

Estudio de la dependencia del espectro angular de temperatura del CMB con los parametros cosmológicos

David Sánchez Cid*

Máster de Física Teórica, Universidad Complutense de Madrid

(Dated: 14 de junio de 2019)

En esta memoria se presentan los resultados del estudio del espectro angular de temperatura del fondo cósmico de microondas (CMB), calculado considerando únicamente el efecto Sachs-Wolfe. Se muestran los distintos procesos físicos de los cuales se puede extraer información del estudio de los picos de las fluctuaciones en el espectro.

I. INTRODUCCIÓN

El fondo cósmico de microondas (CMB) es un fondo casi uniforme de radiación electromagnética que llena el universo. El CMB es, en efecto, la huella dejada por el Big Bang, el cual quedó liberado cuando el universo se hizo suficientemente frío como para ser transparente a la luz y otra radiación electromagnética 100,000 años después de su origen. En ese momento, el universo se encontraba por completo en forma de gas caliente ionizado. Este gas era casi completamente uniforme, salvo por pequeñas desviaciones, puntos que eran ligeramente (1 parte en 100,000) más o menos denso. Estos ligeros cambios en la intensidad del CMB a lo largo del cielo nos permite mapear el universo temprano. Mediante el estudio de este mapa (Figura 1) podemos obtener una cantidad enorme de información sobre la composición y evolución del universo.

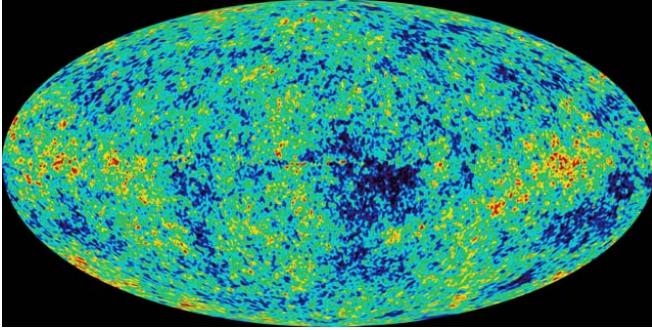


Figura 1. Mapa del fondo cósmico de microondas tomado por Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)

La mayoría de la información cosmológica del CMB se extrae del estudio del espectro de potencias (Figura 2), que nos muestra la magnitud de la fluctuación en la temperatura del fondo a diferentes escalas angulares del cielo. La forma de este espectro de potencias viene determinada por las oscilaciones en el gas caliente primordial, y las frecuencias resonantes y amplitudes de estas oscilaciones se encuentran determinadas por la composición del universo. La posición del primer pico nos da información

sobre la curvatura del universo (y de forma derivada, del contenido total), mientras que la ratio de las amplitudes del primer y segundo pico nos da información de las abundancias de materia bariónica. En la práctica, existen muchas variables que afectan a distintas partes del espectro, y es necesario un tratamiento conjunto para poder extraer la mayor cantidad de información. En la actualidad existen todavía incógnitas sobre ciertas propiedades del CMB, como puede ser la medida de la polarización B que aún no se ha logrado y podría permitirnos conocer más acerca del periodo inflacionario.

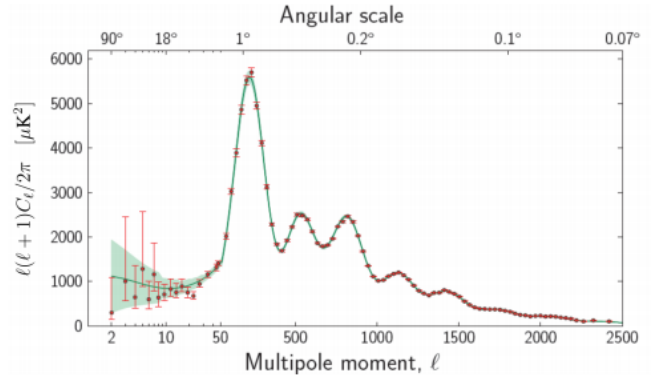


Figura 2. Espectro angular de fluctuaciones en la temperatura del CMB en función de los multiplos en el eje inferior y en función de la escala angular en el eje superior.

II. TEORÍA

Durante la época dominada por radiación la temperatura disminuye hasta $T < T_{dec} \approx 0,26 \text{ eV}$ generándose el desacoplo de los fotones que comienzan a viajar libremente liberándose del plasma ($\Gamma_{\gamma}^{-1} \gg H^{-1}$) a redshift $z_{dec} = 1090$. En este momento podemos considerar una esfera en el universo con un determinado volumen espacial cuyo radio viene dado por el horizonte de último scattering. En nuestra observación de estos fotones encontraremos en ellos los efectos de la expansión supuesta por la métrica de *FLRW* y los efectos de la perturbación métrica entre otros. Estos distintos efectos generarán las fluctuaciones ΔT observadas respecto al CMB homogéneo $T_0 = 2,75 \text{ K}$, las contribuciones son:

* davsan06@ucm.es

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_{SW} + \left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_{ISW} + \left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_{Doppler} \quad (1)$$

donde cada uno de los sumandos:

- **Efecto Sachs-Wolfe (SW).** Se tiene en cuenta la fluctuación de la temperatura en la superficie de último scattering y las inhomogeneidades de la métrica a lo largo de la geodésica que describe la trayectoria del fotón.
- **Efecto de Sachs-Wolfe Integrado (ISW).** Aparece cuando el potencial gravitatorio Φ , Ψ presenta dependencia temporal.
- **Efecto Doppler.** Causado por la diferencia de velocidad entre el emisor y el receptor.

Este formalismo fue desarrollado por Sachs y Wolfe en 1967. La fluctuación en la temperatura del CMB se puede medir con satélites como *PLANCK*, *COBE* y *WMAP*, permitiendo el estudio de las perturbaciones métricas entre otros resultados.

Para la realización de la práctica vamos a considerar únicamente el efecto Sachs-Wolfe. Podemos ignorar el efecto Sachs-Wolfe integrado por su baja contribución, de igual manera podemos despreciar el efecto Doppler por ser pequeño en el estudio de separaciones angulares grandes ($\theta \gg 1 \text{ deg}$)

$$\frac{\Delta T}{T_0}(\vec{n}) = \frac{1}{3}\Phi(\eta_{dec}, \vec{x}_0(\eta_{dec})) \quad (2)$$

El observable de interés vendrá derivado de esta última expresión, sera el espectro de potencias de la fluctuación $\langle \left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 \rangle$, cuya expresión se presenta en la siguiente sección.

III. RESULTADOS

Cuestión 1. *Fijando los valores de los parámetros a los de la cosmología estándar*

$$\begin{aligned} h &= 0,67 \\ \omega_b &= 0,022 \\ \omega_m &= 0,14 \\ n_s &= 0,97 \end{aligned}$$

calcular $R(z_{dec})$, r_s y $d_A^c(z_{dec})$. Representar gráficamente $l(l+1)C_l/(2\pi)$ para $l = [100, 1500]$.

En un universo con la configuración dada se nos pide calcular en primer lugar la ratio entre la densidad de materia bariónica y la densidad de fotones, que viene dada por

$$R(z) = \frac{3}{4} \frac{\rho_b}{\rho_\gamma} = \frac{3,04 \times 10^4}{1+z} \omega_b \quad (3)$$

para la abundancia de bariones dada en el momento del desacoplo se calcula un valor $R(z_{dec}) \approx 0,61$. La siguiente cantidad de interés es el horizonte de sonido en el momento del desacoplo, dado por la expresión

$$r_s = H_0^{-1} \int_{z_{dec}}^{\infty} \frac{c_s(z)}{E(z)} dz \quad (4)$$

que calculado el valor para los parámetros cosmológicos dados se obtiene $r_s \approx 145,35 \text{ Mpc}$. Para obtener esta escala característica es necesario obtener previamente la relación de la velocidad del sonido con el redshift

$$c_s^2(z) = \frac{1}{3} \frac{1}{1+R(z)} \quad (5)$$

cuyo valor en el desacoplo es $c_s(z_{dec}) \approx 0,45$ y la ecuación de Friedmann, que relaciona el ritmo de expansión del Universo con su contenido

$$E(z) = h^{-1} (\omega_m(1+z)^3 + \omega_r(1+z)^4 + \omega_\Lambda)^{1/2} \quad (6)$$

La última cantidad que se pide calcular es la distancia angular comóvil en el momento del desacoplo, que viene descrito por

$$\eta_0 - \eta_{dec} = d_A^c(z_{dec}) = H_0^{-1} \int_0^{z_{dec}} \frac{dz}{E(z)} \quad (7)$$

donde se referencia de nuevo a la ecuación de Friedmann de forma explícita. Se obtiene un valor $d_A^c(z_{dec}) \approx 14002,41 \text{ Mpc}$. Con todos estos ingredientes podemos representar el espectro angular de fluctuaciones de temperatura del CMB, en el cual solo consideramos el efecto Sachs-Wolfe (despreciamos el efecto Sachs-Wolfe integrado y el efecto del dipolo generado por nuestro movimiento relativo al CMB). La expresión del espectro (válida para multipolos $l \gg 100$) viene dada por

$$\begin{aligned} C_l \simeq & 4\pi \frac{9}{25} \int P_R(k) \left[-R(z_{dec}) T(k/k_{eq}) + \frac{5}{3} \cos(kr_s) e^{-k/k_D^2} \right]^2 \\ & \cdot j_l(k(\eta_0 - \eta_{dec})) \frac{dk}{k} \end{aligned} \quad (8)$$

donde se ha introducido el espectro primordial de fluctuaciones

$$P_R(k) = A_S \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_s-1} \quad (9)$$

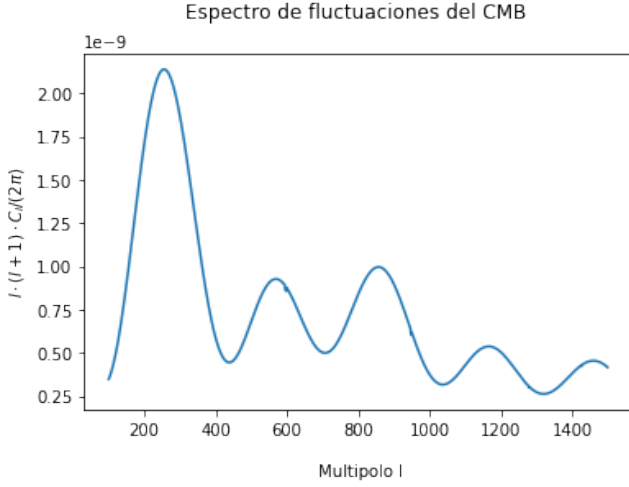


Figura 3. Espectro de fluctuaciones de la temperatura del CMB para los parámetros de la cosmología estándar $h = 0,67, \omega_b = 0,022, \omega_m = 0,14$ y $n_s = 0,97$

para la función de transferencia $T(x)$ se utiliza la parametrización *BBKS*. Por último, es importante notar que para multipolos grandes l la función de Bessel esférica $j_l(x)$ es prácticamente cero cuando $x < l$ mientras que para $x > l$ oscila rápidamente y podemos promediarla, comportándose como

$$j_l^2(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x^2 - l^2}}, & x > l \\ 0, & x < l \end{cases} \quad (10)$$

Esto se puede traducir en el estudio de los límites de integración de la siguiente forma. Originalmente se debería integrar en k en toda la recta real pero por el último argumento dado podemos sustituirlo por la integración en el intervalo $[l/d_A^c(z_{dec}), 4000/d_A^c(z_{dec})]$. Finalmente se obtiene el espectro calculado para los multipolos $l \in [100, 1500]$ presentado en Figura 3

Cuestión 2. *Estudiar la dependencia del espectro en los parámetros $R(z_{dec})$, r_s y $d_A^c(z_{dec})$, variando cada uno de ellos independientemente.*

En primer lugar se estudia el impacto de una variación de la ratio de densidades de bariones y de fotones en el momento de desacople que se representa en Figura 4, se observa como al aumentar el valor de $R(z_{dec})$ aumenta el valor de la amplitud de los picos sin afectar a su posición.

En segundo lugar, se ha estudiado el impacto en el espectro bajo cambios en el valor del horizonte de sonido en el momento del desacople Figura 4. Esta variación afecta tanto a la amplitud como a la posición de los picos. Valores más altos del horizonte dan lugar a amplitudes más altas y un corrimiento de las posiciones de los picos hacia multipolos más bajos.

Por último, una variación en la distancia angular comóvil en el momento del desacople Figura 4 genera

un ensanchamiento o estrechamiento del espectro, modificando levemente la amplitud de las fluctuaciones en el rango estudiado.

Cuestión 3. *Estudiar la dependencia del espectro con h . Considerar, aparte del valor estándar $h = 0,5$ y $h = 0,8$ con el resto de los parámetros fijos. Comprobar que el valor de h no afecta a la altura de los picos pero sí a su posición. Explicar este efecto en términos de lo visto en la cuestión 2.*

Encontramos el comportamiento expresado en el enunciado para la variación de h (Figura 5), un aumento de la constante reducida de Hubble no afecta a las amplitudes de los picos pero desplaza su posición central hacia multipolos más bajos. Razonando en términos de las variaciones vistas en la cuestión 2 encontramos que la dependencia con h en la distancia angular comóvil y en el horizonte de sonido, ambas son proporcionales a h^{-1} de considerar la expresión

$$\omega_m + \omega_r + \omega_\Lambda = h^2 \quad (11)$$

por lo tanto tendremos un efecto total sobre el espectro de fluctuaciones que será composición de ambos efectos individuales. Otra dependencia existente del espectro con h se encuentra en los límites de integración. Todo esto explica el comportamiento encontrado.

Cuestión 4. *Estudiar la dependencia del espectro con ω_b . Considerar, aparte del valor estándar, $\omega_b = 0,01$ y $\omega_b = 0,04$ con el resto de parámetros fijos. Comprobar que aumentar ω_b incrementa los picos impares y disminuye los pares. Explicar este efecto en términos de lo visto en la cuestión 2.*

Podemos trazar la explicación de este efecto en término de las variaciones antes estudiadas, la variación de $R(z_{dec})$ y el horizonte de sonido en el momento del desacople.

Un incremento en la abundancia de bariones (Figura 6) genera la disminución de la velocidad del sonido en el plasma y por lo tanto se produce una disminución en el tamaño del horizonte de sonido. A causa de esto, los posiciones de los picos se desplazarán hacia escalas más pequeñas (equivalentemente, multipolos más altos). Por otro lado, un incremento en dicha abundancia genera el aumento de la ratio de procesos de scattering barión-fotón, un aumento de $R(z_{dec})$, y por tanto hace disminuir la escala a la que se produce el damping, haciendo que encontremos mayor potencia a escalas pequeñas. Por último, este aumento en la abundancia de bariones desplaza las posiciones centrales de los picos, incrementando la amplitud de los picos impares (los correspondientes al movimiento de compresión). Para realizar esta última afirmación debemos suponer la presencia de materia oscura. [1]

Cuestión 5. *Estudiar la dependencia del espectro con n_s . Considerar, aparte del valor estándar, $n_s = 0,7$ y $n_s = 1,2$ con el resto de parámetros fijos. Determinar el multipolo l correspondiente a la escala del pivote k_0 y explicar el efecto.*

De la expresión (8) encontramos que la única dependencia que presenta el espectro angular de fluctuaciones con el índice espectral se encuentra en el espectro primordial de perturbaciones

$$P_R(k) = A_s \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_s-1} \quad (12)$$

por lo tanto una variación en este parámetro hará variar la amplitud de los picos de las fluctuaciones. Esta variación en n_s generará un incremento o una disminución de la amplitud en función de la k que consideremos, si nos encontramos en una región con $k \gtrless k_0$. Podemos

determinar el multipolo l correspondiente a la escala de pivote k_0 con la siguiente expresión (nos encontramos en el régimen de multipolos altos, por lo que aplica su uso)

$$l \approx k d_A^c \quad (13)$$

donde introducimos el valor de $d_A^c(z_{dec})$ obtenido previamente y el valor de la escala de pivote dado $k_0 = 0,05 \text{ Mpc}^{-1}$ de modo que resulta un valor del multipolo para la escala del pivote $l_0 \approx 700$. Se trata de un resultado coherente porque a dicho valor encontramos la igualdad de las amplitudes de los picos para diferentes valores de n_s . A valores del multipolo menores de l_0 , una disminución del valor de n_s genera el incremento de la amplitud de los picos. A valores del multipolo mayores de l_0 encontramos que un incremento de n_s genera la disminución en las amplitudes de los picos. Dicho comportamiento es análogo al que encontraríamos razonando con las regiones $k > k_0$ y $k < k_0$.

[1] http://www.jb.man.ac.uk/~jchluba/Science/CMB_Physics.pdf.

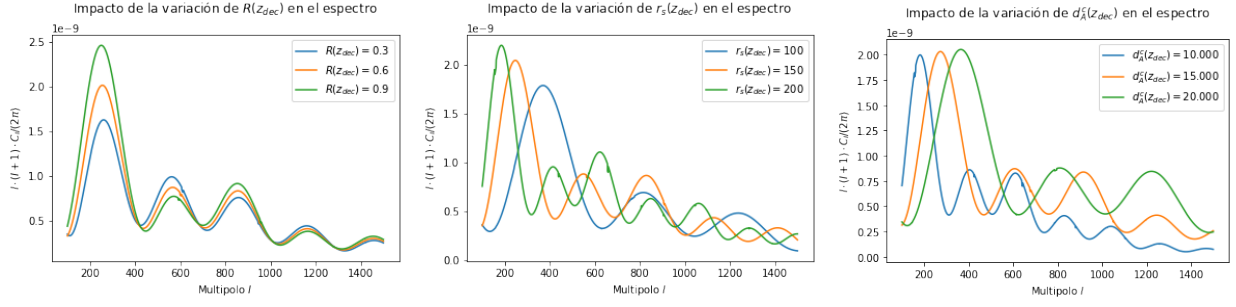


Figura 4. Variación del espectro angular de fluctuaciones de temperatura del CMB ante el cambio de algunos de los parámetros principales de la cosmología. A la izquierda se muestra la variación del espectro ante cambios en $R(z_{dec})$ alrededor del valor fiducial. En la figura central, el impacto sobre el espectro antes variaciones del tamaño del horizonte de sonido en el momento de desacoplo. En la figura derecha, la variación del espectro ante cambios en la distancia angular comóvil en el desacoplo.

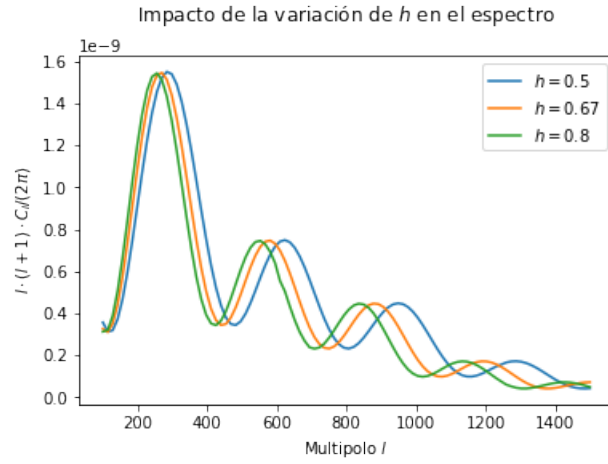


Figura 5. Representación del impacto en el espectro de fluctuaciones ante cambios en el valor del parámetro de Hubble reducido h

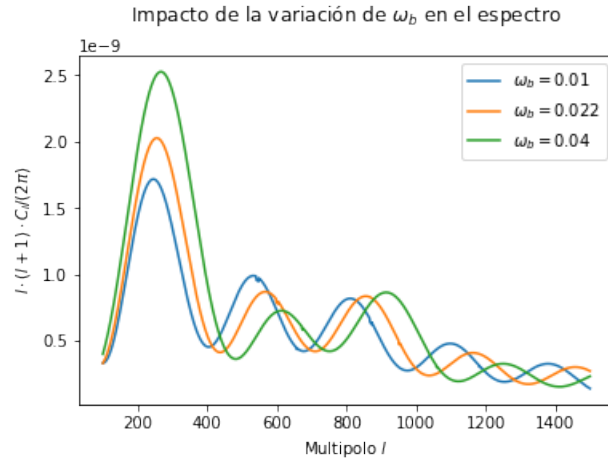


Figura 6. Impacto de la variación de la abundancia de materia bariónica ω_b en las fluctuaciones de temperatura del CMB

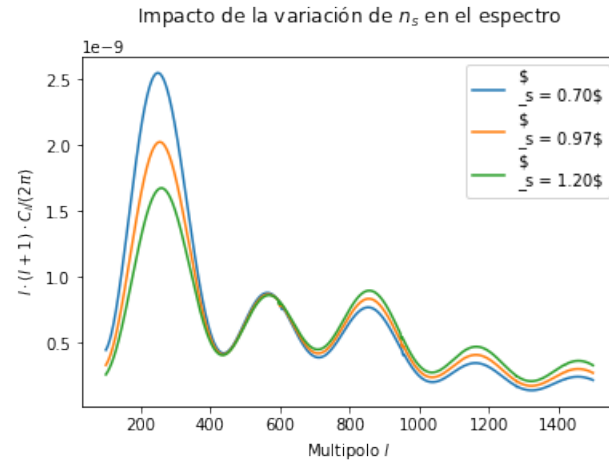


Figura 7. Impacto en el espectro de fluctuaciones de la temperatura del CMB ante cambios en el índice espectral del espectro primordial de fluctuaciones de curvatura n_s alrededor del valor fiducial