

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
MÉTODOS NUMÉRICOS**

TALLER – “DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN NUMÉRICA”

Derivación Numérica

1. Sea $f(x) = \sin(x)$, con x medido en radianes.

a) Calcule aproximaciones a $f'(0.8)$ usando la fórmula de *Diferencias centradas de Orden $O(h^2)$*

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

para los siguientes valores de h :

$h=0.1$ _____, $h=0.01$ _____, $h=0.001$ _____.

b) Compare los valores obtenidos con

$$f'(0.8) = \cos(0.8)$$

$Error(0.1)$ _____, $Error(0.01)$ _____, $Error(0.001)$ _____.

2. Sea $f(x) = e^x$

a) Calcule aproximaciones a $f'(2.3)$ usando la fórmula de *Diferencias centradas de Orden $O(h^4)$*

$$f'(x) = \frac{-f(x+2h) + 8f(x+h) - 8f(x-h) + f(x-2h)}{12h}$$

para los siguientes valores de h

$h=0.1$ _____, $h=0.01$ _____, $h=0.001$ _____.

b) Compare los valores obtenidos con

$$f'(2.3) = e^{2.3} = \underline{9.974182445}$$

$Error(0.1)$ _____, $Error(0.01)$ _____, $Error(0.001)$ _____.

3. La distancia $D = D(t)$ recorrida por un móvil se muestra en la siguiente tabla:

t	8	9	10	11	12
$D(t)$	17.453	21.460	25.752	30.301	35.084

- a) Determine la velocidad $D'(10)$ mediante derivación numérica aplicando las formulas de *diferenciación progresiva y regresiva de Orden $O(h^2)$* .

$$D'(10)_{\text{Progresiva}} \underline{\hspace{2cm}} \quad D'(10)_{\text{Regresiva}} \underline{\hspace{2cm}}$$

- b) Compare las respuestas con las que se obtienen conociendo la expresión

$$D(t) = -70 + 7t + 70e^{-t/10}$$

$$\text{Error}_{\text{Progresiva}} \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{Error}_{\text{Regresiva}} \underline{\hspace{2cm}}$$

Integración Numérica

4. Emplee el método del trapecio simple para encontrar el valor de cada una de las siguientes integrales:

a) $\int_0^1 \sqrt{1-x^3} dx \approx \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \tan x dx \approx \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x} dx \approx \underline{\hspace{2cm}}$

5. Use las reglas de Simpson (1/3) y Simpson (3/8) para encontrar los valores aproximados de cada una de las siguientes integrales:

a) $\int_1^2 \frac{e^{-x}}{x} dx \approx \underline{\hspace{2cm}}$

b) $\int_2^3 \frac{1}{\ln x} dx \approx \underline{\hspace{2cm}}$

c) $\int_1^2 \frac{\ln x}{1+x} dx \approx \underline{\hspace{2cm}}$

6. Emplee la regla compuesta de Simpson para estimar el valor de $f(0.7)$, dada la

$$\text{integral} \quad \int_0^{0.8} f(x) \cdot dx = 2$$

y la siguiente tabla:

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
$f(x)$	5	8	6	3	0	-3	-3		5

7. Encuentre las aproximaciones a la

$$\text{integral} \quad \int_0^1 \sin(\pi x) \cdot dx \quad \text{empleando}$$

2^k trapecoides

k	2^k	I_k
0	1	
1	2	
2	4	

8. El resultado de aproximar la siguientes integrales

a) $A_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$

b) $A_2 = \int_{-2}^4 (2 + 3x + 2x^2) dx$

c) $A_3 = \int_0^5 (3 + 2x) dx$

usando el método del trapecio simple es:

- a) $A_1=0.707106$, $A_2=50$, $A_3=16$
- b) $A_1=0.707106$, $A_2=300$, $A_3=80$
- c) $A_1=0.277680$, $A_2=150$, $A_3=40$
- d) $A_1=0.392699$, $A_2=46$, $A_3=14$

9. Emplee la regla de Boole para encontrar la aproximación a la integral

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{1 + \sin^2 x} dx \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

10. Emplee la regla compuesta de Simpson para encontrar la solución a la siguiente integral teniendo en cuenta que el número de subintervalos es 6:

$$\int_1^2 \sqrt{\frac{\ln x}{x+1}} dx \approx \underline{\hspace{2cm}}$$