

3.1.1 AFD que reconozca cadenas del alfabeto $\{1, 2, 3\}$ la suma de los dígitos en la cadena sea divisible por 4.

Veamos los residuos y congruencias de la división entre 4 por la que tendremos cuatro posibles residuos $\{0, 1, 2, 3\}$

Sea x una cadena del alfabeto $\{1, 2, 3\}$, veamos el comportamiento cuando a x (que al dividir entre 4 su residuo es 0, 2, 2, ó 3) se le añade un carácter del alfabeto. Los residuos serán los estados del autómata, y vemos δ igual al comportamiento de la división.

$$x \bmod 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x1 \bmod 4 = 1 \\ x2 \bmod 4 = 2 \\ x3 \bmod 4 = 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} \delta(r_0, 1) = r_1 \\ \delta(r_0, 2) = r_2 \\ \delta(r_0, 3) = r_3 \end{matrix}$$

$$x \bmod 4 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x1 \bmod 4 = 2 \\ x2 \bmod 4 = 3 \\ x3 \bmod 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \delta(r_1, 1) = r_2 \\ \delta(r_1, 2) = r_3 \\ \delta(r_1, 3) = r_0 \end{matrix}$$

$$x \bmod 4 = 2 \Rightarrow \begin{cases} x1 \bmod 4 = 3 \\ x2 \bmod 4 = 0 \\ x3 \bmod 4 = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \delta(r_2, 1) = r_3 \\ \delta(r_2, 2) = r_0 \\ \delta(r_2, 3) = r_1 \end{matrix}$$

$$x \bmod 4 = 3 \Rightarrow \begin{cases} x1 \bmod 4 = 0 \\ x2 \bmod 4 = 1 \\ x3 \bmod 4 = 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \delta(r_3, 1) = r_0 \\ \delta(r_3, 2) = r_1 \\ \delta(r_3, 3) = r_2 \end{matrix}$$

El estado final será r_0 ya que significa que el residuo de dividir x entre 4 es cero, i.e. que acepta la cadena.

Así, el AFD es

