

Circuitos Trifásicos

José Fabio Lozano Ovalle Código: 222982

Wilson Orlando Macías Fuquen Código: 223101

David Ricardo Martínez Hernández Código: 261931

Resumen—Se construirán cargas trifásicas balanceadas en estrella y delta que se alimentaran con fuentes trifásicas balanceadas y se analizan los voltajes y corrientes de línea y fase, también se realizaran los diagramas fasoriales. Se construirá un circuito rectificador trifásico de media onda y por ultimo se medirán las potencias activa reactiva y aparente tanto monofásica como trifásica.

Palabras clave—Cargas Balanceadas, Conexión Estrella (Y), Conexión Triángulo (Δ), Corriente de Fase, Corriente de Línea, Neutro, Potencia Activa, Potencia Aparente, Potencia Reactiva, Voltaje de Fase, Voltaje de Línea.

I. OBJETIVOS

- Identificar la relación entre voltajes fase-fase y voltajes fase-neutro en un sistema trifásico para cargas en estrella y en delta.
- Identificar la relación entre la corriente fase-fase y la corriente fase-neutro en un sistema trifásico para cargas en estrella y en delta.
- Utilizar el método de los dos watímetros “ARON” para la medición de potencia.
- Determinar la variación de la potencia cuando se implementa un rectificador de media onda.

II. INTRODUCCIÓN

La mayor parte del equipo utilizado en nuestra vida cotidiana funciona con sistemas monofásicos, pero existen muchos otros que utilizan el sistema trifásico, como por ejemplo los motores en la industria, y que representan una gran parte de la demanda total del sistema.

La utilización de circuitos trifásicos para la generación de energía eléctrica presenta ventajas no solo desde el punto de vista constructivo de la máquina rotatoria que se utiliza para dicha generación, sino también para la transmisión de potencia, ya que la eficiencia mejora cuando se utiliza un sistema trifásico en vez de uno monofásico. La potencia instantánea de la carga se mantiene como una constante lo cual ayuda a mantener también constante el momento de torsión sobre el rotor, esto no sería posible en un sistema monofásico y se traduciría en un aumento en la vibración del generador.

III. MARCO TEÓRICO

A. Voltajes Trifásicos Balanceados

Los voltajes trifásicos balanceados son producidos con un generador AC de 3 fases o un alternador como el que se muestra en la Fig. 1.

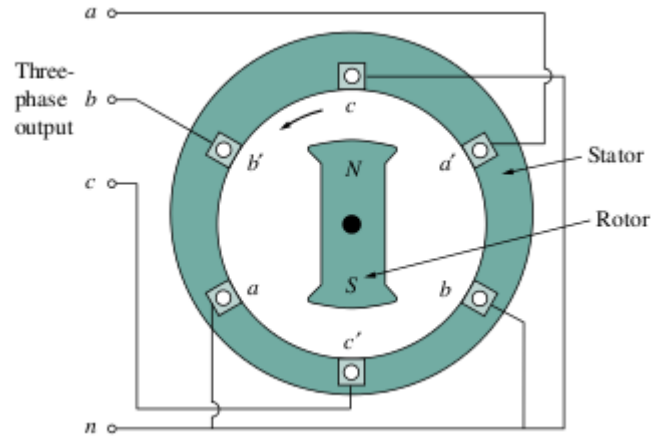


Fig. 1: Generador Trifásico. (Imagen tomada de [1], página 479)

El generador consiste básicamente en un imán rotatorio; llamado **rotor**; rodeado por una bobina estacionaria; llamada **estator**. Tres arrollamientos o bobinas separadas con los terminales $a - a'$, $b - b'$ y $c - c'$ aproximadamente en 120° al rededor de todo el estator. Las tensiones inducidas en las bobinas son iguales en magnitud, pero desfasadas en 120° , como el la Fig. 2

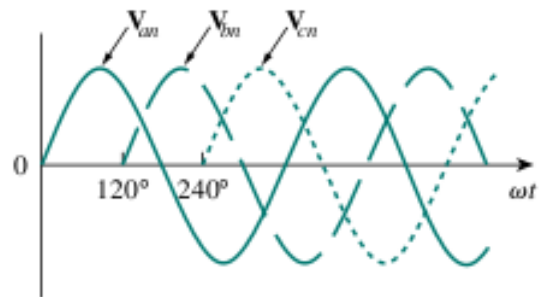


Fig. 2: Salida del generador de la Fig. 1. (Imagen tomada de [1], página 479)

Las fuentes de tensión pueden ser conectados en estrella (Y), como se muestra en la Fig. 3(a) o en triángulo (Δ) como en la Fig. 3(b).

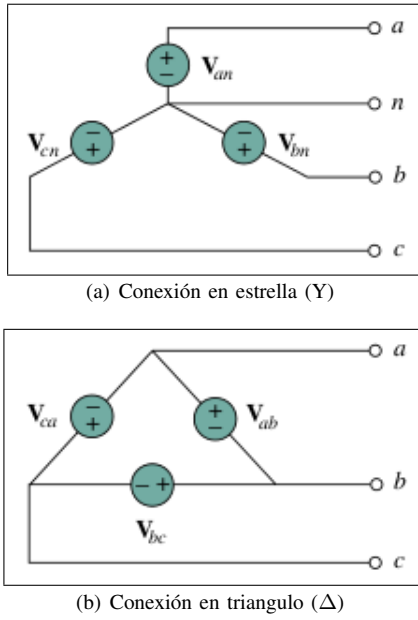


Fig. 3: Fuentes de Voltaje Trifásica. (Imágenes tomadas de [1], Página 480)

Para que el sistema se encuentre balanceado es necesario que se cumpla la ecu. 1 y la ecu. 2.

$$V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0 \quad (1)$$

$$|V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| \quad (2)$$

Existen 2 tipos de secuencia para los sistemas balanceados, si es de **secuencia positiva** se expresa de la siguiente manera

$$\begin{aligned} V_{an} &= V_p \angle 0^\circ \\ V_{bn} &= V_p \angle -120^\circ \\ V_{cn} &= V_p \angle -240^\circ = V_p \angle 120^\circ \end{aligned} \quad (3)$$

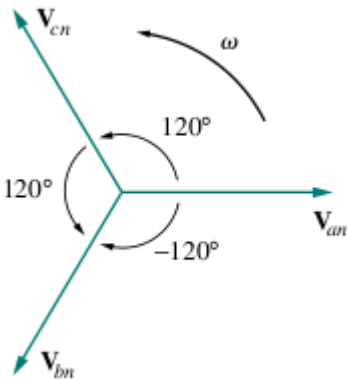


Fig. 4: Secuencia Positiva. (Imagen tomada de [1], página 480)

si es de **secuencia negativa** se expresa de la siguiente manera

$$\begin{aligned} V_{an} &= V_p \angle 0^\circ \\ V_{cn} &= V_p \angle -120^\circ \\ V_{bn} &= V_p \angle -240^\circ = V_p \angle 120^\circ \end{aligned} \quad (4)$$

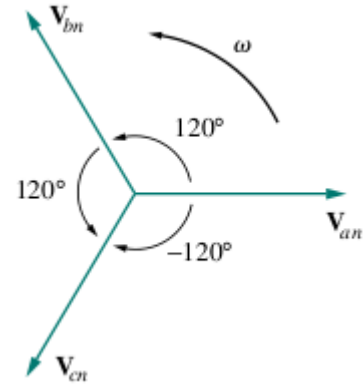


Fig. 5: Secuencia Negativa. (Imagen tomada de [1], página 480)

Al igual que las conexiones del generador, una carga trifásica puede ser conectada en estrella o delta, de acuerdo a la aplicación final. La Fig. 6(a) muestra una carga conectada en estrella, y la Fig. 6(b) muestra una carga conectada en delta.

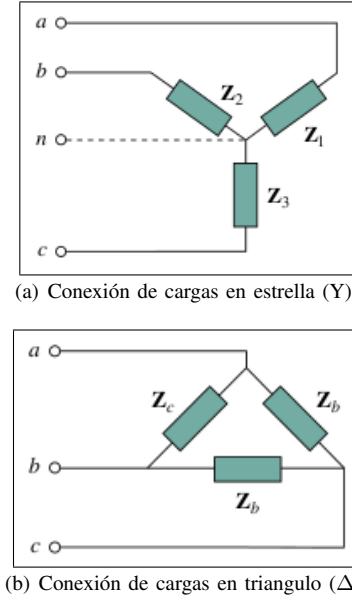


Fig. 6: Fuentes de Voltaje Trifásica. (Imágenes tomadas de [1], Página 481)

Una **carga balanceada** es aquella en la que las impedancias de fase son iguales en magnitud y en fase.

Para una carga balanceada conectada en Y,

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y \quad (5)$$

donde Z_Y es la impedancia de carga por fase. Para una carga balanceada conectada en Δ ,

$$Z_a = Z_b = Z_c = Z_\Delta \quad (6)$$

donde Z_Δ es la impedancia de carga por fase.

$$Z_\Delta = 3Z_Y \quad \text{or} \quad Z_Y = \frac{1}{3}Z_\Delta \quad (7)$$

Una carga conectada en estrella se puede transformar en una carga conectada en delta, o viceversa, usando la ecu. (7).

B. Conexión Balanceada Y-Y

Un sistema Y-Y balanceado es un sistema de tres fases fuentes balanceadas en conexión Y, y una carga balanceada conectada en Y.

Un sistema de 4 hilos en conexión Y-Y Fig. 7

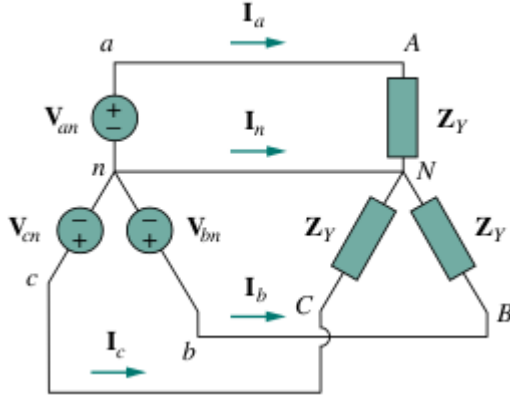


Fig. 7: Conexión Y-Y Balanceada. (Imagen tomada de [1], página 483)

donde Z_Y es la impedancia de carga de cada fase. Asumiendo una secuencia positiva los voltajes de fase son

$$V_{an} = V_p \angle 0^\circ \quad V_{ab} = V_p \angle -120^\circ \quad V_{cn} = V_p \angle 120^\circ \quad (8)$$

Los voltajes de línea V_{ab} , V_{bc} y V_{ca} , están relacionados con los voltajes de fase.

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = V_p \angle 0^\circ - V_p \angle -120^\circ = \sqrt{3} V_p \angle 30^\circ \quad (9)$$

De manera similar se obtiene

$$V_{bc} = V_{bn} - V_{cn} = \sqrt{3} V_p \angle -90^\circ \quad (10) \quad \text{o}$$

$$V_{ca} = V_{cn} - V_{an} = \sqrt{3} V_p \angle -210^\circ \quad (11)$$

Por lo tanto, la magnitud de los voltajes de línea V_L es $\sqrt{3}$ veces la magnitud del voltaje de fase V_p , o

$$V_L = \sqrt{3} V_p \quad (12)$$

donde

$$V_p = |V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| \quad (13)$$

y

$$V_L = |V_{ab}| = |V_{bc}| = |V_{ca}| \quad (14)$$

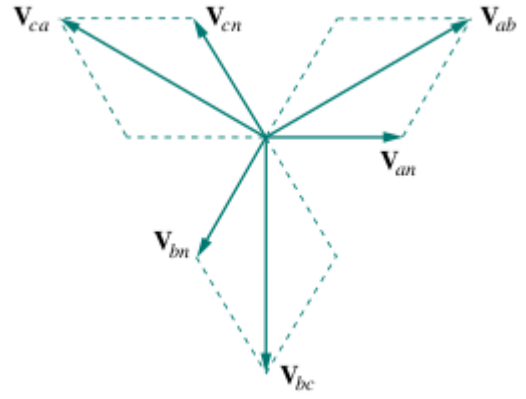


Fig. 8: Diagrama de fase. Relación entre voltajes de línea y voltajes de fase. (Imagen tomada de [1], página 484)

Si se le aplica ley de voltajes de Kirchhoff a la Fig. 7 se obtienen las siguientes corrientes de línea

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y} \quad (15)$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z_Y} = \frac{V_{an} \angle -120^\circ}{Z_Y} = I_a \angle -120^\circ \quad (16)$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z_Y} = \frac{V_{an} \angle 120^\circ}{Z_Y} = I_a \angle 120^\circ \quad (17)$$

Se puede deducir fácilmente que las corrientes de línea son iguales a cero,

$$I_a + I_b + I_c = 0 \quad (18)$$

de modo que

$$I_n = -(I_a + I_b + I_c) = 0 \quad (19)$$

$$V_{nN} = Z_n I_n = 0 \quad (20)$$

es decir, la tensión en el cable neutro es igual a cero, dicha línea puede ser removida y no afectará el sistema. Los sistemas de potencia diseñados de esta manera se encuentran bien fundamentados en todos los puntos críticos para garantizar la seguridad.

Mientras que la formación actual es la corriente en cada línea, la corriente de fase es la corriente en cada fase de la fuente o la carga. En el sistema de Y-Y, la corriente de línea es como la corriente de fase.

C. Conexión Balanceada Y-Δ

Un sistema balanceado Y-Δ es como la Fig. 9, conectando fuentes balanceadas en Y y cargas balanceadas en Δ.

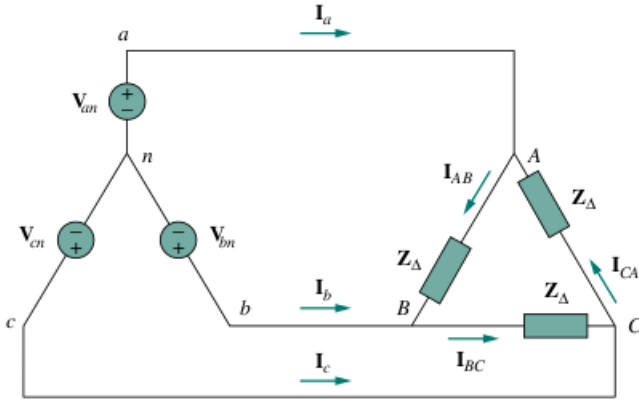


Fig. 9: Conexión Balanceada Y-Δ. (Imagen tomada de [1], página 486)

Asumiendo una secuencia positiva como en la ecu. (3), entonces los voltajes de línea son:

$$V_{ab} = \sqrt{3}V_p \angle 30^\circ = V_{AB} \quad (21)$$

$$V_{bc} = \sqrt{3}V_p \angle -90^\circ = V_{BC} \quad (22)$$

$$V_{ca} = \sqrt{3}V_p \angle 150^\circ = V_{CA} \quad (23)$$

dato que las tensiones de línea son iguales a las tensiones a través de las impedancias de carga en esta configuración del sistema. A partir de estas tensiones, se obtienen las corrientes de fase:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}}, \quad I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{\Delta}}, \quad I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{\Delta}} \quad (24)$$

Para hallar las corrientes de línea se utiliza la ley de corrientes de Kirchhoff a los nodos A, B y C

$$I_a = I_{AB} - I_{CA} \quad I_b = I_{BC} - I_{AB} \quad I_c = I_{CA} - I_{BC} \quad (25)$$

Como $I_{CA} = I_{AB} \angle 120^\circ$

$$I_a = I_{AB} - I_{CA} = I_{AB}(1 - 1 \angle 120^\circ) = I_{AB}\sqrt{3} \angle -30^\circ \quad (26)$$

Por lo tanto, la magnitud de los corrientes de línea I_L es $\sqrt{3}$ veces la magnitud de la corriente de fase I_p , o

$$I_L = \sqrt{3}I_p \quad (27)$$

Es decir, las magnitudes de las corrientes de línea son iguales entre ellas y las magnitudes de las corrientes de fase también lo son.

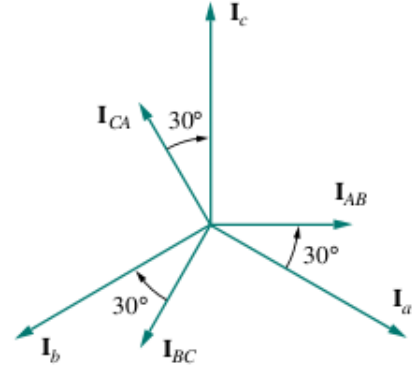


Fig. 10: Diagrama de fase. Relación entre las corrientes de línea y de fase. (Imagen tomada de [1], página 487)

D. Conexión Balanceada Δ-Δ

Un sistema balanceado Δ-Δ es un sistema en el que tanto las fuentes como las cargas se encuentran balanceadas y conectadas en Δ Fig. 11.

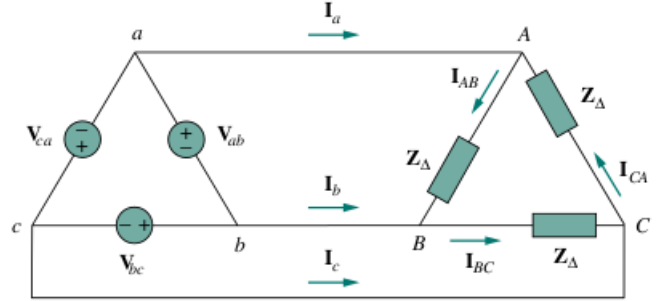


Fig. 11: Conexión Δ-Δ Balanceada. (Imagen tomada de [1], página 489)

Asumiendo una secuencia positiva como para los voltajes de fase para la conexión Δ de las fuentes

$$V_{ab} = V_p \angle 0^\circ, \quad V_{bc} = V_p \angle -120^\circ, \quad V_{ca} = V_p \angle 120^\circ \quad (28)$$

Los voltajes de línea son como los voltajes de fase. Para la Fig. 11 los voltajes de fase de la conexión Δ de las fuentes es el mismo voltaje sobre la impedancia

$$V_{ab} = V_{AB}, \quad V_{bc} = V_{BC}, \quad V_{ca} = V_{CA} \quad (29)$$

Entonces la corriente de fase

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} = \frac{V_{ab}}{Z_{\Delta}} \quad (30)$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{\Delta}} = \frac{V_{bc}}{Z_{\Delta}} \quad (31)$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{\Delta}} = \frac{V_{ca}}{Z_{\Delta}} \quad (32)$$

Para obtener las corrientes de línea se debe aplicar Ley de corrientes de Kirchhoff a los nodos A, B y C

$$I_a = I_{AB} - I_{CA} \quad I_b = I_{BC} - I_{AB} \quad I_c = I_{CA} - I_{BC} \quad (33)$$

Como se ha mencionado anteriormente la corriente de línea es la corriente de fase por $\sqrt{3}$, la magnitud de la corriente de línea I_L es $\sqrt{3}$ veces la magnitud del voltaje de fase I_p ,

$$I_L = \sqrt{3} I_p \quad (34)$$

E. Conexión Balanceada Δ -Y

Un sistema balanceado Δ -Y consiste en una conexión de fuentes balanceadas en Δ , conectadas a una carga balanceada en Y, Fig. 12

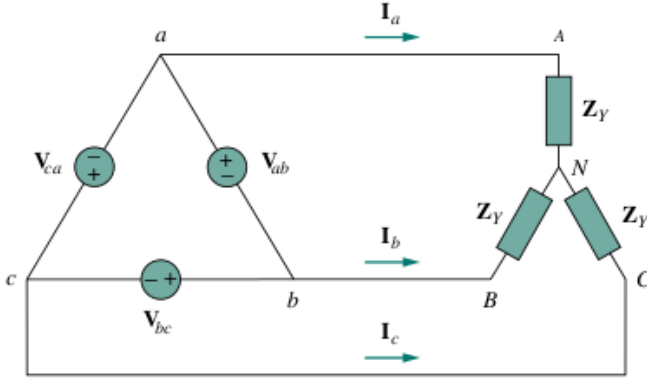


Fig. 12: Conexión Δ -Y Balanceada. (Imagen tomada de [1], página 491)

Consideremos una secuencia positiva como la ecu. (28). Cuando se aplica Ley de voltajes de Kirchhoff a la Fig. 12

$$-V_{ab} + Z_Y I_a - Z_Y I_b = 0 \quad (35)$$

$$Z_Y (I_a - I_b) = V_{ab} = V_p \angle 0^\circ \quad (36)$$

entonces

$$I_a - I_b = \frac{V_p \angle 0^\circ}{Z_Y} \quad (37)$$

Pero I_b atrasa a I_a por 120° , asumiendo una secuencia positiva $I_b = I_a \angle -120^\circ$, entonces

$$I_a - I_b = I_a (1 - 1 \angle -120^\circ) = I_a \sqrt{3} \angle 30^\circ \quad (38)$$

Sustituyendo la ecu. (38) en la ecu. (37)

$$I_a = \frac{V_p / \sqrt{3} \angle -30^\circ}{Z_Y} \quad (39)$$

Las corrientes de línea I_b y I_c usando la secuencia positiva se obtiene $I_b = I_a \angle -120^\circ$, $I_c = I_a \angle 120^\circ$

F. Potencia en sistemas balanceados

Para analizar potencia instantánea absorbida por la carga es necesario analizarlo en el dominio del tiempo. Para una conexión en Y de la carga el voltaje de fase es

$$v_{AN} = \sqrt{2} V_p \cos \omega t \quad (40)$$

$$v_{BN} = \sqrt{2} V_p \cos(\omega t - 120^\circ) \quad (41)$$

$$v_{CN} = \sqrt{2} V_p \cos(\omega t + 120^\circ) \quad (42)$$

donde $\sqrt{2}$ es necesario porque V_p se ha definido como voltaje *RMS* para el voltaje de fase. Si $Z_Y = Z \angle \theta$ la corriente de fase atrasa el correspondiente voltaje de fase por θ

$$i_a = \sqrt{2} I_p \cos(\omega t - \theta) \quad (43)$$

$$i_b = \sqrt{2} I_p \cos(\omega t - \theta - 120^\circ) \quad (44)$$

$$i_c = \sqrt{2} I_p \cos(\omega t - \theta + 120^\circ) \quad (45)$$

donde I_p es el valor *RMS* del valor de la corriente de fase. La potencia total instantánea en la carga es la suministrada por la potencia instantánea en las 3 fases

$$p = p_a + p_b + p_c = v_{AN} i_a + v_{BN} i_b + v_{CN} i_c \quad (46)$$

al sustituir los voltajes en la ecu. (46) y aplicando la identidad trigonométrica, se obtiene

$$p = 3 V_p I_p \cos \theta \quad (47)$$

Los resultados son los mismos para las diferentes combinaciones de sistemas trifásicos. La medida de la potencia instantánea total por fase P_p para la cualquier combinación de la carga es $p/3$, o

$$P_p = V_p I_p \cos \theta \quad (48)$$

por consiguiente la potencia reactiva por fase será

$$Q_p = V_p I_p \sin \theta \quad (49)$$

la potencia aparente por fase será

$$S_p = V_p I_p \quad (50)$$

la potencia compleja por fase será

$$S_p = P_p + i Q_p = V_p I_p^* \quad (51)$$

donde V_p e I_p son los voltajes y corrientes de fase, con magnitudes V_p e I_p , respectivamente. la medida total de la potencia es la suma de las potencias de cada fase

$$P = P_a + P_b + P_c = 3 P_p = 3 V_p I_p \cos \theta = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \quad (52)$$

de igual manera la potencia total reactiva será

$$Q = 3 V_p I_p \sin \theta = 3 Q_p = \sqrt{3} V_L I_L \sin \theta \quad (53)$$

la potencia compleja total será

$$S = 3 S_p = 3 V_p I_p^* = 3 I_p^2 Z_p = \frac{3 V_p^2}{Z_p^*} \quad (54)$$

donde $Z_p = Z_p \angle \theta$ es la impedancia total por fase, la ecu. (54) se puede escribir como

$$S = P + i Q = \sqrt{3} V_L I_L \angle \theta \quad (55)$$

IV. HIPÓTESIS

Al medir la potencia con el método de los dos watímetros la suma de la potencia activa registrada por cada uno será la potencia trifásica total que consume la carga.

Los voltajes de línea serán mayores en una magnitud de $\sqrt{3}$ a los voltajes de fase en una conexión estrella-estrella (Y-Y). Las corrientes de línea serán mayores en una magnitud de $\sqrt{3}$ a las corrientes de fase en una conexión estrella-delta (Y- Δ).

V. MATERIALES

- Bombillos
- Borneras
- Diodos
- Multímetro
- Pinza o transformador de corriente
- Rosetas
- Vatímetros

VI. ANÁLISIS Y RESULTADOS TEÓRICO

Para esta práctica se implementaran tres circuitos trifásicos con fuentes balanceadas, a continuación se muestran los montajes de estos.

A. Circuito Y – Y

Para esta parte de la práctica se implementa el siguiente circuito trifásico Y – Y con cargas balanceadas para el cual se hace el análisis correspondiente.

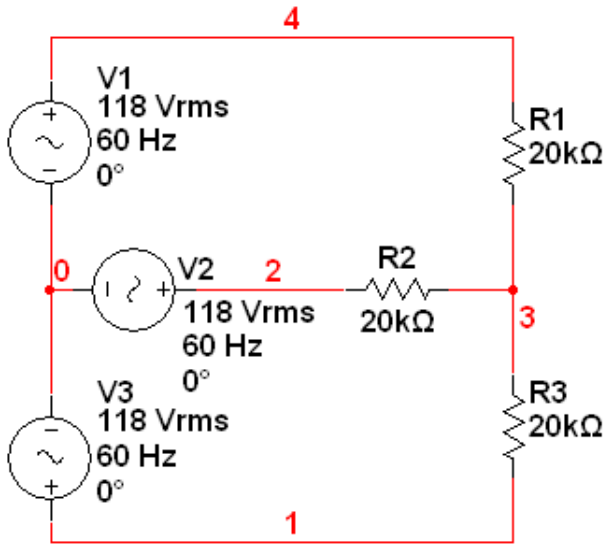


Fig. 13: Circuito Balanceado Y – Y

Al tener el circuito con carga balanceada se puede decir que la tensión el Nodo 3 es 0 V, lo cual facilita el análisis ya que en cada resistencia Z_Y cae una tensión de $120 V_{RMS}$.

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_Y} = \frac{120\angle 0^\circ V}{20\angle 0^\circ K\Omega} = 6\angle 0^\circ mA \quad (56)$$

De igual forma se obtiene $I_b = 6\angle -120^\circ mA$ y $I_c = 6\angle 120^\circ mA$.

$$P = 3V_f I_L \cos\theta = 3(120V)(6mA) \cos 0^\circ = 2.16 Watts \quad (57)$$

B. Circuito Y – Δ

A continuación se muestra el circuito Y-Δ con carga balanceada, para este circuito se hace el análisis pertinente.

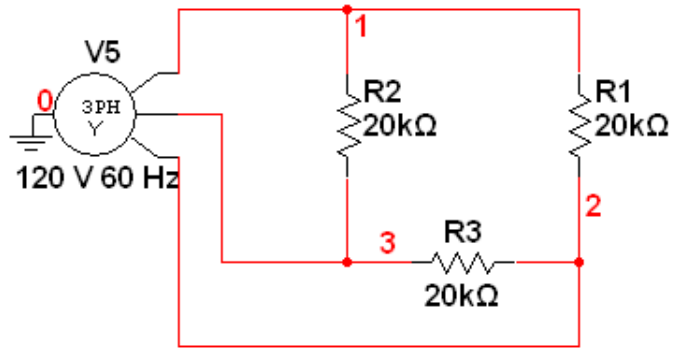


Fig. 14: Circuito Balanceado Y – Δ

Nuevamente se tiene un circuito balanceado se facilita el análisis teniendo.

$$V_L = \sqrt{3}120\angle 0^\circ V = V_{Z\Delta} \quad (58)$$

Para esta tensión de línea V_L el ángulo 0° cumple el sistema balanceado.

$$I_L = \frac{V_L}{Z_{\Delta}} = \frac{\sqrt{3}120\angle 0^\circ V}{20\angle 0^\circ K\Omega} = 10.392\angle 0^\circ mA \quad (59)$$

Las corrientes de línea I_L , de igual forma tienen ángulos 0° balanceados.

$$P = \sqrt{3}V_L I_L \cos\theta \quad (60)$$

$$P = \sqrt{3}(\sqrt{3}120V)(10.392mA) \cos 0^\circ = 3.741 Watts \quad (61)$$

C. Rectificación de media Onda

En la práctica se diseñara el circuito pertinente para esta parte, con ayuda de la profesora porque no se entendió lo que se quería plantear.

VII. PREGUNTAS

- 1) ¿Qué relación existe entre voltaje Fase-Fase y fase neutro?

En el caso de una fuente trifásica balanceada la magnitud del voltaje Fase-Fase es mayor en un termino de $\sqrt{3}$ a la magnitud del voltaje fase-neutro, además existe una diferencia entre al ángulo de fase de 30° dependiendo si la fuente esta en secuencia positiva o negativa, así en secuencia positiva el ángulo del voltaje de Fase-Fase esta en adelanto de 30° respecto al ángulo de voltaje de fase-neutro, y en secuencia negativa el ángulo del voltaje de Fase-Fase esta en atraso de 30° respecto al ángulo de voltaje de fase-neutro

- 2) ¿Que son, como se usan y que limitaciones tienen los Diodos de potencia?

Es un dispositivo unidireccional que permite el paso de corriente en un solo sentido; cuando el diodo de potencia se encuentra en estado de conducción debe ser capaz de soportar un alta corriente con una pequeña caída de tensión. En sentido inverso soportan una fuerte tensión negativa de ánodo con una pequeña corriente inversa.

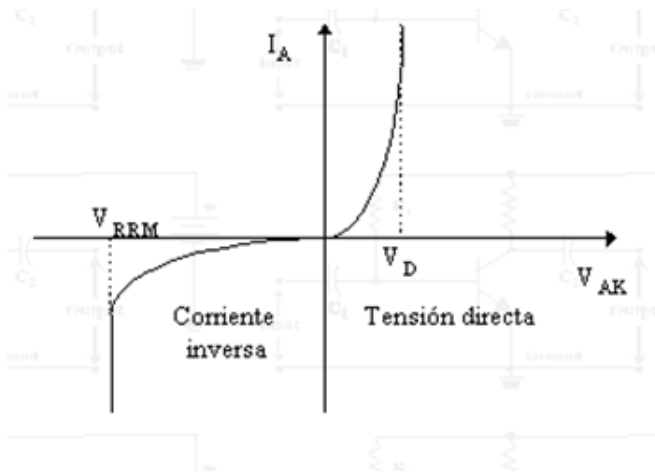


Fig. 15: Gráfica de funcionamiento del diodo

consume el sistema debemos considerar un intervalo de tiempo y el producto de la potencia medida por el tiempo será la energía.

REFERENCIAS

- [1] Alexander, Charles K. & Sadiku, Matthew N.O. “*Fundamentals of Electric Circuits*”. McGRAW-HILL, ISE Editions, 1999.
- [2] Dorf & Svoboda. “*Circuitos Eléctricos*”. Alfaomega, Sexta Edición, 2006.
- [3] Hayt, William H. Jr., Kemmerly, Jack E. & Durbin, Steven M. “*Análisis de circuitos en ingeniería*”. McGRAW-HILL, Séptima Edición, 2007.
- [4] Nahvi, Mahmood & Edminister, Joseph A. “*Theory and Problems of Electric Circuits*”. McGRAW-HILL, Fourth Edition, 2003.

3) ¿Qué es y como se puede medir la potencia activa, reactiva y aparente?

La potencia aparente de un circuito eléctrico de corriente alterna magnitud se identifica con la letra S y es la suma vectorial de la potencia que disipa dicho circuito y se transforma en calor o trabajo, que es conocida como potencia real o activa, que se designa con la letra P y se mide en vatios (W) y la potencia utilizada para la formación de los campos eléctrico y magnético de sus componentes, que se denomina como potencia reactiva, se designa con la letra Q y se mide en volt-amperios reactivos (VAR). La relación entre la magnitud de potencia aparente, la activa y la reactiva es:

$$S^2 = P_A^2 + Q_R^2 \quad (62)$$

Y vectorialmente:

$$S = P_A \cos\theta + iQ_R \sin\theta \quad (63)$$

La potencia activa se puede medir utilizando un watímetro, ya que es un dispositivo que mide simultáneamente la corriente y el voltaje. En un sistema trifásico se utiliza la conexión de dos watímetros donde la suma de sus potencias medidas es la potencia total del circuito.

Utilizando el método de los dos watímetros es posible establecer el ángulo entre el voltaje y la corriente:

$$\theta = \arctan \left(\frac{\sqrt{3}(W_2 - W_1)}{W_1 + W_2} \right) \quad (64)$$

Una vez conocido el ángulo podemos determinar la magnitud de la potencia aparente S :

$$S = \frac{P_A}{\cos\theta} \quad (65)$$

La magnitud de la potencia reactiva será:

$$Q_R = S \sin\theta \quad (66)$$

4) ¿Cómo se mide la energía consumida por el sistema?

La potencia es la velocidad con la que se consume la energía, entonces para determinar cuanta energía