

Análisis de Nodos, Mallas y Teorema de Superposición

José Fabio Lozano Ovalle Código: 222982
Wilson Orlando Macias Fuquen Código: 223101
David Ricardo Martínez Hernández Código: 261931

I. OBJETIVOS

- Comprende y comprobar experimentalmente las diferentes técnicas de análisis de circuitos.
- Emplear el principio del teorema de superposición para resolver un circuito con dos o más fuentes.
- Reconocer la diferencia entre los modelos teóricos y los modelos prácticos de los elementos que componen un circuito.

II. HIPÓTESIS

Al analizar un circuito por mallas o nodos y resolverlo nuevamente por superposición se deben obtener datos aproximadamente iguales, además los datos obtenidos teóricamente deben ser aproximados al datos que se toman experimentalmente. Cuando se analiza un circuito de alta frecuencia, en la teoría no afecta el análisis, en la práctica esto puede afectar los elementos de medición ya estos tienen limitaciones respecto a esta característica y las mediciones pueden variar.

III. MATERIALES

- Cables
- Conectores
- Fuente dual
- Generador de señales
- Multímetros
- Osciloscopio
- Pinzas
- Resistencias

IV. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Se realizó el análisis al circuito de la Fig. 1

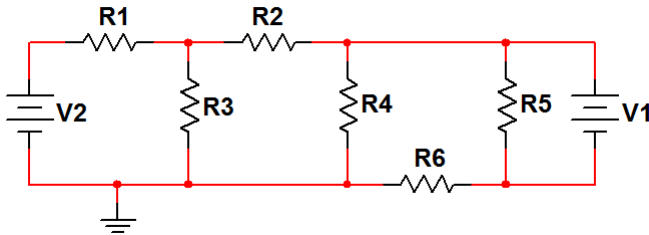


Fig. 1: Circuito con dos fuentes

$R_1 = R_4 = 1 \text{ K}\Omega$, $R_2 = 2.2 \text{ K}\Omega$, $R_3 = 10 \text{ K}\Omega$, $R_5 = 100 \Omega$
Y $R_6 = 120 \Omega$

A. Análisis por Kirchhoff

Las ecuaciones que se obtuvieron al analizarlo por Kirchhoff se obtuvieron las siguientes ecuaciones de malla

$$V_2 = I_1 (R_1 + R_3) - I_2 R_3 \quad (1)$$

$$0 = -I_1 R_3 + I_2 (R_2 + R_3 + R_4) - I_3 R_4 \quad (2)$$

$$0 = -I_2 R_4 + I_3 (R_4 + R_5 + R_6) - I_4 R_5 \quad (3)$$

$$V_1 = I_4 R_5 \quad (4)$$

De la ecu. (4) se puede deducir que $I_4 = \frac{V_1}{R_5} = 0.05 \text{ mA}$, por consiguiente la matriz queda como la ecu. (5)

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 & 0 \\ R_3 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2 \\ 0 \\ V_{R_5} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Siendo la ecu. (6) la matriz resultado

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 & 0 \\ R_3 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_2 \\ 0 \\ V_{R_5} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Por consiguiente el valor de las corriente se encuentra en la siguiente matriz ecu. 7

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.686 \text{ mA} \\ 8.155 \text{ mA} \\ 10.782 \text{ mA} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Los voltajes teóricos son:

V_{R_1}	V_{R_2}	V_{R_3}	V_{R_4}	V_{R_5}	V_{R_6}
9.686	17.9412	15.313	2.627	5	1.293

TABLA I: Voltajes obtenidos teóricamente

Los valores obtenidos en la práctica de la Fig. 1 son:

	Voltaje [V]	Corriente [mA]
F_1	4.994	49.578
F_2	25.04	7.576
R_1	7.47	7.576
R_2	12.5	5.882
R_3	17.57	1.495
R_4	5.067	5.184
R_5	4.994	48.96
R_6	0.073	0.618

TABLA II: Valores obtenidos en la práctica medidos directamente

ANÁLISIS

Al cambiar la fuente V_1 por un generador de señales se obtuvieron los siguientes resultados:

	Voltaje _{DC} [V]	Voltaje _{RMS} [V]	Osciloscopio [V]
F_1	0.150	4.677	6.8 _{pico} 2 V/Div
F_2	25.03	0.0043	0
R_1	8.69	1.181	0.75 _{pico} 0.2 V/Div
R_2	5.45	2.843	1 _{pico} 1.5 V/Div
R_3	16.34	1.186	1.7 _{pico} 0.5 V/Div
R_4	0.895	4.029	5.8 _{pico} 2 V/Div
R_5	0.155	4.679	6.8 _{pico} 2 V/Div
R_6	0.745	0.651	2.7 _{pico} 1 V/Div

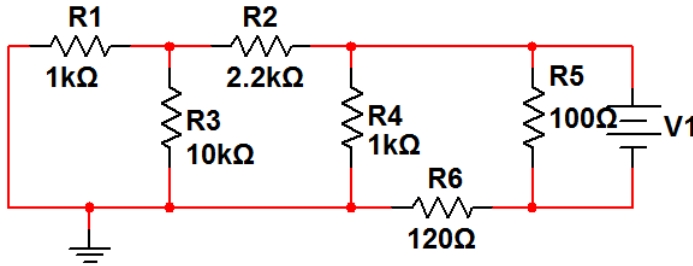
TABLA III: Valores obtenidos en la práctica medidos directamente

ANÁLISIS

B. Análisis por Superposición

Las ecuaciones de superposición que se obtuvieron fueron las siguientes:

$$V_2 = 0$$

Fig. 2: Fuente V_2 a cero

Las ecuaciones para este circuito son las siguientes:

$$0 = I_{1a}(R_1 + R_3) - I_{2a}R_3 \quad (8)$$

$$0 = -I_{1a}R_3 + I_{2a}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{3a}R_4 \quad (9)$$

$$V_1 = -I_{2a}R_4 + I_{3a}(R_4 + R_5 + R_6) - I_{4a}R_5 \quad (10)$$

Dado que $I_{4a} = \frac{V_1}{R_5} = 0.05 \text{ mA}$

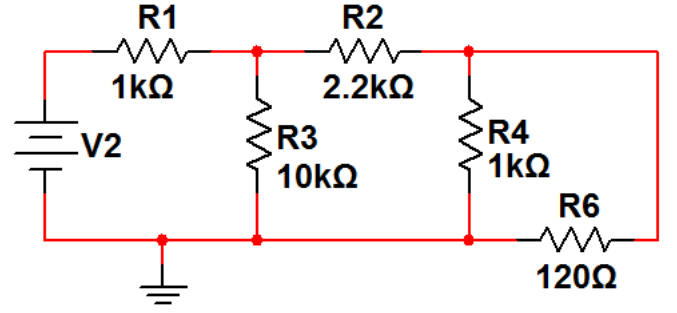
$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 & 0 \\ R_3 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \\ I_{3a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \\ I_{3a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 & 0 \\ R_3 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

El valor de las corrientes para el circuito 2 se encuentran a continuación

$$\begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \\ I_{3a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.132 \text{ mA} \\ 1.245 \text{ mA} \\ 5.119 \text{ mA} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$V_1 = 0$$

Fig. 3: Fuente V_1 a cero

Las ecuaciones para este circuito son las siguientes:

$$V_2 = I_{1b}(R_1 + R_3) - I_{2b}R_3 \quad (14)$$

$$0 = -I_{1b}R_3 + I_{2b}(R_2 + R_3 + R_4) - I_{3b}R_4 \quad (15)$$

$$0 = -I_{2b}R_4 + I_{3b}(R_4 + R_5 + R_6) \quad (16)$$

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 & 0 \\ R_3 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \\ I_{3b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \\ I_{3b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 & 0 \\ R_3 & R_2 + R_3 + R_4 & -R_4 \\ 0 & -R_4 & R_4 + R_5 + R_6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

El valor de las corrientes para el circuito 3 se encuentran a continuación

$$\begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \\ I_{3b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.553 \text{ mA} \\ 6.909 \text{ mA} \\ 5.663 \text{ mA} \end{bmatrix} \quad (19)$$

El valor de las corrientes calculadas teóricamente son las siguientes:

$$\begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \\ I_{3a} \\ I_{4a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \\ I_{3b} \\ I_{4b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.132 \\ 1.245 \\ 5.119 \\ 0.05 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.553 \\ 6.909 \\ 5.663 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.685 \text{ mA} \\ 8.154 \text{ mA} \\ 10.782 \text{ mA} \\ 0.05 \text{ mA} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Los valores obtenidos en la práctica para superposición son los siguientes:

	Voltaje [V]	Corriente [mA]
F_2	25.02	8.8438
R_1	8.72	8.8438
R_2	15.53	7.3082
R_3	16.3	1.4342
R_4	0.772	0.789
R_5	0	0
R_6	0.765	6.483

TABLA IV: Valores obtenidos en la práctica por medio de superposición con $V_1 = 0$ Fig. 3

	Voltaje [V]	Corriente [mA]
F_1	4.989	48.987
R_1	3.612	3.663
R_2	0.796	0.374
R_3	3.612	0.317
R_4	4.409	4.508
R_5	4.498	44.098
R_6	0.577	4.889

TABLA V: Valores obtenidos en la práctica por medio de superposición con $V_2 = 0$ Fig. 2

ANÁLISIS

Al cambiar la fuente V_1 por un generador de señales se obtuvieron los siguientes resultados:

	$Voltaje_{RMS}$ [V]	Osciloscopio [V]
F_1	4.729	6.8_{pico} 2 V/Div
R_1	3.416	1.7_{pico} 0.5 V/Div
R_2	0.756	1_{pico} 0.5 V/Div
R_3	3.416	1.7_{pico} 0.5 V/Div
R_4	4.172	5.8_{pico} 2 V/Div
R_5	4.722	6.8_{pico} 2 V/Div
R_6	0.551	2.7_{pico} 1 V/Div

TABLA VI: Valores obtenidos en la práctica por medio de superposición con $V_2 = 0$

	Voltaje [V]	Corriente [mA]
F_2	25.02	8.8438
R_1	8.72	8.8438
R_2	15.53	7.3082
R_3	16.3	1.4342
R_4	0.772	0.789
R_5	0	0
R_6	0.765	6.483

TABLA VII: Valores obtenidos en la práctica por medio de superposición con $V_1 = 0$

ANÁLISIS

V. CIRCUITO CON 2 FUENTES DE VOLTAJE

Se calculo los resultados teóricos del circuito de la Fig. 4

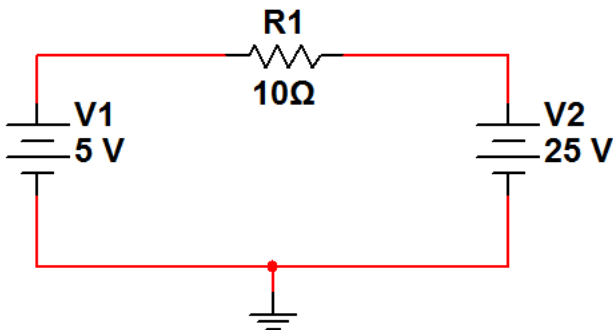


Fig. 4: Montaje con 2 fuentes

Las ecuaciones que se obtuvieron se describen a continuación

$$V_1 - V_2 = I R \quad (21)$$

$$\frac{V_1 - V_2}{R} \quad (22)$$

Es decir que el valor de la corriente es $\frac{5-25}{10} = -2$ A, esto quiere decir que el voltaje en la resistencia es de 20 V y la fuente V_1 esta consumiendo corriente y energía Al realizar este circuito no se cumplió lo que se esperaba, la fuente de 5 V se convirtió en una impedancia muy alta, esto quiere decir que al estar conectada en serie con la resistencia consumirá todo el voltaje y controlara la corriente. Esto se nota en la siguiente tabla (Reostato = 10.1 Ω)

	F_1	F_2	R
Voltios [V]	24.79	25.06	0.265
Corriente [mA]	2	2	2

TABLA VIII: Valores obtenidos prácticamente

VI. CARACTERIZACIÓN FUENTE Y GENERADOR DE SEÑALES

A. Caracterización Fuente

Los valores que se obtuvieron al hacer variar una resistencia y obtener los valores de corriente son los siguientes (Voltaje de entrada = 7.01 V)

R [Ω]	I [mA]
117.5	60
91.4	78
72.1	99
51.0	138
34.0	205
14.4	479

TABLA IX: Valores obtenidos

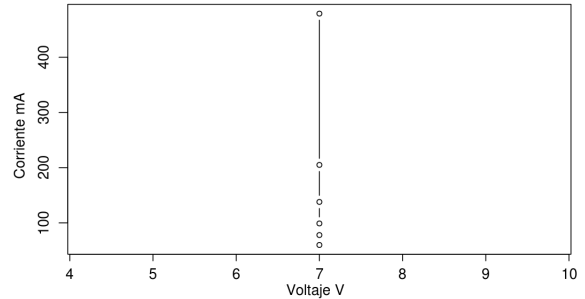


Fig. 5: Gráfica de caracterización de la Fuente

ANÁLISIS

B. Caracterización Generador de Señales

Los valores que se obtuvieron al hacer variar una resistencia y obtener los valores de corriente son los siguientes (Voltaje de entrada = 7.01 V_{RMS})

R [Ω]	I [mA]
1000	6
600	11
500	13
200	27

TABLA X: Valores obtenidos

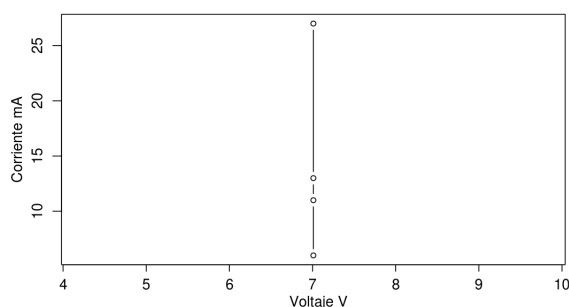


Fig. 6: Gráfica de caracterización del Generador de Señales

ANÁLISIS

VII. PREGUNTAS

- 1) ¿En la teoría existen diferencias entre los valores obtenidos con nodos y los obtenidos con mallas? Gracias a que las teorías de nodos y de mallas se derivan de la ley Ohm y las ecuaciones de Maxwell los datos que se obtienen a través de estas no tienen diferencia.

- 2) ¿Existen diferencias entre los valores obtenidos en la teoría y los valores experimentales?

En la teoría se asumen que los elementos del circuito son ideales, es decir que las fuentes y generador de señales no tienen pérdidas internas, que no hay pérdidas en los cables y las resistencias tienen valores exactos. Ahora experimentalmente se tienen estas clases de pérdidas tanto en fuentes, en generadores de señales como en cables de conexiones, además los valores de resistencias no son exactos y los elementos de medición pueden no medir con precisión y exactitud.

Pero aun así, los valores tomados experimentalmente generalmente se aproximan a los datos obtenidos teóricamente.

- 3) ¿En la práctica para realizar superposición, es lo mismo poner la fuente DC o el generador de señales en cero voltios que ponerlos en corto? Concuere con la teoría? Cuando se pone una fuente DC o un generador de señales en cero voltios, este representa una resistencia interna considerable la cual modifica el análisis del circuito, el cual se comporta diferente si en lugar de la fuente o el generador de señales se pone en corto ya que representa una resistencia aproximadamente de cero.

Esto no concuerda con la teoría, ya que en esta es lo mismo dejar la fuente o el generador de señales en cero voltios o ponerlos en corto, en las ecuaciones de análisis esto no alterara el resultado.

- 4) ¿Hay diferencias en la curva (V vs I) de una fuente real y una teórica?

Suponiendo que se analiza un circuito lineal, la curva de una fuente ideal es lineal, con la corriente proporcional a la tensión ya que esta fuente puede entregar la corriente que pida el circuito. En una fuente real la curva no es lineal ya que está limitada por corriente, al acercarse al límite o alcanzarlo se puede calentar y la resistencia interna de la fuente aumenta.

- 5) ¿Cual será el modelo adecuado para la fuente de tensión DC y para el generador de señales? La fuente de tensión real se modela adecuadamente como una fuente de tensión ideal con una resistencia en serie, esta resistencia representa la resistencia interna de la fuente. El generador de señales se modela de igual forma, con una fuente AC ideal con una resistencia en serie.

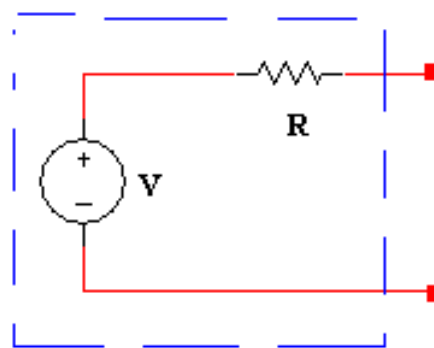


Fig. 7: Modelo para una fuente de tensión real

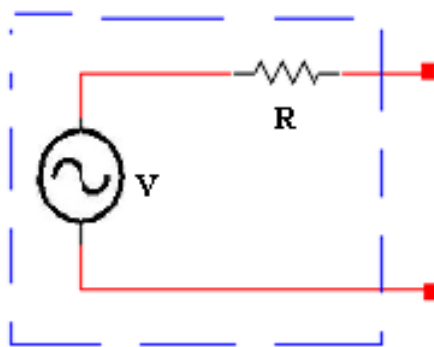


Fig. 8: Modelo para un generador de señales real

- 6) ¿En qué casos es conveniente usar superposición para análisis de circuitos?

La superposición se usa cuando se tienen dos o más fuentes que afectan a un elemento del circuito, pero más conveniente usar este método de análisis cuando se tiene que estas fuentes son AC con la misma o diferente frecuencia, cuando son fuentes AC con un nivel DC o combinación de estas.

VIII. CONCLUSIONES

- .
- .
- .

REFERENCIAS

- [1] Dorf & Svoboda. "Circuitos Eléctricos". Alfaomega, Sexta Edición, 2006.
- [2] Alexander, Charles K. & Sadiku, Matthew N.O. "Fundamentals of Electric Circuits". McGRAW-HILL, ISE Editions, 1999.
- [3] Nahvi, Mahmood & Edminister, Joseph A. "Theory and Problems of Electric Circuits". McGRAW-HILL, Fourth Edition, 2003.