



Profesores

Ph.D. Victor Grisales P. (Teoría)

M.Sc. Horacio Coral E. (Lab)

Guía de Laboratorio No. 4

Control PID

1. DESCRIPCIÓN

En esta práctica, el estudiante podrá analizar los efectos de cada una de las acciones de control P, I y D en un sistema de control, y diseñar e implementar sistemas de control PID para los lazos de velocidad y posición de un motor LEGO usando diferentes métodos de sintonización.

En la primera parte se analizará, mediante simulación usando Simulink, el efecto que tiene la ganancia proporcional, integral y derivativa en un sistema de control de orden superior y luego, se aplicarán diferentes técnicas clásicas de sintonización como Ziegler & Nichols y criterios de optimización como IAE e ITAE en el control del mismo sistema.

En la segunda parte del laboratorio, el estudiante se enfrentará con el diseño, simulación e implementación de sistemas de control PID para los lazos de velocidad y posición de un motor LEGO, usando el método de ubicación de polos, cancelación polo-cero y el lugar geométrico de las raíces (LGR) para cumplir requerimientos de diseño como: tiempo de estabilización, sobrenivel porcentual y error permanente.

2. OBJETIVOS

- Determinar el efecto de las diferentes acciones de control P, I, y D en el comportamiento dinámico y estático de un sistema.
- Sintonizar controladores PID mediante los métodos clásicos de Ziegler & Nichols y con criterios de optimización como IAE e ITAE.
- Diseñar e implementar sistemas de control PID usando métodos de síntesis/ubicación de polos, cancelación polo-cero y el lugar geométrico de las raíces, para cumplir requerimientos de tiempo de estabilización, error permanente y sobrenivel porcentual para los lazos de velocidad y posición de un motor LEGO.

3. MARCO TEÓRICO

La sintonía de controladores es el ajuste de parámetros de los controladores para lograr una respuesta deseada de lazo cerrado. La sintonía de compensadores ha venido evolucionando desde los años 40 hasta la actualidad, encontrando métodos de sintonía de compensadores PID muy simples como el método de ensayo y error hasta métodos que utilizan técnicas de optimización o basados en índices de robustez.

Usualmente se tienen dos tipos básicos de compensadores PID: el PID paralelo y el PID serie. Estas dos formas de compensadores pueden usarse de acuerdo al proceso o la aplicación. Sus funciones de transferencia



son [5, p. 236-237]:

PID paralelo:

$$PID_{paralelo}(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\alpha T_d s + 1} \right), \text{ con } 0.05 \leq \alpha \leq 0.2 \quad (1)$$

PID serie:

$$PID_{serie}(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \left(\frac{T_d s}{\alpha T_d s + 1} \right), \text{ con } 0.05 \leq \alpha \leq 0.2 \quad (2)$$

De igual forma, si se tienen las constantes de sintonización de un PID paralelo y se desea convertirlas a las constantes de un PID serie o viceversa, se pueden utilizar las conversiones mostradas en la Tabla 1 .

De PID paralelo a PID serie	De PID serie a PID paralelo
$K'_c = \left(0.5 + \sqrt{0.25 - \frac{T_d}{T_i}} \right)$	$K_c = K'_c \left(1 + \frac{T'_d}{T'_i} \right)$
$T'_i = T_i \left(0.5 + \sqrt{0.25 - \frac{T_d}{T_i}} \right)$	$T_i = T'_i + T'_d$
$T'_d = \frac{T_d}{0.5 + \sqrt{0.25 - \frac{T_d}{T_i}}}$	$T_d = \frac{T'_i T'_d}{T'_i + T'_d}$

Tabla 1: Conversión de parámetros entre compensadores PID serie y paralelo [5, p.237,306].

A continuación se revisan algunos de los métodos clásicos de sintonización de compensadores PID más conocidos.

3.1. Sintonización de Compensadores PID para Respuesta de Asentamiento de $\frac{1}{4}$ por Ganancia Última

Este método pionero también conocido como método de sintonización en línea, fue propuesto por Ziegler & Nichols en 1942. En este método las características dinámicas del proceso son representadas por la ganancia última de un controlador proporcional y el periodo último de oscilación del lazo. Estos parámetros, debido a que usualmente no son conocidos, se determinan de forma experimental en el proceso real con el siguiente procedimiento [5, p.304-308]:

Paso 1: Deshabilite/inactive los modos integral y derivativo del compensador PID de tal forma que solo sea un controlador proporcional. En algunos controladores, el modo integral no puede ser eliminado totalmente pero puede ser ajustado de forma que el tiempo integral sea el máximo valor o, equivalentemente la tasa de integración ($1/T_i$) ajustada a su mínimo valor.

Paso 2: Con el controlador en automático (sistema en lazo cerrado), incremente la ganancia proporcional (o reduzca la banda proporcional) hasta que la respuesta del sistema en lazo cerrado oscile con amplitud constante. Registre el valor de la ganancia proporcional que produce oscilaciones sostenidas como K_u o ganancia última. Este paso se lleva a cabo usando pequeños incrementos de la ganancia, y aplicando pequeños cambios



en el setpoint en cada cambio de la ganancia. Para prevenir que el lazo sea inestable, se requieren incrementos más pequeños en la ganancia a medida que se está acercando a la ganancia última.

Paso 3: Una vez se llega a la ganancia última, el sistema deberá oscilar con amplitud constante. El periodo de oscilación del sistema a la ganancia última se conoce como T_u o periodo último.

Una vez se han determinado la ganancia y el periodo últimos, éstos se usan en las fórmulas de la Tabla 2 para calcular los parámetros de sintonización del controlador que produce una razón de asentamiento de un cuarto.

Las fórmulas de la Tabla 2 son para el controlador PID serie (Ec. 2). Para convertir estos parámetros de sintonización a un controlador PID paralelo (Ec. 1), use la Tabla 1.

Compensador	K'_c	T'_i	T'_d
P	$\frac{K_u}{2}$	—	—
PI	$\frac{K_u}{2.2}$	$\frac{T_u}{1.2}$	—
PID	$\frac{K_u}{1.7}$	$\frac{T_u}{2}$	$\frac{T_u}{8}$

Tabla 2: Fórmulas de sintonización para asentamiento de $\frac{1}{4}$ usando ganancia y periodo últimos [5, p.306].

3.2. Sintonización de Compensadores PID para Respuesta de Asentamiento de $\frac{1}{4}$ usando Modelo de Primer Orden más Tiempo Muerto (FOPDT)

El anterior método de Ziegler & Nichols caracteriza el proceso mediante dos constantes, la ganancia última y el periodo último. Algunos otros métodos de sintonización de controladores caracterizan el proceso mediante un modelo matemático de primer o segundo orden con tiempo muerto [5, p.310-314].

Modelo de Primer Orden con Tiempo Muerto (FOPDT):

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-t_o s} \quad (3)$$

Donde:

- k es la ganancia en estado estable del proceso.
- t_o es el tiempo muerto efectivo del proceso.
- τ es la constante de tiempo efectiva del proceso.

El modelo FOPDT es en el que se basan muchas de las fórmulas de sintonización de controladores. Este modelo caracteriza el proceso con tres parámetros: la ganancia k , el tiempo muerto t_o , y la constante de tiempo τ . La pregunta es, entonces, cómo se pueden determinar estos parámetros?. La respuesta es que se debe realizar

una prueba dinámica en el proceso real para obtener estos tres parámetros, así:

Prueba de Respuesta al Escalón:

Paso 1: Con el controlador en 'manual' (sistema en lazo abierto) aplique un escalón a la señal de control que va al proceso. La magnitud de este cambio debería ser lo suficientemente grande como para que el transmisor sea capaz de medir la respuesta obtenida, pero no debería ser tan grande como para que la respuesta se vea distorsionada por no linealidades del proceso.

Paso 2: Registre la respuesta que entrega el transmisor en un dispositivo donde se pueda observar toda la señal desde donde ocurrió el escalón de entrada hasta donde el sistema alcanza un nuevo valor de estado estable. Comúnmente, una prueba al escalón puede durar entre unos minutos hasta varias horas, dependiendo de la velocidad de respuesta del proceso.

Una respuesta típica ante el escalón, también llamada *curva de reacción* del proceso, se puede observar en la Figura 1. El siguiente paso es ajustar la curva de reacción a un modelo de primer orden con tiempo muerto (FOPDT).

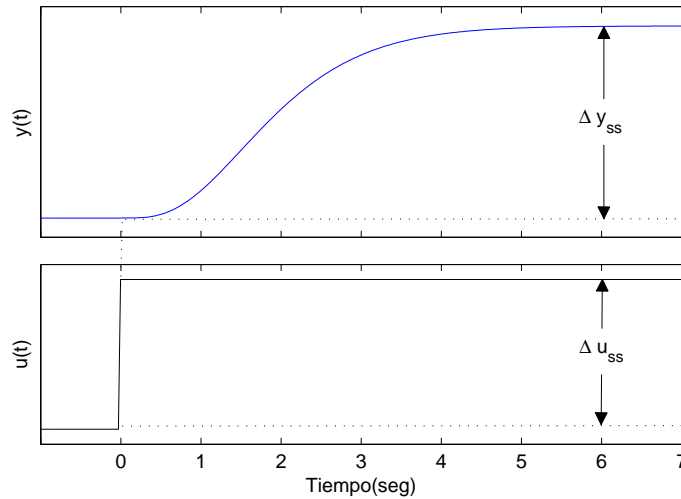


Figura 1: Curva de reacción del proceso o respuesta al escalón en lazo abierto.

Para obtener la ganancia en estado estable k del proceso, se usa la siguiente ecuación:

$$k = \frac{\Delta salida_{ss}}{\Delta entrada_{ss}} \quad (4)$$

Luego, se halla t_1 y t_2 , los cuales son el tiempo al cual la salida alcanza el 28.3% y 63.2% del cambio total (ver Figura 2), respectivamente. Finalmente, se aplican las ecuaciones 5 y 6 para encontrar la constante de tiempo efectiva del proceso τ y el tiempo muerto t_o :

$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1) \quad (5)$$

$$t_o = t_2 - \tau \quad (6)$$

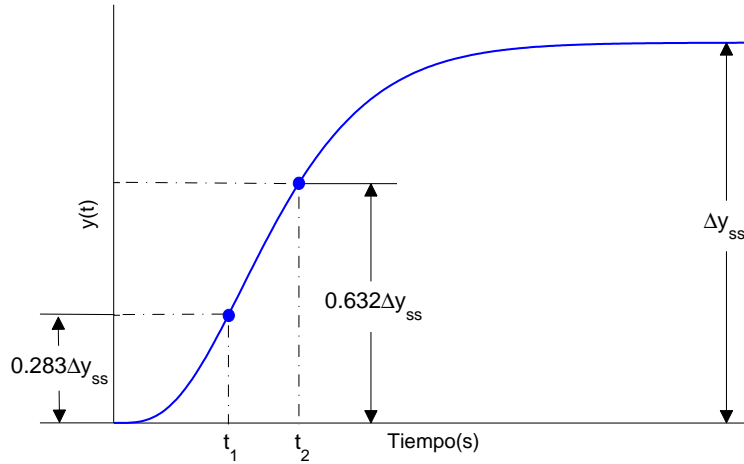


Figura 2: Parámetros para ajustar el modelo FOPDT.

Además de las fórmulas para sintonización de compensadores usando la ganancia y periodo últimos, Ziegler & Nichols también propusieron un conjunto de fórmulas de sintonización PID basadas en parámetros de un modelo de primer orden con tiempo muerto (FOPDT). Estas fórmulas se dan en la Tabla 3. Se hace énfasis en que estas fórmulas son empíricas y no deberían ser extrapoladas más allá del rango $0.1 < t_o/\tau < 0.5$.

Compensador	K'_c	T'_i	T'_d
P	$\frac{1}{k} \left(\frac{t_o}{\tau} \right)^{-1}$	—	—
PI	$\frac{0.9}{k} \left(\frac{t_o}{\tau} \right)^{-1}$	$3.33t_o$	—
PID	$\frac{1.2}{k} \left(\frac{t_o}{\tau} \right)^{-1}$	$2.0t_o$	$0.5t_o$

Tabla 3: Fórmulas de sintonización para asentamiento de $\frac{1}{4}$ usando modelos de FOPDT [5, p. 320].

Las fórmulas de la Tabla 3 son para el controlador PID serie (Ec. 2). Para convertir estos parámetros de sintonización a un controlador PID paralelo (Ec. 1), use la Tabla 1.

3.3. Sintonización de Compensadores PID por criterios de Optimización IAE e ITAE

Además de los anteriores métodos, se desarrollaron otros métodos de sintonización que usan parámetros de modelos FOPDT. La especificación de estos métodos para la respuesta en lazo cerrado es básicamente lograr



un mínimo error entre la variable controlada y la referencia. El error es una función del tiempo para toda la duración de la respuesta, de tal manera que la suma del error en cada instante de tiempo se minimice.

Existen diferentes criterios de minimización del error como lo son: La Integral del Valor Absoluto del Error (IAE), La Integral del Cuadrado del Error (ISE), La Integral del Valor Absoluto del Error con Peso en el Tiempo (ITAE), y La Integral del Cuadrado del Error con Peso en el Tiempo (ITSE).

Las Tablas 4 y 5 presentan las fórmulas de sintonización para compensadores PI y PID con los criterios IAE e ITAE. Se hace énfasis en que estas fórmulas son empíricas y no deberían ser extrapoladas más allá del rango $0.1 < t_o/\tau < 1.0$. Si se desea conocer detalles de los criterios IAE, ITAE, ISE e ITSE se sugiere revisar [5, p. 321-329].

Parámetros PI	IAE	ITAE
$K_c = \frac{a_1}{k} \left(\frac{t_o}{\tau} \right)^{b_1}$	$a_1 = 0.758, b_1 = -0.861$	$a_1 = 0.586, b_1 = -0.916$
$T_i = \frac{\tau}{a_2 + b_2 \left(\frac{t_o}{\tau} \right)}$	$a_2 = 1.02, b_2 = -0.323$	$a_2 = 1.03, b_2 = -0.165$

Tabla 4: Fórmulas de sintonización PI con criterios IAE e ITAE para cambios en el setpoint [5, p. 325].

Parámetros PID	IAE	ITAE
$K_c = \frac{a_1}{k} \left(\frac{t_o}{\tau} \right)^{b_1}$	$a_1 = 1.086, b_1 = -0.869$	$a_1 = 0.965, b_1 = -0.855$
$T_i = \frac{\tau}{a_2 + b_2 \left(\frac{t_o}{\tau} \right)}$	$a_2 = 0.74, b_2 = -0.13$	$a_2 = 0.796, b_2 = -0.147$
$T_d = a_3 \tau \left(\frac{t_o}{\tau} \right)^{b_3}$	$a_3 = 0.348, b_3 = 0.914$	$a_3 = 0.308, b_3 = 0.9292$

Tabla 5: Fórmulas de sintonización PID con criterios IAE e ITAE para cambios en el setpoint [5, p. 325].

Los parámetros de sintonización del compensador PID de la Tabla 5 son para el controlador PID paralelo (Ec. 1). Para convertir estos parámetros de sintonización a un controlador PID serie (Ec. 2), use la Tabla 1.

Para ampliar aspectos teóricos de sintonización de controladores PID, consulte: [3, Caps. 7 y 9], [4, Caps. 6 y 8], [2, Cap. 7] y [1, Cap. 10].

4. PROCEDIMIENTO

La práctica está dividida en dos partes las cuales se desarrollarán en tres semanas: Métodos Clásicos de Sintonización PID, y Control PID por Síntesis, Cancelación Polo-Cero y LGR. Los puntos a continuación deberán ser desarrollados en grupos y entregados en un informe la semana siguiente a la culminación de las actividades

(vea detalles en las secciones 5 y 6). Los puntos prácticos deberán ser sustentados en clase de laboratorio.

Dentro del procedimiento a realizar por los estudiantes, se utilizarán dos archivos de código *nxc* para la implementación de los sistemas de control de velocidad y posición del motor LEGO (archivos adjuntos a esta guía). El archivo llamado *controlPIvel.nxc* tiene la estructura de control mostrada en la Figura 3, y el archivo llamado *controlPIDpos.nxc* tiene la estructura de control mostrada en la Figura 4. El estudiante debe tener en cuenta estas estructuras a la hora de realizar la implementación de sus diseños en el BricxCC. A continuación se detalla el procedimiento a realizar en cada parte:

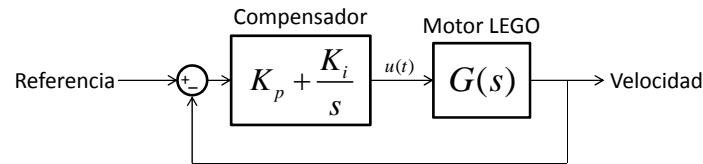


Figura 3: Estructura del sistema de control de velocidad implementado en *controlPIvel.nxc*.

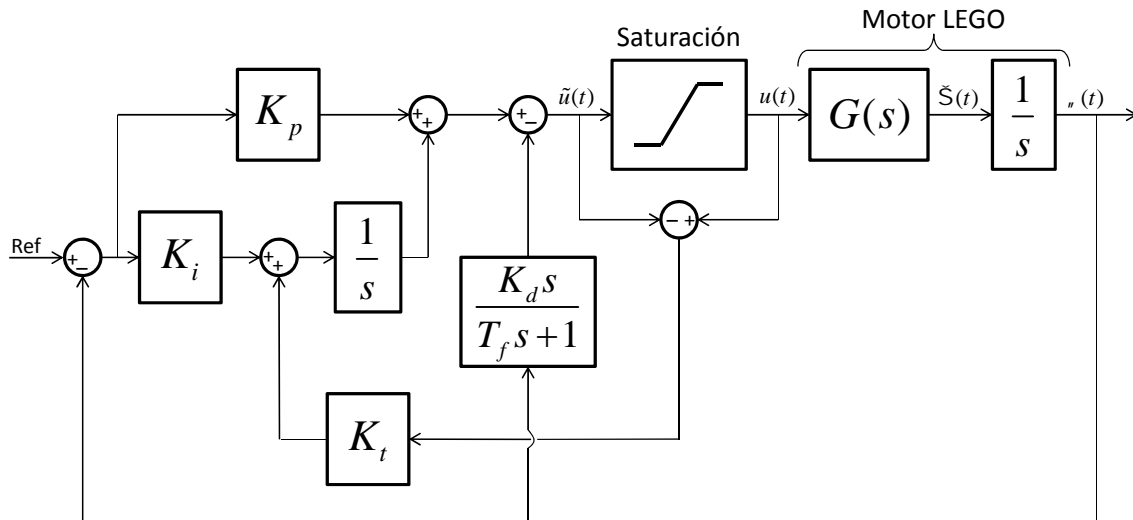


Figura 4: Estructura del sistema de control de posición implementado en *controlPIDpos.nxc*.

4.1. Métodos Clásicos de Sintonización PID

Esta primera parte corresponde al análisis del efecto que tienen las diferentes acciones de control PID en un sistema de control de un proceso de orden superior, específicamente un sistema de intercambio de calor, cuyo objetivo de control es regular la temperatura dentro de un tanque. Luego, el estudiante aplicará tres diferentes técnicas clásicas de control de procesos y analizará sus ventajas y desventajas frente a los otros métodos respecto a la respuesta dinámica y estática del sistema en lazo cerrado.

La Figura 5 muestra el diagrama P&ID del sistema de control de temperatura para el proceso de intercambio de calor. El objetivo es controlar la temperatura del producto en el tanque, manipulando el flujo de fluido caliente que entra en la chaqueta del intercambiador con una válvula de control que recibe ordenes desde un controlador PID ($TC/101$) a través de un conversor (I/P). Al variar el flujo de fluido caliente dentro de la chaqueta, habrá mayor o menor transferencia de calor hacia el producto que se desea calentar. El controlador recibe la señal de realimentación proveniente de un transmisor de temperatura ($TT/101$) que transmite la temperatura actual del producto dentro del tanque. La idea es diseñar varios compensadores PID usando diferentes técnicas de sintonización para el proceso de intercambio de calor.

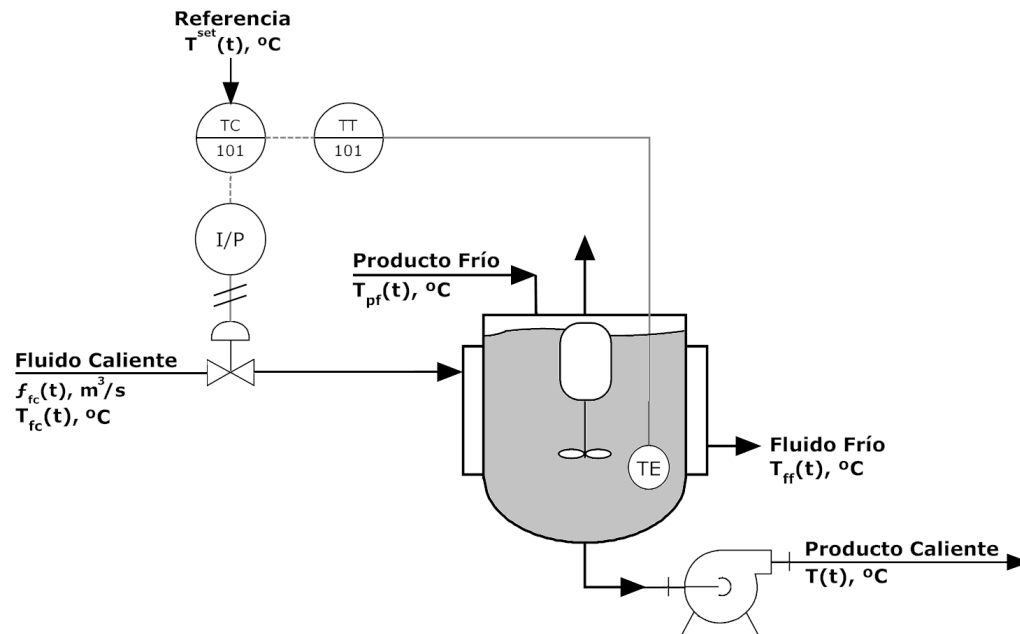


Figura 5: Diagrama P&ID del sistema de intercambio de calor.

1. Construya en Simulink® el diagrama que se observa en la Figura 6. Este diagrama es una representación matemática aproximada de todo el sistema de intercambio de calor en un punto de operación, y está compuesto por el modelo matemático de la válvula de control, el proceso de intercambio de calor y el retardo de transporte de 2 segundos en la medición.

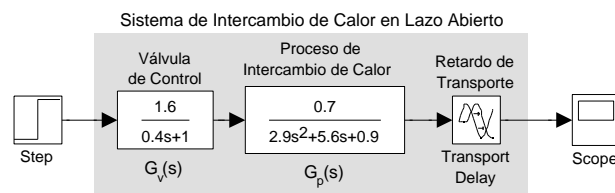


Figura 6: Diagrama de bloques del sistema de intercambio de calor en lazo abierto.

2. Obtenga y analice la respuesta del sistema en lazo abierto ante una entrada tipo escalón. Obtenga un modelo matemático de primer orden más tiempo muerto FOPDT (Ec. 3).
3. Construya y agregue un compensador PID paralelo (Ec. 1) al sistema de intercambio de calor y cierre el lazo de control tal como se muestra en la Figura 7. Varíe de forma independiente los parámetros del compensador (K_c , T_i , T_d) y determine cuáles son los principales efectos de cada parámetro en el lazo de control.

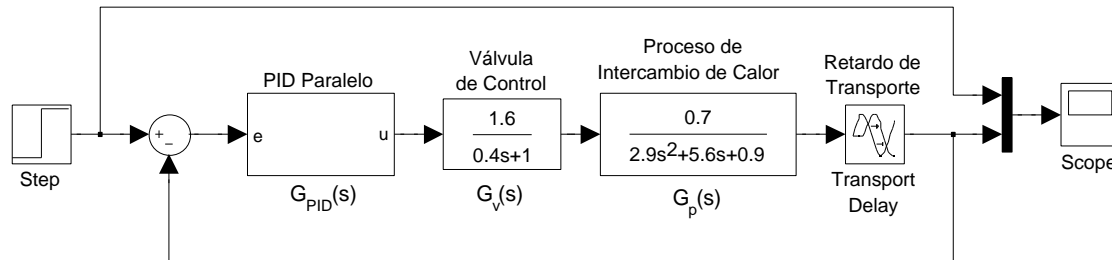


Figura 7: Diagrama en Simulink® del sistema de Intercambio de Calor con control PID.

4. Sintonicé y simule un compensador PI y PID para razón de asentamiento de $\frac{1}{4}$ usando el método de ganancia última para el sistema de intercambio de calor. Muestre y analice las respuestas obtenidas.
5. Sintonicé y simule un compensador PI y PID para razón de asentamiento de $\frac{1}{4}$ usando modelo de FOPDT para el sistema de intercambio de calor. Muestre y analice las respuestas obtenidas.
6. Sintonicé y simule un compensador PI y PID por criterios de optimización IAE e ITAE para el sistema de intercambio de calor. Muestre y analice las respuestas obtenidas.
7. Analice y describa las ventajas y desventajas de los métodos de sintonización, respecto a facilidad de sintonización, tiempo de estabilización, error permanente, sobrenivel porcentual, señal de control y grado de estabilidad.

4.2. Control PID por Síntesis, Cancelación Polo-Cero y LGR

En esta última parte del laboratorio, el estudiante utilizará la función de transferencia del motor LEGO para diseñar y simular sistemas de control PID para los lazos de velocidad y posición, usando el método de ubicación de polos o síntesis, cancelación polo-cero, y el lugar geométrico de las raíces (LGR). Los sistemas de control deberán cumplir requerimientos de diseño como: tiempo de estabilización, sobrenivel porcentual y error permanente. La implementación se realizará en el Bricx Command Center y se requiere que el estudiante registre las respuestas de cada sistema de control implementado para realizar posterior análisis en Matlab.

1. Realice una prueba al escalón del motor LEGO usando el archivo *registroveel.nxc* y obtenga una función de transferencia de primer orden SIN tiempo muerto. De aquí en adelante esta función se llamará $G(s)$, y servirá como base para el diseño de los sistemas de control.
2. Diseñe y simule un compensador PI (**use el método de síntesis o ubicación de polos**) para el control de velocidad del motor LEGO usando la estructura del compensador mostrado en la Figura 8, tal que el sistema en lazo cerrado se estabilice en 0.5seg (criterio del 5%), tenga un sobrenivel porcentual inferior

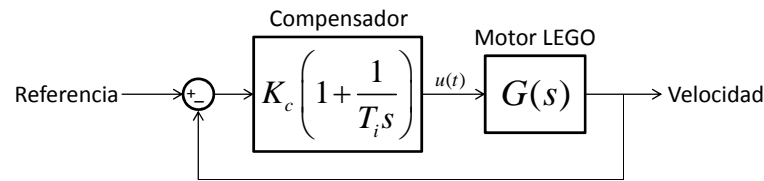


Figura 8: Sistema de control de velocidad con compensador PI.

a 7% y error permanente cero ante una entrada tipo escalón. Muestre el procedimiento de diseño y verifique que en simulación se cumplan los requerimientos solicitados. Implemente en el Brick y a partir de la respuesta experimental obtenga el error permanente, ganancia del sistema en lazo cerrado, sobrenivel porcentual y tiempo de estabilización. Para la implementación use el programa *controlPIvel.nxc*.

3. Diseñe y simule un compensador PI (**use el método de cancelación polo-cero**) para el control de velocidad del motor LEGO usando la estructura del compensador mostrado en la Figura 8, tal que el sistema en lazo cerrado se estabilice en 0.5seg (criterio del 5%), tenga un sobrenivel porcentual inferior a 7% y error permanente cero ante una entrada tipo escalón. Muestre el procedimiento de diseño y verifique que en simulación se cumplan los requerimientos solicitados. Implemente en el Brick y a partir de la respuesta experimental obtenga el error permanente, ganancia del sistema en lazo cerrado, sobrenivel porcentual y tiempo de estabilización. Para la implementación use el programa *controlPIvel.nxc*.
4. Usando la técnica del **Lugar Geométrico de las Raíces** (no usar ningún software), halle el valor de K_p para el sistema de control de posición del motor LEGO mostrado en la Figura 9, tal que su respuesta en lazo cerrado ante una entrada tipo escalón presente un sobrenivel porcentual de 35%. Describa el procedimiento utilizado para hallar K_p y realice una simulación para verificar el correcto diseño. Implemente en el Brick el sistema de control de posición, registre y analice la respuesta experimental obtenida y contrástela con la respuesta obtenida en simulación. Para implementar use *controlPIDpos.nxc*.

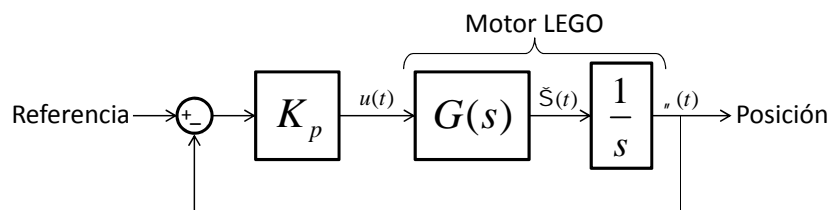


Figura 9: Sistema de control de posición con compensador P.

5. Diseñe y simule un sistema de control P, PD, PI o PID para controlar la posición del motor LEGO tal que el sistema en lazo cerrado se estabilice en 0.2seg, tenga sobrenivel porcentual inferior a 7% y error permanente cero ante entrada escalón. Describa el procedimiento utilizado para diseñar el controlador y verifique que en simulación se cumplan los requerimientos solicitados. Implemente en el Brick el controlador diseñado, registre la respuesta, y a partir de los resultados obtenga el error permanente, la ganancia del sistema en lazo cerrado, el tiempo de estabilización y el sobrenivel porcentual. Muestre la respuesta experimental obtenida y contrástela con la respuesta esperada, y si el sistema de control no cumple cada requerimiento solicitado, analice cada uno y justifique por qué. Para la implementación use el programa *controlPIDpos.nxc*.



5. INFORME

Desarrollar un informe de la práctica usando el formato IEEE, que contenga los siguientes ítems:

- Título, Autores y Resumen en español.
- Introducción.
- Desarrollo de la sección PROCEDIMIENTO.
- Conclusiones.
- Bibliografía.

6. EVALUACIÓN

Entregar informe de la práctica según lineamientos dados en la sección 5. El informe se debe entregar únicamente vía e-mail a la dirección *horacio.unal@gmail.com* como máximo el *22 de octubre de 2012* y la evaluación sería de la siguiente manera:

- Presentación del Informe (P_{INF}) (organización, redacción, ortografía, claridad, formato): **Valor 1.0.**
- Punto 4.1: **Valor 1.5.**
- Punto 4.2: **Valor 3.0.**
- Conclusiones (C): **Valor 0.5.**
- Ecuación de evaluación:

$$\text{Nota} = (P_{4.1} + P_{4.2} + C)P_{INF}$$

7. REFERENCIAS

- [1] ASTRÖM, Karl J. ; MURRAY, Richard M.: *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Electronic Edition v2.10e. Princeton, New Jersey : Princeton University Press, 2008. – 411 p. p.
- [2] DORF, Richard C. ; BISHOP, Robert H.: *Modern control systems*. 12th. Prentice Hall : Pearson, 2010. – xxi, 1082 p. p.
- [3] GOLNARAGHI, M. F. ; KUO, Benjamin C.: *Automatic control systems*. 9th. Hoboken, NJ : Wiley, 2010. – 786 p. p.
- [4] OGATA, Katsuhiko: *Modern control engineering*. 5th. Boston : Prentice-Hall, 2010 (Prentice-Hall electrical engineering series Instrumentation and controls series). – x, 894 p. p.
- [5] SMITH, Carlos A. ; CORRIPIO, Armando B.: *Principles and practice of automatic process control*. 2nd. Wiley, 1997. – 784 p.