



Ciemat

Centro de Investigaciones
Energéticas, Medioambientales
y Tecnológicas

ESTUDIANDO LA EXPANSIÓN ACELERADA DEL UNIVERSO CON DATOS DE SUPERNOVAS

Autor: Ibai Burgos Sánchez

Tutor externo: David Sánchez Cid

Tutor interno: Gema Martín González

Centro: IES Las Musas

Fecha de entrega: Octubre 2021

Agradecimientos

Para comenzar, me gustaría agradecer especialmente a mi tutor, David, toda la ayuda, esfuerzo y dedicación, de no ser por él nada de este trabajo habría sido posible.

Agradezco a mi familia todo el apoyo, gracias por estar ahí siempre, por escucharme y entenderme.

Quiero agradecer también a Carlos Pesquero su amistad, amabilidad y aprecio, que siempre sacan lo mejor de mí.

Por último, pero no menos importante, a todos mis amigos, por todas esas noches hablando hasta tarde riéndonos y apoyándonos entre nosotros, y compañeros de investigación, en concreto a Mario Manchado por su ayuda y humor.

Resumen

Desde el siglo pasado sabemos que el Universo está pasando por una fase de expansión acelerada gracias al análisis de distintas observaciones cosmológicas. Una de las principales sondas es el análisis de la distancia a las supernovas tipo Ia. En esta memoria se describe el marco teórico y observacional para utilizar estos objetos astrofísicos como reglas estándar y se exponen las distintas formas de calcular distancias en cosmología. Se desarrolla la conexión entre el módulo de distancia y los parámetros que describen un modelo cosmológico. Como resultado principal, se presentan los valores de la abundancia de constante cosmológica y la ecuación de estado de la energía oscura, $\Omega_\Lambda = 0.753 \pm 0.095$ y $w = -0.898 \pm 0.199$, respectivamente.

Abstract

Since the last century we have known that the Universe is going through a phase of accelerated expansion thanks to the analysis of different cosmological observations. One of the main probes is the analysis of the distance to type Ia supernovae. This report describes the theoretical and observational framework for using these astrophysical objects as standard rules and the different ways of calculating distances in cosmology are exposed. The connection between the distance module and the parameters that describe a cosmological model is developed. As the main result, the values of the abundance of the cosmological constant and the equation of state of dark energy are presented, $\Omega_\Lambda = 0.753 \pm 0.095$ and $w = -0.898 \pm 0.199$, respectively.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1.	Introducción	4
1.1	Hipótesis y Objetivos	4
1.1.1	Hipótesis.....	4
1.1.2	Objetivos	4
1.2	Materiales y métodos.....	4
2.	El Universo en expansión acelerada.....	5
2.1	Historia del descubrimiento de la expansión acelerada	5
2.2	Origen y evolución del Universo	7
2.2.1	Etapas del Universo: Cronología del Big Bang	7
2.3	Uso de supernovas Ia para el análisis	9
3.	Modelo Cosmológico Estándar (Λ CDM).....	11
3.1	Bases Experimentales	11
3.2	Bases Teóricas.....	11
3.3	Composición del Universo	14
3.4	Redshift	16
3.4.1	Definición de onda	16
3.4.2	Efecto Doppler.....	17
3.4.3	Redshift (definición y ecuaciones características).....	18
3.5	Parámetros Cosmológicos.....	20
4.	Distancias Cosmológicas.....	22
4.1	Distancia Radial Comóvil DM	22
4.2	Distancia Comóvil Transversa χ_{trans}	22
4.3	Distancia por diámetro angular DA	23
4.4	Distancia por luminosidad DL	23
4.5	Módulo de la distancia	24
5.	Datos de supernovas.....	25
5.1	Supernovas Joint Light-curve Analysis (JLA)	25
5.2	Supernovas Dark Energy Survey Year 3 (DES_Y3).....	25

5.3	Supernovas PanStarrs.....	25
6.	Resultados.....	26
6.1	Cálculo de distancias para diferentes modelos cosmológicos con Python	26
6.2	Ajuste de datos de supernovas tipo Ia	28
6.2.1	Ajuste con un solo parámetro cosmológico ($\Omega\Lambda$)	29
6.2.2	Ajuste con dos parámetros cosmológicos ($\Omega\Lambda$ y w).....	29
7.	Conclusiones	31
8.	Anexos	32
8.1	Unidades de medida astronómicas y cosmológicas.....	32
8.2	Código en python	33
9.	Bibliografía.....	34

1. Introducción

Desde finales del siglo pasado sabemos que el universo está pasando por una fase de expansión acelerada. Este descubrimiento ha supuesto un gran avance para la cosmología y ha sido en gran parte posible gracias a la observación de supernovas por diferentes proyectos científicos.

Elegí este tema debido a que desde pequeño siempre he estado interesado por la ciencia y con el paso de los años concretamente por la física. Cuando me fue propuesto el tema, me llamó bastante la atención ya que es un tema relativamente desconocido y reciente, por lo que pensé que era una buena oportunidad para desarrollar mi proyecto.

1.1 Hipótesis y Objetivos

1.1.1 Hipótesis

Utilizando datos de supernovas Ia inferir la abundancia de constante cosmológica que explicaría la aceleración en la expansión que observamos.

1.1.2 Objetivos

Para poder validar la hipótesis, se plantean los siguientes objetivos:

- Programar y definir en Python los parámetros y las ecuaciones de cálculo de distancias cosmológicas
- Graficar parámetros cosmológicos y mediciones de distancias para diferentes modelos cosmológicos.
- Ajustar los datos de las supernovas Ia mediante modelos donde dejamos libres uno (Ω_A) y dos parámetros cosmológicos (Ω_A, w_{DE}).

1.2 Materiales y métodos

Para la realización del proyecto se han utilizado una serie de recursos de Google. En primer lugar, se ha usado **Google Drive** para organizar la bibliografía y los documentos derivados de estos, almacenar los datos de supernovas y compartir el documento de esta memoria durante su elaboración. Para la programación en **Python**, se ha usado la plataforma **Google Colab**, un entorno de ejecución de notebooks que permite la colaboración de un grupo con un mismo proyecto. Por último, se ha utilizado el editor de ecuaciones de **LaTeX** en línea para escribir las ecuaciones necesarias para el proyecto. LaTeX es un lenguaje que facilita la escritura de expresiones matemáticas.

2. El Universo en expansión acelerada

2.1 Historia del descubrimiento de la expansión acelerada

El descubrimiento de que actualmente el Universo está pasando por una fase de expansión acelerada fue fruto del esfuerzo de un conjunto de las mentes más brillantes de la ciencia del siglo XX.

El primero en proponer la idea de un universo en expansión fue el sacerdote, matemático y astrónomo belga George Lemaître en su cálculo de la velocidad a la que se alejan las galaxias de nosotros. Como resultado del análisis encontró una velocidad de recesión de estos distantes objetos mucho mayor que la que hoy conocemos, lo cual le condujo a priori a pensar en que el tamaño que se asociaba al Universo estaba infraestimado. Tras desechar esta idea y tras descartar que el universo se expandía a una velocidad constante, Lemaître, basándose en sus experimentos y estudios, se decantó por un universo que se encuentra en una fase de expansión exponencial[1].

Ya en 1922, Alexander Friedmann expuso varias soluciones a las ecuaciones de campo de Einstein, que describían tanto universos en expansión como en contracción.

Sin embargo, la idea de un universo en expansión no fue bien recibida por la comunidad científica, la cual apoyaba la idea de un universo estático y estable. Esto es debido a que desde la Antigüedad hasta ese momento todas las cosmovisiones presentaban una concepción estática del Universo. Diferentes religiones, la filosofía y la física (incluyendo la Teoría de la Relatividad General) coincidían en la idea de la **estaticidad** del Universo[2].

Pocos años más tarde, en 1929 Edwin Hubble, astrónomo y científico estadounidense, desarrolla la conocida como ley de Hubble(Figura 1), la cual establece que la velocidad a la que se aleja de nosotros una galaxia es proporcional a la distancia a la que se encuentra. Para la creación de esta ley, Hubble trató de comparar las distancias que había calculado para diferentes galaxias, y descubrió que cuanto mayor era la distancia a la que se encontraba una, mayor era la velocidad de recesión.



Figura 1: Expansión del universo según la Ley de Hubble, la cual establece que la velocidad a la que se aleja de nosotros una galaxia es proporcional a la distancia a la que se encuentra [3].

Este tipo de expansión corresponde al que es originado por una explosión, apoyando la teoría que postula que el Universo se originó tras una gran explosión, denominada teoría del Big Bang.

Los cimientos de esta idea se reforzarían en 1965. Arno Penzias y Robert Wilson descubren en los Laboratorios Bell, Nueva Jersey, un fondo de radiación electromagnética en el rango de las microondas, denominada **Fondo Cósmico de Microondas (FCM)** que fue rápidamente clasificada como un vestigio del Big Bang, respaldando la idea de que el Universo tiene su origen en una explosión de grandes dimensiones.

Esto sumado a las observaciones de la recesión de las galaxias y de las abundancias de elementos ligeros nos han permitido construir una imagen de un universo en expansión con un origen caliente y denso, que se va enfriando gradualmente conforme la expansión avanza.

Posteriormente y hasta 1998, se pensaba que la expansión estaba decelerando, es más, ciertas hipótesis apuntaban a la posibilidad de que el universo recolapsara. No obstante, gracias a las observaciones de supernovas Ia realizadas por los dos grupos de investigación independientes, *Supernovae Cosmology Project*, liderado por *Saul Perlmutter*, y el *High Redshift Supernova Project*, de *Brian Schmidt* y *Adam Riess*, mostraron que la expansión del universo se produce de forma acelerada en lugar de decelerarse.

Debido a la excepcionalidad y calidad del descubrimiento, este hallazgo científico fue galardonado en el año 2011 con el premio Nobel de física[4].

2.2 Origen y evolución del Universo

Aunque aún no se conoce con precisión el mecanismo que dio origen al universo, la teoría ampliamente aceptada por la comunidad científica es la teoría del Big Bang, que describe el origen del universo y postula que inicialmente la materia se encontraba concentrada en un punto diminuto y de elevada densidad que explotó y se expandió por todas partes, instante en el cual se generó el espacio-tiempo y tras diferentes fases o etapas que se presentarán continuación(Figura 2) se llegó al universo en expansión que conocemos actualmente.

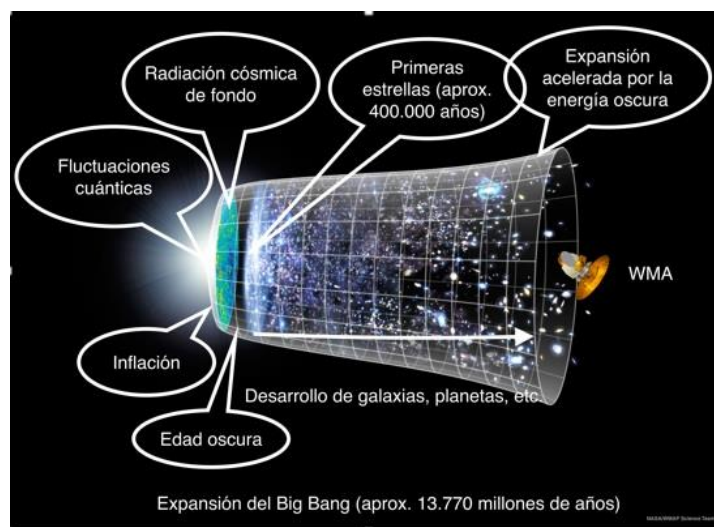


Figura 2: Evolución del Universo tras el Big Bang a través del tiempo dividido en fases.

2.2.1 Etapas del Universo: Cronología del Big Bang

Podemos dividir la historia del Universo en distintas etapas según la componente energética que dominaba en dicha época. Encontramos que el ingrediente que domina durante una época determina la evolución del Universo y los fenómenos que ocurren durante este periodo.

Las componentes que podemos encontrar son: la radiación, consideramos principalmente los fotones y especies que se mueven con velocidades próximas a la de la luz; la materia, es la componente que genera la estructura a gran escala de filamentos y vacíos que dan cobijo a las galaxias y por último la energía oscura, la componente que genera la expansión acelerada que observamos en el universo tardío.

Teniendo esto en cuenta, las etapas ordenadas desde el origen hasta la actualidad son:

- ❖ **Época inflacionaria:** Es la etapa que describe los primeros instantes del universo. Durante esta etapa el universo pasó por una breve fase de expansión en la cual el diámetro del universo creció exponencialmente. Durante este periodo inflacionario sucedieron varias subetapas[5]:

- *Era de Planck* (10^{-43} segundos)

Los experimentos y las teorías en este rango de tan altas energías aún no nos permiten describir con precisión esta etapa. Se postula que este es el momento en el cual empiezan a funcionar las leyes de la física que conocemos hoy en día, ya que las cuatro interacciones fundamentales: el electromagnetismo, la fuerza nuclear fuerte y débil y la gravedad, estaban unidas.

- *Gran Unificación* (10^{-33} segundos)

Etapas posterior a la Era de Planck en la cual el suceso principal es que la gravedad se desliga de las demás interacciones fundamentales. Además, se dieron una serie de procesos adicionales, entre los cuales se incluyen una expansión muy rápida del universo y la formación de las primeras partículas elementales.

- *Era Electro débil* (10^{-12} segundos)

En esta fase las partículas fundamentales adquieren masa gracias a su interacción con el campo de Higgs, una partícula elemental con comportamiento bosónico que otorga masa a las partículas mediante un mecanismo por el que opone resistencia a ellas.

- *Nucleosíntesis* (1 segundo a 3 minutos)

En esta etapa se produjo un descenso de la temperatura que permitió que se formaran los primeros núcleos atómicos. Debido a este enfriamiento, el espacio dejó de estar concurrido por reacciones nucleares y la densidad empezó a disminuir considerablemente.

- ❖ **Época dominada por la radiación (Densidad de fotones alta):** Tras la inflación, la mayoría de la energía presente en el universo se encontraba en forma de radiación, refiriéndose a los componentes del universo que se mueven con velocidades próximas a las de la luz, en el régimen relativista, como los fotones y los neutrinos[6].
- ❖ **Época dominada por la materia (materia y radiación se desligan):** Entre aproximadamente 70.000 años y 9.8 billones años tras el Big Bang, la densidad de materia superó a la densidad de radiación en el universo[7]. En el inicio de esta etapa, las densidades de materia no-relativista y radiación son iguales y se empiezan a formar filamentos, galaxias, estrellas y vacíos. Durante esta etapa la imagen del Universo comienza a alejarse de la sopa densa y caliente inicial y empieza a tomar una forma similar a la del Universo actual.
- ❖ **Época dominada por la energía oscura:** Esta es la última de las tres fases tras la inflación. Comenzó cuando el Universo tenía 9.8 billones de años. La característica principal de esta etapa es que la expansión del Universo se acelera a causa del dominio de la energía oscura.

Esta componente dominante es modelada dentro del Modelo Estándar de la Cosmología como **constante cosmológica**. Una de las propiedades que observamos de este fluido es que, aunque el volumen del universo aumenta, la densidad queda constante. Esta es la justificación para que el modelado de la energía oscura sea mediante la constante cosmológica.

Considerando lo previamente mencionado, se estima que actualmente la constante cosmológica supone un 70% de la energía total mientras que la materia conforma el 30% restante [8].

2.3 Uso de supernovas Ia para el análisis

Una supernova es un objeto astrofísico en el cual una gran explosión causada por una estrella masiva, al agotar su combustible nuclear, colapsa dejando atrás un núcleo muy denso y una nube de gas caliente denominada nebulosa.

Para el descubrimiento de la expansión acelerada del Universo fueron claves las **supernovas de tipo Ia**, cuya peculiaridad es que debido a la gran cantidad de luz que desprenden es posible localizarlas a largas distancias.

Estas supernovas se originan cuando una estrella de aproximadamente ocho veces la masa del Sol muere y desprende la gran mayoría de sus capas. El objeto resultante es un residuo denso e inerte que se denomina enana blanca. Cuando este tipo de objetos forman parte de un sistema binario, debido a su fuerte campo gravitatorio arranca una parte de la materia de la estrella compañera, provocando una gran explosión termonuclear y energética, que se denomina supernova tipo Ia, como se puede observar en la Figura 3.

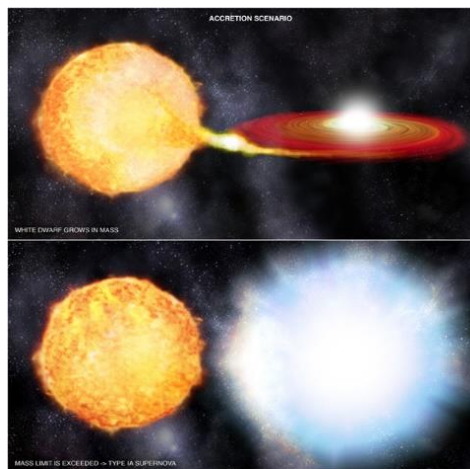


Figura 3: Recreación gráfica de la formación de una supernova tipo Ia [9]. En el panel superior, una enana blanca acreta la masa de su masiva compañera. En el panel inferior, la masa absorbida por la enana blanca no le permite alcanzar el equilibrio hidrodinámico resultando en una violenta explosión.

Lo que hace tan importantes a estas supernovas para el descubrimiento es que la diferencia de brillo entre dos supernovas tipo Ia se debe a la distancia a la que se encuentran de nosotros, por lo cual, a partir de esta observación podemos saber en qué momento han explotado y la distancia a la que se encuentran de nosotros.

3. Modelo Cosmológico Estándar (Λ CDM)

El Modelo Cosmológico Estándar está compuesto por el conjunto de ecuaciones que describen el funcionamiento del Universo junto con todas las medidas realizadas hasta la fecha y explica la evolución de este desde el origen hasta la actualidad con gran precisión. Es el modelo ampliamente aceptado en la comunidad científica.

A continuación, se exponen las bases experimentales y teóricas en las que se fundamenta el Modelo Estándar.

3.1 Bases Experimentales

1. *Radiación del Fondo Cósmico de Microondas*: Fue descubierta en los años 60 del siglo pasado por Arnold Penzias y Robert Wilson. Este descubrimiento marcó un antes y un después en la cosmología ya que es uno de los mayores respaldos de la teoría inflacionaria del Big Bang. Este fondo de radiación electromagnética proporciona información sobre los primeros instantes del universo y nos permite la determinación de los parámetros que rigen el Modelo Estándar.
2. *Abundancia de elementos ligeros*: Las abundancias de elementos ligeros como el hidrógeno, el helio o el litio, formados durante el universo primitivo (de 1 segundo a tres minutos después del Big Bang) en la etapa de nucleosíntesis mediante reacciones nucleares.
3. *Otras observaciones* como la velocidad de recesión de las galaxias y las curvas de luz de las supernovas tipo Ia.

3.2 Bases Teóricas

1. *Principio Cosmológico*: El Principio Cosmológico expone que nuestro universo visto por un observador es homogéneo e isótropo. La homogeneidad implica que el universo es igual en todos los puntos, mientras que la isotropía significa que este es igual en todas las direcciones (Figura 4). Aunque parezcan términos idénticos, uno no implica directamente al otro, a no ser que una distribución sea isotrópica en cualquier punto, en ese caso la distribución es homogénea también [10].

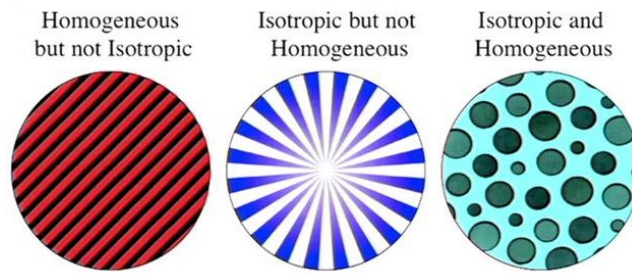


Figura 4: Esta figura muestra ejemplos claros sobre la homogeneidad y la isotropía con casos diferentes donde solo se da una de las distribuciones o donde ambas coinciden[11].

Sin embargo, el Principio Cosmológico no es exacto, por lo que nuestro Universo no respeta homogeneidad e isotropía exactamente, este principio solo es aplicable a gran escala, se estima que en escalas mayores a $260 h^{-1} \text{ Mpc}$ (véase Anexo 1: Unidades de medida astronómicas y cosmológicas). De modo que la cosmología solo puede hacer predicciones estadísticas.

2. **Ley de Hubble:** La ley de Hubble establece que hay una relación lineal entre el redshift o corrimiento al rojo y la distancia a objetos cosmológicos que se mueven siguiendo el flujo de Hubble. Esta que viene dada por la Fórmula 1:

$$cz = H_0 D$$

Fórmula 1: Ley de Hubble

La ecuación expresa la relación lineal entre el redshift y la distancia, donde: c es la velocidad de la luz, z es el redshift, H_0 es la constante de Hubble, medida en Km/s/Mpc y D es la distancia.

Esta ley nos indica que el universo se encuentra en una fase de expansión, ya que describe una relación velocidad-distancia, es decir, cuánto mayor es la distancia a la que se encuentra una galaxia, mayor es su velocidad de movimiento, como se muestra en la Figura 5

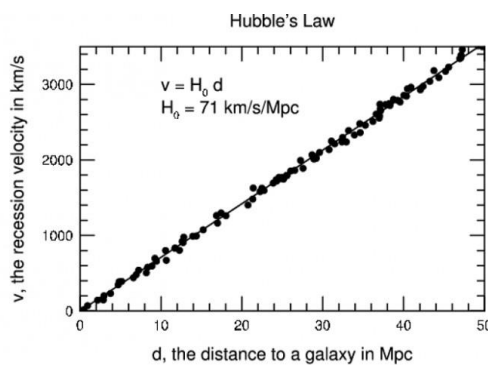


Figura 5: Relación entre la distancia, expresada en megapársecs, y la velocidad de expansión de las galaxias, donde se puede observar y confirmar que cuanto mayor es la distancia mayor es la velocidad de recesión, por lo que la distancia es proporcional a la velocidad[3]

Una de las consecuencias de esta relación es que, si la distancia es suficientemente grande, un objeto puede alejarse con una velocidad mayor que la de la luz. De esta forma se define un horizonte cosmológico, denominado radio de Hubble que se calcula dividiendo la velocidad de la luz entre la constante de Hubble, aproximadamente 70 Km/s/Mpc. Obtenemos que este horizonte cosmológico se encuentra a 4300 megapársecs aproximadamente[12].

Para finalizar, si rebobinamos lo suficiente hacia atrás en el tiempo, podemos hacer una estimación del tiempo de la expansión del universo, que se calcula como la inversa de la constante de Hubble y equivale a 14.4 billones de años. Este valor difiere de la edad estimada del Universo, de 13.8 billones de años, ya que supone que la evolución ha sido lineal.

3. *Teoría de la Relatividad General*: La Relatividad General de Einstein es la principal base que nos proporciona el marco teórico para el Modelo Estándar y nos conduce directamente a las ecuaciones de Friedmann, que describen el modelo de un universo en expansión. Las ecuaciones de Friedmann se obtienen derivadas de las ecuaciones de campo de Einstein(Fórmula 2), que se encargan de relacionar la geometría, curvatura y dinámica del Universo con el contenido energético del Universo:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Fórmula 2: Esta fórmula sintetiza las 16 ecuaciones de campo de Einstein. Es una ecuación tensorial (presenta 4 tensores $G_{\mu\nu}$, $R_{\mu\nu}$, $g_{\mu\nu}$ y $T_{\mu\nu}$) y es una de las bases de la Teoría de la Relatividad General

La ecuación anterior involucra las siguientes cantidades:

- **Tensor de Einstein ($G_{\mu\nu}$)**: Describe la parte de la dinámica del espacio-tiempo
- **Tensor de Ricci ($R_{\mu\nu}$)**: Describe la curvatura
- **Escalar de Ricci (R)**: Cantidad escalar equivalente a un radio del Universo
- **Lambda (Λ)**: Constante Cosmológica
- **Métrica ($g_{\mu\nu}$)**: Codifica la información del campo gravitatorio y es clave en el cálculo de distancias
- **Tensor energía-momento ($T_{\mu\nu}$)**: Codifica la información de la presión y la densidad de energía de las componentes del Universo

A partir de estas ecuaciones somos capaces de relacionar la dinámica del Universo, a través del factor de escala $a(t)$ y las componentes energéticas del espacio-tiempo sean radiación, materia, energía oscura, ... El factor de escala es una cantidad relacionada con el tamaño del Universo, es una cantidad monótona normalizado. Esto es, en el instante inicial tenemos que $a(t = 0) = 0$ y está definido de forma que hoy $a(hoy) = 1$.

A través de esta idea llegamos a las ecuaciones de Friedmann. La Fórmula 3 describe cómo varía la velocidad del factor de escala $a(t)$ en función del contenido del Universo:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}$$

Fórmula 3: Primera ecuación de Friedmann

La Fórmula 4 se obtiene derivada de la ecuación anterior y nos describe cómo varía la aceleración del factor de escala $a(t)$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) - \frac{\Lambda}{3}$$

Fórmula 4: Segunda ecuación de Friedmann

3.3 Composición del Universo

Para poder estimar la abundancia de las diferentes componentes que forman el universo debemos utilizar los parámetros de densidad, que representan el valor que tiene la densidad ρ_i para un determinado componente i en el universo con la densidad crítica ρ_{crit} , que es la densidad total necesaria para que el universo sea plano (Fórmula 5).

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_{crit}}$$

Fórmula 5: Fórmula que relaciona la densidad ρ_i para un determinado componente en el universo con la densidad crítica

Del análisis de distintas sondas cosmológicas como las oscilaciones acústicas de bariones o el espectro de potencias del fondo cósmico de microondas se ha obtenido que en el universo hay aproximadamente un 30% de materia. Dentro de este 30%, un 5% está compuesto por materia bariónica, 25% es materia oscura no bariónica, es decir, materia invisible dotada de interacción gravitatoria[13].

El 70% restante del universo se atribuye a un fluido con presión negativa y que no podemos producir en laboratorios en la Tierra, denominado energía oscura, que es representada mediante el símbolo Λ y que fue introducida por Einstein en su búsqueda de una solución estática para sus ecuaciones [14]. A pesar de ser desconocida, sabemos que la energía oscura:

1. Ni emite ni absorbe radiación electromagnética
2. No se diluye con la expansión
3. Su distribución espacial es homogénea ya que no se acumula de manera significativa
4. Interacciona de manera muy débil con la materia y es de baja energía, por lo que es difícil de producir en aceleradores de partículas

Por último, al realizar cálculos más exactos y observar los últimos datos del satélite **Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)**, obtenemos que el universo estaría compuesto en un **72,5% de energía oscura, 4,5% de materia bariónica y 23% de materia oscura no bariónica**, por lo que podemos concluir que un 95% del universo es desconocido(Figura 6).

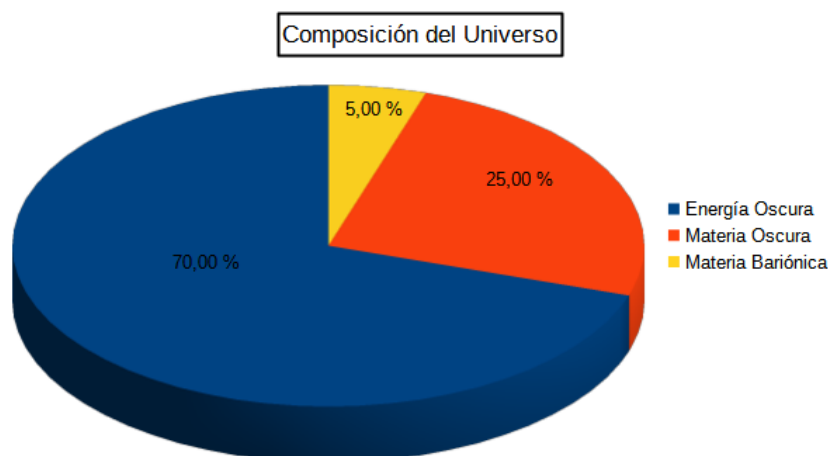


Figura 6: Composición actual del universo. Como se observa en la figura, un 70% del universo se compone de energía oscura, un 25% de materia bariónica y un 5% de materia oscura.

3.4 Redshift

El redshift o desplazamiento al rojo es clave para el cálculo de distancias cosmológicas.

En esta sección se unen los conceptos de este proyecto de investigación con algunos contenidos física de segundo de Bachillerato.

3.4.1 Definición de onda

Para poder explicar qué es el redshift, primero debemos conocer qué es una onda y de qué elementos se compone.

Una onda (Figura 7) es una prolongación de una alteración de alguna propiedad de un medio (como la densidad o la presión) que se propaga a través del espacio [15].

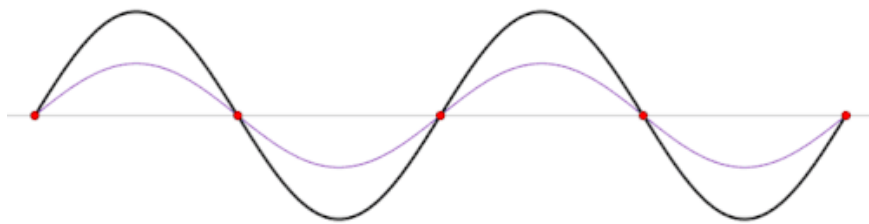


Figura 7: Propagación de una onda en el espacio [16]

Elementos de una onda	
Nombre	Definición
Cresta	Punto más alto de amplitud de la onda
Periodo	Tiempo que tarda la onda de ir de un punto de máxima amplitud al posterior
Amplitud	Distancia vertical entre una cresta y el punto medio de la onda
Frecuencia	Número de veces que es repetida la vibración de la onda en un periodo específico
Valle	Punto más bajo de una onda
Longitud de onda	Distancia existente entre dos crestas consecutivas

3.4.2 Efecto Doppler

Efecto producido por una fuente de ondas en movimiento donde se observa un aumento en la frecuencia para los observadores hacia los que se dirige la fuente además de una disminución de la frecuencia para los observadores de los que se aleja la fuente.

Este efecto puede ocurrir con cualquier tipo de onda, es observable de manera cotidiana y presenta dos casos:

1. Cuando la fuente se acerca al observador(Fórmula 6 y Fórmula 7):

$$f_{obs} = f_{fue} \cdot \frac{v}{v - v_{fue}}$$

Fórmula 6: Fórmula que define la frecuencia de observador donde: f_{obs} es la frecuencia del observador, f_{fue} es la frecuencia de la fuente y v_{fue} la velocidad de la fuente

$$\lambda'' = \lambda_{fue} \left(1 - \frac{v_{fue}}{v}\right)$$

Fórmula 7: Longitud de onda cuando la fuente se está acercando al observador

2. Cuando la fuente se aleja del observador(Fórmula 8 y Fórmula 9):

$$f_{obs} = f_{fue} \cdot \frac{v}{v + v_{fue}}$$

Fórmula 8: Fórmula que define la frecuencia del observador cuando la fuente se aleja de él

$$\lambda' = \lambda_{fue} \left(1 + \frac{v_{fue}}{v}\right)$$

Fórmula 9: Longitud de onda cuando la fuente se está alejando del observador

Una situación de la vida cotidiana dónde podemos observar el efecto Doppler es cuando un vehículo se acerca o se aleja de nosotros mientras suena su sirena. Cuando el vehículo se acerca, la frecuencia de la onda es mayor por lo que el sonido que emite la sirena es más agudo que si estuviera en reposo, sin embargo, cuando el vehículo se aleja la frecuencia de la onda es menor, por lo cual el sonido es más grave que si se encontrara en reposo (Figura 8).

Si tenemos dos observadores, A y B, uno situado delante y otro detrás del vehículo y este se encuentra en reposo, la frecuencia de la onda que perciben los dos observadores es la misma.

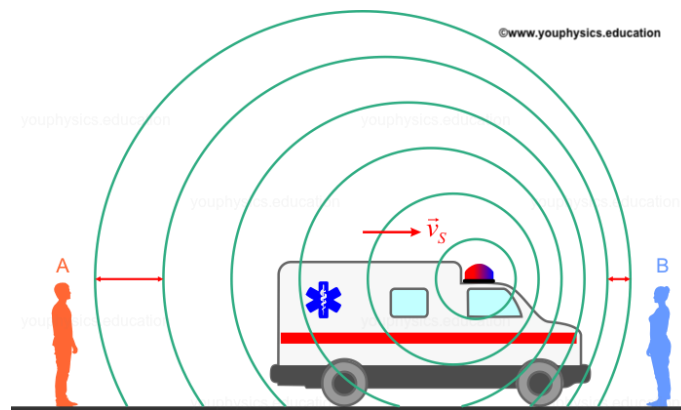


Figura 8: Al contrario que en la situación anterior, el vehículo se encuentra en movimiento, por lo que los observadores percibirán frecuencias de onda diferentes y la longitud de onda también será diferente [17]

3.4.3 Redshift (definición y ecuaciones características)

El redshift z de un objeto se define como el efecto doppler fraccional de su brillo emitido, el cual resulta del de la componente radial de la velocidad originada por el flujo de Hubble (Fórmula 10):

$$z \equiv \frac{v_e}{v_0} - 1 = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} - 1$$

Fórmula 10: Definición del redshift en función de la frecuencia (v_e) y longitud de onda (λ_e) emitida junto con la frecuencia (v_0) y longitud de onda (λ_0) observada

En la relatividad especial, el redshift se relaciona con la velocidad radial por medio de la Fórmula 11:

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

Fórmula 11: Relación del redshift con la velocidad radial, donde c equivale a la velocidad de la luz

La diferencia entre el redshift observado de un objeto y su redshift cosmológico se produce por su velocidad peculiar. En este caso, definimos el redshift cosmológico como la parte del redshift asociada a la expansión del universo o Ley de Hubble.

Podemos relacionar la velocidad peculiar con el redshift mediante la Fórmula 12:

$$v_{pec} = c \frac{(z_{obs} - z_{cos})}{(1 + z)}$$

Fórmula 12: Relación de la velocidad peculiar con el redshift, donde z_{obs} es el redshift observado y z_{cos} el redshift cosmológico

Para cortas distancias, la velocidad es linealmente proporcional a la distancia y a todas las medidas o formas de cálculo de distancias cosmológicas(Fórmula 13):

$$z \approx \frac{v}{c} = \frac{d}{R_H}$$

Fórmula 13: Relación del redshift con la velocidad y la distancia, donde d es la distancia y R_H el radio de Hubble

Esta última ecuación solo se cumple para redshifts pequeños, incluso, al utilizar el redshift en forma de velocidad radial, se utiliza la aproximación $v = cz$, aunque no siempre es posible aplicarla.

Por último, podemos relacionar también el redshift al factor de escala $a(t)$ mediante dos fórmulas; en la Fórmula 14 $a(t_0)$ representa el tamaño del Universo en el momento que la luz del objeto es observada, y $a(t_e)$ representa el tamaño del Universo cuando la luz del objeto es emitida, y en la Fórmula 15 se muestra la relación del redshift entre dos objetos.

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}$$

Fórmula 14: Relación entre el factor de escala y el redshift 1

$$1 + z_{12} = \frac{a(t_1)}{a(t_2)} = \frac{1 + z_2}{1 + z_1}$$

Fórmula 15: Esta ecuación nos permite relacionar el redshift de dos objetos, 1 y 2, que se encuentran a un determinado redshift de nosotros

3.5 Parámetros Cosmológicos

Parámetro	Símbolo	Valor	Definición
Abundancia de materia	Ω_m	0.3	Ratio entre la densidad de materia(oscura y bariónica) y la densidad crítica
Abundancia de radiación	Ω_{rad}	9×10^{-5}	Ratio entre la densidad de radiación y la densidad crítica
Abundancia de energía oscura	Ω_Λ	0.7	Ratio entre la densidad de energía oscura y la densidad crítica
Densidad crítica	ρ_{crit}	9.47×10^{-27}	Densidad total que debe poseer el universo para ser plano
Constante de barotropía de la energía oscura	w	-1	Ratio entre la densidad y la presión de la energía oscura
Factor de escala	$a(t)$	*De 0 a 1, varía en función de la componente que domina durante esa etapa	Se utiliza como medida de la evolución del universo aunque no crece de forma lineal

Una cantidad que será clave en el análisis es el parámetro de Hubble, $H = H(z)$, al contrario que la constante de Hubble H_0 , el parámetro de Hubble nos indica la velocidad de recesión en función del contenido del Universo para un determinado redshift y viene dado por la Fórmula 16:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{rad}(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda(1+z)^{3(1+w)}}$$

Fórmula 16: Expresión que describe el parámetro de Hubble en función del redshift y de la constante de barotropía de la energía oscura

Como cabe esperar y de igual manera que para medir la constante de Hubble, podemos utilizar datos de supernovas para diferentes redshift, como se puede observar en la Figura 9, y que se exponen posteriormente dentro del apartado Resultados

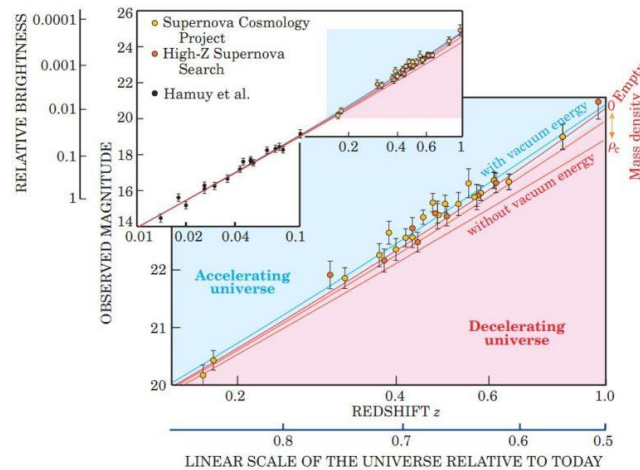


Figura 9: En esta imagen se representa el tamaño del universo en función del redshift. En la zona azul se muestran universos donde la expansión se acelera, mientras que en la zona roja se muestran universos donde la expansión está decelerando.[18]

En la expresión anterior aparece el parámetro de curvatura Ω_K . La abundancia o parámetro de curvatura nos indica la geometría del espacio y por tanto cómo debemos calcular las distancias entre objetos[19]. Se presentan tres casos para la abundancia de curvatura:

- Si $k = 0$, la densidad es igual a un valor que describe un universo con una geometría plana o euclídea.
- Si $k > 0$, estamos estudiando un universo con geometría esférica.
- Si $k < 0$, estamos estudiando un universo con geometría parabólica.

4. Distancias Cosmológicas

En este apartado se mostrarán las principales distancias utilizadas junto con sus respectivas ecuaciones características[20].

4.1 Distancia Radial Comóvil (D_M)

La distancia radial comóvil entre dos objetos cercanos en el universo se define como la distancia que existe entre esos objetos si no fuesen sensibles a la expansión. La distancia comóvil es constante si ambos objetos se mueven obedeciendo la ley de Hubble. En base a esto, podemos definir la Fórmula 17, donde hemos despreciado la contribución de la radiación por ser ínfima:

$$E(z) \equiv \sqrt{\Omega_M (1+z)^3 + \Omega_K (1+z)^2 + \Omega_\Lambda}$$

Fórmula 17: Esta función es proporcional al tiempo derivado del logaritmo del factor de escala, y depende del redshift y de las abundancias de materia, curvatura y energía oscura

Esta distancia radial comóvil hasta un determinado redshift se calcula con la Fórmula 18

$$\chi(z) = R_H \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}$$

Fórmula 18: Ecuación que expresa la distancia radial comóvil en función del redshift(z), donde R_H es el radio de Hubble, es decir $\frac{c}{H_0}$

4.2 Distancia Comóvil Transversa (χ_{trans})

La distancia comóvil transversa comprendida entre dos objetos que se encuentran al mismo redshift pero separados en el espacio por un determinado ángulo presenta una relación con la distancia radial comóvil y con el parámetro de curvatura Ω_K mediante la Fórmula 19:

$$\chi_{trans} = \begin{cases} \frac{R_H}{\sqrt{\Omega_K}} \sinh\left(\frac{\sqrt{\Omega_K}}{R_H} \chi\right) & \Omega_K > 0 \\ \chi, & \Omega_K = 0 \\ \frac{R_H}{\sqrt{|\Omega_K|}} \sin\left(\frac{\sqrt{|\Omega_K|}}{R_H} \chi\right) & \Omega_K < 0 \end{cases}$$

Fórmula 19: Distancia transversal comóvil para valores de χ que describen universos con diferente curvatura, con curvatura positiva si $\Omega_K > 0$, con curvatura negativa si $\Omega_K < 0$ y un universo plano cuando $\Omega_K = 0$

En esta fórmula las funciones trigonométricas del seno y del seno hiperbólico aportan la curvatura del espacio, la cual depende de las coordenadas, ya que un cambio de las coordenadas daría lugar a un universo plano; la única curvatura que no depende de las coordenadas es la curvatura del espacio-tiempo.

4.3 Distancia por diámetro angular (D_A)

La distancia por diámetro angular se define como la ratio entre el tamaño físico real de un objeto y su tamaño angular expresado en radianes. Se utiliza para convertir separaciones angulares presentes en imágenes tomadas por telescopios en separaciones adecuadas a la fuente.

Se relaciona con la distancia transversal comóvil por medio de la Fórmula 20:

$$D_A = \frac{\chi_{trans}}{1 + z}$$

Fórmula 20: Relación entre la distancia transversal comóvil y el redshift

4.4 Distancia por luminosidad (D_L)

La distancia por luminosidad es la distancia definida por la relación entre la potencia emitida por el objeto observado L , el flujo que recibimos y la luminosidad bolométrica (Fórmula 21):

$$D_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi S}}$$

Fórmula 21: L representa la luminosidad bolométrica y S es el flujo recibido

A su vez, esta se relaciona con la distancia transversal comóvil y con la distancia por diámetro angular por la Fórmula 22:

$$D_L = (1 + z)\chi_{trans} = (1 + z)^2 D_A$$

Fórmula 22: Esta relación viene dada por el hecho de que la superficie de brillo de un objeto en recesión se reduce por un factor de $(1 + z)^4$ y el área angular disminuye a D_A^{-2}

4.5 Módulo de la distancia

Se denomina módulo de la distancia a la forma de expresar distancias astronómicas a partir de una magnitud aparente y una magnitud absoluta de un mismo objeto, como una estrella, una galaxia o una supernova, por ejemplo. Se expresa mediante la Fórmula 23:

$$\mu = m - M = 25 + 5 \log(D_L)$$

Fórmula 23: Ecuación que define el módulo de la distancia, donde m es una magnitud aparente y M una magnitud absoluta

Para entender correctamente esta ecuación, debemos saber la diferencia entre una magnitud aparente y una magnitud absoluta. Una magnitud aparente(m) se define como la cantidad que nos indica el brillo medido de un objeto por nosotros como observadores en la Tierra, mientras que una magnitud absoluta(M) es la cantidad que indica el brillo medido de un objeto por nosotros si estuviéramos observando desde una distancia de 10 pársecs[21].

5. Datos de supernovas

En esta sección se presentan algunas de las características técnicas de los cartografiados cosmológicos de los cuales se han tomado los datos de supernovas Ia para nuestro análisis.

5.1 Supernovas Joint Light-curve Analysis (JLA)

Los datos de las supernovas JLA nos dan acceso a datos de observaciones de supernovas tipo Ia obtenidas de dos colaboraciones; el **Sloan Digital Sky Survey** (SDSS-II) y el **SuperNova Legacy Survey** (SNLS). El set de datos contiene muestras de bajo redshift ($z < 0.1$), 3 series de datos del SDSS-II ($0.05 < z < 0.4$), 3 años de muestras del SNLS y 740 curvas de luz espectroscópicas de supernovas Ia.

Los datos incluyen observaciones tomadas desde múltiples posiciones por el **Canada-France-Hawaii Telescope** (CFHT)[22].

5.2 Supernovas Dark Energy Survey Year 3 (DES_Y3)

El **Dark Energy Survey (DES)** examinó un área de 5000 grados cuadrados del cielo, lo que representa aproximadamente un 12,5 % del cielo total, durante 525 noches utilizando la **Dark Energy Camera (DECam)** montada en el Víctor M. Blanco Telescope (Blanco-4 meter), situada en el Observatorio Interamericano del Cerro Tololo en Los Andes. Se recopiló información de 300 millones de galaxias, además, el DES descubrió y midió el redshift de miles de supernovas apuntando a 10 regiones del universo diferentes cada 6 noches[23].

5.3 Supernovas PanStarrs

Los datos de las supernovas de **Pan-STARRS** (PS1-SN) contienen información de curvas de luz espectroscópicas, parámetros de curvas de luz y de mediciones de distancias. Los datos se encuentran divididos en dos sets, el primero de ellos se denomina Pantheon, y combina datos del **SDSS-II**, **SNLS**, y muestras de bajo redshift de supernovas Ia. El segundo set de datos contiene 1169 supernovas Ia de **Pan-STARRS**, junto con sus clasificaciones espectroscópicas, de las cuales el 95% proviene de supernovas tipo Ia [24].

6. Resultados

6.1 Cálculo de distancias para diferentes modelos cosmológicos con Python

Para la obtención de resultados, se han graficado las diferentes funciones de cálculo de distancias para cinco modelos cosmológicos diferentes con distintas propiedades, que se muestran a continuación:

Modelo	H_0 (Km/s/Mpc)	Ω_{rad}	Ω_M	Ω_Λ
Λ CDM	70	0.0	0.3	0.7
EdS	70	0.0	1.0	0.0
Abierto	70	0.0	0.3	0.0
Todo Λ	70	0.0	0.0	1.0
Universo Vacío	70	0.0	0.0	0.0

La Figura 10 muestra como varía el módulo de la distancia en función del redshift . Para este cálculo, además de utilizar los 5 modelos cosmológicos previamente planteados, se ha tratado con los datos de supernovas reales [SN JLA, SN DES_Y3 y PanStarrs(Figura 11)], cuya curva coincide con la del modelo Λ CDM.

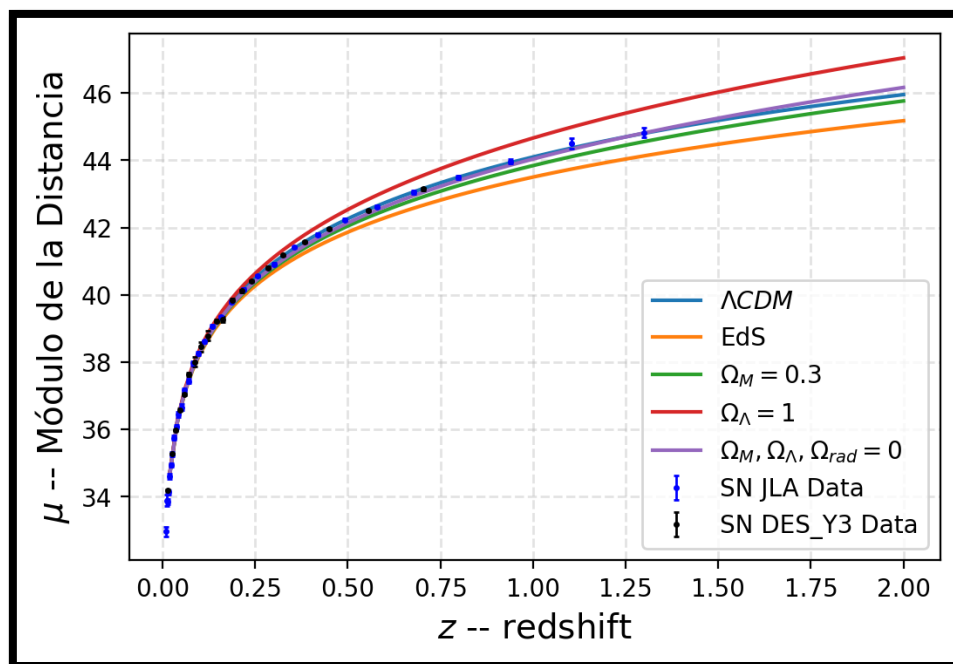


Figura 10: Módulo de la distancia en función del redshift

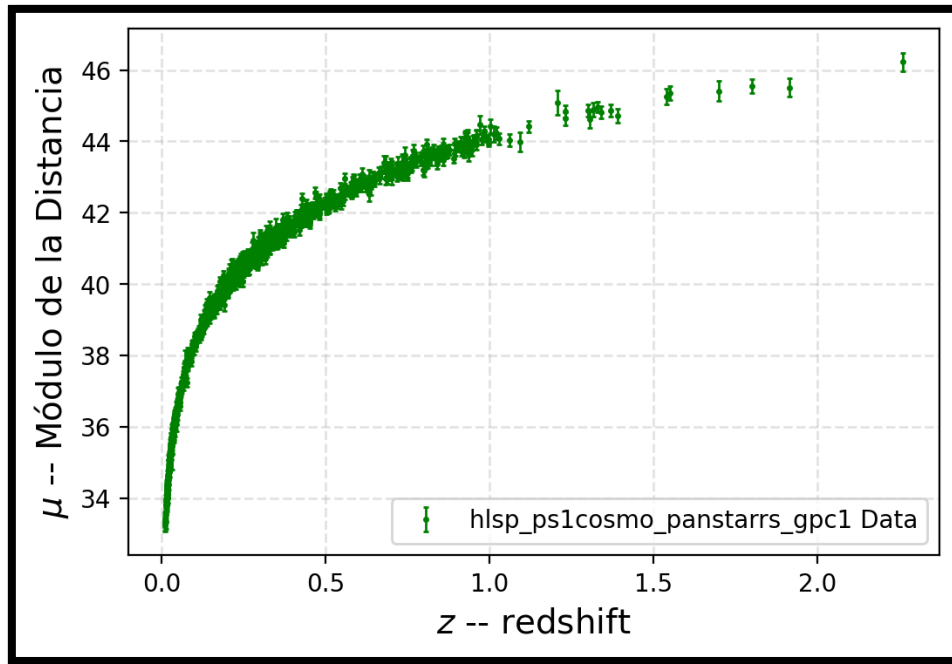


Figura 11: Módulo de la distancia en función del redshift utilizando el set de datos de supernovas de PanStarrs, junto con el error asociado al cálculo

La Figura 12 muestra cómo varía el parámetro de Hubble para los cinco modelos cosmológicos planteados. Como podemos observar, $H(z)$ aumenta cuanto mayor es el redshift excepto en el modelo $\Omega_\Lambda = 1$, en el cual se mantiene constante e igual a H_0 .

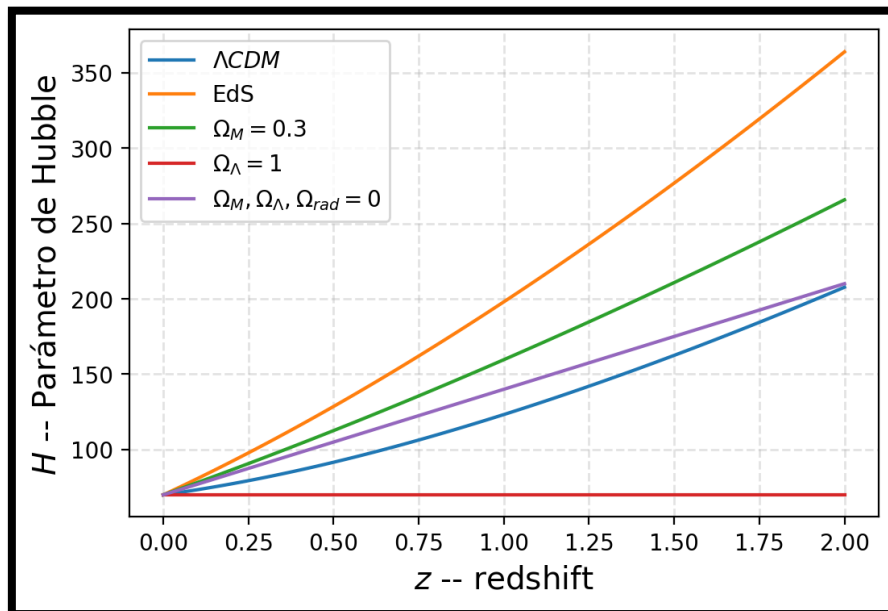


Figura 12: Parámetro de Hubble en función del redshift

La Figura 13 muestra cómo varía la distancia comóvil en función del redshift. La curva azul es la que describe el modelo Λ CDM, mientras que la naranja es la que describe el Universo Einstein-De-Sitter.

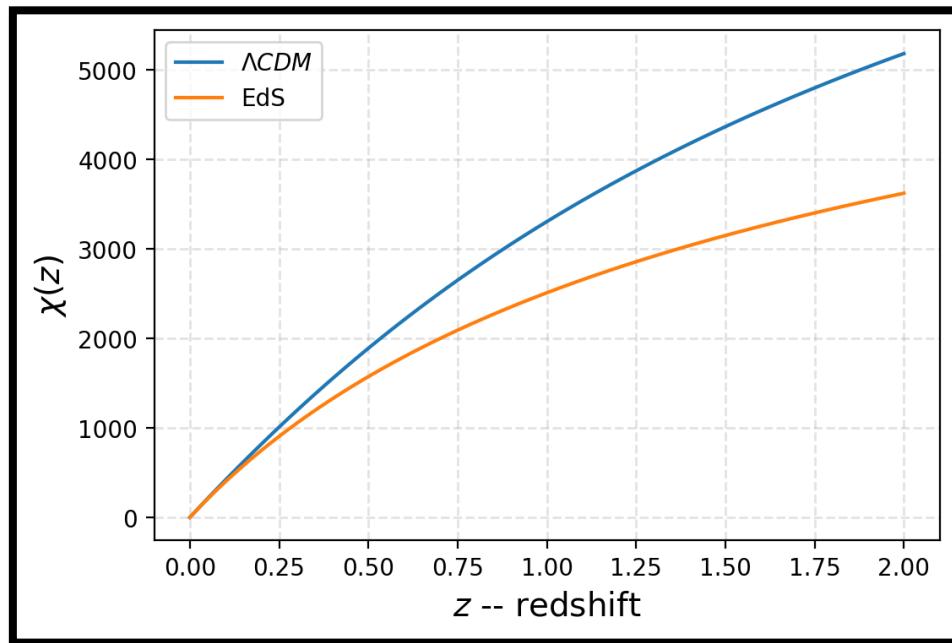


Figura 13: Distancia Radial Comóvil para los modelos Λ CDM y Einstein-De Sitter

6.2 Ajuste de datos de supernovas tipo Ia

Podemos calcular qué parámetros cosmológicos generan un modelo que describe mejor los datos de supernovas que tenemos. Para ello debemos seguir el proceso de ajuste por mínimos cuadrados, que consiste en:

1. Calculamos el módulo de la distancia para un determinado valor de un parámetro cosmológico, por ejemplo $\Omega_\Lambda = 0.5$
2. Calculamos el χ^2 según describe la Fórmula 24:

$$\chi^2 = \frac{\overline{D} - M}{\sigma^2}$$

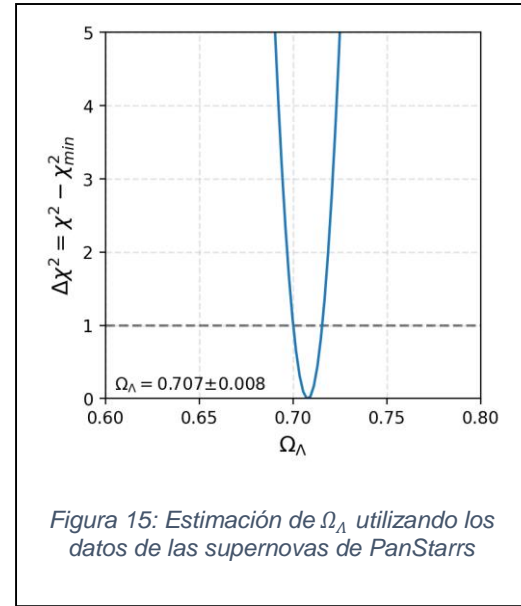
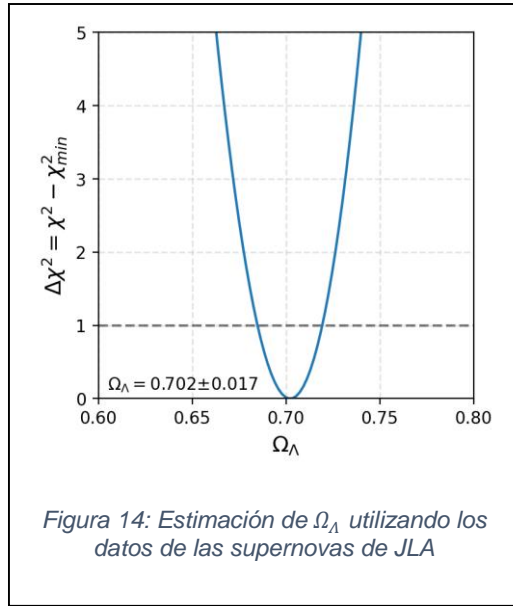
Fórmula 24: Donde \overline{D} son nuestros datos, M es la predicción de nuestro modelo para unos determinados valores de los parámetros cosmológicos y σ^2 es el error asociado a la medida de nuestros datos de distancias a supernovas.

3. Guardamos en un array el valor del χ^2 que obtenemos al comparar los datos con el módulo de la distancia evaluado en $\Omega_\Lambda = 0.5$
4. Repetimos este proceso para un conjunto de valores del parámetro que queremos inferir

6.2.1 Ajuste con un solo parámetro cosmológico (Ω_Λ)

En este análisis se infiere un único parámetro cosmológico. Para ello, fijamos el valor de w_{DE} en -1 como constante cosmológica en el cálculo del parámetro de Hubble.

Utilizando los datos de las supernovas de JLA y de PanStarrs obtenemos los siguientes gráficos en 1 dimensión que describen curvas (Figura 14 y Figura 15), cuyo mínimo es la mejor estimación de Ω_Λ



El valor de Ω_Λ que arroja el mejor ajuste es de

$$\Omega_\Lambda = 0.702 \pm 0.017$$

para las supernovas de JLA y de

$$\Omega_\Lambda = 0.707 \pm 0.008$$

para las supernovas de PanStarrs respectivamente. El error es menor en la segunda estimación debido a que la muestra de objetos de PanStarrs contiene un mayor número de datos por lo que el cálculo nos arroja un valor con un error asociado menor.

6.2.2 Ajuste con dos parámetros cosmológicos (Ω_Λ y w)

En este análisis se infieren dos parámetros cosmológicos. Para ello, dejamos libre el parámetro w_{DE} de forma que consideramos modelos para la energía oscura más allá de la constante cosmológica.

Para este cálculo , los valores de Ω_A y w que producen un mejor ajuste son

$$\Omega_A = 0.753 \pm 0.095 \text{ y } w = -0.898 \pm 0.199$$

esto lo podemos ver representado en la Figura 16, donde, en vez de una curva, se obtiene una superficie:

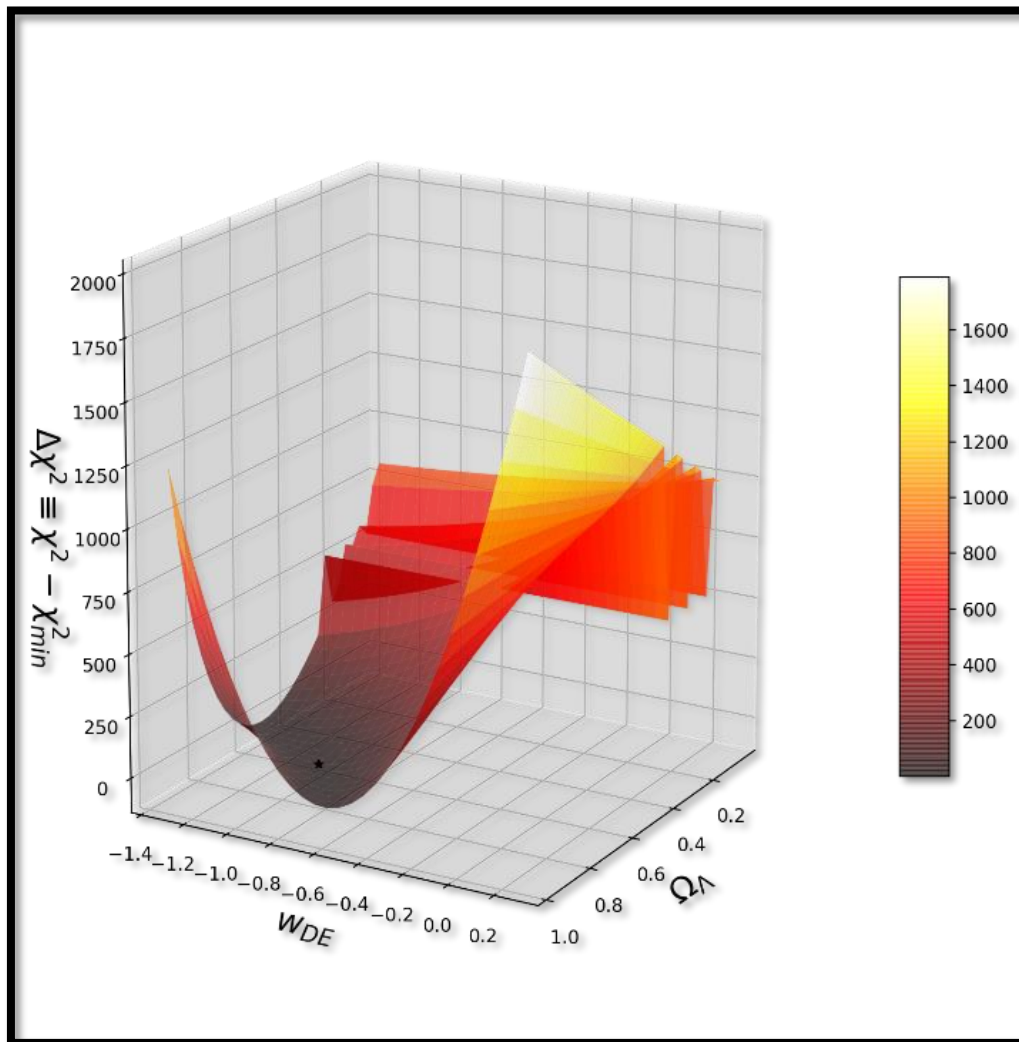


Figura 16: Representación de la matriz del χ^2 en tres dimensiones. Las zonas coloreadas con un color más oscuro son aquellas en las que la estimación y el ajuste ha sido mejor, mientras que las zonas menos oscuras son aquellas en las que los parámetros no describen bien los datos. La superficie representada no es suave ya que al realizar el cálculo del χ^2 nos encontramos divergencias.

El objetivo de este análisis es encontrar el mínimo que mejor se ajusta a los datos, es decir, la combinación de parámetros para la cual el valor obtenido del χ^2 es mínimo y mejor describe el modelo que tratamos de inferir. También podemos observar el mínimo representado en la figura anterior mediante una estrella de color negro, situada en la parte inferior y más oscura de la matriz en tres dimensiones.

7. Conclusiones

Si estudiamos los resultados tanto de las gráficas como de la estimación de parámetros cosmológicos podemos observar que son compatibles con las curvas y los parámetros que describe el modelo Λ CDM.

Aunque para el análisis hemos variado w de forma que no está fijado su valor de constante cosmológica (-1), se ha comprobado que los datos prefieren este valor.

Otro punto a destacar es el impacto del número de supernovas y el número de puntos (nsample) en la estimación de los parámetros cosmológicos. Como muestra la diferencia entre la estimación con las supernovas de JLA y con las de PanStarrs, al utilizar un mayor número de datos de supernovas el error asociado es menor y la estimación es más precisa. Lo mismo ocurre si al ejecutar el bucle que calcula el χ^2 utilizamos un número de puntos mayor. Por ello, podemos concluir que cuanto mayor es el número de datos de supernovas que utilizamos o cuanto mayor es el nsample utilizado, el ajuste tiene un error asociado menor y es más preciso.

Por último, cabe recalcar también el efecto de si estamos dejando uno o dos parámetros libres para la estimación. En este caso, al tratar de inferir dos parámetros cosmológicos al mismo tiempo, el cálculo del χ^2 es más complicado, por lo que obtendremos un error asociado mayor a la estimación de ambos parámetros.

Por lo tanto, podemos concluir que ha sido posible verificar la hipótesis comparando los datos obtenidos con los del modelo Λ CDM.

8. Anexos

8.1 Unidades de medida astronómicas y cosmológicas

Cosmológicamente, la medida de distancias nos aporta información tanto del tamaño del universo, como de la edad del universo a través de la expansión, que está relacionada directamente con la Ley de Hubble.

Debido al gran tamaño e inmensidad del universo, los cosmólogos han desarrollado nuevas unidades de medida, adaptadas para distancias astronómicas:

- Unidad Astronómica(UA): Unidad de distancia mayoritariamente utilizada para la medición de órbitas y trayectorias dentro del sistema solar, equivale a 1.496×10^{11} metros
- Pársec (pc): Unidad de medida astronómica que se define como la distancia a la que una unidad astronómica (UA) subtiende un ángulo de un segundo de arco ($1''$). Es igual a 3.086×10^{16} metros

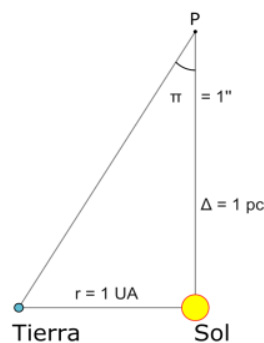


Figura 17: Representación gráfica del pársec[25]

- Megapársec (Mpc): Unidad de medida astronómica equivalente a un millón de pársecs aproximadamente (3.086×10^{22} metros)
- Por último, debido a que en cosmología se trabaja frecuentemente con masas descomunales, se expresan las masas en unidades de la masa del sol. Se denota con la letra M y su equivalencia es la siguiente:
 - $M_{\odot} = (1.989 \pm 0.004)10^{30}$ kg

8.2 Código en python

Para el análisis de cálculo de distancias y la estimación de los parámetros cosmológicos se ha utilizado Python, un lenguaje de programación sencillo que nos permite trabajar fácilmente con los datos de supernovas gracias al paquete Numpy y realizar los gráficos mostrados anteriormente con Matplotlib.

Todo el código (tanto para el análisis de un solo parámetro cosmológico como para el de dos parámetros) se encuentra público en un [repositorio de GitHub](#)

9. **Bibliografía**

- [1] «lemaitre.pdf». Accedido: ago. 28, 2021. [En línea]. Disponible en: <https://www.unav.edu/documents/10174/270156/lemaitre.pdf>
- [2] «Electivo_Física_Guía-4.pdf». Accedido: sep. 02, 2021. [En línea]. Disponible en: https://colegiosaintmaurices.cl/wp-content/uploads/2020/04/Electivo_F%C3%ADsica_Gu%C3%ADa-4.pdf
- [3] «Edwin Hubble y la expansión del Universo». <https://www.astromia.com/biografias/hubble.htm> (accedido jun. 21, 2021).
- [4] «García - 2011 - LA EXPANSIÓN ACELERADA DEL UNIVERSO.pdf». Accedido: jun. 30, 2021. [En línea]. Disponible en: <https://www.radoctores.es/doc/M2011-Premios%20Nobel-bachiller.pdf>
- [5] «Cronología del Big Bang – Austrinus». <https://austrinus.com/astronomia/historia-cosmologia/cronologia-big-bang/> (accedido ago. 15, 2021).
- [6] «Expanding Universe». <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Astro/expuni3.html> (accedido sep. 02, 2021).
- [7] «Anexo:Cronología del Big Bang», *Wikipedia, la enciclopedia libre*. jun. 03, 2021. Accedido: sep. 26, 2021. [En línea]. Disponible en: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Anexo:Cronolog%C3%ADa_del_Big_Bang&oldid=136041705
- [8] «Dark Energy». <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Astro/dareng.html#c1> (accedido sep. 02, 2021).
- [9] «Las supernovas de tipo Ia proceden de la explosión de una enana blanca acompañada de una estrella gemela | Instituto de Astrofísica de Andalucía - CSIC». <https://www.iaa.csic.es/noticias/supernovas-tipo-ia-proceden-explosion-enana-blanca-acompanada-estrella-gemela> (accedido ago. 22, 2021).
- [10] A. R. Liddle, *An introduction to modern cosmology*, 2nd ed. Chichester; Hoboken, NJ: Wiley, 2003.
- [11] «FÍSICA:ENSEÑANZA Y CURIOSIDADES: HOMOGENEIDAD E ISOTROPÍA EN EL UNIVERSO», *FÍSICA*, sep. 11, 2017. <http://fiscastaqueteaburras.blogspot.com/2017/09/homogeneidad-e-isotropia-en-el-universo.html> (accedido ago. 28, 2021).

- [12] «La Ley de Hubble». <http://astronomia.net/cosmologia/Hubble.htm> (accedido ago. 28, 2021).
- [13] J. Zorzano, «I - El Modelo Standard. Pilares básicos de la Cosmología.», p. 20.
- [14] «energia_oscura_y_futuro_del_universo.pdf». Accedido: ago. 29, 2021. [En línea]. Disponible en: http://wwwae.ciemat.es/pdf/energia_oscura_y_futuro_del_universo.pdf
- [15] «136-2015-01-27-El efecto Doppler.pdf». Accedido: sep. 11, 2021. [En línea]. Disponible en: <https://www.ucm.es/data/cont/docs/136-2015-01-27-El%20efecto%20Doppler.pdf>
- [16] «Onda (física) - Wikiwand». [https://www.wikiwand.com/an/Onda_\(física\)](https://www.wikiwand.com/an/Onda_(física)) (accedido sep. 26, 2021).
- [17] «Efecto Doppler». <https://www.youphysics.education/es/efecto-doppler/> (accedido sep. 14, 2021).
- [18] «Science», *The Dark Energy Survey*. <https://www.darkenergysurvey.org/the-des-project/science/> (accedido oct. 02, 2021).
- [19] «Friedmann Equation». <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Astro/fried.html#c2> (accedido ago. 31, 2021).
- [20] D. W. Hogg, «Distance measures in cosmology», *ArXivastro-Ph9905116*, dic. 2000, Accedido: sep. 22, 2021. [En línea]. Disponible en: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/9905116>
- [21] «Módulo de distancia - Distance modulus - abcdef.wiki». https://es.abcdef.wiki/wiki/Distance_modulus (accedido sep. 22, 2021).
- [22] «Joint Light-Curve Analysis (JLA) — SNData 1.2.0 documentation». https://sndata.readthedocs.io/en/latest/module_docs/jla.html (accedido oct. 03, 2021).
- [23] «El cartografiado», *The Dark Energy Survey*. <https://www.darkenergysurvey.org/es/el-cartografiado/> (accedido oct. 03, 2021).
- [24] «PS1COSMO: Supernovae from PanSTARRS». <https://archive.stsci.edu/prepds/ps1cosmo/> (accedido oct. 03, 2021).
- [25] R. Bravo, «¿Qué es un Pársec? - Medidas astronómicas III», *AstroAficion*, may 20, 2019. <https://astroaficion.com/2019/05/20/que-es-un-parsec-medidas-astronomicas/> (accedido jun. 23, 2021).

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Expansión del universo según la Ley de Hubble[3].	6
Figura 2: Evolución del Universo tras el Big Bang a través del tiempo dividido en fases.	7
Figura 3: Recreación gráfica de la formación de una supernova tipo Ia[9]. En el panel superior, una enana blanca acreta la masa de su masiva compañera. En el panel inferior, la masa absorbida por la enana blanca no le permite alcanzar el equilibrio hidrodinámico resultando en una violenta explosión.	10
Figura 4: Esta figura muestra ejemplos claros sobre la homogeneidad y la isotropía con casos diferentes dónde solo se da una de las distribuciones o dónde ambas coinciden[11].	12
Figura 5: Relación entre la distancia, expresada en megapársecs, y la velocidad de expansión de las galaxias, dónde se puede observar y confirmar que cuanto mayor es la distancia mayor es la velocidad de recesión, por lo que la distancia es proporcional a la velocidad[3].	12
Figura 6: Composición actual del universo. Como se observa en la figura, un 70% del universo se compone de energía oscura, un 25% de materia bariónica y un 5% de materia oscura:	15
Figura 7: Propagación de una onda en el espacio[16]	16
Figura 8: Al contrario que en la situación anterior, el vehículo se encuentra en movimiento, por lo que los observadores percibirán frecuencias de onda diferentes y la longitud de onda también será diferente[17]	18
Figura 9: En esta imagen se representa el tamaño del universo en función del redshift. En la zona azul se muestran universos donde la expansión se aceleran, mientras que en la zona roja se muestran universos donde la expansión está decelerando.[18]	21
Figura 10: Módulo de la distancia en función del redshift	26
Figura 11: Módulo de la distancia en función del redshift utilizando el set de datos de supernovas de PanStarrs, junto con el error asociado al cálculo	27
Figura 12: Parámetro de Hubble en función del redshift	27
Figura 13: Distancia Radial Comóvil para los modelos Λ CDM y Einstein-De Sitter	28
Figura 14: Estimación de $\Omega\Lambda$ utilizando los datos de las supernovas de JLA	29
Figura 15: Estimación de $\Omega\Lambda$ utilizando los datos de las supernovas de PanStarrs	29
Figura 16: Representación de la matriz del X^2 en tres dimensiones. Las zonas coloreadas con un color más oscuro son aquellas en las que la estimación y el ajuste ha sido mejor, mientras que las zonas menos oscuras son aquellas en las que los	

parámetros no describen bien los datos. La superficie representada no es suave ya que al realizar el cálculo del χ^2 nos encontramos divergencias.....	30
Figura 17: Representación gráfica del pársec[25]	32