidade, a antiga União Soviética dizia que a análise insumo-produto era uma invenção soviética.

A análise insumo-produto não é imune a problemas. Esse tipo de análise é baseado em várias suposições simplificadoras. Como um exemplo, os coeficientes de produção são supostos fixos, ou seja, quantidades constantes de cada fator são necessárias para produzir uma unidade de produção. Como um segundo exemplo, supõe-se que as funções de produção são lineares, sem nenhuma eficiência crescente ou decrescente, à medida que a indústria expande-se ou contrai. Supõe-se rendimentos constantes à escala. Essas suposições são um tanto irrealistas. Aumentos na produção geralmente não requerem aumentos proporcionais no insumo, principalmente porque vários fatores são indivisíveis. Por exemplo, pode-se aumentar em 5% as toneladas-milhas de frete transportadas por uma ferrovia, sem aumentar a oferta de locomotivas e carros de frete em 5%. A suposição de coeficientes de produção fixos, por outro lado, impede a possibilidade da substituição de fator. Mas, no mundo real, vemos muitos exemplos dessas substituições. Por exemplo, uma redução no preço relativo do plástico resultou em uma substituição do vidro por plástico no setor de garrafas.

As alterações tecnológicas tornam a grade obsoleta relativamente rápido, e é uma tarefa tremenda revisar as 160.000 entradas que existem em uma tabela que envolve 400 setores. Com a passagem do tempo, a tabela insumo-produto para um determinado ano torna-se cada vez menos precisa para a previsão de requisitos de insumo para anos futuros. Maior precisão pode ser obtida, no entanto, extrapolando-se tendências observadas no passado, antecipando, portanto, avanços tecnológicos constantes. Por exemplo, esse método nos permitiria prever a redução contínua na quantidade de carvão necessária para gerar 1 quilowatt/hora de energia elétrica.

JOHN VON NEUMANN E OSKAR MORGENSTERN

John von Neumann (1903–1957) nasceu na Hungria e lecionou nas universidades de Berlim e Hamburgo. Em 1930, foi para os Estados Unidos, onde assumiu um posto em Princeton. Lá, escreveu *Mathematical foundations of quantum mechanics*, um importante trabalho de física, e conheceu Oskar Morgenstern (1902–1977), um economista de Viena que foi, pela primeira vez, aos Estados Unidos em 1925⁹. Juntos, eles escreveram *Theory of games and economic behaviour* (1944), um livro que continha várias contribuições importantes para a teoria econômica, uma das quais era a teoria dos jogos¹⁰.

A teoria dos jogos é aplicável a situações análogas a jogos de estratégia, como xadrez e pôquer. Os economistas tinham apontado anteriormente que os duopolistas são como jogadores de xadrez que consideram cuidadosamente os prováveis movimentos de seu oponente antes de ele mover as peças. Nessas situações, há interesses conflitantes, com cada lado utilizando sua engenhosidade para vencer o outro. Se, por exemplo, uma empresa estiver cogitando um corte no preço de seu produto, faz uma diferença considerável se outros produtores de produtos semelhantes também reduzirão seus preços ou não. Algumas decisões comerciais são tomadas abertamente, como as alterações de preços lançadas publicamente, as alterações em campanhas publicitárias e a fabricação de novos produtos. Esses movimentos são análogos ao xadrez, em que todos os movimentos podem ser facilmente observados pelos dois lados. Outras decisões são secretas, como o desconto de preços *sub rosa*, o comprometimento com novos projetos de pesquisa e o planejamento da invasão de novos mercados. Esses movimentos são análogos ao pôquer. Uma das partes não sabe quais cartas a outra tem nas mãos, até que elas sejam colocadas na mesa. Se uma empresa coloca um espião (um zelador, por exemplo) na empresa do seu rival para roubar seus segredos, isso é como jogar pôquer com um jogo de cartas marcadas. Se as empresas unirem-se em acordos monopolistas, elas ainda devem planejar estratégias para conquistar a “confiança” do público e do governo.

Há uma implicação na teoria dos jogos de que as relações econômicas são baseadas em um tipo de “guerra” econômica, ou seja, de que o ganho de uma pessoa é a perda da outra. Mas a teoria dos jogos também foi utilizada para mostrar que, sob muitas circunstâncias, a melhor estratégia é cooperar com um rival, desde que ele coopere com você (O Passado como Preâmbulo 4-1).

A lógica subjacente da teoria dos jogos pode ser vista por meio de um exemplo altamente simplificado. Entre jogos de estratégia, podemos distinguir entre jogos de pura sorte e jogos que têm incerteza estratégica. Jogar o dado é um jogo de pura sorte, a menos que o dado esteja viciado. Se um jogador ganha ou perde, e quanto, depende somente de suas próprias escolhas e de sorte. Em um jogo com incerteza estratégica, como o pôquer, entra um fator adicional: O que a outra parte fará?

Suponha que haja somente dois produtores principais, A e B , de um produto levemente diferenciado e que cada vendedor esteja considerando três estratégias comerciais distintas para

9. John von Neumann foi um dos três co-inventores da bomba atômica.

10. Uma outra contribuição que merece ser mencionada é o índice de utilidade $N-M$. Os autores mostraram que uma curva de utilidade marginal para o dinheiro poderia ser obtida submetendo a pessoa a um conjunto de decisões hipotéticas que envolvem risco (jogos de azar). Isso é chamado, algumas vezes, de *análise da utilidade cardinal moderna*. Veja BAUMOL, William J. *Economic theory and operations analysis*. 2. ed. Capítulo 22. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1965, ou edições posteriores do livro de Baumol.

aumentar sua participação no mercado: (1) aumentar a publicidade, (2) oferecer uma versão “melhorada” do produto ou (3) reduzir o preço. Presumivelmente, essas empresas acreditam que sua lucratividade a longo prazo está positivamente relacionada com suas participações no mercado. Rotulamos as três estratégias de A como A_1 , A_2 e A_3 , enquanto rotulamos as de B como B_1 , B_2 e B_3 . Para simplificar, supomos que somente estratégias isoladas podem ser utilizadas, ou seja, cada empresa pode selecionar apenas uma única estratégia, em vez de uma combinação das três.

A teoria dos jogos sustenta-se na suposição de que os resultados de cada combinação das duas estratégias da empresa podem ser definidos em uma matriz de pagamentos, como a mostrada na Tabela 18-2. Suponha que cada parte tenha conhecimento desses resultados, mas não saiba qual estratégia a outra parte adotará. Todos os valores na tabela são ganhos ou perdas de participação no mercado da empresa A . Esse é um jogo de soma zero, que significa que o ganho de A de participação no mercado é exatamente igual à perda de B , e a perda de A é exatamente igual ao ganho de B . Os valores negativos na tabela, portanto, representam perdas para A , mas ganhos para B . A tabela nos diz, por exemplo, que se a empresa A utilizar a estratégia A_1 — maior publicidade — e a empresa B utilizar uma estratégia idêntica, B_1 , o resultado será um ganho de 6% em participação no mercado para A . Talvez o nível atual de publicidade da empresa A seja baixo, e a publicidade adicional terá um impacto desproporcional nas vendas, em relação ao efeito da publicidade adicional de B . Ou, vamos tomar um outro exemplo. Suponha que A utilize a estratégia A_2 — uma modificação do produto — enquanto B corta o seu preço, B_3 . Vemos que o resultado será uma perda de 10% em participação no mercado para A e um aumento de 10% em participação no mercado para B .

Quais escolhas essas partes farão? Vamos supor que as duas partes sejam avessas ao risco e, portanto, desejem evitar o pior resultado possível. Esses piores resultados estão listados para A horizontalmente abaixo das colunas na matriz (Mínimos de colunas). Observe que se A selecionar a estratégia A_1 e B selecionar a estratégia B_3 , A sofrerá uma perda de 3% de participação no mercado. Essa perda é o pior resultado possível, com a escolha da estratégia A_1 (haverá um ganho de +6 e de +10 se B selecionar B_1 ou B_2). De maneira semelhante, os piores casos para as estratégias de A , A_2 e A_3 , são uma perda de 10% e um ganho de 2%, respectivamente. Os números mostrados verticalmente à direita da matriz são os piores resultados para cada uma das três estratégias de B (Máximos de linhas). Se a estratégia B_1 for escolhida, por exemplo, a perda pode-

Tabela 18-2
A Teoria dos Jogos: a Matriz de Pagamentos

		ESTRATÉGIAS DE A			
		A_1	A_2	A_3	Máximos de colunas
ESTRATÉGIAS DE B	B_1	+6	-8	+5	+6
	B_2	+10	-4	+3	+10
	B_3	-3	-10	+2	+2
Mínimos de colunas		-3	-10	+2	

ria ser de 6% de participação no mercado. (*A* poderia utilizar a estratégia A_1 e ganhar 6%.) Se *B* utilizar a estratégia B_2 , o pior resultado será uma perda de 10% de participação no mercado e, se selecionar B_3 , poderá perder 2% de participação no mercado.

Percebemos, com esses números, que *A* selecionará a estratégia A_3 e *B* selecionará a estratégia B_3 . O resultado é que *A* ganhará 2% de participação no mercado. Esse resultado é denominado uma solução *maximin* ou *minimax*¹¹. *A* está maximizando o ganho mínimo com suas várias estratégias e *B* está minimizando a perda máxima. Nenhuma das partes tem um incentivo para mudar estratégias, desde que permaneça avessa ao risco e os valores na matriz de pagamentos permaneçam precisos e conhecidos. Isso não se aplica a nenhuma outra combinação de estratégias na tabela. Por exemplo, suponha que *A* empregue a estratégia A_1 , esperando que *B* utilize a estratégia B_2 . A empresa *B*, no entanto, responderá a A_1 com a estratégia B_3 . A empresa *A* fará, agora, um movimento para anular A_3 e o equilíbrio máximo será obtido¹².

Uma aplicação prática e interessante da teoria dos jogos pode ser vista no comportamento de marketing dos oligopolistas. Muitas empresas testam o mercado cuidadosamente, antes de lançar um novo produto ou marca. Os testes de mercado em alguns setores se assemelham mais a um jogo de pôquer do que a um experimento científico. Quando um jogador *A* coloca um novo produto ou oferta em um certo mercado, o jogador *B*, que tem um produto semelhante em distribuição nacional, pode elevar as apostas aumentando consideravelmente seu orçamento para publicidade na área em que o jogador *A* está realizando o teste. Isso faz com que *A* se depare com uma pergunta difícil: *B* pretende aumentar seu orçamento nacional em grande proporção se *A* colocar seu novo produto em oferta nacionalmente? Ou *B* está simplesmente blefando em uma tentativa de que *A* subestime o potencial de vendas nacionais de seu novo produto?

JOHN R. HICKS

John R. Hicks (1904–1989), professor na Universidade de Oxford, dividiu o Prêmio Nobel de Economia em 1972 por suas contribuições à teoria da economia pura. Naquele ano, a *Business Week* o descreveu “não como um empresário economista, nem como um economista funcionário público. Ele é o economista dos economistas”. Isso significava que suas contribuições eram altamente abstratas e técnicas, mas parte do *kit* de ferramentas utilizado pela maioria dos economistas contemporâneos.

As contribuições de Hicks para a economia foram muitas e muito salutares. Por exemplo, ele reavaliou e esclareceu as leis de Marshall de demanda derivada para insumos, ou seja, especificou os determinantes da elasticidade da demanda para trabalho e capital (Capítulo 15, nota 9). Em 1937, ele escreveu um artigo intitulado *Mr. Keynes and the classics*, em que ajudou a criar o que hoje é denominado, em macroeconomia, modelo *IS-LM* (Capítulo 22). Outras contribuições dignas de nota incluem seus refinamentos da noção de Marshall do excesso de oferta do consumidor, suas melhorias na análise do equilíbrio geral de Walras e suas teorias com relação ao crescimento e desenvolvimento econômico.

11. N.R.T. Também conhecida como Teorema de minimax.

12. Uma estratégia pura de equilíbrio máximo nem sempre precisa existir. Mas uma estratégia mista, sim. Uma estratégia mista permite que os jogadores utilizem, vamos supor, 20% de A_1 e 80% de A_3 .

18-1 ... O Passado como Preâmbulo

JOHN NASH: DESCOBERTA, DESESPERO E O PRÊMIO NOBEL

No início dos anos 1950, vários economistas promoveram o trabalho pioneiro de Von Neumann e Morgenstern sobre a teoria dos jogos. O mais proeminente desses economistas foi John Nash (1927–), um brilhante economista matemático.

A história de Nash é incomum e, até mesmo, trágica. Aos 22 anos, ele publicou dois trabalhos altamente matemáticos sobre a teoria dos jogos que estabeleceram o que é hoje chamado de *equilíbrio de Nash*. Nove anos depois, sua promissora carreira acadêmica no MIT terminou abruptamente. Nash foi internado contra sua vontade em um hospital da área de Boston com um diagnóstico de esquizofrenia paranóica. Nos 30 anos seguintes, ele lidou com sua doença em relativa obscuridade em Princeton, New Jersey. Depois, em 1994, recebeu notícias surpreendentes de que havia ganhado o Prêmio Nobel de Economia por seu trabalho, quando jovem, sobre a teoria dos jogos.

Conforme relatado na revista *Time*:

Quando fotografias de John Nash apareceram na imprensa na semana passada, uma reação comum em Princeton, New Jersey, foi um choque de reconhecimento: “Nossa, é ele!” Nash, que dividiu o Prêmio Nobel com John Harsanyi, da Universidade da Califórnia, e Reinhard Selten, da Universidade de Bonn, é um conhecido excêntrico na cidade universitária —, um homem quieto e alienado que normalmente passa seu tempo no trem local “Elegante” em sua curta rota entre Princeton e Princeton Junction, lendo jornais descartados por outros passageiros. Alguns o conheciam como o homem das equações matemáticas extremamente complicadas que apareciam nas lousas das salas de aula [de Princeton] de vez em quando — o produto de uma mente brilhante, mas problemática, trabalhando seus pensamentos quando ninguém estava por perto’.

Nash concentrou-se em estratégias dentro de um jogo que levavam a um resultado (um equilíbrio de Nash) em que nenhuma das partes pode aumentar sua recompensa mudando sua estratégia atual^a. Ou seja, um equilíbrio de Nash ocorre quando cada parte, agindo independentemente, já utilizou todos os movimentos vantajosos de que dispunha.

Em alguns jogos, uma das partes ou as duas partes têm uma *estratégia dominante*. Essa estratégia é a que, considerando todas as opções, produz o melhor resultado, independentemente da estratégia escolhida pela outra parte. Os participantes, obviamente, utilizarão estratégias dominantes quando elas estiverem disponíveis, e essas estratégias produzirão um equilíbrio de Nash.

No entanto, em muitos jogos, nenhuma das partes tem uma estratégia dominante e, portanto, a melhor estratégia para cada parte depende daquela utilizada pela outra parte. Cada parte ajusta sua estratégia à estratégia da outra parte, até que nenhuma das partes possa melhorar seus resultados fazendo mais mudanças. Por exemplo, na Tabela 18-2, nem *A*, nem *B* têm uma estratégia dominante, mas quando *A* usa a estratégia A_1 e *B* usa a estratégia B_3 , os dois têm um incentivo para “manter sua estratégia atual”. O equilíbrio de Nash é +2, mostrado na parte inferior direita da célula.

O jogo na Figura 14-1 é um *jogo não-cooperativo*: cada parte decide sua estratégia sem colaboração com a outra parte. Esses jogos são diferentes dos jogos cooperativos, em que os rivais coordenam em conjunto suas estratégias para obter um resultado melhor do que se poderia esperar sem a cooperação. Por exemplo, dois oligopolistas poderiam concordar em definir preços altos iguais, de modo que cada um poderia obter lucro de monopólio. Tomadas isoladamente, essas estratégias não são um equilíbrio de Nash, pois as duas partes vêem uma oportunidade de aumentar os lucros ainda

b. A idéia remonta a Cournot. O resultado da produção de equilíbrio na sua teoria de duopólio é, na realidade, um equilíbrio de Nash.

mais, oferecendo descontos secretos no preço para os clientes da outra parte. Esse é o conhecido jogo do dilema do prisioneiro (O Passado como Prêmbulo 4-1), em que as duas partes confessam porque supõem que a outra parte confessará.

Mas as partes de um acordo de fixação de preços também podem transformar suas estratégias de preço alto mútuo em um equilíbrio de Nash por meio de ameaças críveis de retaliação contra os descontos de preços oferecidos pela outra parte. Por exemplo, cada empresa pode ameaçar a outra com cortes duradouros e cada vez maiores nos preços se descobrir que ela está vendendo abaixo do preço em conluio. Como nenhuma das partes quer uma guerra de preços, essas ameaças mútuas podem ser críveis. Se forem, o resultado instável de preços altos será convertido em um

equilíbrio de Nash, pois nenhuma das empresas ousa trapacear com relação à estratégia de preços altos acordada.

Hoje, algumas das melhores mentes na economia utilizam a teoria matemática dos jogos para obter *insights* sobre oligopólios, leilões, negociação coletiva, comércio internacional, política monetária e assim por diante. Todos devem isso à mente brilhante, mas problemática, de John Nash¹³.

c. Os principais artigos de Nash foram reimpressos em *Essays on game theory*. Brookfield, VT: Edward Elgar, 1997. Sylvia Nassar documenta as lutas pessoais de Nash em *A beautiful mind: a biography of John Forbes Nash, winner of the Nobel Prize in Economics, 1994*. Nova York: Simon and Schuster, 1998.

De interesse central para nós, neste capítulo, no entanto, é a redefinição de Hicks das teorias da demanda e da produção com o menor custo¹³.

Teoria da demanda

Para entender a teoria da demanda de Hicks, devemos examinar várias idéias inter-relacionadas.

Curvas de indiferença. Devemos nos lembrar de que as curvas de indiferença originaram-se com Edgeworth e Pareto. O objetivo, com a idéia, era evitar medir a utilidade quantitativamente. De acordo com as teorias marginalistas padrão de Jevons e Menger, valores cardinais poderiam ser atribuídos a várias quantidades de itens, ou *utils*, que poderiam, assim, ser diretamente comparados. Por exemplo, a primeira unidade de sorvete consumida durante um período específico resultou em 10 utils de utilidade para um consumidor específico, a segunda em 5 utils e assim por diante. A primeira unidade de hambúrguer pode resultar em 20 utils, a segunda em 15 utils e assim por diante. Isso implica que, para essa pessoa, a primeira unidade de sorvete possui exatamente duas vezes o valor de utilidade da segunda, mas somente metade da utilidade da primeira unidade de hambúrguer. Essa medição precisa da magnitude da utilidade parecia irrealista e, portanto, foi altamente criticada como um vínculo fraco na teoria geral da demanda.

A abordagem da curva de indiferença de Hicks evita a suposição de que a utilidade marginal pode ser medida de maneira cardinal. Tudo o que é necessário é que um consumidor possa esclarecer as preferências de maneira ordinal. Em termos do nosso exemplo, esse esclarecimento implica que a pessoa precisa conseguir dizer apenas: "Prefiro a primeira unidade de

13. Outros contribuintes para a teoria da demanda baseada nas curvas de indiferença incluem R. D. G. Allen, um colaborador de Hicks, e o economista russo Eugen Slutsky.

hambúrguer à primeira unidade de sorvete" ou, de maneira alternativa, "Sou indiferente entre a combinação A (45 unidades de sorvete e 45 unidades de hambúrguer) e a combinação B (72 unidades de sorvete e 27 unidades de hambúrguer)". Portanto, sem recorrer à medição de utilidade, o consumidor, teoricamente, poderia determinar as várias combinações de hambúrguer e sorvete que resultariam na mesma satisfação total. Todas essas combinações constituem uma curva de indiferença ou uma curva de utilidade igual, como a rotulada I_1 na Figura 18-3(a). Conforme observamos anteriormente, uma curva de indiferença é análoga a uma linha em um mapa de contorno que une todos os pontos de igual elevação. Cada curva de indiferença une todos os pontos de satisfação total igual para seu consumidor.

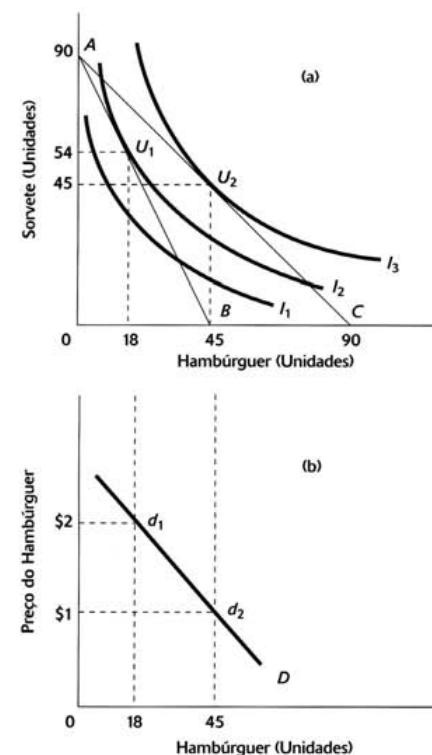


Figura 18-3 Obtenção de uma curva da demanda a partir de curvas de indiferença

Quando os preços por unidade do sorvete e do hambúrguer são \$ 1 e \$ 2, respectivamente, esse consumidor maximizará a utilidade comprando 54 unidades de sorvete e 18 unidades de hambúrguer (ponto u_1). Mas quando o preço do hambúrguer cair para \$ 1 por libra, a curva de indiferença mais alta I_3 poderá ser obtida aumentando-se as compras de hambúrguer. A curva da demanda para hambúrguer é determinada no gráfico (b) delineando a quantidade de hambúrguer demandada antes e depois da redução no preço.

As curvas de indiferença geralmente são convexas à origem porque os produtos são, normalmente, substitutos parciais um do outro. Nas extremidades superiores, as curvas de indiferença na figura indicam que a pessoa representada desistirá de uma grande quantidade de sorvete para adquirir uma pequena quantidade de hambúrguer e ainda se sentirá bem. O motivo é que o primeiro é relativamente abundante e o último, relativamente escasso. Na extremidade inferior da curva, como o hambúrguer torna-se escasso em relação ao sorvete, esse consumidor desistirá de menos unidades de hambúrguer para adquirir uma outra unidade de sorvete.

A inclinação de uma curva de indiferença indica a *taxa marginal de substituição* do hambúrguer (x) para o sorvete (y). Simbolicamente, mostramos isso como MRS_{xy} . O valor absoluto da inclinação de uma curva de indiferença é dy/dx . Observe que o valor absoluto da inclinação de cada curva de indiferença declina à medida que nos movemos para baixo nela. Ou seja, a curva é convexa na sua origem.

As curvas de indiferença mais para o nordeste na Figura 18-3(a) indicam níveis mais altos de utilidade total. Isso pode ser verificado desenhando-se uma linha imaginária de 45° a partir da origem e observando que sua interseção com cada curva de indiferença sucessiva denota montantes maiores tanto de sorvete como de hambúrguer. O consumidor gostaria de chegar a uma curva de indiferença a mais alta possível.

Linhas de orçamento. A mais alta curva de indiferença que esse consumidor pode obter depende de sua renda e dos preços das unidades de sorvete e de hambúrguer. Duas linhas de orçamento, ou linhas de combinações que podem ser obtidas, são mostradas na Figura 18-3(a). Inicialmente, vamos desconsiderar a linha AC . Suponha que a renda da pessoa seja de \$ 90, que esses dois bens sejam os únicos e que os preços respectivos do sorvete e do hambúrguer sejam \$ 1 e \$ 2 por unidade. Vemos, na linha de orçamento AB , que a pessoa poderia obter 90 unidades de sorvete (\$ 90/\$ 1), 45 unidades de hambúrguer (\$ 90/\$ 2) ou combinações dos dois, indicadas por pontos como u_1 na linha. O valor absoluto da inclinação dessa linha de orçamento é a taxa dos preços, p_x/p_y , que, nesse caso, é 2 (\$ 2/\$ 1).

Maximização da utilidade. Dada a linha de orçamento AB , esse consumidor escolhe comprar 54 unidades de sorvete e 18 unidades de hambúrguer durante um período específico (ponto u_1). Essa combinação, que ocorre onde AB é tangente a I_2 , permite ao consumidor "obter" a curva de indiferença mais alta possível ou, em outras palavras, obter o nível mais alto de utilidade total. No ponto de tangência, a taxa em que o consumidor está disposto a desistir do sorvete para obter hambúrguer (MRS_{xy}) é igual à taxa em que o mercado exigiria que ele desistisse do sorvete para obter hambúrguer (p_x/p_y). Para testar sua compreensão desse modelo, você deve explicar (1) por que as combinações dos dois bens ao nordeste de I_2 não são obtidas e (2) por que as combinações de dois bens representadas por pontos na linha do orçamento diferentes de u_1 não são tão desejáveis como a mostrada em u_1 .

Uma alteração nos preços relativos. Agora, suponha que o preço por unidade do hambúrguer caia de \$ 2 para \$ 1. A nova linha de orçamento torna-se AC , pois, no extremo, o consumidor pode agora comprar 90 unidades de hambúrguer (\$ 90/\$ 1), em vez das 45 unidades (\$ 90/\$ 2) que poderiam ter sido compradas pelo preço antigo. O valor absoluto da inclinação da no-

va linha de orçamento é 1 (\$ 1/\$ 1). Esse declínio no preço do hambúrguer significa que o consumidor poderá agora atingir a curva mais alta de indiferença I_3 . No novo ponto de tangência, u_2 , o consumidor compra 45 unidades de sorvete e 45 unidades de hambúrguer.

É relativamente fácil traçar a curva da demanda para o hambúrguer. No preço inicial por unidade de \$ 2, esse consumidor comprará 18 unidades e, quando o preço cair para \$ 1, ele comprará 45 unidades. Observe que os eixos horizontais, tanto no gráfico superior como no inferior da Figura 18-3, medem a quantidade de hambúrguer, enquanto o eixo vertical no gráfico inferior mede o preço do hambúrguer. Localizamos dois preços de hambúrguer no eixo vertical do gráfico inferior e desenhamos linhas perpendiculares a partir dos pontos u_1 e u_2 no gráfico superior para o eixo horizontal do gráfico (b). Isso permite delinear os pontos d_1 e d_2 no gráfico inferior. A conexão desses dois pontos nos dá um segmento da curva da demanda dessa pessoa para hambúrguer, D . Para reiterar o ponto crucial: A obtenção dessa curva da demanda não requer a medição cardinal da utilidade.

Efeitos de renda e de substituição. Hicks apontou que a mudança na quantidade que acompanha uma alteração de preço é o resultado de dois efeitos. Primeiro, há um *efeito de substituição*, ou efeito de preço relativo. Ou seja, à medida que o preço do hambúrguer cai, nosso consumidor redireciona o gasto alto do sorvete em direção ao agora relativamente baixo preço do hambúrguer. Um aumento na quantidade de hambúrguer ocorre por causa da substituição. Formalmente definido, o efeito de substituição é a parte da mudança total na quantidade demandada que se deve unicamente à alteração no preço, mantendo a utilidade constante. Segundo, um *efeito de renda* ocorre, que é definido como a parte da mudança na quantidade que resulta unicamente da mudança na renda real resultante da alteração no preço. Quando o preço do hambúrguer caiu, a renda real do consumidor do nosso exemplo aumentou. Ele agora tinha maior poder de compra de sua renda monetária de \$ 90 do que anteriormente e utilizou parte de sua renda real adicionada para comprar mais hambúrguer.

Embora não tenhamos feito isso aqui, Hicks mostrou como a mudança total na quantidade poderia ser separada em suas duas partes: a parte resultante do efeito de substituição e a parte resultante do efeito de renda¹⁴. Entre outras coisas, essa distinção entre os efeitos de renda e de substituição foi útil para contrastar bens normais, inferiores e de Giffen. Robert Giffen havia argumentado anteriormente, por meio do uso de dados, que os consumidores de baixa renda tinham curvas da demanda com inclinação *para cima* para alguns bens. Isso trouxe à tona a lei da demanda e se tornou conhecido como o "Paradoxo de Giffen". O aparato da curva de indiferença de Hicks ajudou a resolver esse paradoxo. Para *bens normais*, os efeitos de renda e de substituição funcionam na mesma direção — ambos agem para aumentar (reduzir) a quantidade quando o preço cai (aumenta). Mas, para determinados bens incomuns, denominados bens inferiores, o efeito renda, tomado isoladamente, tende a reduzir (aumentar) compras quando o preço do

14. Existem maneiras alternativas de distinguir entre esses dois efeitos graficamente. Em termos da Figura 18-3, um procedimento é desenhar uma linha de orçamento hipotética paralela a AC e tangente à curva de indiferença original I_2 . Você pode desejar desenhar essa linha na figura. Isso mantém a utilidade do consumidor constante e, portanto, isola o efeito de substituição da queda do preço. É a distância horizontal entre u_1 e o ponto de tangência entre a linha de orçamento hipotética e I_2 . A distância horizontal remanescente entre u_1 e u_2 é o efeito de renda da alteração de preço.

produto cai (aumenta). Um *bem de Giffen* é aquele para o qual um efeito de renda incomum é tão grande que suplanta o efeito de substituição normal, provocando compras do produto para mover na mesma direção que as alterações de preço. Por exemplo, um declínio no preço do pão em uma nação assolada pela fome permite que os consumidores de baixa renda utilizem sua renda real adicionada para comprar *menos* pão, o que poderia ter sido tudo o que eles poderiam pagar anteriormente e comprar *mais* de outros alimentos, como carne e ave.

Teoria da produção

A técnica de Hicks de maximização de uma função sujeita a restrições também encontraria aplicabilidade na teoria da produção. Por exemplo, ele desenvolveu a idéia de elasticidade de substituição de um recurso para outro no processo de produção. Formalmente definida, essa é uma medida da responsividade da taxa dos dois recursos para alterações em suas produtividades marginais relativas ou, no caso da concorrência perfeita, em seus custos. A microeconomia refinou, portanto, o que hoje chamamos de *análise isocusto-isoquanta*. Os leitores familiarizados com essa análise verão, prontamente, a semelhança entre a restrição de orçamento do consumidor ou a linha de preço relativo e as curvas de isocusto ou as linhas de gasto iguais. As linhas de gasto iguais mostram as várias combinações de dois insumos que podem ser comprados com um gasto específico em dólares, dados os preços dos dois recursos. Isoquantas, por outro lado, mostram as várias combinações de dois insumos que podem resultar em uma quantidade específica de produção física. A combinação de menor custo de recursos para a produção de qualquer produto específico é encontrada no ponto de tangência da curva de isocusto e isoquanta. Essa construção teórica faz surgir uma técnica que permite aos economistas resolver problemas de produção, marketing, transporte e controle de inventário. É para essa aplicação da economia matemática que nos voltamos agora.

PROGRAMAÇÃO LINEAR

A programação linear foi desenvolvida durante e depois da Segunda Guerra Mundial, e uma das primeiras aplicações foi para o planejamento de atividades da Força Aérea Americana. As empresas utilizam a programação linear para alocação de recursos escassos, para maximizar a realização de um objetivo predeterminado. Ela pode ser utilizada para determinar coisas como a dieta de menor custo para os animais, a maneira mais barata de colocar os bens no mercado, o *mix* de produtos mais lucrativo e a melhor combinação de insumos de fatores. Os custos podem, portanto, ser minimizados e os lucros, maximizados. Tanto técnicas matemáticas como geométricas são utilizadas. A programação linear ajuda a resolver problemas práticos para empresas com os quais a análise marginal não pode lidar de maneira eficaz.

Dois exemplos elementares ilustrarão a programação linear. Suponha que uma pessoa precise de, pelo menos, 15 gramas de um sal iodado e 15 gramas de um sal ferroso por mês para permanecer saudável. A pessoa não pode comprar nenhum deles na forma pura, mas deve comprá-los como remédios de marca comercial patenteada. Existem dois disponíveis: Nostrum 12 contém um grama de sal iodado e dois gramas de ferro por onça e custa \$ 1 por onça. O Quackstuff 31 contém três gramas de iodo por onça e um grama de ferro e custa \$ 2 por onça. O problema do consumidor é determinar qual combinação das duas preparações comprar para obter a medicação necessária pelo menor custo.

Biblioteca Regional
CUR / UFMT
Cuiabá / MT.

Se a pessoa tomar x onças de Nostrum 12 e y onças de Quackstuff 31, obterá $x + 3y$ gramas de iodo (há três vezes mais iodo por onça no Quackstuff 31 do que no Nostrum 12) e $2x + y$ gramas de ferro. Como cada elemento deve totalizar pelo menos 15 gramas, teremos duas equações:

$$x + 3y \geq 15 \text{ (Iodo)} \quad (18-16)$$

$$2x + y \geq 15 \text{ (Ferro)} \quad (18-17)$$

Essas relações podem ser delineadas como áreas cercadas por linhas retas. Na primeira equação, se $x = 0$, então $y = 5$; se $y = 0$, então $x = 15$. Esses dois pontos estão localizados na linha HG da Figura 18-4. Na segunda equação, se $x = 0$, então $y = 15$, se $y = 0$, então $x = 7,5$. A linha FI pode agora ser desenhada.

As combinações de remédio à esquerda e abaixo de cada linha não fornecerão os requisitos mínimos de iodo e de ferro. O ponto A , por exemplo, com 2 onças de Nostrum 12 e 10 onças de Quackstuff 31, fornece 32 gramas de iodo ($2 + 30$), mas somente 14 gramas de ferro ($10 + 4$). O ponto B , que mostra 9 onças de Nostrum 12 e 1 onça de Quackstuff 31, fornece 19 gramas de ferro ($18 + 1$) e somente 12 de iodo ($9 + 3$). A combinação adequada ficará na grossa linha FE ou à direita dela. Assim, no ponto C , com 3 onças de Nostrum 12 e 10 onças de Quackstuff 31, mais do que o suficiente em iodo e ferro será obtido. Isso também é verdade no ponto D , com 8 onças de cada.

Qual das combinações aceitáveis custará menos? Suponha que pudéssemos gastar \$ 4 para os dois remédios. Se toda a soma fosse gasta no Nostrum 12, quatro onças poderiam ser compradas a \$ 1 por onça. Se toda a soma fosse gasta no Quackstuff 31, duas onças poderiam ser compradas a \$ 2 por onça. Uma linha reta conectando duas onças no eixo vertical com quatro

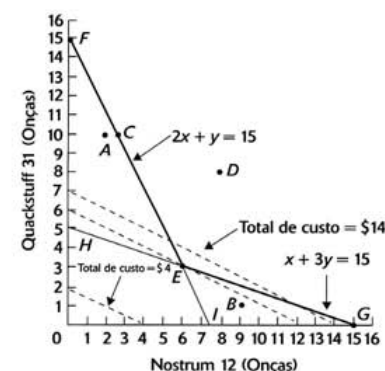


Figura 18-4 Programação linear com duas variáveis

A menor combinação de custos de Nostrum 12 e Quackstuff 31 que fornecerá 15 gramas tanto de sal iodado como de sal ferroso por mês é seis onças de Nostrum 12 e três onças de Quackstuff 31. O custo total será \$ 12 [(6 × \$ 1) + (3 × \$ 2)].

no eixo horizontal mostrará todas as combinações dos dois produtos que poderiam ser compradas com \$ 4. Essa é uma linha de custo igual ou linha de isocusto. Sua inclinação reflete os preços relativos dos dois produtos. Se \$ 14 estivessem disponíveis para serem gastos nos dois produtos, a linha de custo igual conectaria o 14 no eixo X com o 7 no eixo Y . Todas as linhas de custo igual são paralelas. A linha de menor custo que fornecerá o iodo e o ferro necessários passará pelo ponto E onde está a tangente com FEG , a linha de quantidade igual (ou isoquanta). Doze dólares é o custo mais baixo de aquisição de 15 gramas de cada elemento. Três onças de Quackstuff 31 e seis onças de Nostrum 12 serão compradas. Quaisquer outras combinações darão menos que a dosagem mínima do remédio ou custarão mais de \$ 12.

Vamos examinar um outro exemplo de programação linear: um produtor de gado deseja engordar seus novilhos da maneira mais econômica. Ele pode escolher várias misturas de feno e de farelo de sementes de algodão, os quais contêm os quatro nutrientes necessários: proteína, minerais, vitaminas e carboidratos¹⁵.

Na Figura 18-5, supõe-se que qualquer ponto na linha PP ou à direita dela satisfaça o requisito mínimo de proteína na ração dos novilhos. A inclinação da linha reflete as proporções relativas da proteína nas duas rações. O requisito mínimo de mineral é atendido por dietas representadas pelos pontos na linha MM ou à direita dela. O requisito mínimo de vitamina é indicado pela linha VV , e o requisito de carboidrato, pela linha CC . Todos os pontos na grossa linha $abcde$ ou à direita dela representam combinações de farelo de sementes de algodão e feno que simultaneamente satisfazem os quatro requisitos mínimos nutricionais. Qualquer ponto à esquerda da grossa linha indica uma combinação de rações que falha em fornecer um ou mais dos requisitos mínimos.

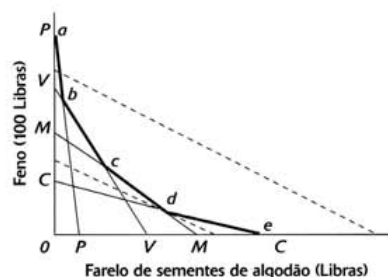


Figura 18-5 Programação linear com quatro variáveis

A combinação de menor custo de feno e de farelo de sementes de algodão que atenderá aos quatro requisitos nutricionais indicados pelas linhas PP , VV , MM e CC é encontrada onde a linha de custo igual é tangente à grossa linha $abcde$.

Fonte: John F. Due e Robert W. Clower, *Intermediate economic analysis*, 4. ed. Homewood, IL: Richard D. Irwin, ©1961, p. 472. Reimpresso com permissão da editora.

15. Esse exemplo é baseado na apresentação de John F. Due e Robert W. Clower, *Intermediate economic analysis*, 4. ed. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1961, p. 471-473.

As linhas pontilhadas paralelas são linhas de custo igual, com cada linha representando as várias combinações de duas rações que podem ser compradas com um gasto determinado. A combinação de rações de menor custo está no ponto d . Se o farelo de sementes de algodão fosse se tornar mais caro, a linha de custo igual seria mais inclinada e a combinação de menor custo poderia, então, estar em c ou b .

Vemos, assim, que a programação linear é um descendente orientado para a produção da abordagem da curva de indiferença para o comportamento do consumidor desenvolvida por Edgeworth, Pareto, Hicks e outros. A redução no custo da computação resultante da nova tecnologia dos computadores tornou a programação linear cada vez mais importante.

Perguntas para estudo e discussão

1. Identifique brevemente e estabeleça a importância de cada um dos seguintes conceitos e pensadores para a história do pensamento econômico: econometria, Walras, análise do equilíbrio geral, Leontief, tabela insumo-produto, Von Neumann e Morgenstern, teoria dos jogos, jogo de soma zero, equilíbrio máximo, Hicks, taxa marginal de substituição, restrição de orçamento, efeito de substituição, efeito de renda, bem de Giffen, elasticidade de substituição e programação linear.
2. Suponha que um dos determinantes da oferta tenha sido alterado de modo que a equação da oferta dada como $(18-8)$ se tornou $P_s = 4 + 0,8Q_s$. Se a demanda $(18-7)$ tiver permanecido inalterada, qual seria a nova quantidade e o novo preço de equilíbrio? Utilize as noções de Hicks dos efeitos de renda e de substituição para explicar a alteração na quantidade de equilíbrio. Esse bem é um bem de Giffen? Explique por quê.
3. Compare as análises do equilíbrio geral e parcial. Qual é a principal vantagem de cada uma delas?
4. O que as linhas mostram em uma tabela insumo-produto? O que as colunas mostram? Suponha que os planejadores econômicos em uma economia de comando tenham decidido que é aconselhável aumentar a produção de automóveis em 40% em um período de cinco anos. Como a análise insumo-produto poderia ajudá-los a atingir esse objetivo?
5. Suponha que os pagamentos na seguinte matriz da teoria dos jogos sejam ganhos de salários por hora, conforme vistos por um sindicato que está negociando com um empregador. As estratégias alternativas do sindicato são U_1 , U_2 e U_3 , e as estratégias do empregador são E_1 , E_2 e E_3 . As duas partes são avessas ao risco. Qual seria a estratégia ideal de cada parte? Explique.

		ESTRATÉGIAS DOS FUNCIONÁRIOS		
		E_1	E_2	E_3
ESTRATÉGIAS DOS SINDICATOS	U_1	40¢	20¢	34¢
	U_2	50	28	16
	U_3	80	4	20

6. Compare o modelo "2 bens, 2 preços" de maximização da utilidade apresentado por Hicks com o associado à regra equimarginal desenvolvida por Gossen, Jevons e Menger.

7. Explique a afirmação: A programação linear está para a teoria da produção econômica como a análise insumo-produto está para a teoria do equilíbrio geral.
8. Especule a respeito dos motivos pelos quais a matemática parece ter feito uma incursão maior na disciplina da economia do que em outras ciências, como a sociologia e a ciência política.

Leituras selecionadas

Livros

CHIANG, Alpha. *Fundamental methods of mathematical economics*. 3. ed. Nova York: McGraw-Hill, 1984.

DORE, Mohammed, CHAKRAVARTY, Sukhamoy e GOODWIN, Richard. (eds.) *John von Neumann and modern economics*. Nova York: Oxford University Press, 1989.

DORFMAN, Robert; SAMUELSON, Paul A. e SOLOW, Robert M. *Linear programming and economic analysis*. Nova York: McGraw-Hill, 1958.

HAMOUNDA, O. F. *John R. Hicks: the economist's economist*. Cambridge: Basil Blackwell, 1993.

HICKS, J. R. *The theory of wages*. 2. ed. Londres: Macmillan, 1963. [Primeira edição publicada em 1932.]

_____. *Value and capital*. 2. ed. Oxford: Oxford University Press, 1946. [Primeira edição publicada em 1939.]

LEONTIEF, Wassily. *Input-output economics*. 2. ed. Nova York: Oxford University Press, 1986.

MORGAN, Mary. *The history of econometric ideas*. Nova York: Cambridge University Press, 1990.

SHACKLETON, J. R. e LOCKSLEY, Gareth. (eds.) *Twelve contemporary economists*. Capítulos 7 e 9. Nova York: Wiley, Halsted, 1981.

VON NEUMANN, John e MORGENSTERN, Oskar. *Theory of games and economic behaviour*. 3. ed. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1953. [Originalmente publicado em 1944.]

WALRAS, Léon. *Elements of pure economics*. Traduzido por William Jaffé. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1954. [Originalmente publicado em 1874 e 1877.]

WOOD, John C. *Léon Walras: critical assessments*. Londres: Routledge, 1993. 3 v.

Artigos de revistas especializadas

CHRIST, Carl F. Early progress in estimating quantitative economic relationships in America. *American Economic Review*, 75, n. 6, p. 39-52, dezembro de 1985.

DORFMAN, Robert. Mathematical or 'linear' programming: a nonmathematical exposition. *American Economic Review*, n. 43, p. 797-825, dezembro de 1953.

JAFFÉ, William. Léon Walras's role in the 'marginal revolution' of the 1870's. *History of Political Economy*, n. 4, p. 379-405, outono de 1972.

LEONARD, Robert J. From parlor games to social science: von Neumann, Morgenstern, and the creation of game theory 1928-1944. *Journal of Economic Literature*, n. 33, p. 730-761, junho de 1995.

MIROWSKI, Phillip. The when, the how, and the why of mathematical expression in the history of economic analysis. *Journal of Economic Perspectives*, n. 5, p. 145-157, primavera de 1991.

SCHOTTER, Andrew e SCHWÖDIAUER, Gerhard. Economics and the theory of games: a survey. *Journal of Economic Literature*, n. 18, p. 479-527, junho de 1980.

WALKER, D. A. Léon Walras in the light of his correspondence and related papers. *Journal of Political Economy*, n. 78, p. 685-701, julho/agosto de 1970.