Tarea 3

David Ricardo Martínez Hernández Código: 261931

I. Distribución Triangular

Se emplea básicamente en Economía y en aquellos problemas en los cuales se conocen muy pocos o ningún dato [1]. Una función Triangular es de la forma:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{2}{(b-a)(m-a)}(x-a) & a \leq x \leq m \\ \frac{2}{(b-a)(b-m)}(b-x) & m \leq x \leq m \\ 0 & en\ el\ resto \end{cases} \tag{1}$$

donde m es la moda.

Representado en la fig. (1) [2] que:

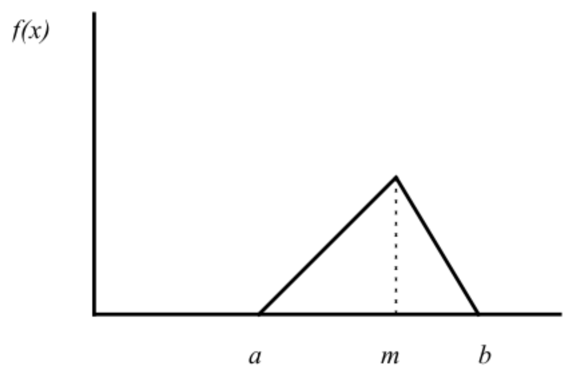

Fig. 1: Gráfica de la función Triangular

A. Esperanza

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x)\, dx = \frac{a+m+b}{3} \tag{2}$$

B. Varianza

Teniendo en cuenta que:

$$E\left(X^2\right) = \int_a^m \frac{2}{(b-a)(m-a)} x^2 (x-a)\, dx + \int_m^b \frac{2}{(b-a)(b-m)} x^2 (b-x)\, dx = \frac{a^2+am+ab+bm+b^2+m^2}{6} \tag{3}$$

Se llega a:

$$Var(X) = S^2 = E\left(X^2\right) - \left[E\left(X^2\right)\right] = \frac{(b-a)^2 - (b-m)(m-a)}{18} \tag{4}$$

C. Desviación Estándar

$$S = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\frac{(b-a)^2 - (b-m)(m-a)}{18}} \tag{5}$$

[1]Texto tomado de [3].
[2]Figura tomada de [2], página 27.

II. DISTRIBUCIÓN UNIFORME O RECTANGULAR

Se dice que una variable aleatoria X está distribuida uniformemente sobre el intervalo (a, b) si su función de densidad de probabilidad ésta dada por [3]:

$$f\left(x; a, b\right) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \\ 0 & en\ otro\ valor \end{cases} \tag{6}$$

Representado en la fig. (2) [4] que:

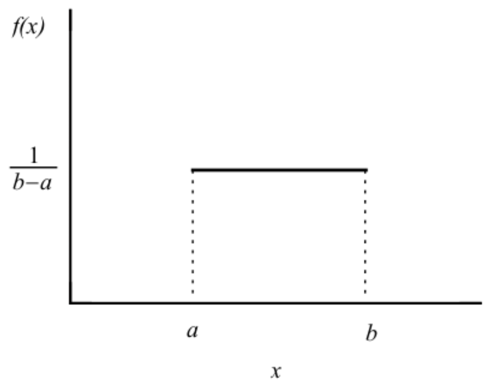

Fig. 2: Gráfica de la función Rectangular

A. Esperanza

$$E\left(X\right) = \int\limits_a^b x\frac{1}{b-a}dx = \frac{1}{b-a}\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{b^2-a^2}{2\left(b-a\right)} = \frac{b+a}{2} \tag{7}$$

B. Varianza

$$E\left(X^2\right) = \int\limits_a^b x\frac{1}{b-a}dx = \frac{1}{b-a}\left(\frac{x^2}{2}\right)_a^b = \frac{b^2-a^2}{3\left(b-a\right)} = \frac{b^2+ab+a^2}{3} \tag{8}$$

$$Var\left(X\right) = S^2 = E\left(X^2\right) - \left[E\left(X^2\right)\right] = \frac{\left(b-a\right)^2}{12} \tag{9}$$

C. Desviación Estándar

$$S = \sqrt{Var\left(X\right)} = \sqrt{\frac{\left(b-a\right)^2}{12}} = \frac{\sqrt{3}\left(b-a\right)}{6} \tag{10}$$

III. DISTRIBUCIÓN T-STUDENT

Sean $X \longrightarrow N(0,1)$ e $Y \longrightarrow \chi^2_n$, independientes. La variable $T = \frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{n}}}$ sigue una distribución t-Student con n grados de libertad; es decir, $T \to t_n$. Su función de densidad es [5]:

$$f_T\left(t\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n\pi}}\left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}} \quad si -\infty < t < \infty \tag{11}$$

Representado en la fig. (3) [6] que:

[3]Definición tomada de [1], página 143.
[4]Figura tomada de [2], página 1.
[5]Texto tomado de [2], página 30.
[6]Figura tomada de [2], página 30.

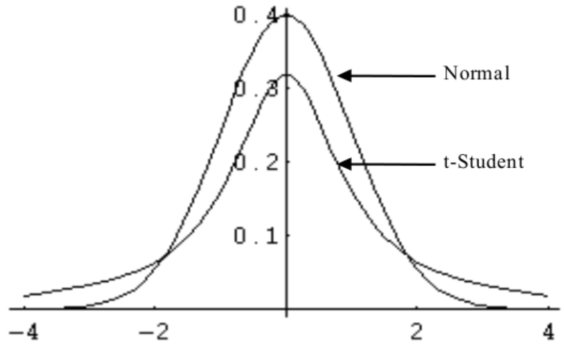

Fig. 3: Gráfica de la función t-Student

A. Desviación Estándar

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \quad (12)$$

IV. Grados De Libertad

Los grados de libertad de un estadístico calculado sobre n datos se refieren al número de cantidades independientes que se necesitan en su cálculo, menos el número de restricciones que ligan a las observaciones y el estadístico. Es decir, normalmente $n-1$ [7].

References

[1] Canavos, George C. *"' Probabilidad y estadística Aplicaciones y Métodos "'*. McGraw-Hill, 1998.
[2] Sito Web: http://www.emp.uva.es/inf_acad/hermer/estad2/material/e2t_dist_var_continuas.pdf
[3] Sito Web: http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4060015/Lecciones/Capitulo%20VI/distribuciones.htm#triangular
[4] Sitio Web: http://www.bioestadistica.uma.es/libro/node22.htm

[7] Texto tomado de [4]