# Caracterización de una línea microstrip usando parámetros de dispersión

Mauricio Vásquez Argel, Alejandro Ospina, Alex Bernal Meneses, Felipe Gonzales Thome

Resumen—Este documento tiene como fin exponer el procedimiento llevado a cabo para caracterizar una línea tipo microstrip por medio del cálculo del Er y de la tano del sustrato, usando parámetros de dispersión obtenidos en el laboratorio con ayuda de un analizador de redes. Se comenzara por dar a conocer el funcionamiento básico de esta clase de líneas mostrando el modelo aproximado de la misma, luego se dará una breve descripción del procedimiento que se llevara a cabo para el cálculo de las características del sustrato partiendo de los parámetros de dispersión. También se expondrá detalladamente el procedimiento experimental y de cálculo que se realiza para encontrar las incógnitas de interés por medio del análisis de los datos obtenidos, contrastando los mismos con simulaciones. Finalmente se concluirá acerca de los resultados.

Palabras clave—Exilon relativo (£r), Tangente de pérdidas (tang), Parámetros de dispersión.

#### I. Introducción

Las líneas microstrip son ampliamente utilizadas en tecnología de circuitos integrados ya que son fáciles de fabricar para ese propósito. Sin embargo al estar destapada este tipo de línea tiene el inconveniente de permitir Fuertes fugas es decir perdidas por radiación<sup>1</sup>, además de esta desventaja la propagación de potencia por el dieléctrico y el resto por el aire provoca que las velocidades de fase sean diferentes y se produzca dispersión. Sin embargo según la experimentación de ha mostrado que cuando la permitividad relativa del sustrato es alta, los fenómenos de propagación se pueden aproximar a un comportamiento TEM o más bien a un comportamiento cuasi-TEM. Es decir que, mientras mayor sea el valor de la permitividad relativa del sustrato, las líneas de campo quedan más confinadas dentro del mismo.

## II. MARCO TEÓRICO

## A. Modelo físico de la línea microstrip

Las líneas microstrip están compuestas por un conductor de ancho W impresa en una de las caras de un sustrato con anchura d y permeabilidad Er y la polaridad a tierra por el lado contrario a la línea. Las líneas de campo características al igual que la geometría se muestran en la figura 1.

 En algunas aplicaciones las perdidas por radiación son deseables, por ejemplo para la construcción de filtros por acoplamiento entre circuitos adyacentes o en el diseño de antenas de microcinta.

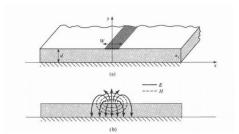


Figura 1. (a) Geometría línea microstrip, (b) líneas de campo características.

El modelo matemático que explica el comportamiento físico de esta clase de líneas no es sencillo debido a que la línea no está cubierta totalmente por el dieléctrico esto permite que líneas de campo se escapen de esta hacia el aire como se ve en la figura 1(b), esto provoca que en esta línea no se de un comportamiento TEM puro debido a que las velocidades de propagación serán diferentes en el aire y en el dieléctrico como si ocurre en una línea de placas paralelas por ejemplo. Por lo que un análisis exhaustivo de esta clase de guías requiere un modelado en el cual se tengan en cuenta comportamientos híbridos TM y TE. Sin embargo en la práctica se acostumbra a usar un modelo cuasi-TEM debido a que las características de los materiales modernos lo permiten, en otras palabras se usa un análisis cuasi-estático, esto permite el uso de las ecuaciones básicas de propagación de ondas por lo que la velocidad de fase, constante de propagación, y la impedancia característica están dadas por:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_e}} \tag{1}$$

$$\beta = k_0 \sqrt{\epsilon_e} \tag{2}$$

Donde Ee es la constante dieléctrica efectiva de la línea y cuyo valor esta en el rango de

$$1 < \epsilon_e < \epsilon_r \tag{3}$$

#### B. Ecuaciones de diseño

La constante dieléctrica efectiva de la línea está dada aproximadamente por:

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{12d}{w}}} \tag{4}$$

Esta ecuación modela el efecto del aire y del dieléctrico, por lo que permite que la permitividad efectiva se comporte como la constante de un medio homogéneo con el fin de que se puedan usar las ecuaciones (1), y (2).

Dadas las dimensiones de la línea, la impedancia característica de la línea puede ser calculado por:

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_e}} \ln\left(\frac{8d}{w} + \frac{w}{4d}\right) & \frac{w}{d} \le 1\\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_e} \left[\frac{w}{d} + 1.393 + 0.667 \ln\left(\frac{w}{d} + 1.444\right)\right]} & \frac{w}{d} \ge 1 \end{cases}$$
 (5)

La relación W/d puede ser calculada según la siguiente expresión:

$$\frac{w}{d} = \begin{cases} \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} & \frac{w}{d} \le 2\\ \frac{2}{\pi} \left[ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left\{ \ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right\} \right] & \frac{w}{d} \ge 2 \end{cases}$$
 (6)

Donde:

$$A = \frac{Z_0}{60} \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} (0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r})$$
 (7)

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\epsilon_r}}$$

Si se considera a la línea con un comportamiento cuasi-TEM se tienen las siguientes expresiones para la atenuación en el dieléctrico, y en el conductor.

$$\alpha_d = \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_e - 1) \tan \delta}{2\sqrt{\epsilon_e} (\epsilon_r - 1)} \tag{8}$$

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 W} \tag{9}$$

Donde la tangente de perdidas y la resistividad del conductor son:

$$\frac{\epsilon_r(\epsilon_e - 1)}{\epsilon_e(\epsilon_r - 1)} \tag{10}$$

$$R_{S} = \sqrt{\frac{\omega\mu_{0}}{2\sigma}} \tag{11}$$

[2].

#### III. CARACTERIZACIÓN DE MEDIOS DIELÉCTRICOS

Las técnicas actuales de caracterización del sustrato nos permiten medir, la parte real y la imaginaria de la permitividad, existen varios métodos, como son por resonancia, por reflexión y transmisión, por comparación de fase y longitud, por transformación de parámetros, entre muchos otros.

El método por resonancia consiste en medir la frecuencia de resonancia y el factor de calidad del circuito resonante para una geometría específica. Este es uno de los métodos más utilizados pues tanto la permitividad como la tangente de pérdidas son fácilmente obtenidas de las medidas sobre un solo circuito. Para este método se utiliza una fuente con señal de frecuencia variable, un medio de acoplamiento al circuito y un frecuencímetro o detector que mida la frecuencia resonante del circuito. La prueba se hace entre la placa de tierra y la strip-line, es decir el dieléctrico. Este método se describe paso a paso en [6], en donde utilizan las siguientes ecuaciones:

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

$$\varepsilon_r = \left(\frac{nc}{2Lf}\right)^2$$

Y de esta forma determinar el dieléctrico.

Otro método tratado es la transformación de parámetros, consiste en medir los parámetros S con el Analizador de redes, la permitividad se puede calcular trasformando los parámetros S a parámetros Z o impedancia y luego relacionarlos con las contantes de transmisión de la línea. Este método se describe en [7], donde las ecuaciones (1) a (7)¹ utilizan parámetros Z, luego los relacionan a parámetros S y por ultimo obtienen la premitividad compleja. Tal y como se muestra en ese documento.

El método seleccionado para este trabajo fue el de transformación de parámetros, solo que en este caso se tomaron directamente los parámetros S y se procedió a aplicar las ecuaciones que se tratan a continuación.

# IV. CARACTERIZACIÓN, LÍNEA MICROSTRIP

Teniendo en cuenta los parámetros S y las debidas correcciones [3], hacemos una descripción general del método para hallar las perdidas tangenciales y la permitividad relativa.

$$\gamma = \left[ -\ln \left( S_{21} \left( \frac{A}{2} + \frac{1}{2} \right) - \frac{(S_{11} - 1)(S_{11} + S_{11} A - A + 1)}{2S_{21}} \right) \right] / l (12)$$

Donde el parámetro A es dado por

$$A = \sqrt{-\frac{S_{11}^2 + 2S_{11} - S_{21}^2 + 1}{-S_{11}^2 + 2S_{11} + S_{11}^2 - 1}}$$
 (13)

Y hallamos la impedancia característica Zo con

$$Zo=Zr(A)$$

Donde Zr es 50 ohms.

Obteniendo gamma podemos usar su valor para hallar la permitividad efectiva de la siguiente formula

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - j\varepsilon_r) = -\frac{\gamma^2}{\omega^2 \mu_0}$$
 (14)

Donde omega es el producto de  $2\pi$  por la frecuencia.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Del documento citado en la referencia [7]

En el valor encontrado es la permitividad relativa efectiva  $(\epsilon r\_eff)$  que en la formula anterior esta como  $(\epsilon)$ , tenemos que tener en cuenta que la permitividad relativa  $(\epsilon_r)$  tiene componentes reales y complejos. Con la siguiente formula despejamos el valor de  $(\epsilon r)$  (4).

$$\varepsilon_{r_{eff}} = \left(\frac{\varepsilon_r + 1}{2}\right) + \left(\frac{\varepsilon_r - 1}{2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{1 + 12d/W}}\right)$$

Despejando tendríamos

$$\epsilon r = \frac{2\epsilon reff + M - 1}{M + 1} \tag{15}$$

Así podemos encontrar la tangente de perdidas está dada por

$$\tan(\delta) = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r} \tag{16}$$

El nombre del script general es project1\_ok.m ejecutado en

Ahí que tener en cuenta la expresión de la atenuación del conductor en la cual está dada por (9):

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 W}$$

Donde Rs es la resistencia superficial y Zo es la impedancia característica de 50ohm (11).

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}}$$

Esta atenuación debe de ser restada de la expresión general de gamma, para que solo quede la atenuación debida al dieléctrico.

Además hay que tener en cuenta que al realizar las mediciones con el VNA los conectores se ven como una línea en serie con nuestra línea. Así pues, los parámetros S11 y S21 se ven modificados así:

$$S11 = S11 medido \times e^{2\gamma Lx}$$
 (17)

$$S21 = S21 medido \times e^{\gamma Lx}$$
 (18)

Donde la expresión  $e^{2\gamma Lx}$  se halla con los parámetros S11p y S21p de los conectores con la fórmula del parámetro A; hay que tener en cuenta que los valores de S11p y S21p son diferentes a los de S11 y S21.

Como ejemplo, probamos nuestras ecuaciones con un diseño real de línea microstrip.

El material que vamos a utilizar para nuestro diseño es FR4, el cual está caracterizado por las siguientes propiedades como es la permitividad relativa ( $\varepsilon r$ ), tangente de pérdida (tan  $\delta$ ), altura (h) y espesor.

Los valores son los siguientes.

$$\varepsilon r = 4.6$$
  
 $\tan \delta = 0.08$   
 $h = 1.66mm$   
 $espesor = 3\mu m$ 

Teniendo estos valores suponemos ahora los parámetros de diseños como es el ancho W=3mm, además una frecuencia de 2,5GHZ. Para encontrar los demás parámetros utilizamos las siguientes formulas. La constante dieléctrica efectiva estaría dada por [13].

$$\epsilon_{r_{eff}}f$$
 =3,5

La impedancia característica está dada por [4] para  $\frac{w}{d} \ge 1$ :

$$Z_{\infty} = \frac{120\pi}{\sqrt{er,eff} \left(\frac{w}{h} + 1,393 + 0,667 \ln\left(\frac{w}{h} + 1,444\right)\right)}$$
(19)

$$Z_{\infty} = 50.54\Omega$$

 $Z_{\infty} = 50{,}54\Omega$  Para encontrar la longitud efectiva incluyendo perdidas en los bordes utilizamos [5]

$$\frac{\Delta L}{h} = 0.412 \frac{(\varepsilon_{r_{eff}} + 0.3)}{(\varepsilon_{r_{eff}} - 0.258)} \frac{\frac{W}{h} + 0.262}{\frac{W}{h} + 0.813}$$

$$\frac{\Delta l}{h} = 0.381$$
(20)

$$\Delta l = 0.633mm$$

La longitud efectiva  $(L_{\rho})$  estaría dada por

$$L_{a} = L + 2\Delta L \tag{21}$$

$$L_e = \frac{1}{2f_0 \sqrt{\varepsilon_{r_{eff}} \mu_0 \varepsilon_0}}$$
 (22)

$$L_e = 0.0320m = 3.20cm$$

La longitud real de la línea es dada por

$$L = L_e - 2\Delta L \tag{23}$$

$$L = 3,0734 cm$$

#### V. SIMULACIÓN

Usando los parámetros anteriores se realizara una simulación de la línea con el fin de obtener los parámetros de dispersión y a partir de ellos usar el algoritmo propuesto para llegar a las incógnitas buscadas.

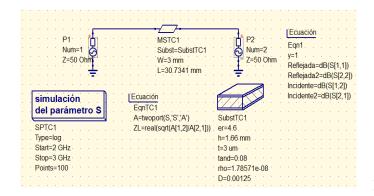


Figura 2. Modelo circuital de la línea.

	frequency	S[1,1]	S[1,2]	S[2,1]	S[2,2]
	2.41e09	0.0031 / -52°	0.897 / -167°	0.897 / -167°	0.0031 / -52°
	2.42e09	0.00298 / -51.4°	0.897 / -168°	0.897 / -168°	0.00298 / -51.4°
	2.43e09	0.00285 / -50.6°	0.896 / -168°	0.896 / -168°	0.00285 / -50.6°
	2.44e09	0.00273 / -49.7°	0.896 / -169°	0.896 / -169°	0.00273 / -49.7°
	2.45e09	0.00261 / -48.7°	0.895 / -170°	0.895 / -170°	0.00261 / -48.7°
	2.46e09	0.00249 / -47.4°	0.895 / -170°	0.895 / -170°	0.00249 / -47.4°
	2.47e09	0.00237 / -46°	0.895 / -171°	0.895 / -171°	0.00237 / -46°
	2.48e09	0.00225 / -44.3°	0.894 / -172°	0.894 / -172°	0.00225 / -44.3°
	2.5e09	0.00214 / -42.4°	0.894 / -172°	0.894 / -172°	0.00214 / -42.4°
	2.51e09	0.00203 / -40.1°	0.893 / -173°	0.893 / -173°	0.00203 / -40.1°
	2.52e09	0.00193 / -37.5°	0.893 / -174°	0.893 / -174°	0.00193 / -37.5°
	2.53e09	0.00183 / -34.5°	0.893 / -175°	0.893 / -175°	0.00183 / -34.5°
	2.54e09	0.00174 / -31.1°	0.892 / -175°	0.892 / -175°	0.00174 / -31.1°
	2.55e09	0.00166 / -27.3°	0.892 / -176°	0.892 / -176°	0.00166 / -27.3°
	2.56e09	0.00159 / -23°	0.891 / -177°	0.891 / -177°	0.00159 / -23°
	2.57e09	0.00154 / -18.3°	0.891 / -178°	0.891 / -178°	0.00154 / -18.3°
	2.58e09	0.0015 / -13.1°	0.891 / -178°	0.891 / -178°	0.0015 / -13.1°
	2.59e09	0.00147 / -7.72°	0.89 / -179°	0.89 / -179°	0.00147 / -7.72°
	2.6e09	0.00146 / -2.1°	0.89 / -180°	0.89 / -180°	0.00146 / -2.1°
	2.61e09	0.00147 / 3.54°	0.889 / 180°	0.889 / 180°	0.00147 / 3.54°
	2.62e09	0.0015 / 9.06°	0.889 / 179°	0.889 / 179°	0.0015 / 9.06°
$\forall$					

Tabla 1. Parámetros de dispersión simulados.

Usando la ayuda de MATLAB con el fin de facilitar los cálculos se obtienen el siguiente valor para la permitividad relativa y la tangente de pérdidas para la frecuencia de 2.5Ghz.

$$\epsilon_r = 4.23 + 0.334j$$
$$\tan \delta = 0.0789$$

## VI. ANÁLISIS DE DATOS

Usando el scrib de implementación del método hecho en OCTAVE se obtienen las siguientes curvas y tablas.

# A. Línea 1

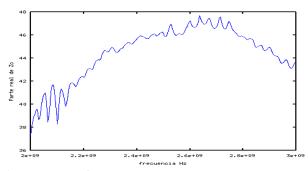


Figura 3. Z0 vs f.

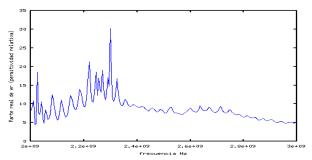


Figura 4. Er vs f.

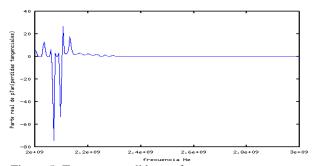


Figura 5. Tangente perdidas vs f

# B. Línea 1 con sustrato

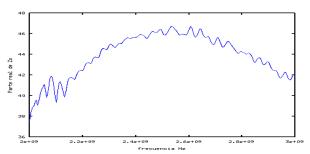


Figura 6. Z0 vs f.

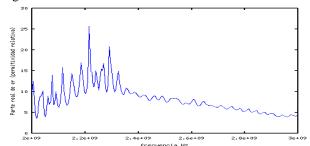


Figura 7. Er vs f.

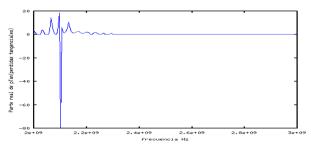


Figura 8. Tangente perdidas vs f.

## C. Línea 2

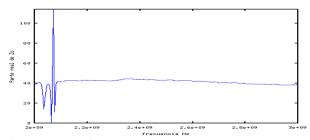


Figura 9. Z0 vs f.

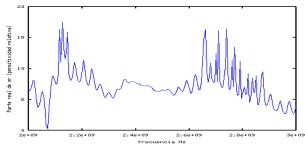


Figura 10 Er vs f.

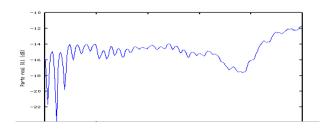


Figura 11. Tangente perdidas vs f.

	Zo			Er	pTan
archivo	real	imag	real	imag	real
l1.s2p	44,448		-	-	0.28407
_			7,3775	2,0957	
l1s.s2p	43,875		-	-	0.28003
			6,9472	1,9454	
12.s2p	41,2255	0,2538	-	-	0,3077
			5,8992	1,8147	

Tabla 3. Parámetros sin tener en cuenta conectores SMA

	Zo		Er	
				pTan
archivo	real	real	imag	real
l1.s2p	50,04	- 23,0739	- 3,8758	0.16797
l1s.s2p	50,04	-22,37	-3,55	0,1597
l2.s2p	50,062	- 20,5193	- 3,2128	0,1566

Tabla 4. Parámetros teniendo en cuenta conectores SMA

En las anteriores tablas la columna llamada archivo, se refiere a los datos obtenidos del VNA para a cada línea. El archivo 11s.s2p son los datos medidos para la línea 1 con substrato.

#### VII. DISCUSIÓN

- En las curvas se puede observar que el er y tangente de pérdidas, para 2MHz-2,3MHz presentan variaciones bruscas. Pero a partir de 2,3MHz-3MHz estos parámetros se estabilizan y toman un valor casi constante, y terminan en un valor de 5 para nuestro primer parámetro y de 0,025 para nuestro segundo parámetro. El efecto de incluir un substrato adicional se ve al comparar las figuras 4 y 5 respecto a las figuras 6 y 7 el efecto no es tan perceptible en el parámetro er pero este disminuye un poco 0,7 el efecto de este substrato es más notable en la permitividad efectiva. Donde se presentan mayores cambios. Este cambio se debe a que la fase de los parámetros S se ve afectado en aproximadamente 15°.
- En la figura 7 observamos que para las frecuencias entre 2.4 y 3.0 GHz, el diseño cumple con la especificación, pues el rango para er debe estar entre 2 y 10. En la figura 5 se observa la tangente de pérdidas y vemos que de 2.4 GHz en adelante ya se ha estabilizado y su valor es aproximadamente cero, antes de este corte se observa cómo cambia, pero en general se encuentra entre los parámetros indicados. La variación de estos resultados puede deberse a la atenuación del conductor o a ruido que este ingresando al sistema, pues estas mediciones no siempre van a ser exactas.
- En la Figura 10 se observa que para diferentes rangos de frecuencias el er se encuentra en la región adecuada, solo por algunos sobre picos no cumple la especificación, pero también notamos que si se saca una media, el valor de er se encuentra dentro del rango requerido.
- En la Figura 11 se encuentra la tangente de perdidas donde se observa que se estabiliza en cero para frecuencias mayores a 2.3 GHz, con unos pequeños sobrepicos, las pérdidas a "bajas frecuencias" (inferiores a 2.2) pueden ser debidas a la atenuación del conductor.
- Para el método propuesto se trabajo con una frecuencia de 2.5 GHz y al comparar las graficas en la línea 1 el valor de er esta entre 7.5 y 9, para la línea 2 el valor está entre 6 y 7.5.En el caso de la tangente de pérdidas para esta frecuencia el valor es cero, lo cual nos indica que cumplen las especificaciones requeridas y el diseño funciona.

#### REFERENCIAS

- [1] Material FR4. Disponible en http://www.eleprint.com.ar/material.htm
- [2] D. M. Pozar, Microwave Engineering. John Wiley & sons, pp 144-149, 1998.
- [3] C. Riedell, M. Steer, M. Kay, J. Kasten, M. Basel, and R. Pomerleau, \Dielectric characterization of printed circuit board substrates," Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, vol. 39, no. 2, pp. 437 -440, apr 1990.
- [4] R.E. Collin, Foundations for Microwave Engineering. New York: McGraw-Hill, 2 edition, 1992.
- [5] Microstrip formulas. Disponible en <a href="https://sites.google.com/site/transmissionlinesandantennas/">https://sites.google.com/site/transmissionlinesandantennas//</a>
- [6] M. Olyphant Jr. And J. H. Ball, "Strip-line methods for dielectric measurements at microwave frequencies," IEEE Trans. Elect. Insulation, vol. EI-5, pp 26-32, March 1970
- [7] C. Riedell, M. Steer, M. Kay, J. Kasten, M. Basel, and R. Pomerleau, \Dielectric characterization of printed circuit board substrates," Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, vol. 39, no. 2, pp. 437 -440, apr 1990.