DIKTAT KULIAH

FISIKA DASAR 1

DISUSUN OLEH
RIANI LUBIS

JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA
FAKULTAS TEKNIK & ILMU KOMPUTER
UNIKOM - 2008

DAFTAR ISI

BAB 1
BESARAN & SATUAN

Besaran adalah segala sesuatu yang dapat diukur, mempunyai nilai yang dapat dinyatakan dengan angka dan memiliki satuan tertentu. Satuan adalah pernyataan yang menjelaskan arti dari suatu besaran. Pada bab ini akan dijelaskan besaran pokok dan besaran turunan, sedangkan besaran skalar dan besaran vektor akan dijelaskan pada bab selanjutnya.

1.1. Besaran Pokok, Besaran Turunan & Satuannya

Besaran pokok merupakan besaran yang dipandang berdiri sendiri dan tidak diturunkan dari besaran lain. Sampai saat ini ditetapkan 7 besaran pokok sebagai berikut :

Tabel 1 Besaran Pokok & Satuannya

Besaran Pokok	Satuan
Panjang	kilometer, meter, sentimeter
Massa	kilogram , gram , ton
Waktu	tahun, hari, sekon , menit
Suhu	fahrenheit , kelvin , celcius
Kuat Arus Listrik	ampere
Kuat Cahaya	kandela
Jumlah Zat	mol

Besaran turunan ialah besaran yang diturunkan dan diperoleh dari besaran-besaran pokok. Misalkan luas didefinisikan sebagai hasilkali dua besaran panjang (yaitu panjang kali lebar). Jika satuan panjang dan lebar masing-masing adalah meter, maka besaran luas adalah besaran turunan yang mempunyai satuan meter x meter atau m^2. Contoh yang lain adalah besaran kecepatan yang diperoleh dari hasil bagi jarak dengan waktu. Jarak merupakan besaran panjang yang mempunyai satuan meter, sedangkan waktu mempunyai satuan sekon. Maka besaran kecepatan merupakan besaran turunan dari besaran pokok panjang dibagi besaran pokok waktu, sehingga satuannya meter/sekon atau m/s. Berikut ini adalah beberapa contoh besaran turunan beserta satuannya.

Tabel 2 Besaran Turunan & Satuannya

Besaran Turunan	Rumus	Satuan
Volume	panjang x lebar x tinggi	m^3, cm^3, liter
Massa Jenis	massa/volume	kg/m^3
Percepatan	kecepatan/waktu	m/s^2
Gaya	massa x percepatan	$kg.m/s^2$, newton
Usaha & Energi	gaya x perpindahan	$kg.m^2/s^2$, joule
Daya	usaha/waktu	$kg.m^2/s^3$, watt
Tekanan	gaya/luas	$kg/(m.s^2)$, pascal
Muatan Listrik	kuat arus x waktu	A.s, coulomb

1.2. Sistem Satuan

Sistem satuan yang biasa digunakan pada besaran pokok dan besaran turunan asalah sistem Satuan Internasional (SI) atau biasa dikenal sebagai sistem metrik yaitu meter, kilogram dan sekon yang disingkat MKS. Selain sistem metrik yang lain adalah CGS (*centimeter, gram, sekon*). Adapula *British Engineering System* yang biasa disebut sebagai sistem FPS (*foot, pound, sekon*).

Tabel 3 Satuan Internasional

Besaran		SI
Besaran Pokok	Panjang	meter
	Massa	kilogram
	Waktu	sekon
	Suhu	kelvin
	Kuat Arus Listrik	ampere
	Kuat Cahaya	kandela
	Jumlah Zat	mol
Besaran Turunan	Luas	m^2
	Kecepatan	m/s
	Volume	m^3
	Massa Jenis	kg/m^3
	Percepatan	m/s^2
	Gaya	$kg.m/s^2$, N

Pada sistem metrik, satuan yang lebih besar dan lebih kecil didefinisikan dalam kelipatan 10 dari satuan standar. Jadi 1 kilometer (km) adalah 1000 m atau 10^3m, 1 centimeter (cm) adalah 1/100 m atau 10^{-2} m dan seterusnya. Awalan “centi”, “kilo”, “mili”, dan yang lainnya dapat diterapkan tidak hanya pada satuan panjang, tetapi juga satuan volume, massa, atau metrik lainnya. Misalnya saja 1 centiliter (cL) adalah 1/1000 liter dan 1 kilogram adalah 1000 gram. Tabel 4 menunjukkan awalan-awalan metrik yang sering digunakan dalam berbagai satuan.

Tabel 4 Awalan Metrik SI

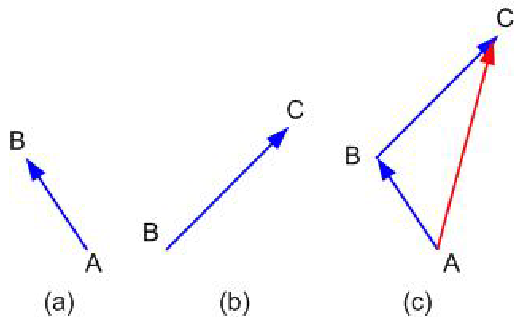
Awalan	Singkatan	Nilai	Awalan	Singkatan	Nilai
exa	E	10^{18}	deci	d	10^{-1}
peta	P	10^{15}	centi	c	10^{-2}
tera	T	10^{12}	milli	m	10^{-3}
giga	G	10^{9}	micro	μ	10^{-6}
mega	M	10^{6}	nano	n	10^{-9}
kilo	k	10^{3}	pico	p	10^{-12}
hecto	h	10^{2}	femto	f	10^{-15}
deka	da	10^{1}	atto	a	10^{-18}

BAB 2
VEKTOR

Kata vektor berasal dari bahasa Latin yang berarti "pembawa" (*carrier*), yang ada hubungannya dengan "pergeseran" (*displacement*). Vektor biasanya digunakan untuk menggambarkan perpindahan suatu partikel atau benda yang bergerak, atau juga untuk menggambarkan suatu gaya. Vektor digambarkan dengan sebuah garis dengan anak panah di salah satu ujungnya, yang menunjukkan arah perpindahan/pergeseran dari partikel tersebut.

2.1 Besaran Skalar & Besaran Vektor

Pergeseran suatu partikel adalah perubahan posisi dari partikel tersebut. Jika sebuah partikel berpindah dari posisi **A** ke posisi **B**, maka pergeserannya dapat dinyatakan dengan vektor **AB** yang memiliki anak panah di B yang menunjukkan bahwa pergeseran tersebut mulai dari **A** ke **B** (Gambar 1.a). Dengan cara yang sama, perubahan posisi partikel dari posisi **B** ke posisi **C** dapat dinyatakan dengan vektor **BC** (Gambar 1.b). Hasil total kedua pergeseran ini sama dengan pergeseran dari **A** ke **C**, sehingga vektor **AC** disebut sebagai jumlah atau resultan dari pergeseran **AB** dan **BC**.



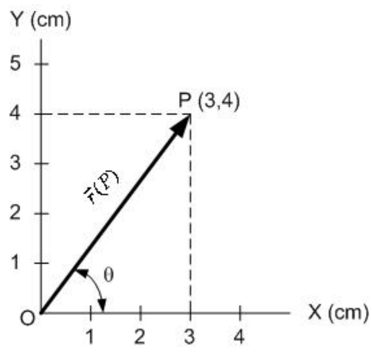
Gambar 1 Vektor Pergeseran

Beberapa besaran fisis lain memiliki sifat seperti "pergeseran", yaitu disamping mempunyai besar juga mempunyai arah. Jadi untuk menyatakan besaran fisis tersebut, disamping menyatakan nilainya, kita juga harus menyatakan arahnya. Besaran fisis seperti ini dikatakan sebagai ***besaran vektor***. Secara umum besaran vektor adalah besaran yang mempunyai besar dan arah. Contohnya : gaya, kecepatan, percepatan, momentum, impuls, momen gaya, kuat medan listrik, dan kuat medan magnet.

Sedangkan besaran fisis yang tidak mempunyai arah dan dapat dinyatakan secara tepat hanya oleh sebuah bilangan, disebut sebagai ***besaran skalar***. Contohnya : jarak, usaha, energi, daya, massa jenis, luas, volume, tekanan, temperatur, waktu, muatan listrik, potensial listrik, dan kapasitas. Perhitungan dengan skalar dapat dilakukan dengan menggunakan aturan aljabar biasa.

2.2 Vektor Posisi dan Vektor Satuan

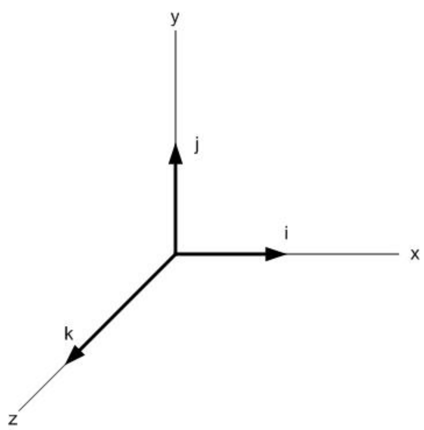
Jika kita ingin menyatakan letak atau posisi sebuah titik dalam suatu bidang datar, maka kita membutuhkan suatu sistem koordinat (misalnya sumbu x dan sumbu y). Dengan menggunakan sistem sumbu ini, kita dapat menentukan koordinat titik P dengan titik acuan O (Gambar 2). Jika koordinat P adalah (3,4), maka jarak OP haruslah sama dengan 5 cm dan posisi titik P terhadap titik acuan O dapat dinyatakan sebagai vektor posisi yang dituliskan sebagai $\vec{r}(P)$.



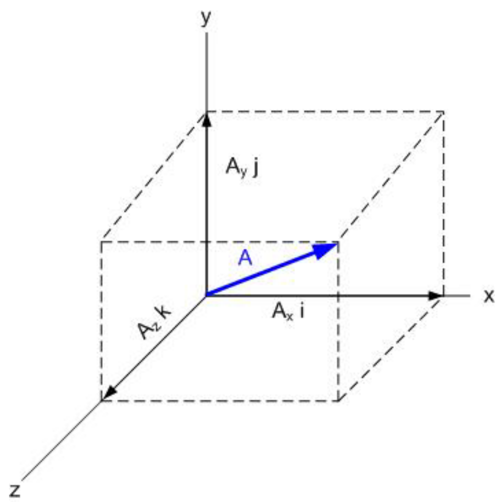
Gambar 2. Vektor Posisi

Sebuah vektor satuan adalah vektor tak berdimensi yang didefinisikan mempunyai besar 1 dan menunjuk ke suatu arah tertentu. Dalam sistem koordinat biasanya digunakan lambang khusus i, j, dan k untuk menyatakan vektor satuan dalam arah sumbu x, y, dan x positif berturut-turut (Gambar 3). Perhatikan bahwa i, j, dan k tidak harus terletak pada titik asal koordinat. Seperti halnya vektor-vektor lain, vektor satuan dapat ditranslasikan ke mana saja dalam ruang koordinat, asalkan arahnya terhadap sumbu koordinat tidak berubah.

.



Gambar 3. Vektor-Vektor Satuan



Gambar 4. Vektor **A** dalam bentuk vektor-vektor satuan **A**.

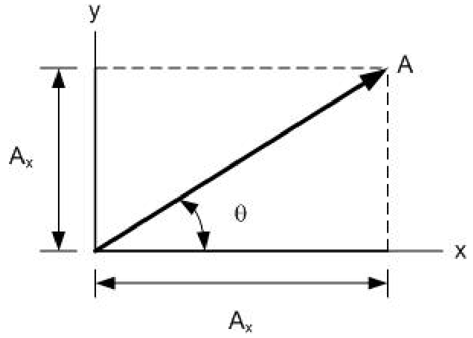
Vektor A_xi adalah hasil kali komponen A_x dengan vektor satuan i. Vektor ini adalah vektor sejajar dengan sumbu x (Gambar 4). Sehingga vektor **A** dapat ditulis sebagai jumlahan tiga vektor yang masing-masing sejajar terhadap sumbu koordinat :

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \quad (1)$$

2.3 Komponen Vektor

Komponen sebuah vektor adalah proyeksi vektor itu pada garis dalam ruang yang diperoleh dengan menarik garis tegak lurus dari kepala vektor tersebut ke garis tadi. Gambar 5 menunjukkan vektor **A** yang berada pada bidanh xy. Vektor ini mempunyai komponen A_x dan A_y. Secara umum komponen-komponen ini dapat bernilai positif atau negatif. Jika θ adalah sudut antara vektor **A** dengan sumbu x, maka :

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad ; \sin\theta = \frac{A_y}{A} \qquad ; \cos\theta = \frac{A_x}{A} \tag{2}$$



Gambar 5. Komonen Vektor **A**

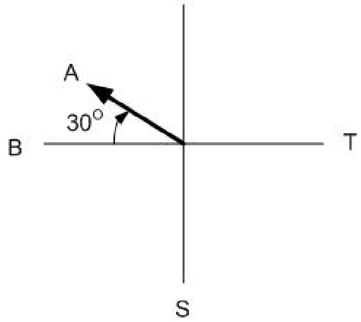
Dimana A adalah besar dari vektor **A**, sehingga komponen-komponen vektor A dapat diperoleh :

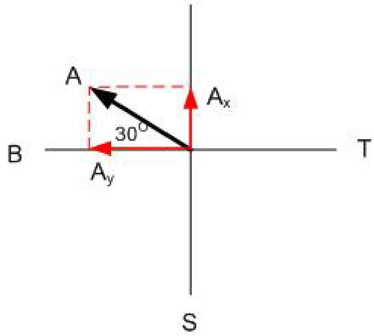
$$A_x = A\cos\theta \qquad A_y = A\sin\theta \tag{3}$$

Tetapi jika kita telah mengetahui komponen A_x dan A_y, serta sudut θ, maka besar vektor **A** dapat diperoleh dengan menggunakan teorema Pythagoras :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \tag{4}$$

<u>CONTOH 1</u> :
Sebuah mobil menempuh 20 km dengan arah 30^O ke utara terhadap arah barat. Dengan menganggap sumbu x menunjukkan arah timur dan sumbu y menunjukkan arah utara, carilah komponen x dan y dari vektor perpindahan mobil itu !





Pembahasan :
Jika vektor **A** merupakan vektor perpindahan mobil sejauh 20 km dengan arah 30^O ke utara terhadap arah barat. Kemudian vektor **A** diproyeksikan terhadap sumbu x dan y seperti gambar disamping, sehingga diperoleh komponen vektor A_x berada pada sumbu x negatif maka komponen vektor A_x bernilai negatif, dan komponen vektor A_y berada pada sumbu y positif maka komponen vektor A_y bernilai positif.

$$A_x = -A\cos\theta = -20\cos 30^O = -17{,}32\ km$$

$$A_y = +A\sin\theta = +20\sin 30^O = +10\ km$$

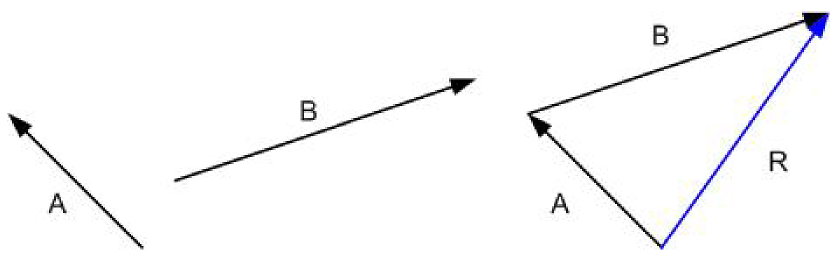
2.4 Penjumlahan Vektor

Penjulahan vektor (vector sum) dari dua buah vektor atau lebih, biasanya dapat dilakukan jika vektor-vektor tersebut memiliki besaran yang sejenis. Berikut ini akan dijelaskan beberapa metoda penjumlahan vektor.

2.4.1 Metode Geometris

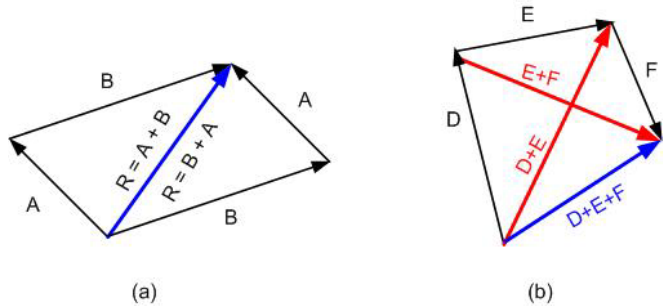
Penjumlahan vektor dengan metode ini, dilakukan dengan menyatakan vektor-vektor dalam sebuah diagram. Panjang anak panah disesuaikan dengan besar vektor (artinya harus menggunakan skala dalam pengambarannya), dan arah vektor ditunjukkan oleh arah ujungnya (kepalanya). Sebagai contoh, perpindahan sebesar 40 meter dalam arah timur-laut, bila digambarkan dalam skala 1 cm tiap 10 meter, dinyatakan dengan sebuah anak panah yang panjangnya 4 cm dan membentuk sudut 45^O dengan garis yang mengarah ke timur dan ujung kepala anak panah terletak pada ujung kanan yang mengarah ke atas.

Sekarang jika terdapat dua buah vektor **A** dan **B** yang memiliki besar dan arah masing-masing seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 6, maka vektor **R** merupakan vektor hasil penjumlahan kedua vektor tersebut.



Gambar 6 Jumlah Vektor **A** dan **B**

Aturan yang harus diikuti dalam penjumalahan vektor secara geometris adalah sebagai berikut : Pada diagram yang telah disesuaikan skalanya, mula-mula letakkan vektor **A**, kemudian gambarakan vektor **B** dengan pangkalnya terletak pada ujung **A** dan akhirnya ditarik garis dari panggak **A** ke ujung **B** yang menyatakan vektor hasil penjumlahan **R**. Vektor ini menyatakan pergeseran yang panjang dan arahnya setara dengan pergeseran berturutan **A** dan **B**. Cara ini dapat diperluas dalan hal yang lebih umum, untuk memperoleh jumlah beberapa pergeseran berturutan.



Gambar 7 (a) Hukum komutatif (b) Hukum asosiatif

Simbol "+" pada Gambar 7 memiliki arti yang sama sekali berbeda dengan arti penjumlahan dalam ilmu hitung atau aljabar skalar biasa. Simbol ini menghendaki sekumpulan operasi yang betul-betul berbeda. Berdasarkan Gambar 7, dapat dibuktikan dua buah sifat penting dalam penjumlahan vektor, yaitu ;

Hukum Komutatif :

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \tag{5}$$

Hukum Asosiatif :

$$\mathbf{D} + (\mathbf{E} + \mathbf{F}) = (\mathbf{D} + \mathbf{E}) + \mathbf{F} \tag{6}$$

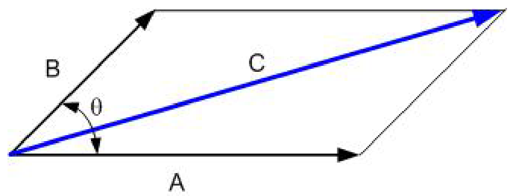
Kedua hukum ini menyatakan bahwa bagaimanapun urutan ataupun pengelompokkan vektor dalam enjumlahan, hasilnya tidak akan berbeda. Dalam hal ini penjumlahan vektor dan penjumlahan skalar memenuhi aturan yang sama.

2.4.2 Metode Jajaran Genjang

Penjumlahan dua buah vektor dengan menggunakan metoda jajaran genjang, dilakukan dengan cara menggambarkan kedua vektor tersebut saling berhimpit pangkalnya sebagai dua sisi yang berdekatan dari sebuah jajaran genjang. Maka jumlah vektor adalah vektor diagonal yang pangkalnya sama dengan panngkal kedua vektor penyusunnya (Gambar 8). Nilai penjumlahannya diperoleh sebagai berikut :

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta} \tag{7}$$

Dimana : **A** = besar vektor pertama yang akan dijumlahkan
B = besar vektor kedua yang akan dijumlahkan
C = besar vektor hasil penjumlahan
θ = sudut terkecil antara vektor **A** dan **B**



Gambar 8. Metode Jajaran Genjang

2.4.3 Metode Analitik (Dua Dimensi)

Penjumlahan dua vektor dalam-dua dimensi, metoda geometris dan metoda jajaran genjang cukup memadai. Tetapi untuk kasus penjumlahan tiga vektor ataupun penjumlahan vektor dalam tiga dimensi seringkali kurang menguntungkan. Cara lain yang dapat digunakan untuk menjumlahkan vektor adalah metoda analitik. Dengan metoda ini, vektor-vektor yang akan dijumlahkan, masing-masing diuraikan dalam komponen-komponen vektor arahnya (lihat kembali "Komponen Vektor"). Jika R merupakan besar vektor resultan, maka besarnya adalah :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \qquad (8)$$

Dimana : R = besar vektor resultan
R_x = jumlah total vektor dalam arah sumbu x
R_y = jumlah total vektor dalam arah sumbu y

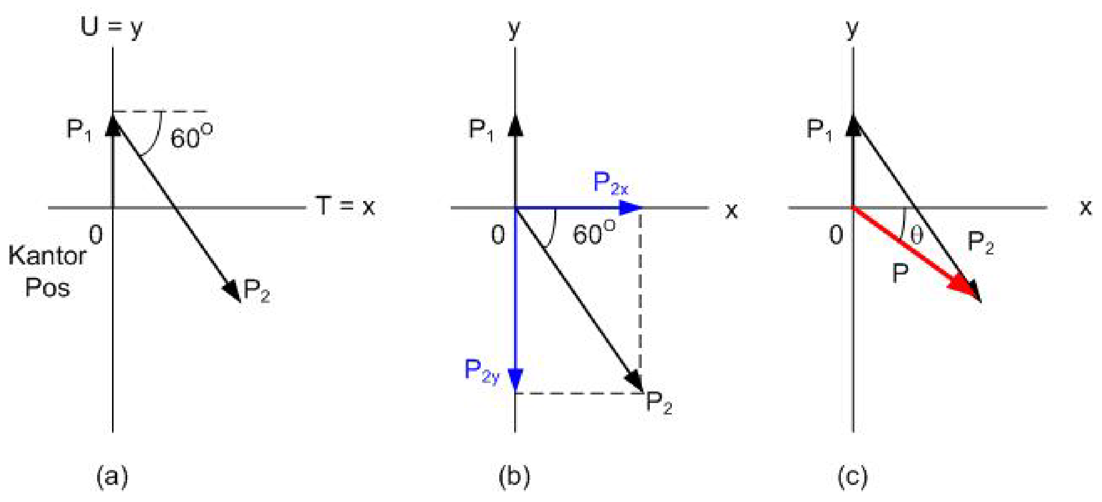
Dengan arah :

$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} \qquad (9)$$

Dimana θ adalah sudut yang dibentuk antara sumbu x dengan vektor resultan.

CONTOH 2 :
Seorang tukang Pos pedesaan meninggalkan kantor pos dan berkendaraan sejauh 22 km ke arah utara ke kota berikutnya. Ia kemudian meneruskan dengan arah 60^O ke selatan dari arah timur sepanjang 47 km ke kota lainnya. Berapakah perindahannya dari kantor pos ?

Pembahasan :



Jika $\mathbf{P_1}$ adalah vektor perpindahkan pertama dari tukang pos dan $\mathbf{P_2}$ adalah vektor perpindahan kedua dari tukang pos, maka komponen-komponen kedua vektor tersebut pada sumbu x dan y adalah :

P_{1x} = 0

P_{1y} = 22 km

P_{2x} = + P cos θ = + (47 km) (cos 60^O) = + 23,5 km

P_{2y} = - P sin θ = - (47 km) (sin 60^O) = - 40,7 km

Perhatikan bahwa P_{2y} negatif karena komponen vektor ini menunjuk sepanjang sumbu y negatif. Vektor resultan P, mempunyai komponen-komponen :

P_x = $P_{1x} + P_{2x}$ = 0 km + 23,5 km = + 23,5 km

P_y = $P_{1y} + P_{2y}$ = 22 km + (-40,7 km) = - 18,7 km

Maka vektor resultannya :

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{(23{,}5\,km)^2 + (-18{,}7\,km)^2} = 30km$$

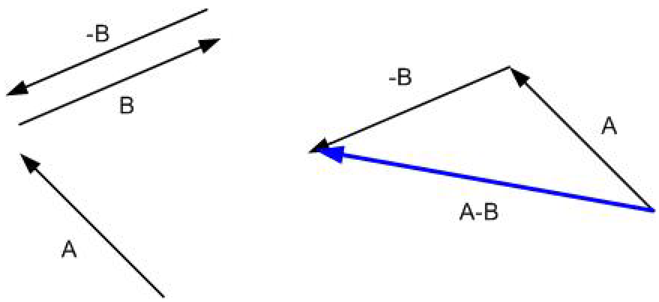
$$\tan\theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{-18{,}7\,km}{23{,}5\,km} = -0{,}7957 \quad \rightarrow \quad \theta = -38{,}51^O$$

Tanda negatif berarti θ = $38{,}51^O$ berada di bawah sumbu x.

2.5 Selisih Vektor

Operasi pengurangan vektor dapat dimasukkan ke dalam aljabar dengan mendefinisikan negatif suatu vektor sebagai sebuah vektor lain yang besarnya sama, tetapi arahnya berlawanan, sehingga :

$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$ (10)



Gambar 9. Selisih Vektor

2.6 Penjumlahan dan Selisih Vektor Tiga Dimensi

Jika terdapat dua buah vektor tiga dimensi, yaitu vektor **A** dan **B**. Maka keduanya dapat dituliskan dalam komponen dan vektor satuan sebagai berikut :

A = $A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$, dan

B = $B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$

Misalkan **R** adalah jumlah atau selisih dari dua buah vektor **A** dan **B**, maka :

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \mathbf{A} + \mathbf{B} \\ &= (A_x + B_x)\,\mathbf{i} + (A_y + B_y)\,\mathbf{j} + (A_z + B_z)\,\mathbf{k} \\ &= R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j} + R_z\mathbf{k}\end{aligned}$$

Dan selisih kedua vektor tersebut adalah :

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \mathbf{A} - \mathbf{B} \\ &= (A_x - B_x)\,\mathbf{i} + (A_y - B_y)\,\mathbf{j} + (A_z - B_z)\,\mathbf{k} \\ &= R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j} + R_z\mathbf{k}\end{aligned}$$

CONTOH 3 :

Jika diketahui : $\mathbf{A} = 7\mathbf{i} - 6\mathbf{j}$

$\mathbf{B} = -3\mathbf{i} + 12\mathbf{j}$

Berapakah **A + B** dab **A – B** ?

Pembahasan :

Maka,

$$\begin{aligned}\mathbf{A} + \mathbf{B} &= (7\mathbf{i} - 6\mathbf{j}) + (-3\mathbf{i} + 12\mathbf{j}) \\ &= (7 + (-3))\mathbf{i} + ((-6) + 12)\mathbf{j} \\ &= 4\mathbf{i} + 6\mathbf{j}\end{aligned}$$

Dan,

$$\begin{aligned}\mathbf{A} - \mathbf{B} &= (7\mathbf{i} - 6\mathbf{j}) - (-3\mathbf{i} + 12\mathbf{j}) \\ &= (7 - (-3))\mathbf{i} + ((-6) - 12)\mathbf{j} \\ &= 10\mathbf{i} - 18\mathbf{j}\end{aligned}$$

2.7 Perkalian Vektor

Seperti halnya skalar, vektor dengan macam yang berlainan dapat dikalikan satu dengan yang lainnya, sehingga menghasilkan besaran fisis baru dengan dimensi yang baru. Aturan perkalian vektor tidaklah sama dengan perkalian skalar, karena vektor memiliki besar dan arah. Ada tiga macam operasi perkalian dengan vektor, yaitu :

1. **Perkalian Vektor dengan Skalar**
   Perkalian antara vektor dan skalar adalah hasil kali suatu skalar **k** dengan sebuah vektor **A**, sehingga dapat dituliskan **kA** dan didefinisikan sebagai sebuah vektor baru yang besarnya adalah besar **k** dikalikan dengan besar **A**. Arah vektor yang baru ini sama dengan arah vektor **A** jika k positif dan berlawanan arah dengan vektor **A** jika k negatif.

2. **Perkalian Titik (*Dot Product*)**
   Perkalian titik diantara dua vektor **A** dan **B** dapat ditulis **A • B.** Perkalian skalar dua vektor dapat diandang sebagai perkalian antara besar salah satu vektor dengan komponen vektor lain dalam arah vektor yang pertama tadi. Maka pada perkalian vektor ini ada ketentuan, yaitu :
   - ❖ Perkalian komponen vektor yang sejenis (searah) akan menghasilkan nilai 1, seperti : $i \bullet i = j \bullet j = k \bullet k = 1$
   - ❖ Perkalian komponen vektor yang tidak sejenis (saling tegak liris) akan menghasilkan nilai 0, seperti : $i \bullet j = j \bullet k = k \bullet i = 0$

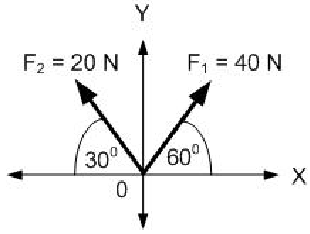
3. Perkalian Silang (*Cross Product*)

Perkalian silang diantara dua vektor A dan B dapat ditulis A X B dan hasilnya adalah sebuah vektor lain C. Arah dari C sebagai hasil perkalian vektor A dan B didefinisikan tegak lurus pada bidang yang dibentuk oleh A dan B. Pada perkalian vektor ini ada ketentuan sebagai berikut :

i x i = 0	i x j = k	j x i = -k
j x j = 0	j x k = i	k x j = -i
k x k = 0	k x i = j	i x k = -i

Soal :

1. Dua buah vektor gaya F_1 dan F_2 bertitik tangkap di O seperti gambar disamping. Berapakah resultas vektor-vektor tersebut ?



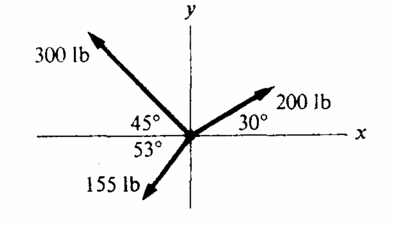
2. Pada suatu benda bekerja dua gaya : 100 N pada 170^0 dan 100 N pada 50^0. Tentukan resultannya.

3. Serangga berturut-turut bergerak 8 cm ke arah Timur, 5 cm ke arah Selatan, 3 cm ke arah Barat, dan 4 cm ke arah Utara.
   (a) Berapa jauhkah dalam arah Utara dan Timur serangga itu telah bergerak dihitung dari titik awal geraknya ?
   (b) Tentukan vektor perpindahan serangga itu secara grafik dan secara aljabar !

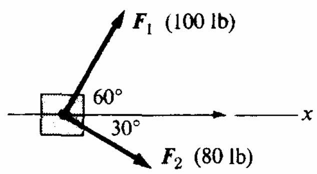
4. Jika diketahui A = 7i – 6j, B = -3i + 12j, dan C = 4i – 4j
   Berapakah :
   (a) A + B + C
   (b) A – B
   (c) A – C

5. Dua buah gaya bekerja pada sebuah partikel yang dinyatakan sebagai berikut : F_1 = 15i – 16j + 27k Newton dan F_2 = 23j – 40k Newton. Berapakah besarnya resultannya ?

6. Tentukanlah besar dan arah resultan dari tiga gaya dalam gambar di samping !



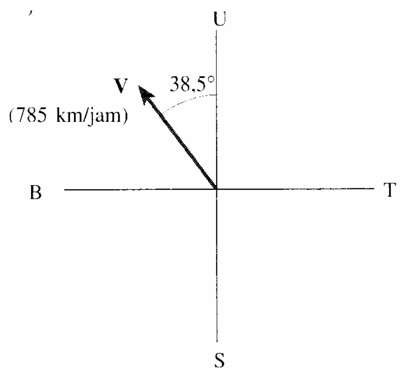
7. Dua orang dewasa dan seorang anak hendak mendorong sebuah kotak ke arah yang bertanda X pada gambar di samping. Kedua orang dewasa itu mendorong dengan gaya F_1 dan F_2, yang besar serta arahnya diperlihatkan oleh gambar. Tentukanlah besar dan arah gaya terkecil yang harus dilakukan oleh anak tadi !



8. Sebuah mobil dikendarai 125 km ke arah Barat dan kemudian 65 km ke arah Barat Daya. Berapa perpindahan mobil tersebut dari titik asalnya (besar dan arah) ? Gambarkan diagramnya !

9. V adalah vektor dengan besar 24,3 satuan dan menunjuk ke sudut $54,8^0$ di atas sumbu x.
   (a) Gambarkan vektor ini
   (b) Cari V_x dan V_y
   (c) Gunakan V_x dan V_y untuk mendapatkan besar dan arah resultannya.

10. Sebuah pesawat udara berjalan dengan laju 785 km/jam dengan $38,5^0$ ke Barat dari arah Utara (Lihat gambar disamping)
    (a) Carilah komponen vektor kecepatan pada arah Utara dan Barat
    (b) Seberapa jauh jarak ke Utara dan ke Barat ditempuh oleh pesawat tersebut setelah 3 jam ?



11. Carilah besar dan arah vektor-vektor berikut :
    (a) A = 5i + 3j
    (b) B = 10i – 7j
    (c) C = -2i – 3j + 4k

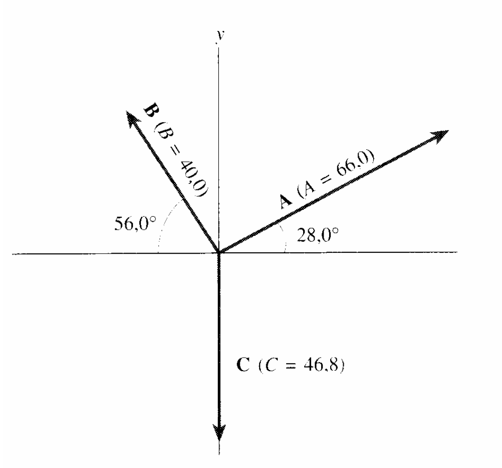
12. Carilah besar dan arah A, B, dan A + B, untuk :
    (a) A = -4i -7j dan B = 3i – 2j
    (b) A = 1i – 4j dan B = 2i + 6j

13. Dua buah vektor diberikan sebagai A = 4i – 3j + k dan B = -i + j + 4k. Tentukan :
    (a) A + B
    (b) A – B
    (c) Vektor C agar A – B + C = 0

14. Diberikan tiga buah vektor : A = 3i + 3j – 2k, B = -i -4j + 2k, dan C = 2i +2j +k. Hitunglah :
    (a) A • (B X C)
    (b) A • (B + C)
    (c) A X (B + C)

15. Sebuah mobil begerak 50 km ke Timur, kemudian 30 km ke Utara dan akhirnya 25 km dalam arah 30^0ke Timur dari Utara. Gambarlah diagram vektornya dan tentukan pergeseran total monil tersebut diukur dari titik aralnya.

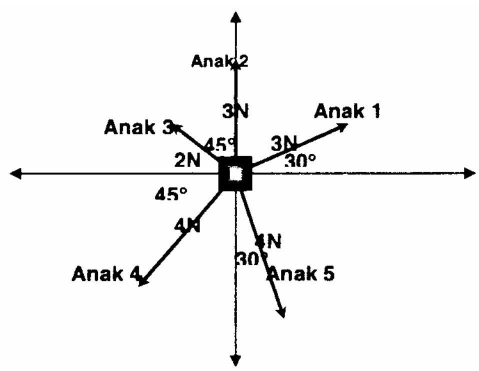
16. Tiga vektor ditunjukkan gambar di samping. Besarnya diberikan dengan sembarang satuan. Tentukan jumlah ketiga vektor itu. Nyatakan resultan dalam :
    (a) Komponen
    (b) Besar dan sudut terhadap sumbu x



17. Dua buah vektor A dan B memiliki komponen, $A_x = 3,2$; $A_y = 1,6$; $B_x = 0,5$; $B_y = 4,5$ dalam satuan sembarang.
    (a) Tentukan sudut antara a dan b
    (b) Tentukanlah komponen vektor C yang tegak lurus A, terletak dalam bidang XY dan besarnya 5 satuan.

18. Dua gaya masing-masing sebesar 100 N dan 80 N membentuk sudut 60^0 menarik sebuah objek, hitunglah gaya resultan (baik besar dan arahnya) !

19. Lima orang anak masing-masing menarik sebuah objek dengan menggunakan seutas tali dengan arah yang berbeda. Jika digambarkan pada suatu bidang XY seperti gambar di samping. Ke manakah objek tersebut akan bergerak dan berapa besar gaya yang menggerakkannya ?



20. Sebuah pesawat terbang ringan dengan kecepatan 600 km/jam bergerak ke arah Barat, sementara angin bergerak ke arah Utara dengan kecepatan 100 km/jam. Kemanakah pesawat akan bergerak karena tiupan angin ini ?

BAB 3
KINEMATIKA PARTIKEL

Jika kita ingin menyelidiki dan menyatakan gerak benda tanpa memandang penyebabnya, maka kita berhadapan dengan bagian mekanika yang disebut dengan kinematika. Dalam kinematika kita membahas gerak sebuah benda yang dapat berotasi (seperti bola baseball yang dapat berputar dalam geraknya menempuh suatu lintasan tertentu), atau kemungkinan suatu benda bergetar selama geraknya (seperti tetesan air yang jatuh). Masalah-masalah tersebut dapat dihindari juka yang dibahas adalah gerak benda ideal yang disebut dengan partikel. Secara matematis sebuah partikel diperlakukan sebagai titik, yaitu benda tanpa ukuran, sehingga rotasi dan getaran tidak perlu diperhitungkan dahulu.

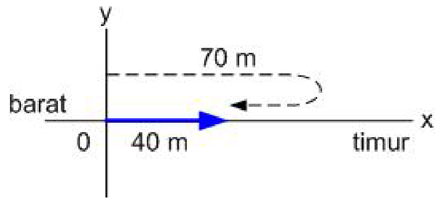
Meskipun pada kenyataannya tidak ada benda tanpa ukuran di alam ini, tetapi pengertian "partikel" ini sangat bermanfaat karena benda nyata secara pendekatan sering bersifat seperti partikel. Benda tidak harus "kecil" dalam pengertian biasa agar dapat disebut partikel. Misalnya saja jika kita perhatikan sebuah bola yang kita lemparkan, maka tampak bahwa disamping berpindah dari satu tempat ke tempat lain, bola tersebut juga berputar. Gerak yang berhubungan dengan perpindahan seluruh bagian dari bola dari satu tempat ke tempat lain disebut dengan "translasi". Dalam gerak rotasi ada bagian yang tidak berpindah tempat, yaitu pada sumbu putar. Biasanya gerak suatu benda dapat dianggap sebagai campuran antaran gerak translasi dan gerak rotasi. Jika bola tadi dianggap sebagai partikel sehingga dianggap mempunyai ukuran jauh lebih kecil dari lintasan tranlasi, maka kita dapat mengabaikan gerak rotasi sehingga kita cukup membahas gerak translasi.

3.1 Gerak Partikel

Gerak dapat didefiniskan sebagai perubahan letak suatu partikel yang terus- menerus pada suatu lintasan tertentu. Letak sebuah partikel dengan mudah dapat ditentukan berdasarkan proyeksinya pada ketiga sumbu suatu sistem koordinat tegak lurus. Apabila partikel itu bergerak dalam ruang menurutkan sembarang lintasan, maka proyeksinya bergerak dalam garis lurus sepanjang ketiga sumbu tersebut. Gerak yang sesungguhnya dapat di gambarkan berdasarkan gerak ketiga proyeksi ini.

Pada gerak satu dimensi, biasanya kita menggunakan sumbu x sebagai garis lintasan dimana gerak tersebut terjadi. Maka perubahan letak (posisi) partikel/benda pada setia saatnya dinyatakan dengan koordinat x.

Perpindahan didefinisikan sebagai perubahan letak/posisi partikel/benda. Maka perpindahan adalah seberapa jauh jarak benda tersebut dari titik awalnya. Misalnya saja seseorang berjalan sejauh 70 m ke arah timur lalu kemudian berbalik (ke arah barat) dan berjalan menempuh jarak 30 m (Gambar 1). Maka jarak total yang ditempuh orang tersebut adalah 100 m, tetapi perpindahannya hanya 40 m karena orang tersebut pada saat terakhir berjarak 40 m dari titik awal pergerakkannya.



Gambar 1. Perpindahan

Perpindahan merupakan besaran vektor yang bisa bernilai positif ataupun negatif sesuai dengan arah yang ditunjukkannya. Misalnya saja gerak sebuah benda selama selang waktu tertentu. Pada saat awal (t_1) benda berada pada sumbu x di titik x_1 dan beberapa waktu kemudian, pada waktu t_2 benda berada pada titik x_2 (Gambar 2.a).

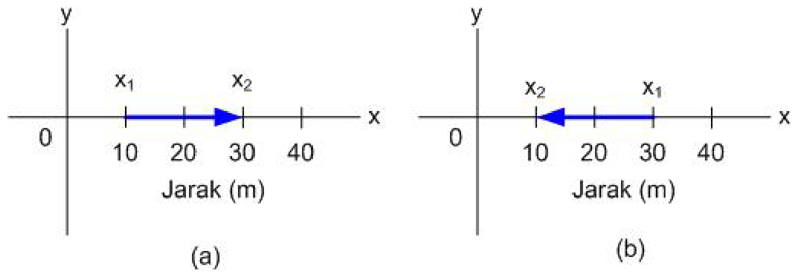
Maka perpindahan benda tersebut adalah :

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 30m - 10m = 20m$$

Dimana Δx merupakan perpindahan pada x yang sama dengan posisi akhir benda dikurangi dengan posisi awal benda. Sedangkan pada kondisi yang berbeda (Gambar 2b), sebuah benda bergerak ke kiri. Dimana benda mula-mula berada pada posisi x_1 lalu bergerak ke kiri dan berhenti pada posisi x_2. Maka perpindahannya adalah :

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10m - 30m = -20m$$

Dalam hal ini perpindahan yang diperoleh bernilai negatif, karena vektor perpindahan menunjukkan ke arah kiri.



Gambar 2. (a) Vektor Perpindahan ke Kanan. (b) Vektor Perpindahan ke Kiri

3.2 Kecepatan Rata-Rata dan Kecepatan Sesaat

Kecepatan rata-rata ($\bar{v}$) didefinisikan sebagai perbandingan perpindahan benda dengan selang waktu. Kecepatan rata-rata adalah besaran vektor dengan arahnya sama dengan arah vektor perpindahannya. Kecepatan rata-rata dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \qquad (1)$$

Dimana : Δx = perpindahan
Δt = selang waktu/waktu tempuh yang diperlukan

Jika $x_2 < x_1$, benda bergerak ke kiri, berarti $\Delta x = x_2 - x_1$ lebih kecil dari nol. Kecepatan rata-rata akan bernilai positif untuk benda yang bergerak ke kanan sepanjang sumbu x dan negatif jika benda tersebut bergerak ke kiri. Arak kecepatan selalu sama dengan arah perpindahan.

Kecepatan suatu benda ada suatu saat atau pada satu titik di lintasannya disebut kecepatan sesaat (v). Atau kecepatan sesaat dapat didefinisikan pula sebagai kecepatan rata-rata pada limit Δt yang menjadi sangat kecil, mendekati nol. Dengan demikian kecepatan sesaat dapat dituliskan sebagai berikut :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (2)$$

Dalam hitung analisa harga limit $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, dengan mendekatnya Δt pada harga nol, ditulis dx/dt dan disebut turunan atau derivat x terhadap t. Kecepatan sesaat adalah besaran vektor, arahnya sama dengan arah limit vektor perpindahan Δx.Karena Δt seharusnya positif, maka tanda v sama dengan tanda Δx. Jadi kecepatan positif menunjukkan gerakan ke kanan sepanjang sumbu x.

<u>CONTOH 1</u> :

Posisi seorang pelari sebagai fungsi waktu digambarkan sepanjang sumbu x dari suatu sistem koordinat, selama selang waktu 3s, posisi pelari berubah dari x_1 = 50m menjadi x_2 = 30,5 m jika diukur dari pusat koordinat. Berapakah kecepatan rata-rata pelari tersebut ?

Pembahasan :

Kecepatan rata-rata pelari tersebut adalah

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{30{,}5m - 50m}{3s} = \frac{-19{,}5m}{3s} = -6{,}5m/s$$

Perpindahan dan kecepatan rata-rata bertanda negatif, berarti bahwa pelari tersebut bergerak ke arah kiri sepanjang sumbu x. Maka dapat dikatakan bahwa kecepatan rata-rata pelari tersebut adalah 6,5 m/s ke kiri.

<u>CONTOH 2</u> :

Jika diketahui persamaan gerak partikel : $x = 20 - t^3$ (dalam satuan cgs)

Tentukan :

a. Pergeseran dari partikel tersebut dalam selang waktu t = 1 s dan t = 3 s
b. Kecepatan saat t = 3 s
c. Buat grafik x-t dan v-t untuk t = 0 sampai dengan t = 3 s.

Pembahasan :

a. Pada saat t = 1 s, maka $x_1 = 20 - t_1^3 = 20 - (1)^3 = 19$ cm
   Pada saat t = 2 s, maka $x_2 = 20 - t_2^3 = 20 - (3)^3 = -7$ cm
   Maka pergeseran/perpindahan artikel tesebut adalah :

   $$\Delta x = x_2 - x_1 = -7 - 19 = -26cm \text{ (ke kiri pada sumbu x/ke arah sumbu x negatif)}$$

b. Persamaan kecepatan rata-rata adalah turunan dari persamaan gerak, yaitu :

   $$v_{(t)} = \frac{dx}{dt} = \frac{d(20 - t^3)}{dt} = -3t^2$$

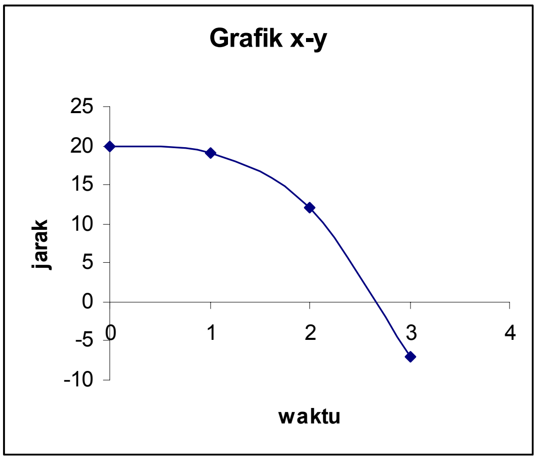
   Maka kecepatan pada saat t = 3s adalah :

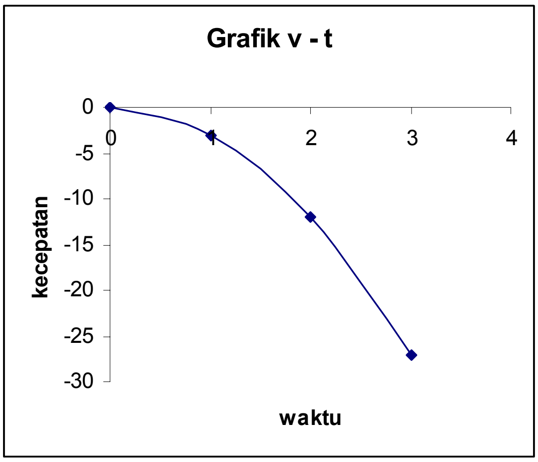
   $$v_{(t=3)} = -3t^2 = -3\,(3)^2 = -27 \text{ cm/s}$$

c. Untuk membuat grafik x-t diperlukan persamaan $x = 20 - t^3$
Untuk membuat grafik v-t dierlukan persamaan $v = -3t^2$
Kemudian hitung untuk masing-masing persamaan di atas pada saat t = 0 sampai t = 3s, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

t	x	v
0	20	0
1	19	-3
2	12	-12
3	-7	-27

Ternyata dari hasil perhitungan diperoleh bahwa pada saat t = 0 diperoleh x = 20 cm dan v = 0. Lalu plotkan semua data pada tabel di atas pada sebuah grafik koordinat xy dimana sumbu x sebagai waktu (t) dan sumbu y sebagai jarak (x) pada grafik x-t sedangkan sebagai kecepatan sesaat (v) pada grafik v-t.





3.3 Percepatan Rata-Rata dan Percepatan Sesaat

Apabila kecepatan suatu benda berubah terus selama gerak belangsung, maka benda tersebut dikatakan bergerak dengan gerak yang dipercepat atau mempunyai percepatan. Jadi percepatan menyatakan seberapa cepat kecepatan sebuah benda berubah. Percepatan rata-rata didefinisikan sebagai perbandingan antara perubahan percepatan dengan selang waktu, atau dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \qquad (3)$$

Dimana : Δv = perubahan kecepatan
Δt = selang waktu

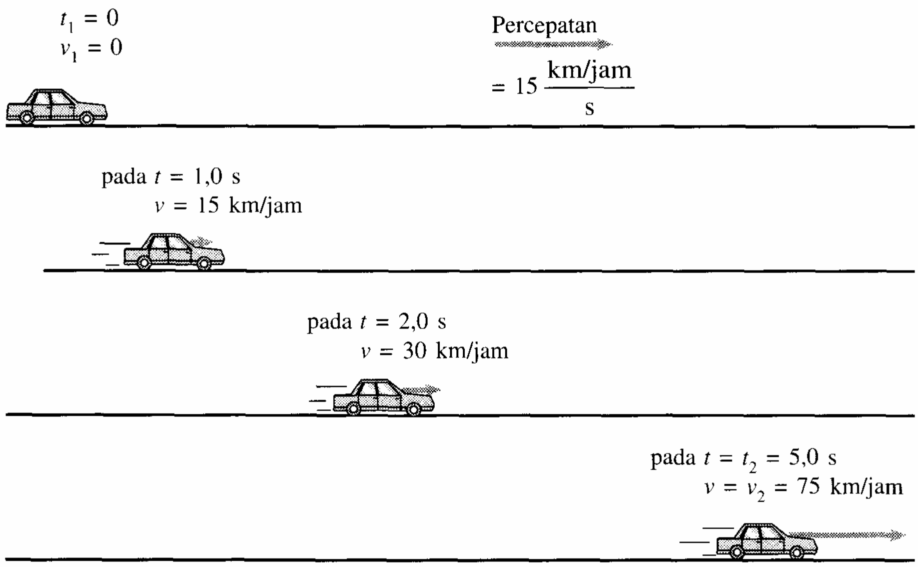
Percepatan sesaat suatu benda, yaitu percepatannya pada saat tertentu atau pada suatu titik tertentu lintasannya didefinisikan seperti cara mendefinisikan kecepatan sesaat.

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \qquad (4)$$

Arah percepatan sesaat ialah arah limit dari vektor perubahan kecepatan yaitu Δv.

CONTOH 3 :

Sebuah mobil mengalami percepatan sepanjang jalan yang lurus dari keadaan diam sampai 75 km/jam dalam waktu 5s. Berapakah besar percepatan rata-ratanya ?



Pembahasan :

Mobil tersebut mulai dari keadaan diam, berarti $v_1 = 0$.

Kecepatan akhir mobil adalah

$$v_2 = 75 km/jam$$

$$= \left(75 \frac{km}{jam}\right)\left(\frac{1000m}{1km}\right)\left(\frac{1 jam}{3600s}\right)$$

$$= 21 m/s$$

Maka percepatan rata-ratanya adalah :

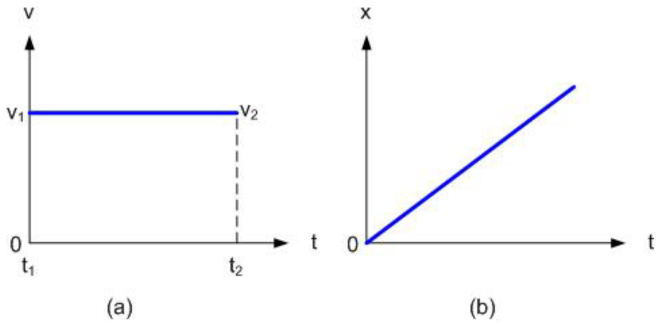
$$\bar{a} = \frac{21m/s - 0m/s}{5s} = 4{,}2 m/s^2$$

3.4 Gerak Lurus Beraturan

Gerak Lurus Beraturan (GLB) adalah gerak suatu benda yang lintasannya lurus dengan kecepatan tetap, maka percepatannya sama dengan nol. Sehingga persamaan geraknya adalah :

$$x = vt \qquad (5)$$

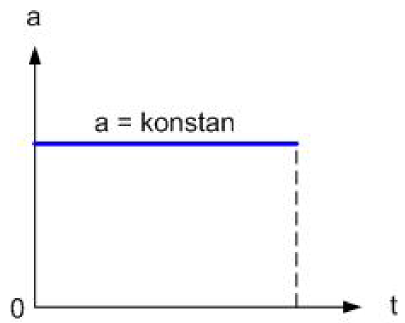
Sehingga jika gambar grafik v-t dan x-t dapat dilihat pada Gambar 3. Karena v konstan maka $v_1 = v_2$ yang artinya $\frac{x_1}{t_1} = \frac{x_2}{t_2}$.



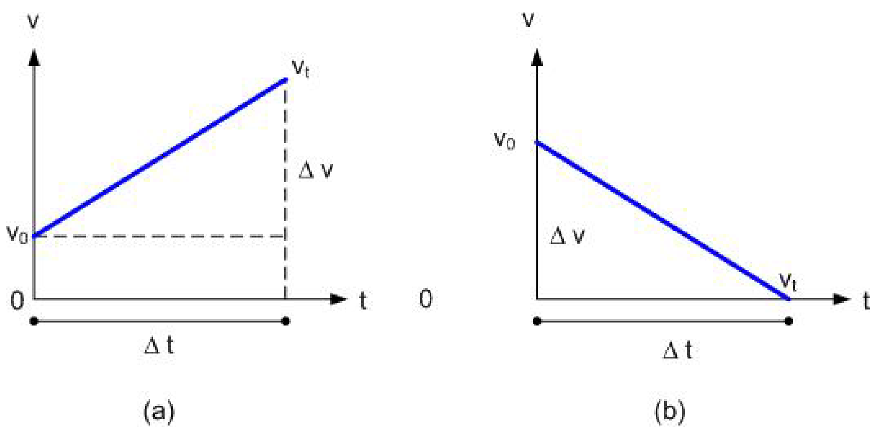
Gambar 3. (a) Grafik v-t pada GLB (b) Grafik x-t pada GLB

3.5 Gerak Lurus Berubah Beraturan

Gerak Lurus Berubah Beraturan (GLBB) merupakan gerak lurus dengan percepatan konstan (Gambar 4), yaitu dimana kecepatan berubah teratur selama gerak berlangsung. Grafik v-t pada Gambar 5.a membetuk garis lurus yang berarti besar pertambahan kecepatan rata-rata sama besar dalam selang waktu yang sama besar pula. Sedangkan Gambar 5.b menggambarkan kebalikannya, yaitu pengurangan kecepatan rata-rata sama besar dalam selang watu yang sama besar pula.



Gambar 4. Grafik a-t pada GLBB



Gambar 5. Grafik v-t pada GLBB

Kemiringan tali busur antara sembarang dua titik pada gambar 5, sama dengan miring disembarang titik dan percepatan rata-rata sama besar dengan percepatan sesaat. Jika misalkan $t_1 = t_0 = 0$ dan $t_2 = t_t$ = sembarang waktu t. Dan $v_1 = v_0$ merupakan kecepatan pada saat t = 0 (dimana v_0 disebut dengan kecepatan awal) dan $v_2 = v_t$ adalah kecepatan pada waktu t. Maka persamaan (3) percepatan rata-rata ($\overline{a}$) dapat diganti dengan percepatan konstan a, yaitu :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t_t - t_0} = \frac{v_t - v_0}{t - 0} = \frac{v_t - v_0}{t} = kons\tan$$

Sehingga persamaan di atas dapat dinyatakan sebagai :

$$v_t = v_0 + at \tag{6}$$

Atau

$$t = \frac{v_t - v_o}{a} \tag{7}$$

Persamaan (6) berarti bahwa percepatan a ialah perubahan kecepatan rata-rata atau perubahan kecepatan per satuan waktu. Dimana variabel at merupakan hasil kali perubahan kecepatan per satuan waktu (a) dengan lamanya selang waktu (t). Maka at sama dengan total perubahan kecepatan.

Jika a = konstan, maka untuk menentukan perpindahan sebuah partikel dapat dipergunakan fakta bahwa bila percepatan konstan maka kecepatan rata-rata dalam sembarang selang waktu sama dengan setengah dari jumlah kecepatan awal dan kecepatan akhir partikel tersebut pada selang waktu itu. Sehingga kecepatan rata-rata antara nol dan t adalah :

$$\overline{v} = \frac{v_0 + v_t}{2} \tag{8}$$

Berdasarkan persamaan (6) di atas, maka persamaan (8) menjadi :

$$\overline{v} = \tfrac{1}{2}\left(v_0 + v_0 + at\right) = v_0 + \tfrac{1}{2}at \tag{9}$$

Jika untuk sebuah partikel yang berada di titik pangkal pada saat t = 0, maka koordinat x pada sembarang waktu t ialah :

$$x = \overline{v}t \tag{10}$$

Dimana $\overline{v}$ merupakan kecepatan rata-rata, maka persamaan diatas akan menjadi :

$$x = \left(v_0 + \tfrac{1}{2}at\right)t = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \tag{11}$$

Atau

$$x = \tfrac{1}{2}\left(v_0 + v_t\right)t = \tfrac{1}{2}t\left(v_0 + v_t\right) \tag{12}$$

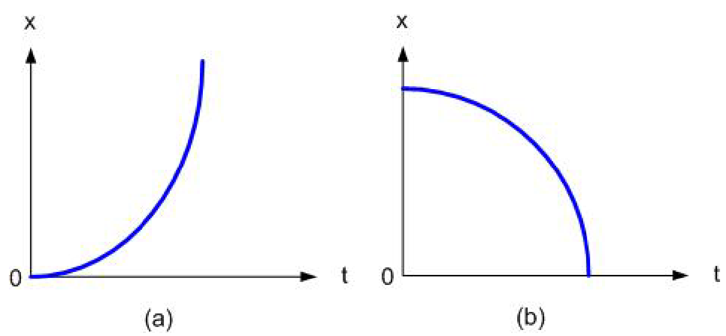
Berdasarkan persamaan (7) dan persamaan (12), diperoleh :

$$x = \tfrac{1}{2}t(v_0 + v_t) = \tfrac{1}{2}\left(\frac{v_t - v_0}{a}\right)(v_0 + v_t) = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}$$

Sehingga dari persamaan di atas diperoleh bahwa :

$$v_t^2 = v_0^2 + 2ax \qquad (13)$$

Persamaan-persamaan di atas ialah persamaan gerak dengan percepatan konstan, khusus untuk kasus dimana partikel berada di titik pangkal pada saat t = 0. Jika digambarkan grafik x-t untuk gerak percepatan konstan (Gambar 6), maka garis lengkung itu merupakan grafik dari persamaan (11). Gambar 6 (a) untuk GLBB dipercepat sedangkan Gambar 6(b) untuk GLBB diperlambat. Pada kasus GLBB yang diperlambat, arah kemiringan bernilai negatif sehingga kurva menurun menurut waktu. Pada umumnya untuk kasus GLBB diperlambat akan mempunyai nilai percepatan yang negatif yaitu berarti diperlambat. Sehingga persamaan (6), (9), (11), (12), dan (13) memiliki variabel –a (diperlambat).



Gambar 6. Gafrik x-t pada GLBB

CONTOH 4 :

Berapakah selang waktu yang dibutuhkan sebuah mobil untuk menyebrangi persimpangan selebar 30 m setelah lampu lalu lintas berubah menjadi hijau, jika percepatannya dari keadaan diam adalah 2 m/s^2 secara konstan ?

Pembahasan :

Jika diketahui bahwa jarak perpindahan mobil tersebut adalah (x) 30 m dengan percepatan (a) konstan sama dengan 2 m/s^2. Dimana mobil tersebut pada awalnya adalah diam sehingga $v_0 = 0$, maka

$$\begin{aligned} x &= v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \\ 30m &= (0)t + \tfrac{1}{2}(2\,{}^{m}\!/\!{}_{s^2})t^2 \\ 30m &= t^2 \\ t &= \sqrt{30m} \\ &= 5{,}48\,s \end{aligned}$$

Jadi waktu yang dibutuhkan mobil tersebut untuk menyebrangi persimpangan tersebut adalah 5,48s.

<u>CONTOH 5</u>:

Kereta api bergerak pada rel lurus dengan kecepatan 40 m/s dapat direm hingga berhenti dalam waktu 60 detik. Berapakah jarak yang ditempuh kereta api saat mulai direm hingga berhenti sama sekali ?

Pembahasan :

Jika diketahui bahwa kereta api tersebut pada awalnya bergerak dengan kecepatan v_0 = 40 m/s lalu kemudian direm sedemikian rupa sehingga pada akhirnya berhenti (v_t = 0), maka dapat dikatakan bahwa kereta api tersebut mengalami perlambatan dalam selang waktu 60 detik sebesar :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t_t - t_0} = \frac{0 - 40m/s}{60s} = -0,667\ m/s^2$$

Tanda negatif pada hasil di atas berarti bahwa kereta api tersebut diperlambat. Kemudian dapat diperoleh jarak tempuh kereta api saat mulai direm hingga berhenti adalah :

$$\begin{aligned} x &= v_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2 \\ &= (40)(60) + \tfrac{1}{2}(-0,667)(60)^2 \\ &= 1200m \end{aligned}$$

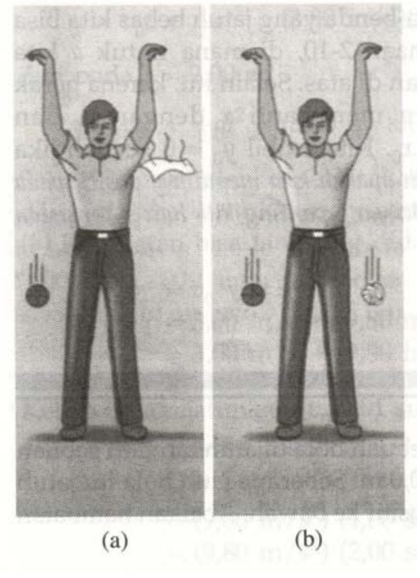
Jadi jarak yang ditempuh kereta api tersebut adalah 1200 m.

3.6 Gerak Jatuh Bebas

Salah satu contoh gerak yang dipercepat ialah jatuhnya suatu benda. Bila gesekan udara tidak ada, maka setiap benda bagaimanapun ukuran dan beratnya, akan jatuh dengan percepatan konstan yang sama. Efek gesekan udara dan berkurangnya percepatan akibat tinggi letak benda tersebut diabaikan. Gerak yang ideal tersebut disebut “jatuh bebas”, dimana selanjutnya pengertian jatuh bebas juga berlaku bagi gerak vertikal ke bawah dan gerak vertikal ke atas.

Menurut Galileo, semua benda akan bergerak jatuh dengan percepatan konstan yang sama jika tidak ada udara atau hambatan lainnya. Misalnya saja percobaan batu dan bulu yang dijatuhkan dalam tabung berisi udara dan tabung yang hampa udara (Gambar 7). Maka pada tabung berisi udara, batu akan sampai lebih dulu di dasar tabung. Sedangkan pada tabung hampa udara, kedua benda tersebut sampai di permukaan tabung pada waktu yang hampir bersamaan.

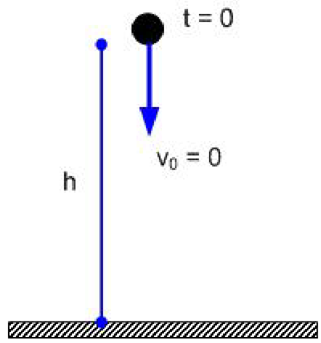
Gambar 7 Sebuah batu & bulu dijatuhkan secara bersamaan



Gambar 8
(a) Sebuah bola dan selembar kertas yang ringan dijatuhkan pada saat yang sama.
(b) Percobaan yang sama diulangi tetapi dengan kertas yang berbentuk gumpalan.

Jadi menurut Galileo semua benda, berat atau ringan, jatuh dengan percepatan yang sama, paling tidak jika tidak ada udara. Jika kita memegang selembar kertas secara horizontal pada satu tangan dan sebuah benda lain yang lebih berat di tangan yang lain, maka benda yang lebih berat akan lebih dulu mencapai tanah (Gambar 8.a). Tetapi jika percobaan tadi diulang dengan membentuk kertas menjadi gumpalan kecil (Gambar 8.b), maka kedua benda tersebut akan mencapai tanah pada saat yang hampir sama. Udara berperan penting sebagai hambatan untuk benda-benda yang sangat ringan yang memiliki permukaan yang luas. Akan tetapi dalam banyak kondisi umumnya hambatan udara ini diabaikan.

Benda jatuh bebas memiliki percepatan yang disebabkan oleh gaya berat dan diberi simbol g, yang besarnya kira-kira 32 ft/s^2, atau 9,8 m/s^2, atau 980 cm/s^2. Sehingga dalam membahas kasus-kasus benda jatuh bebas kita bisa menggunakan persamaan-persamaan GLBB dengan menggunakan nilai g sebagai a. Selain itu karena benda jatuh bebas memiliki kecepatan awal nol, maka variabel v_0 dapat diabaikan. Begitu pula dengan istilah x untuk jarak akan diganti dengan h karena gerak jatuh bebas bergerak searah sumbu y.



Gambar 9. Gerak Jatuh Bebas

Berikut ini adalah beberapa persamaan GLBB yang telah disesuaikan dengan kasus gerak jatuh bebas :

$$v_t = gt \tag{14}$$

$$h = \tfrac{1}{2} gt^2 \tag{15}$$

$$v_t^2 = 2gh \tag{16}$$

Dari persamaan (15) diperoleh persamaan :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (17)$$

<u>CONTOH 6</u> :

Sebuah bola dilepaskan dari ketinggian 70 m. Tentukanlah posisi dan kecepatan bola tersebut setelah 1s, 2s, dan 3s !

Pembahasan :

Jika diketahui bahwa g = + 9,8 m/s^2 (arah ke bawah positif karena searah dengan arah gerak bola) dan v_0 = 0 pada saat t = 0, maka

Posisi dan kecepatan bola setelah 1s :

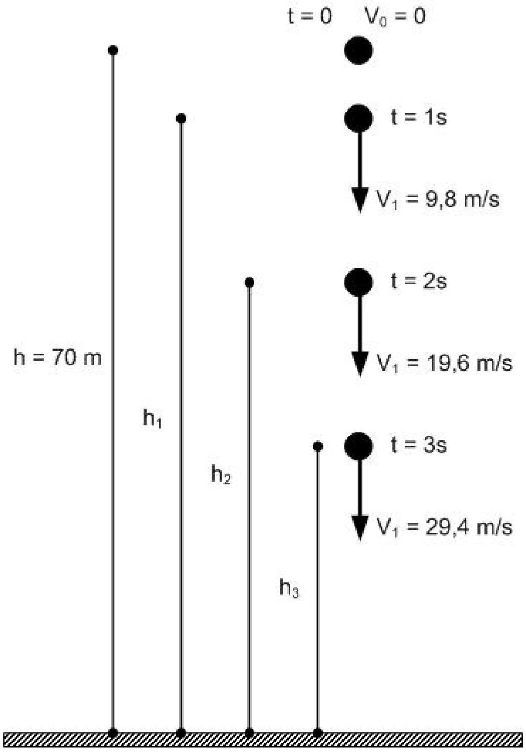
$$h = \tfrac{1}{2} gt^2 = \tfrac{1}{2}\left(9{,}8\, m/s^2\right)\left(1s\right)^2 = 4{,}9\, m$$
$$v_t = gt = \left(9{,}8\, m/s^2\right)\left(1s\right) = 9{,}8\, m/s$$

Posisi dan kecepatan bola setelah 2s :

$$h = \tfrac{1}{2} gt^2 = \tfrac{1}{2}\left(9{,}8\, m/s^2\right)\left(2s\right)^2 = 19{,}6\, m$$
$$v_t = gt = \left(9{,}8\, m/s^2\right)\left(2s\right) = 19{,}6\, m/s$$

Posisi dan kecepatan bola setelah 3s :

$$h = \tfrac{1}{2} gt^2 = \tfrac{1}{2}\left(9{,}8\, m/s^2\right)\left(3s\right)^2 = 44{,}1\, m$$
$$v_t = gt = \left(9{,}8\, m/s^2\right)\left(3s\right) = 29{,}4\, m/s$$



3.7 Gerak Vertikal ke Bawah

Jika sebuah benda dilemparkan dari ketinggian tertentu ke bawah dengan kecepatan awal tertentu ($v_0 \neq 0$), maka dapat dikatakan bahwa benda tersebut mengalami gerak vertikal ke bawah. Persamaan-persamaan gerak GLBB dapat digunakan untuk menyelesaikan kasus-kasus gerak vertikal ke bawah, dengan catatan a = +g, karena gerak benda dipengaruhi oleh percepatan gravitasi yang bernilai postif karena searah dengan arah gerak benda atau arah kecepatan awal. Oleh karena itu diperoleh beberapa persamaan sebagai berikut :

$$v_t = v_0 + gt \qquad (17)$$

$$h = v_0 t + \tfrac{1}{2} gt^2 \qquad (18)$$

$$v_t^2 = v_0^2 + 2gh \qquad (19)$$

3.8 Gerak Vertikal ke Atas

Gerrak vertikal ke atas hampir sama dengan gerak jatuh bebas dan gerak vertikal ke bawah, akan tetapi pada kasus ini sebuah benda dilempar dari bawah ke atas dengan kecepatan awal tertentu ($v_0 \neq 0$). Persamaan-persamaan GLBB dapat digunakan untuk memecahkan kasus-kasis gerak vertikal ke atas, dengan nilai a = -g karena berlawanan dengan arah gerak atau arah kecepatan awal. Berikut ini adalah beberapa persamaan yang dapat digunakan :

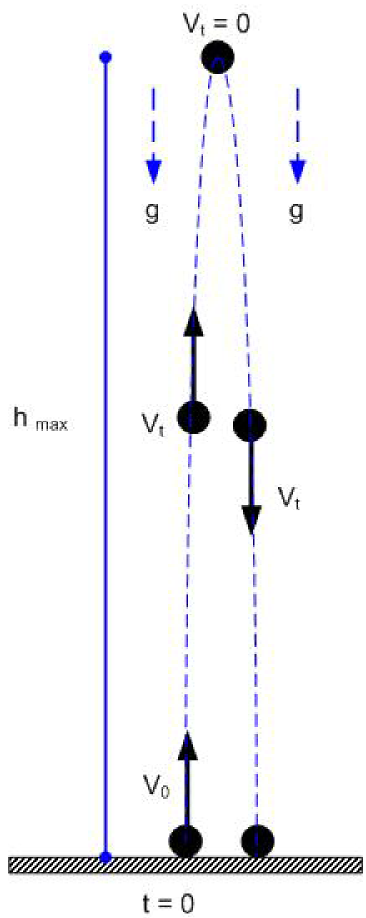
$$v_t = v_0 - gt \qquad (20)$$

$$h = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (21)$$

$$v_t^2 = v_0^2 - 2gh \qquad (22)$$

<u>CONTOH 7</u> :
Seseorang melempar bola ke atas dengan kecepatan awal 15 m/s. Hitunglah :
a. Seberapa tinggi bola itu terlempar.
b. Berapa lama bola itu berada di udara sebelum kembali ke tangan orang tersebut.

Pembahasan :
Jika kita tetapkan bahwa sumbu y positif adalah ke atas dan sumbu y negatif adalah ke bawah, maka percepatan yang disebabkan oleh gravitasi akan memiliki tanda negatif. Pada saat bola bergerak ke atas, lajunya berkurang sampai mencapai titik tertinggi dimana kecepatannya sama dengan nol untuk sesaat, untuk kemudian bola itu bergerak ke bawah dengan kecepatan yang bertambah sampai sesaat sebelum sampai di tanah.



a. Ketinggian maksimum dari bola itu dapat diperoleh dengan meninjau posisi bola pada saat kecepatannya sama dengan nol (v = 0 pada titik tertinggi). Sedangkan telah diketahui bahwa pada saat t = 0 maka $h_0 = 0$, dan $v_0 = 15$ m/s. Sehingga diperoleh :

$$v_t^2 = v_0^2 - 2gh$$

$$0 = (15\,m/s)^2 - 2(9{,}8\,m/s^2)h$$

$$h = \frac{(15\,m/s)^2}{2(9{,}8\,m/s^2)}$$

$$h = 11{,}5\,m$$

Jadi bola tersebut mencapai ketinggian maksimum 11,5 m.

b. Waktu yang dibutuhkan bola untuk mencapai titik tertinggi adalah :

$$v_t = v_0 - gt$$
$$0 = 15\,m/s - \left(9{,}8\,m/s^2\right)t$$
$$t = \frac{15\,m/s}{9{,}8\,m/s^2}$$
$$t = 1{,}53s$$

Sedangkan waktu yang dibutuhkan dari titik tertinggi sampai di atas tangan orang yang melemparnya adalah :

$$h = v_0 t - \tfrac{1}{2} g t^2$$
$$11{,}5 = (0)t - \tfrac{1}{2}\left(9{,}8\,m/s^2\right)t^2$$
$$11{,}5 = \tfrac{1}{2}\left(9{,}8\,m/s^2\right)t^2$$
$$t = \sqrt{\frac{2(11{,}5)}{\left(9{,}8\,m/s^2\right)}}$$
$$t = 1{,}53s$$

Maka lama bola berada di udara sebelum kembali ke tangan orang yang melemparnya adalah 1,53s + 1,53s = 3,06s.

3.9 Gerak Peluru

Gerak peluru atau disebut juga sebagai gerak parabolik, merupakan gerak yang terdiri dari gabungan GLB pada arah sumbu horizontal dan GLBB pada arah sumbu vertikal. Jadi untuk setiap benda yang diberi kecepatan awal sehingga menempuh lintasan gerak yang arahnya dipengaruhi oleh gaya gravitasi yang bekerja terhadapnya dan juga dipengaruhi oleh gesekan udara, benda tersebut disebut mengalami gerak peluru. Misalnya saja seperti bom yang dijatuhkan dari pesawat terbang, bola yang dilontarkan atau dipukul, misil yang ditembakkan oleh meriam, dan roket yang sudah kehabisan bakarnya.

Gambar 10 menunjukkan proyeksi gerak peluru pada sumbu horizontal (sumbu x) dan sumbu vertikal (sumbu y), dengan titik pangkal koordinatnya ada pada titik dimana peluru tersebut mulai terbang bebas. Pada titik pangkal tersebut ditetapkan t = 0 dengan kecepatan awal yang digambarkan dengan vektor v_0 yang membentuk sudut elevasi θ^0 terhadap sumbu x.

Kecepatan awal diuraikan menjadi komponen horizontal v_{0x} dan v_{oy} yang besarnya :

$v_{0x} = v_0 \cos\theta$, dan

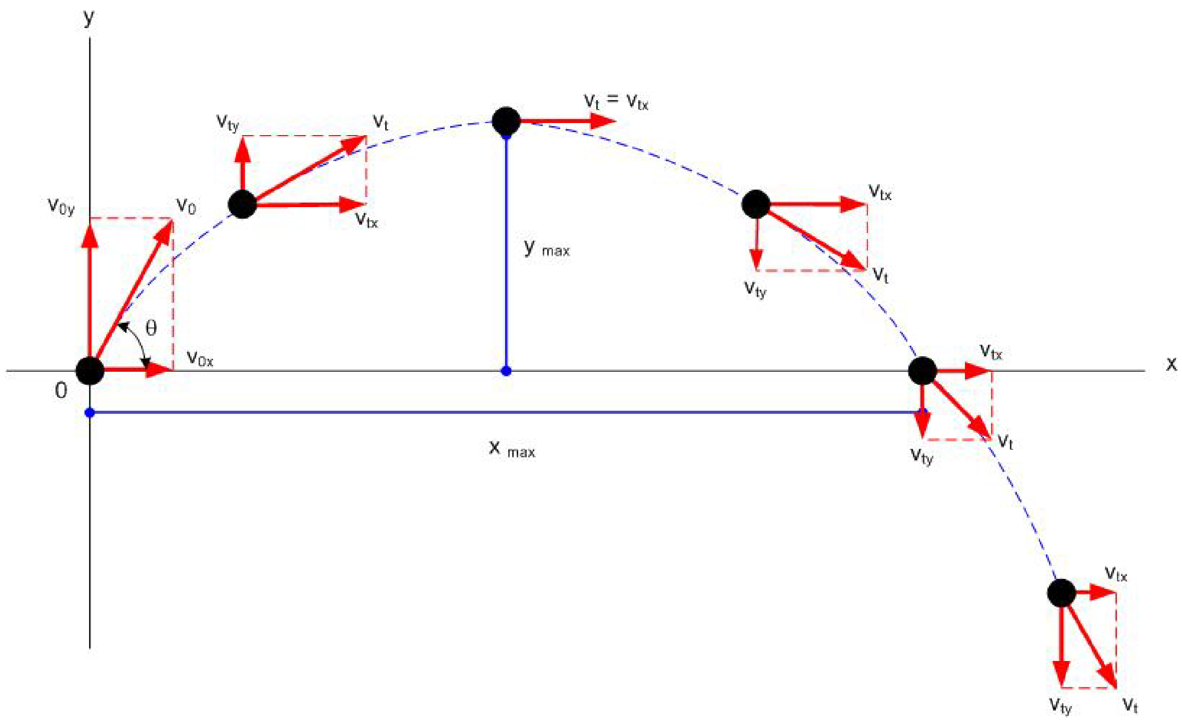
$v_{oy} = v_0 \sin\theta$

Karena komponen kecepatan horizontal konstan, maka pada setiap saat t akan diperoleh :

$$v_{tx} = v_{0x} + at = v_{0x} + (0)t = v_{0x} = v_0 \cos\theta \qquad (23)$$

Dan

$$x = v_{ox}t + \tfrac{1}{2}at^2 = v_{ox}t + \tfrac{1}{2}(0)t^2 = v_{ox}t \qquad (24)$$



Gambar 10. Proyeksi Gerak Peluru

Sementara itu, percepatan vertikal adalah –g sehingga komponen kecepatan vertikal pada saat t adalah :

$$v_{ty} = v_{oy} - gt = v_0 \sin\theta - gt \tag{25}$$

$$y = v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \tag{26}$$

$$v_{ty}^2 = v_{0y}^2 - 2gy \tag{27}$$

Persamaan (24) dan persamaan (26) berlaku jika peluru ditembakkan tepat pada titik awal dari sistem koordinat xy sehingga $x_0 = y_0 = 0$. Tetapi jika peluru tidak ditembakkan tepat pada titik awal koordinat ($x_0 \neq 0$ dan $y_0 \neq 0$), maka kedua persmaan tersebut menjadi :

$$x = x_0 + v_{ox}t = x_0 + (v_o \cos\theta)t \tag{28}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \tag{29}$$

Pada titik tertinggi artinya pada posisi y maksimum, maka kecepatannya adalah horizontal sehingga $v_{ty} = 0$. Sehingga persamaan (25) menjadi :

$$v_{ty} = v_{oy} - gt$$
$$0 = v_{oy} - gt$$
$$t = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$t \quad = \frac{v_0 \sin\theta}{g} \tag{30}$$

Persamaan (30) menunjukkan waktu yang dibutuhkan untuk mencapai ketinggian maksimum. Kemudian subtitusikan ke persamaan (26) sehingga diperoleh persamaan ketinggian maksimum sebagai berikut :

$$\begin{aligned} y_m &= v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ &= (v_0 \sin\theta)\left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right) - \tfrac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right)^2 \\ &= \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} \\ &= \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} \end{aligned} \tag{31}$$

Subtitusi persamaan (30) ke persamaan (24) akan menghasilkan posisi x pada saat y maksimum, yaitu :

$$\begin{aligned} x &= v_{ox}t \\ &= (v_0 \cos\theta)\left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right) \\ &= \frac{v_0^2 \sin\theta\cos\theta}{g} \quad \rightarrow (\dim ana \quad \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta) \\ &= \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{2g} \end{aligned} \tag{32}$$

Sedangkan pada titik terjauh dari titik awal artinya posisi x maksimum, maka waktu yang dibutuhkan untuk mencapai x maksimum adalah :

$$t \quad = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} \tag{33}$$

Dan posisi terjauh atau x maksimum adalah :

$$x_m = \frac{2v_0^2 \sin 2\theta}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \tag{34}$$

<u>CONTOH 8</u> :

Sebuah bola ditendang dengan sudut elevasi 37^0 dan kecepatan awal 20 m/s. Berapakah :

a. Tinggi maksimum ?
b. Waktu tempuh bola sesaat sebelum menyentuh tanah ?
c. Jarak bola jatuh menyentuh tanah jika diukur darintitik awal bola tersebut ditendang ?

Pembahasan :

a. $y_m = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = \dfrac{(20m/s)^2 \sin\ 37^0}{2(9{,}8m/s^2)} = 7{,}39m$

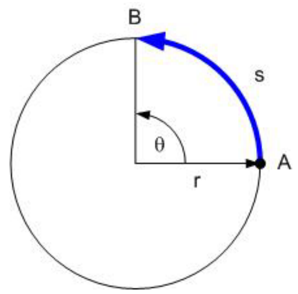
b. $t \quad = \dfrac{2v_0 \sin\theta}{g} = \dfrac{2(20m/s)\sin 37^0}{9{,}8m/s^2} = 2{,}46s$

c. $x_m = \dfrac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \dfrac{(20m/s)^2 \sin 2(37^0)}{9{,}8m/s^2} = 39{,}24m$

3.10 Gerak Melingkar

Sebuah benda yang bergerak membentuk suatu lingkaran dapat dikatakan bahwa benda tersebut mengalami gerak melingkar. Pada gerak lurus dikenal besaran perpindahan, kecepatan, dan percepatan yang semuanya linier. Maka pada gerak melingkar akan dikenal besaran perpindahan sudut, kecepatan sudut, dan percepatan sudut.

Perpindahan sudut merupakan perpindahan suatu partikel pada lintasan gerak yang melingkar. Gambar 11 menunjukkan perpindahan posisi sebuah partikel dari titik A ke titik B, sehingga dapat dikatakan bahwa partikel tersebut telah menempuh perpindahan sudut θ (satuannya adalah radian). Besar sudut θ adalah :



Gambar 11. Perpindahan Sudut

$$\theta = \frac{s}{r} \tag{35}$$

Dimana : θ = perpindahan sudut
s = jarak
r = jari-jari

$1 \text{ rad} = \dfrac{360^0}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\, putaran$

$1 \text{ putaran} = 2\pi \text{ rad} = 360^0$

$1^0 = \dfrac{2\pi}{360}\, rad$

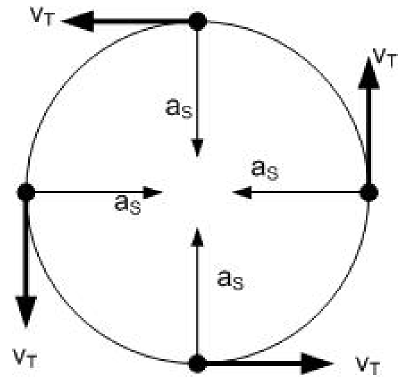
Arah perpindahan sudut yang berlawanan dengan putaran jarum jam, umumnya bertanda positif dan berlaku sebaliknya untuk searah jarum jam. Kecepatan sudut (ω) pada umumnya dinyatakan dalam rotasi per menit (rpm), dan biasa disebut sebagai kecepatan angular. Kecepatan sudut rata-rata ($\overline{\omega}$) didefinisikan sebagai :

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{36}$$

Dimana :

$\overline{\omega}$ = kecepatan sudut rata-rata (rad/s)
$\Delta\theta$ = perpindahan sudut (rad)
Δt = waktu (sekon)

Kecepatan sudut sesaat (ω) didefinisikan sebagai perpindahan sudut dalam selang waktu (Δt mendekati nol). Kecepatan sudut yang dimaksud pada diktat ini adalah kecepatan sudut sesaat.



Gambar 12 Kecepatan Tangensial

Pada gerak melingkar, kecepatan tangensial (v_T) didefinisikan sebagai kecepatan untuk mengelilingi suatu lingkaran. Dan arahnya selalu menyinggung lintasan gerak benda yang melingkar (Gambar 12).

$$v_T = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r\Delta\theta}{\Delta t} = r\omega \tag{37}$$

Percepatan sudut (α) adalah perubahan kecepatan sudut pada selang waktu tertentu, sedangkan percepatan sudut rata-rata ($\overline{\alpha}$) adalah :

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \tag{38}$$

Percepatan sudut sesaat pada diktat ini berarti sebagai percepatan sudut yang satuannya rad/s^2. Arah percepatan linier pada gerak melingkar adalah menyinggung lintasan gerak yang melingkar dan biasa disebut sebagai percepatan tangensial (a_T).

$$a_T = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{s\Delta\omega}{\Delta t} = s\alpha \tag{39}$$

Sedangkan percepatan sentripetal (a_S) merupakan percepatan sebuah benda yang menyebabkan benda tersebut bergerak melingkar. Arah percepatan sentripetal selalu tegak lurus terhadao kecepatan tangensial dan mengarah ke pusat lingkaran (Gambar 12).

$$a_S = \frac{v_T^2}{s} = \omega^2 s \tag{40}$$

Jika partikel bergerak melingkar beraturan, maka percepatan tangesialnya sama dengan nol akan tetapi partikel itu masih pengalami percepatan sentripetal. Gerak melingkar sering dideskripsikan dalam frekuensi (f) sebagai jumlah putaran per sekon. Periode T dari sebuah benda yang berputar membentuk lingkaran adalah waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan satu putaran. Besar periode T adalah $\frac{1}{f}$, sehingga untuk benda yang berputar membentuk suatu lingkaran dengan laju konstan v dapat ditulis sebagai $v = \dfrac{2\pi r}{T}$, karena dalam satu putaran benda tersebut menempuh satu keliling ($2\pi r$). Hubungan antara kecepatan sudut dengan frekuensi adalah $f = \dfrac{\varpi}{2\pi}$.

Soal :

1. Suatu partikel bergerak sepanjang garis lurus. Posisi partikel untuk berbagai saat dinyatakan pada tabel.

t (detik)	0	1	2	3	4	5	6
x (m)	0	0,1	0,8	3,7	6,4	12,5	21,6

   Hitunglah kecepatan rata-rata untuk selang waktu berikut :
   (a) t = 1 detik sampai t = 3 detik
   (b) t = 2 detik sampai t = 5 detik

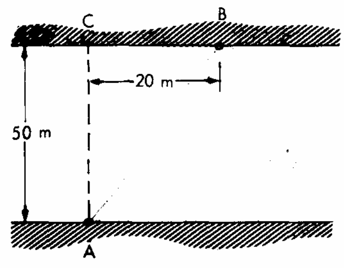
2. Persamaan gerak suatu partikel dinyatakan oleh fungsi $x = \frac{1}{10}t^3$ dalam m, t dalam detik.
   (a) Hitung kecepatan rata-rata dalam selang t = 3 detik sampai t = 4 detik.
   (b) Hitung kecepatan sesaat pada t = 5 detik
   (c) Hitung percepatan rata-rata dalam selang t = 3 detik sampai t = 4 detik
   (d) Hitung percepatan sesaat pada t = 5 detik

3. Sebuah partikel bergerak pada suatu garis lurus. Percepatan gerak berubah dengan waktu sebagai fungsi $a(t) = 12t^2 \ m/\det^2$.
   (a) Hitung kecepatan sesaat pada t = 2 detik, jika diketahui benda ada dalam keadaan berhenti pada saat t = 0.
   (b) Hitung persamaan gerak benda jika diketahui pada saat t = 2 detik benda ada pada posisi x = 1 m.
   (c) Tentukan kecepatan benda setelah menempuh jarak 66 m

4. Sebuah peluru meriam ditembakkan membuat sudut 60^0 dengan arah horizontal. Tembakan dilakukan ke arah atas dilereng gunung yang membuat sudut 45^0 dengan arah horizontal, dengan kecepatan awal v_0. Percepatan gravitasi adalah 9,8 m/det^2.
   (a) Hitung posisi peluru waktu mengenai lereng gunung.
   (b) Vektor kecepatan peluru waktu sampai di lereng gunung.

5. Sebuah partikel begerak dalam lingkaran dengan percepatan sudut tetap. Partikel mula-mula diam, dan setelah 10 detik sudut yang ditempuh $10{,}5\pi$ radian. Jari-jari lingkaran adalah 2 m.
   (a) Hitung percepatan sudut.
   (b) Tentukan vektor percepatan pada saat t = 2 detik.

6. Seseorang ingin menyebrangi sungai dari A ke B. Kecepatan air sungai adalah 10 km/jam arah ke kanan. Misalkan perahu dianggap bergerak dengan kecepatan tetap, arah tegaklurus tepi sungai. Tentukan laju dan arah perahu terhadap tanah agar maksud di atas tercapai.



7. Sebuah benda dilempar ke dalam sumur dengan kecepatan awal 4 m/s. Bila benda mengenai dasar sumur setelah 2 sekon. Berapakah kecepatan benda saat mengenai dasar sumur dan kedalaman sumur ?

8. Sebuah bola dilemparkan vertikel ke bawah dari jendela hotel dengan kecepatan awal 3 m/s. Pada jarak berapakah di bawah jendela hotel kecepatan bola akan menjadi dua kali kecepatan awal ?

9. Seseorang menjatuhkan benda dari gedung bertingkat tanpa kecepatan awal. Ternyata setelah diukur waktu yang dibutuhkan benda itu sampai jatuh ke tanah adalah 2 sekon. Berapakah tinggi gedung itu ?

10. Sebuah gerinda berputar dengan kecepatan 240 putaran setiap 5 menit. Jika jari-jari gerinda 15 cm. Berapakah kecepatan linier suatu partikel yang terletak pada tepi gerinda ?

11. Data berikut melukiskan posisi suatu benda sepanjang sumbu x sebagai fungsi dari waktu. Gambarkanlah data tersebut dan carilah kecepatan sesaat dari benda tersebut pada (a) t = 5 s, (b) t = 16 s, dan (c) t = 23 s

t (s)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
x (cm)	0	4	7,8	11,3	14,3	16,8	18,6	19,7	20	19,5	18,2	16,2	13,5	10,3

12. Sebuah kotak menggeser di atas bidang miring dengan percepatan tetap. Kalau kotak itu mula-mula diam dan dalam waktu 3 detik dapat mencapai laju 2,7 m/s. Tentukan :
    (a) Percepatan
    (b) Jarak yang ditempuh dalam 6 detik pertama

13. Sebuah bola dilemparkan vertikal ke atas dengan kecepatan 30 m/s
    (a) Berapa lama bola itu naik ?
    (b) Berapakah ketinggian yang dapat dicapai ?
    (c) Berapa waktu diperlukan agar bola itu setelah dilemparkan, kembali ditangkap ?
    (d) Pada saat kapankah, bila dikeathui kecepatan bola itu 16 m/s ?

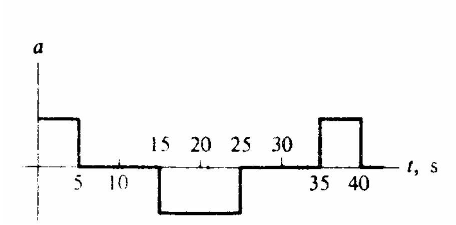
14. Sebuah kelereng jatuh dari tepi sebuah meja dengan kecepatan 20 cm/s.
    (a) Dalam waktu berapakah kelereng itu mencapai lantai kalau tinggi meja itu adalah 80 cm ?
    (b) Pada jarak berapakah, terhitung dari tepi meja, kelereng itu mencapai lantai ?

15. Sebuah kereta api dari keadaan diam bergerak dari sebuah stasiun dan selama 10 sekon percepatannya 4 m/s^2. Kemudian kereta itu bergerak dengan kecepatan konstan selama

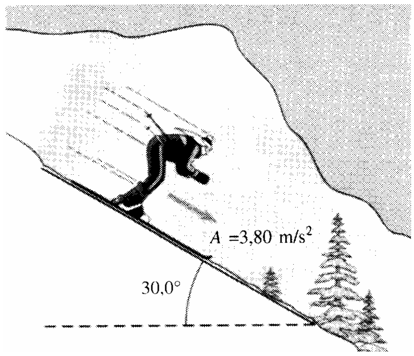
30 sekon, lalu diperlambat dengan 8 m/s^2 sampai berhenti di stasiunberikutnya. Berapa jarak total yang ditempuhnya ?

16. Sebuah mobil dan sebuah truk bergerak dari keadaan diam pada saat yang sama, mula-mula mobil itu berada pada suatu jarak di belakang truk. Truk mempunyai percepatan konstan 4 m/s^2 dan percepatan mobil 6 m/s^2. Mobil mendahului truk setelah truk bergerak sejauh 150 m.
    (a) Berapa waktu yang diperlukan mobil untuk menyusul truk itu ?
    (b) Berapa kecepatan masing-masing ketika keduanya berdampingan ?

17. Gambar di samping adalah grafik percepatan sebuah benda yang sedang bergerak pada sumbu-x. Lukiskanlah grafik kecepatan dan koordinatnya sebagai fungsi dari waktu, jika x = v = 0 pada waktu t = 0.



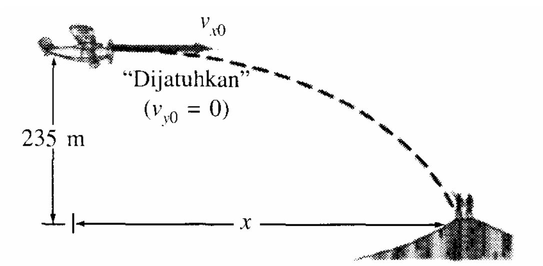
18. (a) Seorang pemain ski meluncur ke bawah bukit dengan percepatan 3,8 m/s^2 (lihat gambar di damping). Berapakah komponen vertikal dari percepatannya ?
    (b) Berapa lama waktu yang ia perlukan untuk mencapai kaki bukit dengan menganggap ia mulai dari keadaan diam dan mempercepat secara konstan, jika selisih ketinggian adalah 335 m ?

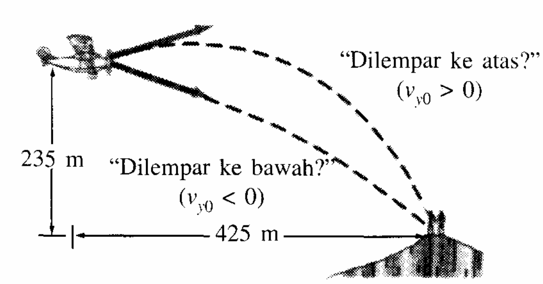


19. Seorang penerjun berlari dengan kecepatan 1,6 m/s untuk kemudian terjun horizontal dari tepi tebing vertikal dan mencapai air di bawah 3 sekon kemudian. Berapa tinggi tebing tersebut dan seberapa jauh dari kaki tebing penerjun menyentuh air ?

20. Pilot sebuah pesawat yang terbang dengan kecepatan 160 km/jam akan menjatuhkan bantuan makanan untuk korban bajir yang terisolasi di sebidang tanah 160 m di bawahnya. Berapa sekon sebelum pesawat persis berada di atas korban, makanan tersebut harus dijatuhkan ?

21. Sebuah pesawat penyelamat akan menjatuhkan bantuan para pendaki gunung yang terisolasi di bukit berbatu 235 m di bawahnya. Jika pesawat terbang horizontal dengan kecepatan 250 km/jam.
    (a) Seberapa jauh di depan penerimanya (jarak horizontal) bantuan tersebut harus dijatuhkan ?
    (b) Misalkan pesawat melepaskan bantuan itu pada jarak horizontal 425 m di depan para pendaki. Dengan kecepatan vertikal berapa (ke atas atau ke bawah) bantuan itu harus

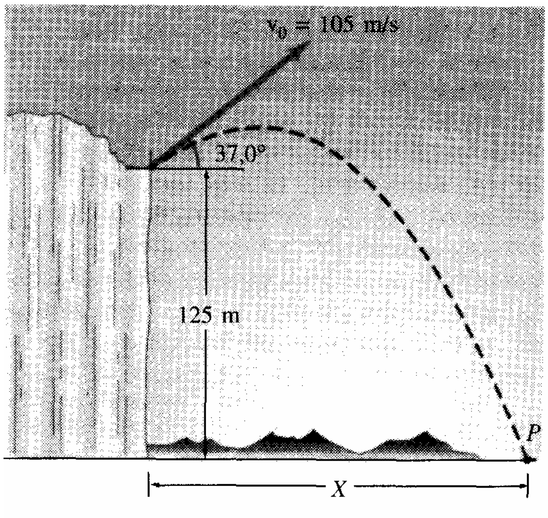




dijatuhkan sehingga mendarat persis pada posisi pendaki ?
(c) Dengan laju berapa bantuan itu mendarat pada kasus (b) ?

22. Sebuah peluru ditembakkan dengan kecepatan awal 75,2 m/s dan sudut $34{,}5^0$ di atas arah horizontal pada tempat latihan yang panjang. Tentukan :
(a) Tinggi maksimum yang dicapai peluru ?
(b) Waktu total di udara !
(c) Jarak horizontal total yang ditempuh (yaitu jangkauannya)
(d) Kecepatan peluru 1,5 sekon setelah penembakan.

23. Sebuah peluru ditembakkan dari tepi tebing yang tingginya 125 m dengan laju awal 105 m/s dan sudut 37^0 terhadap arah horizontal, seperti yang ditunjukkan gambar.
(a) Tentukan waktu yang diperlukan peluru untuk mengenai titik P pada dasar tebing.
(b) Tentukan jangkauan X peluru diukur dari kaki tebing. Pada saat tepat sebelum peluru mengenai titik P.
(c) Cari komponen vertikal dan horizontal dari kecepatannya.
(d) Cari besar kecepatan tersebut.
(e) Cari sudut yang dibuat vektor kecepatan itu terhadap arah horizontal.



24. Seorang anak pada komidi putar bergerak dengan kecepatan 1,35 m/s ketika berada 1,2 m jauhnya dari pusat komidi putar. Hitung :
(a) Percepatan sentripetal si anak.
(b) Gaya horizontal total yang diberikan pada anak tersebut (massa = 25 kg)

25. Berapa laju maksimum sebuah mobil dengan massa 1050 kg ketika melewati tikungan dengan radius 70 m pada jalan yang rata dengan koefisien gesekan antara ban dan jalan sebesar 0,8 ? Apakah hasil ini tidak bergantung pada massa mobil ?

BAB 4
DINAMIKA PARTIKEL

Pada bab ini, kita akan membahas tentang penyebab gerak suatu partikel atau benda. Dinamika partikel merupakan ilmu yang membahas tentang gaya-gaya yang menyebabkan suatu partikel yang pada mulanya diam menjadi bergerak, atau yang mempercepat atau memperlambat gerak suatu partikel.

4.1 Massa

Massa adalah ukuran inersia suatu benda. Makin besar massa yang dimiliki sebuah benda, maka makin sulit merubah keadaan geraknya. Lebih sulit menggerakkannya dari keadaan diam atau memberhentikannya pada waktu sedang bergerak, bahkan sulit merubah gerakannya untuk keluar dari lintasannya yang lurus. Sebuah truk misalnya, akan memiliki inersia yang lebih besar jika dibandingkan dengan sebuah mobil sedan, dan truk itu lebih sulit untuk dipercepat ataupun diperlambat geraknya. Dalam satuan SI, satuan massa adalah kilogram (kg).

Istilah massa dan berat merupakan dua istilah yang berbeda. Jika massa adalah jumlah zat dari suatu benda, maka berat adalah gaya, yaitu gaya gravitasi yang bekerja pada sebuah benda. Sebagai contoh misalnya sebuah benda di bawa ke Bulan. Maka benda tersebut akan mempunyai berat seperenam dari beratnya di bumi, karena gaya gravitasi di bulan lebih lemah, tetapi massa benda tersebut akan tetap sama. Benda tersebut akan tetap memiliki jumlah zat yang sama dan inersia yang sama.

4.2 Gaya

Jika kita mendorong atau menarik sebuah benda , maka dapat dikatakan bahwa kita melakukan gaya kepada benda tersebut. Tetapi gaya juga dapat dilakukan oleh benda-benda mati. Seperti pegas yang regang akan melakukan gaya kepada benda-benda yang dikaitkan ke ujung-ujungnya, atau sebuah lokomotif akan melakukan gaya kepada deretan gerbong-gerbong yang sedang ditariknya.

Gambar 1. Memberikan Gaya Tarik

Sebuah gaya memiliki arah dan besar, sehingga gaya merupakan vektor yang mengikuti aturan-aturan penjumlahan vektor. Gaya dapat dinyatakan dengan sebuah garis yang bertanda panah di ujungnya sebagai arah dari gaya tersebut sedangkan panjang garis menyatakan besar gaya tersebut. Dalam satuan SI, satuan gaya adalah Newton (N) atau kg.m/s^2.

4.2.1 Gaya Gravitasi

Benda-benda yang dijatuhkan di dekat permukaan bumi akan jatuh dengan percepatan yang sama yaitu sebesar percepatan gravitasi (g = 9,8 m/s^2 = 9,8 N/kg dalam satuan SI), jika hambatan udara dapat diabaikan. Gaya yang menyebabkan percepatan ini disebut dengan gaya gravitasi (F_G). Maka dapat dikatakan bahwa gaya gravitasi merupakan gaya yang dilakukan oleh bumi terhadap setiap benda yang berada di dekatnya.

Hukum gravitasi menyatakan bahwa gaya antara dua partikel yang mempunyai massa m_1 dan m_2 dan terpisah oleh jarak r adalah suatu gaya tarik menarik sepanjang garis yang menghubungkan kedua partikel tersebut dan mempunyai besar :

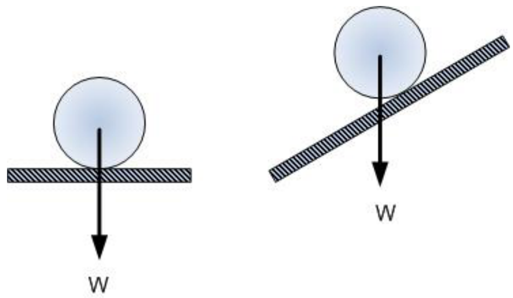
$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (1)$$

Dimana : F_G = Gaya tarik-menarik antara kedua benda (N)
G = Tetapan gravitasi (6,673 x 10^{-11} Nm^2/kg^{-2})
m_1, m_2 = Massa benda 1 (Kg)
r = jarak antara kedua benda (m)

Jika m_1 diasumsikan sebagai massa bumi (M) dan m_2 sebagai massa benda m yang berada disekitar bumi dan memiliki jarak r dari titik pusat bumi, maka gaya tarik oleh bumi pada benda tersebut adalah :

$$W = F = G\frac{Mm}{r^2}$$

Gaya berat (W) tidak lain adalah gaya gravitasi yang bekerja antara bumi dengan benda.. Arah gaya berat selalu ke bawah menuju pusat bumi (Gambar 2). Gaya berat pada sebuah benda besarnya :



Gambar 2. Gaya Gravitasi

$$W = mg \qquad (2)$$

Sehingga percepatan gravitasi g dapat dituliskan sebagai :

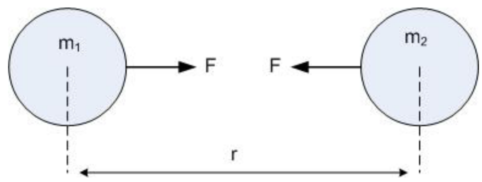
$$g = G\frac{M}{r^2} \qquad (3)$$

Contoh 1 :

Berapakah gaya gravitasi antara dua benda bermassa 3 kg dan 4 kg yang terpisah sejauh 50 cm.

Pembahasan :

Jika diketahui
m_1 = 3 kg
m_2 = 4 kg
r = 50 cm = 0,5 m



Maka besar gaya gravitasi antara dua benda tersebut adalah :

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = \left(6{,}673\times10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}\right)\frac{(3kg)(4kg)}{(0{,}5m)^2} = 3{,}2\times10^{-9}\,N$$

<u>**Contoh 2**</u> **:**

Sebuah benda bermassa 2 kg ditarik dengan gaya gravitasi bumi. Jika massa bumi 5,98 x 10^{24} kg dan benda tepat diletakkan di atas pemukaan bumi. Hitunglah besar gaya tarik yang dialami benda itu dan bandingkan dengan gaya berat benda !

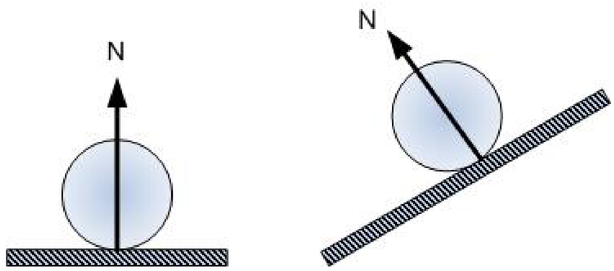
Pembahasan :
Gaya tarik yang dialami benda, jika diketahui radius bumi 6370 km = 6,37 x 10^6 m.

$$F = G\frac{Mm}{r^2} = \left(6{,}673\times10^{-11}\,Nm^2kg^{-2}\right)\frac{(2kg)\left(5{,}9\times10^{24}\,kg\right)}{\left(6{,}37\times10^{6}\,m\right)^2} = 19{,}63N$$

Gaya berat benda :
W = mg = (2kg) (9,8 m/s^2) = 19,6 N

4.2.2 Gaya Normal

Gaya normal (N atau F_N) merupakan gaya yang timbul jika dua buah benda saling bersentuhan. Arah gaya normal selalu tegak lurus terhadap permukaan yang bersentuhan (bidang singgung) dengan benda tersebut (Gambar 3). Besar kecilnya gaya normal tergantung pada besar kecilnya gaya tekanan terhadap permukaan kontak (bidang singgung). Jadi jika tangan kita menekan permukaan sebuah meja dengan gaya tekan yang besar, maka gaya normal yang ditimbulkan akan besar. Sedangkan jika kita menekan dengan lembut, maka gaya normal yang ditimbulkan juga akan kecil.



Gambar 3. Gaya Normal

4.2.3 Gaya Gesek

Sebuah benda yang diluncurkan di atas suatu permukaan rata horizontal, maka lajunya akan berkurang dan akhirnya berhenti. Jelas bahwa suatu gaya dalam arah horizontal bekerja pada benda tersebut, dimana arah gaya tersebut berlawanan dengan gerak benda. Gaya ini biasa disebut sebagai gaya gesek (f) yang bekerja pada benda tersebut dan disebabkan oleh permukaan itu.

Gaya gesek terjadi jika dua buah benda bergesekan, yaitu permukaan kedua benda tersebut saling bersinggungan pada waktu benda yang satu bergerak terhadap benda yang lainnya dan sejajar dengan permukaan yang saling bersinggungan tersebut. Arah gaya gesek selalu berlawanan arah dengan arah gerak dari benda yang bergerak (Gambar 4). Jadi jika sebuah balok bergerak dari kiri ke kanan di atas sebuah lantai, maka sebuah gaya gesek dengan arah ke kiri akan bekerja pada balok tersebut.

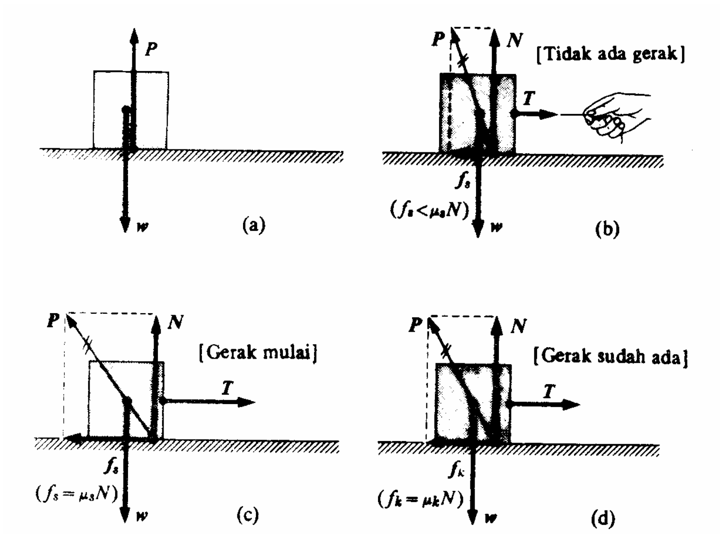
Gaya gesek yang bekerja antara dua permukaan yang berada dalam keadaan diam relatif satu dengan lainnya disebut dengan gaya gesek statik (f_s). Gaya gesek statik maksimum adalah gaya terkecil yang menyebabkan benda bergerak. Untuk permukaan yang kering dan tidak diberi pelumas, diperoleh bahwa gaya gesek statik maksimum diantara dua permukaan tidak bergantung pada luas permukaan kontak yang saling bergesekan, tetapi sebanding dengan besarnya gaya normal diantara kedua benda yang saling bergesekan (Gambar 4.c).

$$f_s \leq \mu_s N \qquad (4)$$

Dimana μ_s = koefisien gesek statik. Tanda sama dengan pada persamaan di atas berlaku jika f_s mencapai besar maksimum. Sekali benda mulai bergerak, gaya gesek yang bekerja akan berkurang besarnya sehingga untuk mempertahankan gerak lurus beraturan dibutuhkan gaya yang lebih kecil. Gaya yang bekerja diantara dua permukaan yang saling bergerak relatif disebut gaya gesek kinetik (f_k). Untuk permukaan yang kering dan tidak diberi pelumas, diperoleh bahwa gaya gesek kinetik tidak bergantung pada luas permukaan kontak atau pada kecepatan relatif antara kedua permukaan yang saling bersinggungan, tetapi sebanding dengan besarnya gaya normal diantara kedua benda yang saling bergesekan (Gambar 4.d). Dimana μ_k = koefisien gesek kinetik.

$$f_k = \mu_k N \qquad (5)$$

Pada Gambar 4.a tampak sebuah balok terletak diam di atas pemukaan horizontal dalam keadaan setimbang di bawah pengaruh berat W dan gaya P ke atas yang dilakukan permukaan terhadapnya. Jika seutas tali diikatkan pada salah satu sisi balok (seperti pada Gambar 4.b), lalu diberi gaya pada tali itu tetapi tidak terlalu besar sehingga balok masih tetap diam. Gaya P yang dilakukan oleh permukaan terhadap balok miring ke kiri. Karena gaya P, T dan W harus konkuren, maka komponen gaya P yang sejajar dengan permukaan disebut dengan gaya gesek statis (f_s) dan komponen yang tegak lurus terhadap permukaan disebut gaya normal (N) yang dilakukan permukaan kepada balok (Gambar 4.b). Berdasarkan syarat kesetimbangan, maka f_s sama dengan T dan N sama dengan W. Jika T diperbesar terus, maka balok akan mulai bergerak pada suatu nilai T tertentu dan dengan kata lain f_s berada pada nilai maksimum (Gambar 4.c). Jika T diperbesar lagi sehingga balok tidak lagi setimbang, tetapi sudah bergerak. Maka gaya gesek mulai berkurang (Gambar 4.b).



Gambar 4. Besak gaya gesek f.

Konstanta μ_s dan μ_k adalah besaran tanpa satuan. Biasanya $\mu_s > \mu_k$ untuk dua permukaan tertentu. Nilai kedua koefisien itu bergantung pada sifat kedua permukaan gesek. Semakin kasar suatu permukaan, maka nilai koefisiennya juga semakin besar dan nilainya akan kecil jika permukaannya licin. Biasanya nilainya lebih kecil dari 1, meskipun mungkin lebih besar dari satu.

Tabel 1. Koefisien Gesekan

Bahan	μ_s	μ_k
Baja di atas baja	0,74	0,57
Aluminium di atas baja	0,61	0,47
Tembaga di atas baja	0,53	0,36
Kuningan di atas baja	0,51	0,44
Seng di atas besi tuang	0,85	0,21
Tembaga di atas besi tuang	1,05	0,29
Gelas di atas besi tuang	0,04	0,40
Tembaga di atas gelas	0,68	0,53
Teflon di atas teflon	0,04	0,04
Teflon di atas baja	0,04	0,04

4.3 Hukum I Newton

Hukum pertama Newton menyatakan bahwa *"setiap benda akan tetap berada pada keadaan diam atau bergerak lurus dengan kecepatan tetap, kecuali jika benda itu dipaksa untuk mengubah keadaan tersebut oleh gaya-gaya yang dikerjakan padanya (diberi gaya total yang tidak nol)"*. Atau, *"Bila resultan gaya yang bekerja pada benda sama dengan nol atau tidak ada gaya yang bekerja pada benda, maka benda yang diam akan tetap diam atau benda yang bergerak lurus beraturan akan tetap bergerak lurus beraturan"*. Hukum I Newton disebut juga sebagai Hukum Inersia (Kelembaman), yaitu sifat kecenderungan untuk mempertahankan keadaan suatu benda.

Misalnya untuk mendorong sebuah benda melintasi meja dengan kecepatan tetap, dibutuhkan gaya dorong hanya untuk mengimbangi gaya gesek yang terjadi. Jika benda tersebut bergerak dengan kecepatan konstan, maka gaya dorong akan sama besarnya dengan gaya gesek. Akan tetapi kedua gaya itu memiliki arah yang berbeda, sehingga gaya total pada benda (jumlah vektor dari kedua gaya tersevut) adalah nol. Makin halus permukaan benda dan meja, maka makin kecil gaya gesekan yang terjadi sehingga makin kecil pula gaya dorong yang harus dikerjakan agar benda dapat bergerak tetap. Maka hukum pertama Newton dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$\sum F = 0 \tag{6}$$

Artinya total gaya-gaya yang diproyeksikan pada setiap sumbu koordinat akan sama dengan nol.

$$\sum F_X = \sum F_Y = \sum F_Z = 0 \tag{7}$$

4.4 Hukum II Newton

Suatu gaya total yang diberikan pada sebuah benda mungkin akan menyebabkan kecepatannya bertambah. Atau jika gaya total itu arahnya berlawanan arah dengan arah gerak benda, maka gaya tersebut akan memperkecil kecepatan benda. Karena perubahan kecepatan merupakan percepatan, sehingga dapat dikatakan bahwa gaya total menyebabkan percepatan. Tetapi percepatan juga bergantung pada massa benda. Misalnya saja jika kita mendorong gerobak yang kosong dengan gaya yang sama ketika kita mendorong gerobak yang penuh, maka kita akan menemukan bahwa gerobak yang penuh mempunyai percepatan yang lebih lambat. Jadi makin besar massa makin kecil percepatan, meskipun gayanya sama.

Hukum kedua Newton menyatakan bahwa "*percepatan sebuah benda berbanding lurus dengan gaya total yang bekerja padanya dan berbanding terbalik dengan massanya. Arah percepatan sama dengan arah gaya total yang bekerja padanya*." Bentuk persamaannya adalah :

$$\sum F = ma \tag{8}$$

Artinya $\sum F \neq 0$ dan gaya merupakan sebuah aksi yang bisa mempercepat sebuah benda. Setiap gaya F adalah sebuah vektor yang memiliki besar dan arah. Sehingga persamaan (8) dapat ditulis dalam bentuk komponen-komponen vektor sebagai berikut :

$$\sum F_X = ma_x \qquad \sum F_Y = ma_y \qquad \sum F_Z = ma_z \tag{9}$$

4.5 Hukum III Newton

Hukum ke tiga Newton menyatakan bahwa *"ketika suatu benda memberikan gaya pada benda kedua, maka benda kedua tersebut memberikan gaya yang sama besar tetapi berlawanan arah terhadap benda yang pertama."* Bentuk persamaanya adalah :

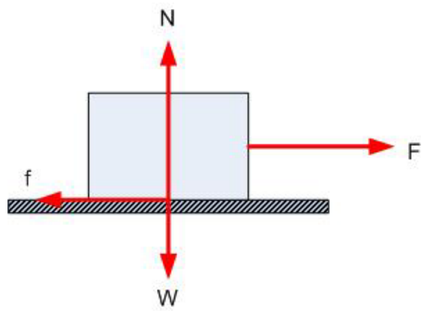
$$\sum F_{AKSI} = -\sum F_{REAKSI} \tag{10}$$

Gambar 5. Gaya Aksi-Reaksi

Artinya untuk setiap aksi ada reaksi yang sama dan berlawanan arah. Tetapi perlu dipahami bahwa gaya aksi dan gaya reaksi bekerja pada benda yang berbeda. Gambar 5 menunjukkan jika tangan kita mendorong ujung meja (vektor gaya ke arah kanan bawah), maka meja mendorong tangan kita kembali (vektor ini digambarkan dengan arah yang berlawanan, untuk mengingatkan kita bahwa gaya ini bekerja pada benda yang berbeda).

Contoh 3 :

Misal sebuah balok di atas permukaan horizontal kasar, ditarik oleh sebuah gaya F ke kanan. Maka gaya-gaya yang bekerja pada balok itu seperti yang ditunjukkan oleh gambar. Berapakah besar gaya F dan N pada saat balok tersebut belum bergerak dan pada saat telah bergerak dengan percepatan tertentu ?



Pembahasan :

Pada saat balok tak bergerak atau belum bergerak :

$$\sum F_X = 0 \qquad \sum F_Y = 0$$

$$F - f_S = 0 \qquad N - W = 0$$

$$F - \mu_S N = 0 \qquad N = mg$$

$$F = \mu_S N$$

Pada saat balok sudah bergerak dengan percepatan tertentu :

$$\sum F_X = ma \qquad \sum F_Y = 0$$

$$F - f_K = ma \qquad N - W = 0$$

$$F - \mu_K N = ma \qquad N = mg$$

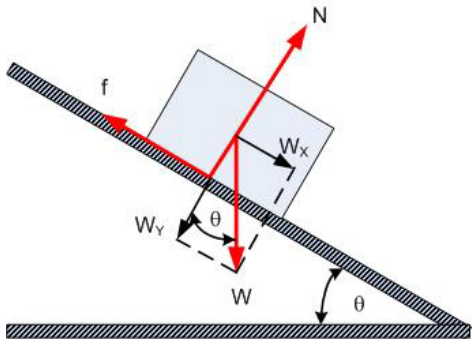
$$F = ma + \mu_K N$$

Contoh 4 :

Misal sebuah balok meluncur ke bawah di atas permukaan horizontal kasar yang miring dan kemiringannya membentuk sudut θ dengan horizontal. Bagaimanakan analisis gaya-gaya yang bekerja pada balok itu ?

Pembahasan :

Gaya-gaya yang bekerja pada balok dapat dilihat pada gambar di bawah ini. Pada gambar tidak tampak gaya tarik atau gaya dorong F yang menyebabkan balok bergerak, karena balok diketahui meluncur begitu saja tanpa ada gaya tarik atau gaya dorong yang mempengaruhinya. Dan hasil analisis gaya-gaya yang bekerja pada balok adalah sebagai berikut :



Jika bidang miring tersebut diketahui kasar, maka komponen gaya pada sumbu x adalah sebagai berikut :

$$\sum F_X = ma \quad \rightarrow \quad (a = a_X)$$
$$W_X - f = ma$$
$$W \sin\theta = ma + f$$
$$W = \frac{ma + f}{\sin\theta}$$

Komponen gaya pada sumbu y adalah :

$$\sum F_Y = 0$$
$$N - W_Y = 0$$
$$N = W_Y = W\cos\theta$$

<u>Contoh 5</u> :

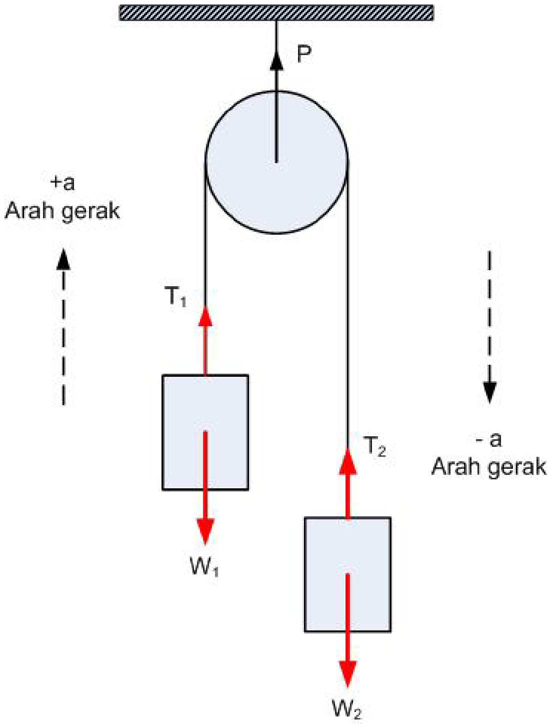
Misal dua buah balok saling diikat dengan seutas tali kemudian digantungkan pada sebuah katrol seperti yang tampak pada gambar. Jika diasumsikan m_1 = massa balok 1 dan m_2 = massa balok dua dimana diketahui bahwa $m_1 < m_2$, sehingga sistem tersebut bergerak seperti yang ditunjukkan oleh gambar. Jika massa katrol dan massa tali diabaikan, serta tegangan tali pada katrol juga di abaikan, bagaimanakan analisis sistem tersebut ?

Pembahasan :

Jika diasumsikan bahwa gaya-gaya dan gerak yang berada pada arah sumbu y positif akan bertanda positif pula, dan berlaku sebaliknya untuk yang serada pada sumbu y negatif. Maka analisis gaya-gaya pada sistem tersebut adalah sebagai berikut :

<u>Balok 1</u> :

$$\sum F_X = 0$$
$$\sum F_Y = ma$$
$$T_1 - W_1 = m_1 a$$
$$T_1 - m_1 g = m_1 a$$
$$T_1 = m_1 a + m_1 g$$
$$T_1 = m_1(a + g) \qquad \ldots(1)$$



<u>Balok 2</u> :

$$\sum F_X = 0$$
$$\sum F_Y = -ma$$
$$T_2 - W_2 = -m_2 a$$
$$T_2 - m_2 g = -m_2 a$$
$$T_2 = -m_2 a + m_2 g$$
$$T_2 = m_2 (g - a) \qquad \ldots(2)$$

Jika massa katrol diabaikan ($m_{katrol} \approx 0$), maka $T_1 = T_2 = T$, sehingga diperoleh :

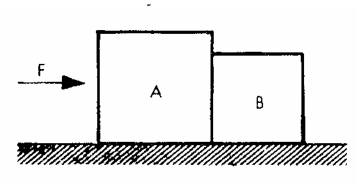
$$T_1 = T_2$$
$$m_1 (a + g) = m_2 (g - a)$$
$$m_1 a + m_2 a = m_2 g - m_1 g$$
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \qquad \ldots(3)$$

Percepatan pada tali yang menghubungkan kedua buah balok adalah sama, jika diasumsikan bahwa tali tersebut dalam keadaan tegang.
Subtitusi persamaan (3) ke persamaan (2), sehingga diperoleh :

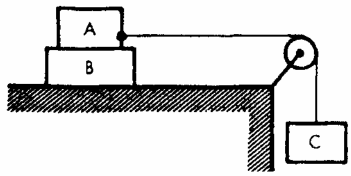
$$T_2 = T = m_2 g - m_2 a$$
$$= m_2 g - m_2 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$
$$= m_2 g - \left(\frac{m_2^2 g}{m_1 + m_2} \right) + \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \right)$$
$$= \left(m_2 - \frac{m_2^2}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$
$$= \left(\frac{m_2 (m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} - \frac{m_2^2}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$
$$T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \qquad \ldots(4)$$

SOAL :

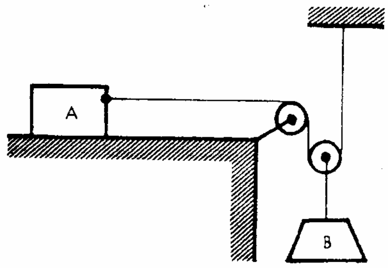
1. Dua buah balok bergerak di atas lantai horizontal seperti pada gambar. Koefisien gesekan lantai adalah 0,5. Balok A bermassa 2m dan balok B bermassa m. Kedua balok tersebut didorong dengan suatu gaya F. Bila diketahui dalam waktu 10 sekon kecepatan kedua balok ini mencapai 20 m/s^2. Tentukan :
   (a) Nilai F
   (b) Gaya yang digunakan untuk mendorong balok B.



2. Dua buah balok ditumpuk dan bergerak pada suatu bidang datar di bawah pengaruh pemberat C. Koefisien gesekan kinetik antara B dengan lantai adalah 0,4 dan koefisien gesekan statik antara A dan B adalah 0,6. Massa A adalah m dan massa B juga m.
   (a) Tentukan harga maksimum massa C agar gabungan A dan B masih bisa bergerak bersama.
   (b) Berapakah kecepatan gerak sistem dalam keadaan ini ?

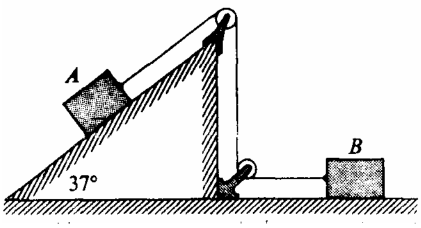


3. Balok A ditarik oleh pemberat B dengan cara seperti gambar. Koefisien gesekan antara A dan lantai adalah 0,5. Balok A bermassa m, balok B bermassa 3m. Tali dan katrol dianggap tak bermassa. Bila perceparan gravitasi adalah g, tentukan :
   (a) Percepatan pemberat B
   (b) Gaya tarik oleh tali pada A.



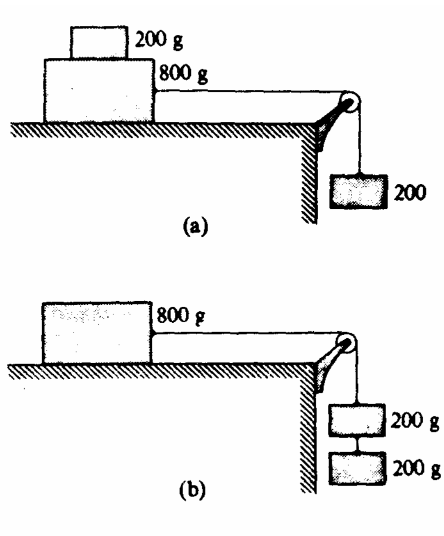
4. Sebuah balok beratnya 65 N, di dorong ke atas sepanjang bidang yang miringnya 37^0 oleh gaya horizontal sebesar 100 N. Koefisien gesekan luncur 0,05. Andaikan semua gaya bekerja pada pusat balok. Tentukanlah :
   (a) Percepatannya
   (b) Kecepatannya setelah menempuh jarak 20 m sepanjang bidang miring itu.
   (c) Gaya normal yang dilakukan oleh bidang itu.

5. Dua balok masing-masing massanya 20 kg terletak di atas sebuah permukaan tanpa gesekan seperti gambar di samping. Dimisalkan kedua kerekan itu ringan dan tanpa gesekan. Hitunglah :
   (a) Waktu yang diperlukan balok A untuk bergerak dari keadaan diam menuruni bidang itu sejauh 1 m.
   (b) Tegangan dalam tali yang menghubungkan balok-balok itu ?

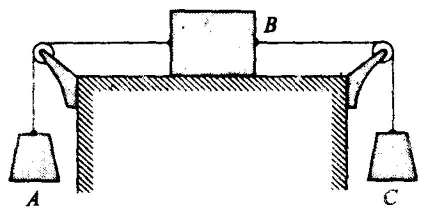


6. Berapakah gaya horizontal konstan yang diperlukan untuk menarik sebuah balok 16 N sepanjang permukaan horizontal dengan percepatan 4 m/s^2 jika koefisien gesekan luncur antara balok dan permukaan 0,5 ?

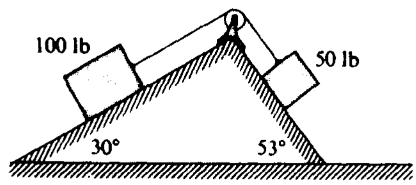
7. Sebuah balok bermassa 200 gr terletak di atas sebuah balok yang massanya 800 gram. Gabungan dua balok ini ditarik sepanjang sebuah bidang datar dengan kecepatan konstan oleh sebuah balok menggantung bermassa 200 gr (Gambar a).
   (a) Balok yang 200 gr diangkat dari balok 800 gr lalu dilekatkan pada balok yang tergantung (Gambar b). Maka berapa jadinya percepatan sistem ini ?
   (b) Berapa tegangan dalam tali yang disambungkan pada balok 800 gr dalam gambar (b) ?



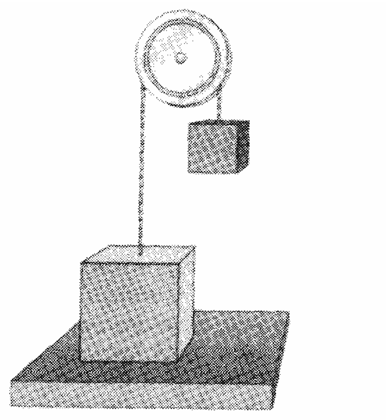
8. Balok A pada gambar di samping beratnya 3 N dan balok B beratnya 30 N. Koefisien gesekan antara B dengan permukaan horizontal 0,1.
   (a) Berapa berat balok C jika percepatan B adalah 6 m/s^2 ke kanan ?
   (b) Berapa tegangan dala tiap tali apabila percepatan B sebesar ini ?



9. Dua buah balok yang dihubungkan oleh seutas tali melalui sebuah kerekan kecil tanpa gesekan terletak di atas bidang-bidang tanpa gesekan.
   (a) Arah ke mana sistem ini bergerak ?
   (b) Berapa percepatan balok-balok ini ?
   (c) Berapa tegangan dalam tali ?



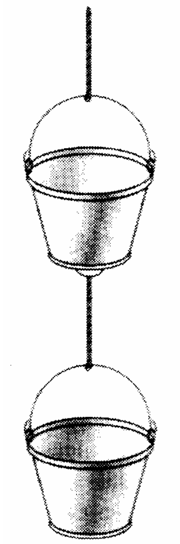
10. Sebuah kotak dengan berat 70 N berada dalam keadaan diam di atas meja. Sebuah tali yang diikatkan pada kotak itu di tarik ke atas melalui sebuah katrol dan sebuah beban digantungkan pada ujung yang lainnya. Tentukan gaya yang diberikan meja pada kotak jika beban yang tergantung di ujung lain tersebut mempunyai berat
    (a) 30 N
    (b) 60 N
    (c) 90 N



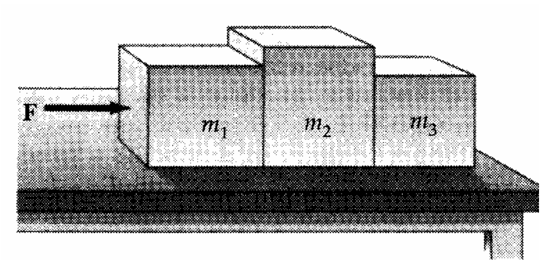
11. Jika koefisien gesekan kinetik antara peti 35 kg dan lantai adalah 0,3, berapakah gaya horizontal yang dibutuhkan untuk memindahkan peti dengan kecepatan tetap melintasi lantai ? Berapa gaya horizontal yang dibutuhkan jika μ_k adalah nol ?

12. Gaya 40 N dibutuhkan untuk mulai menggerakkan kotak 5 kg melintasi lantai beton horizontal.
    (a) Berapa koefisien gesekan statik antara kotak dan lantai ?
    (b) Jika gaya 40 N tersebut terus diberikan, kotak dipercepat sebesar 0,7 m/s^2. Berapa koefisien gesek kinetik ?

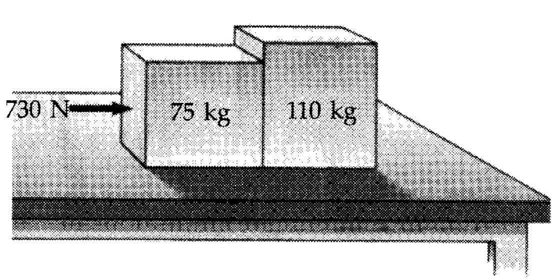
13. Satu ember cat 3 kg tergantung dengan tali yang tidak bermassa dari ember cat 3 kg yang lain, yang juga tergantung dengan tali yang tidak bermassa, sebagaimana ditunjukkan gambar.
    (a) Jika ember berada dalam keadaan diam, berapa tegangan pada setiap tali ?
    (b) Jika kedua ember ditarik ke atas dengan percepatan 1,6 m/s^2 oleh tali yang disebelah atas, hitung tegangan pada setiap tali ?



14. Tiga balok pada permukaan yang tidak mempunyai gesekan bersentuhan satu dengan yang lain sebagaimana ditunjukkan oleh gambar. Gaya F diberikan kepada balok 1 (massa m_1).
    (a) Gambarkan diagram benda-bebas untuk setiap balok.
    (b) Tentukan percepatan sistem (dalam m_1, m_2, m_3).
    (c) Gaya total pada setiap balok.
    (d) Gaya kontak yang diberikan setiap balok kepada balok disebelahnya,
    (e) Jika $m_1 = m_2 = m_3 = 12$ kg dan F = 96 N berikan jawaban numerik untuk poin (b), (c), dan (d).

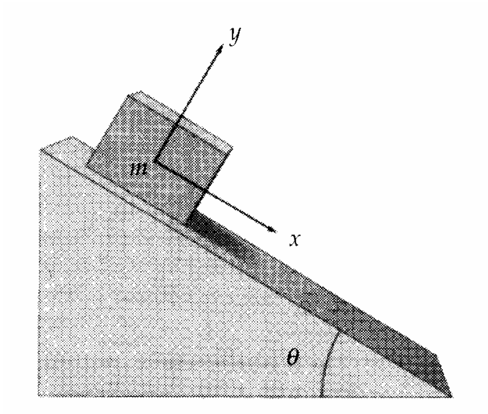


15. Dua peti, dengan massa 75 kg dan 110 kg bersentuhan dan berada dalam keadaan diam pada permukaan horizontal. Sebuah gaya 730 N diberikan pada peti 75 kg. Jika koefisien gesekan kinetik sebesar 0,15. Hitung :
    (a) Percepatan sistem
    (b) Gaya yang diberikan tiap peti pada yang lainnya.



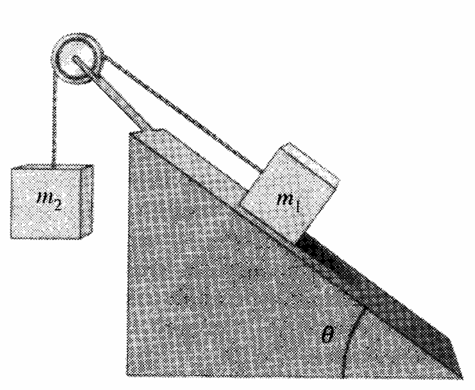
16. Sebuah kotak 18 kg dilepaskan pada bidang miring 37^0 dan menuruni bidang itu dengan percepatan 0,27 m/s^2. Hitung gaya gesekan yang mengganggu geraknya. Berapa besar koefisien gesekan ?

17. Balok yang ditunjukkan gambar berada pada bidang yang licin dengan sudut kemiringan 22^0 terhadap arah horizontal.
    (a) Tentukan percepatan balok pada waktu meluncur turun.
    (b) Jika balok itu mulai dari keadaan diam sejauh 9,1 m dari kaki bidang, berapa kecepatannya ketika mencapai bagian bawah bidang miring tersebut ? Abaikan gesekan.



18. Sebuah balok diberi kecepatan awal 3 m/s ke atas bidang miring 22^0 yang ditunjukkan gambar.
    (a) Seberapa jauh balok itu akan bergerak ke atas ?
    (b) Berapa lama waktu yang diperlukan sebelum balok itu kembali ke titik semulanya ? Abaikan gesekan.

19. Sebuah balok (massa m_1) yang berada pada bidang miring yang tidak mempunyai gesekaan dihubungkan dengan massa m_2 oleh tali yang tidak bermassa yang melewati sebuah katrol sebagaimana ditunjukkan gambar.
    (a) Tentukan rumus untuk percepatan sistem dalam m_1, m_2, θ dan g.
    (b) Kondisi apa yang berlaku untuk massa m_1 dan m_2 agar percepatan menuju ke satu arah (katakanlah m_1 menuruni bidang) atau arah yang berlawanan ?



20. Misalkan koefisien gesekan kinetik antara m_1 dan bidang pada gambar disamping adalah $\mu_k = 0{,}15$, dan m_1 = m_2 = 2,7 kg. Sementara m_2 bergerak ke bawah, tentukan besar dan arah percepatan m_1 dan m_2 jika diketahui $\theta = 25^0$.

BAB 5
USAHA DAN ENERGI

Bab ini membahas tentang analisis alternatif mengenai gerak suatu benda dalam hubungannya dengan besaran energi. Konsep energi dan konsep usaha mempunyai hubungan yang erat, Keduanya merupakan besaran skalar, sehingga tidak mempunyai arah yang berhubungan dengannya.

5.1 Usaha

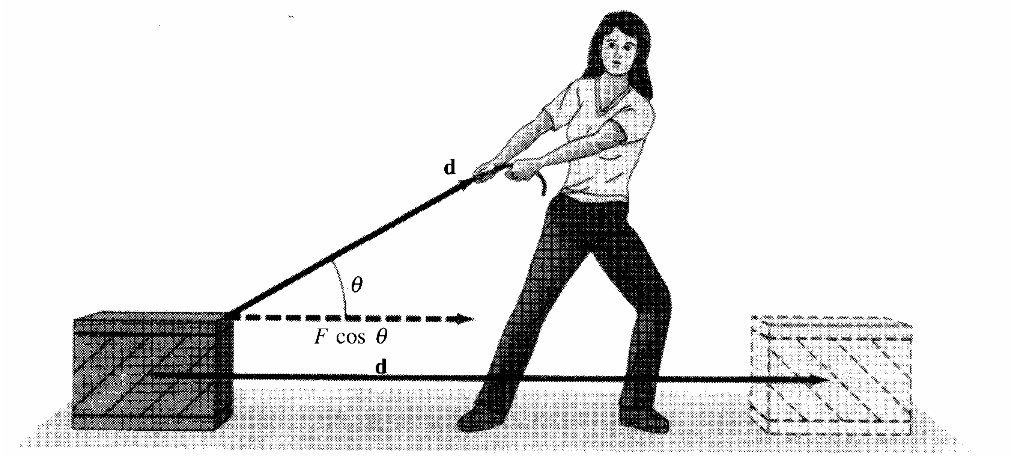
Usaha (W) atau disebut juga sebagai “kerja”, dideskripsikan sebagai “apa yang dihasilkan oleh gaya ketika ia bekerja pada benda sementara benda tersebut bergerak dalam jarak tertentu”. Usaha yang dilakukan pada sebuah benda oleh gaya yang konstan (besar dan arah), didefinisikan dalam persamaan :

$$W = F_d d \tag{1}$$

Dimana F_d merupakan komponen gaya konstan F yang sejajar dengan perpindahan d (Gambar 1). Sehingga persamaan di atas dapat dituliskan sebagai :

$$W = F\cos\theta\; d \tag{2}$$

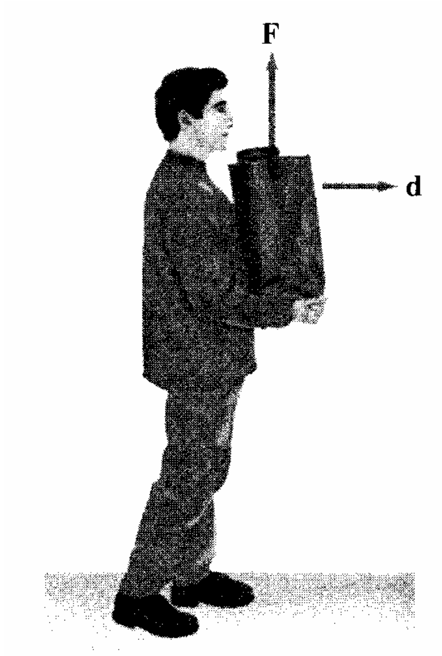
Dimana : F = besar gaya konstan (N)
θ = sudut antara arah gaya dan perpindahan
d = besar perpindahan benda



Gambar 1. Seseorang sedang menarik sebuah peti sepanjang lantai.

Satuan usaha dalam sistem mks adalah Nm atau Joule. Dimana 1 J = 1 Nm = 1kg m^2/s^2. Sedangkan dalam sistem cgs, satuannya erg dimana 1 erg = 1 dyne.cm.

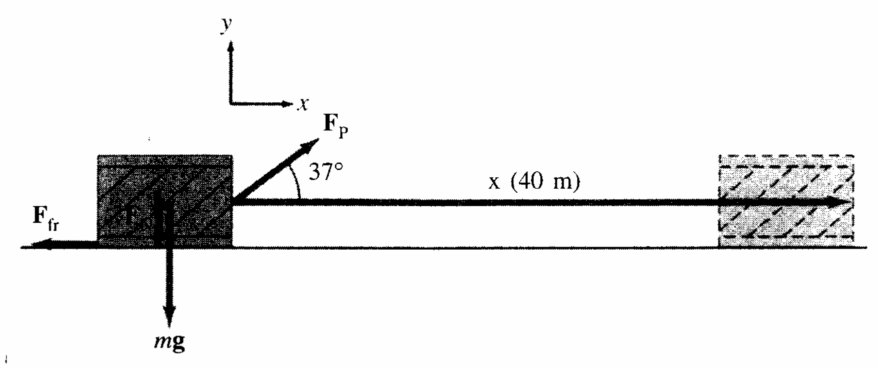
Jika seseorang memegang tas belanja (Gambar 2) yang berat dalam keadaan diam (tidak berpindah posisi, maka dapat dikatakan bahwa orang tersebut tidak melakukan usaha padanya. Sebuah gaya memang diberikan, tetapi tetapi tidak terjadi perpindahan (d = 0) sehingga W = 0. Orang tersebut juga tidak melakukan usaha pada tas belanja jika orang itu membawanya sementara dia berjalan horizontal melintasi lantai dengan kecepatan konstan (Gambar 2). Tidak ada gaya horizontal yang dibutuhkan untuk memindahkan tas belanja dengan kecepatan konstan. Meskipun diberikan gaya F ke atas pada tas tersebut yang sama dengan beratnya. Tetapi gaya ke atas F tegak lurus terhadap gerak horizontal dan dengan demikian tidak ada hubungannya dengan gerak. Artinya , gaya ke atas F tidak melakukan usaha (W = 0) karena $\theta = 90^0$. Jadi ketika suatu gaya tertentu bekerja tegak lurus terhadap gerak, tidak ada usaha yang dilakukan oleh gaya tersebut.



Gambar 2. Usaha yang dilakukan pada tas belanja

Nilai usaha juga bisa bertanda negatif, hal ini berarti usaha yang dilakukan oleh gaya yang melawan perpindahan. Misalnya usaha yang dilakukan oleh gaya pengereman, usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan permukaan benda, dan usaha yang dilakukan gaya berat terhadap benda yang bergerak ke atas. Karena usaha termasuk besaran skalar, maka usaha yang dilakukan oleh berbagai macam gaya yang bekerja pada suatu benda diperoleh dengan cara menjumlahkan secara aljabar biasa.

<u>Contoh 1</u> :
Sebuah peti dengan massa 50 kg ditarik sejauh 40 m sepanjang lantai horizontal dengan gaya konstan yang diberikan oleh seseorang sebesar F_P = 100 N yang bekerja membentuk 37^0 sebagaimana ditunjukkan pada gambar. Jika lantai tersebut kasar dan memberikan gaya gesekan F_{fr} = 50 N. Tentukan usaha yang dilakukan oleh setiap gaya yang bekerja pada peti tersebut dan usaha total yang dilakukan terhadap peti !



Pembahasan :
Ada empat gaya yang bekerja pada peti, yaitu gaya yang diberikan oleh seseorang (F_P), gaya gesek (F_{fr}), gaya gravitasi (F_G), dan gaya normal (F_N). Usaha yang dilakukan oleh masing-masing gaya adalah :

$$W_P = F_{Px}d = F_P \cos 37^0 d = (100N)\cos 37^0 (40m) = 3200J$$

$$W_{fr} = F_{fr} \cos 180^0 d = (50N)(-1)(40N) = -2000J$$

$$W_G = F_G \cos 90^0 d = 0$$

$$W_N = F_N \cos 90^0 d = 0$$

Usaha total yang dilakukan terhadap peti adalah penjumlahan aljabar dari setiap usaha yang dilakukan oleh masing-masing gaya, yaitu :

$$\begin{aligned} W_{tot} &= W_P + W_{fr} + W_G + W_N \\ &= 3200J - 2000J + 0 + 0 \\ &= 1200J \end{aligned}$$

5.2 Energi

Dalam fisika, energi sering diartikan sebagai kemampuan melakukan usaha. Jika suatu benda melakukan usaha, maka benda tersebut akan kehilangan energi yang sama dengan usaha yang dilakukannya.

$$\sum E_{DIBERIKAN} = \sum E_{DILAKUKAN} \qquad (3)$$

Energi dapat berubah dai suatu bentuk ke bentuk lain. Misalnya pada kompor di dapur, energi yang tersimpan dalam minyak tanah diubah menjadi api yang selanjutnya jika api digunakan untuk memanaskan air, energi berubah bentuk lagi menjadi gerak molekul-molekul air. Perubahan bentuk energi ini disebut transformasi energi.

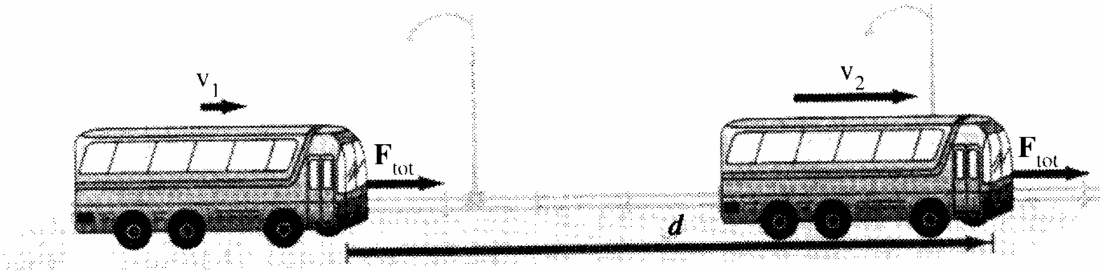
Energi juga dapat dipindahkan dari satu benda ke benda lain. Perpindahan energi ini disebut tranfer energi. Misalnya untuk contoh kompor di dapur tadi, energi pembakaran yang ada dalam api dipindahkan ke air yang ada di dalam panci. Perpindahan energi seperti ini yang terjadi semata-mata karena perbedaan temperatur, disebut kalor. Energi juga dapat dipindahkan dari suatu sistem ke sistem yang lain melalui gaya yang mengakibatkan pergeseran posisi benda. Perpindahan energi semacam ini dikenal sebagai usaha mekanik atau kita kenal sebagai usaha saja.

5.2.1 Energi Kinetik

Sebuah benda yang sedang bergerak memiliki kemampuan untuk melakukan usaha maka dapat dikatakan mempunyai energi. Energi gerak disebut dengan energi kinetik yang berasal dari bahasa Yunani "*kinetos*" yang berarti gerak. Jadi, energi kinetik merupakan energi yang dimiliki oleh benda karena gerakannya atau kecepatannya. Jadi setiap benda yang bergerak mempunyai energi kinetik. Besarnya energi kinetik suatu benda adalah :

$$E_K = ½ mv^2 \qquad (4)$$

Dimana : E_K = energi kinetik (J)
m = massa benda (kg)
v = kecepatan benda (m/s)



Gambar 3. Gaya total konstan F_{tot} mempercepat bis dari kecepatan v_1 sampai v_2 sepanjang jarak d.

E_K dapat disebut juga sebagai energi kinetik translasi, untuk membedakan dari energi kinetik rotasi. Misalkan sebuah benda dengan massa m sedang bergerak pada garis lurus dengan kecepatan awal v_1. Untuk mempercepat benda itu secara beraturan sampai kecepatannya v_2, maka diberikan padanya suatu gaya total konstan F_{tot} dengan arah yang sejajar dengan arah geraknya sejauh jarak d (Gambar 3). Kemudian usaha total yang dilakukan pada benda itu adalah :

$$W_{tot} = F_{tot} d$$
$$W_{tot} = mad \qquad (berlaku\ Hk.\ II\ Newton : F = ma)$$
$$W_{tot} = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}\right)d \qquad (berlaku\ pers.13\ GLBB : v_2^2 = v_1^2 + 2ad)$$
$$W_{tot} = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 \qquad (5)$$

Persamaan di atas merupakan persamaan untuk gerak satu dimensi dan berlaku juga untuk gerak translasi tiga dimensi, bahkan untuk gaya yang tidak beraturan. Persamaan (5) dikenal sebagai teorema usaha-energi kinetik, yang dapat ditulis kembali menjadi persamaan :

$$W_{tot} = E_{K2} - E_{K1}$$
$$W_{tot} = \Delta E_K \qquad (6)$$

Dimana E_{K1} adalah energi kinetik awal, dan E_{K2} adalah energi kinetik akhir. Dan persamaan (6) berarti bahwa kerja total yang dilakukan pada sebuah benda sama dengan perubahan energi kinetiknya.

Teorema usaha-energi hanya berlaku jika W adalah usaha total yang dilakukan pada benda (yaitu usaha yang dilakukan oleh semua gaya F_{tot} yang bekerja pada benda tersebut). Jika W_{tot} positif dilakukan pada sebuah benda, maka energi kinetiknya bertambah sejumlah W. Dan berlaku sebaliknya, jika W_{tot} negatif dilakukan pada sebuah benda, maka energi kinetik benda berkurang sejumlah W. Artinya F_{tot} yang diberikan pada benda dengan arah yang berlawanan dengan arah gerak benda mengurangi kecepatannya dan energi kinetiknya. Jika W_{tot} yang dilakukan pada benda sebesar nol, maka energi kinetiknya tetap konstan dan artinya kecepatannya juga konstan.

Contoh 2 :
Sebuah bola baseball dengan massa 145 g dilempar dengan kecepatan 25 m/s.

a. Berapakah energi kinetiknya ?
b. Berapakah usaha yang dilakukan pada bola untuk mencapai kecepatan ini, jika dimulai dari keadaan diam ?

Pembahasan :

a. Energi kinetik :

$$E_K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} (0,145 \text{ kg}) (25 \text{ m/s})^2 = 45 \text{ J}$$

b. Usaha yang dilakukan pada bola :

$$W = E_{K2} - E_{K1} = \frac{1}{2} mv_2^{\,2} - \frac{1}{2} mv_1^{\,2} = 45 \text{ J} - 0 = 45 \text{ J}$$

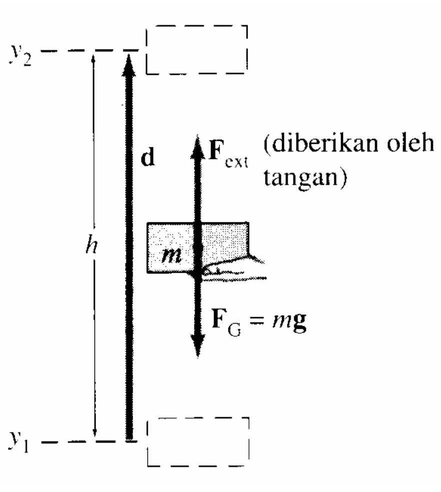
Contoh 3 :
Berapakah usaha yang diperlukan untuk mempercepat sebuah mobil denan massa 1000 kg dari 20 m/s sampai 30 m/s ?

Pembahasan :
Usaha total yang dibutuhkan sama dengan penambahan energi kinetik :

$$\begin{aligned} W &= E_{K2} - E_{K1} \\ &= \frac{1}{2} mv_2^{\,2} - \frac{1}{2} mv_1^{\,2} \\ &= \frac{1}{2} (1000 \text{ kg})(30 \text{ m/s})^2 - \frac{1}{2} (1000 \text{ kg}) (20 \text{ m/s})^2 \\ &= 2,5 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

5.2.2 Energi Potensial

Energi potensial adalah energi yang dimiliki oleh benda karena kedudukannya atau posisinya. Berbagai jenis energi potensial dapat didefinisikan, dan setiap jenis dihubungkan dengan suatu gaya tertentu.



Gambar 4. Seseorang memberikan gaya ke atas F_{ext} untuk mengangkat sebuah batu bata

Misalnya pegas pada jam yang diputar merupakan contoh energi potensial pegas. Pegas jam mendapatkan energi potensialnya karena dilakukan usaha padanya oleh orang yang memutar jam tersebut. Sementara pegas memutar balik, sehingga ia memberikan gaya dan melakukan usaha untuk memutar jarum jam. Contoh lain adalah energi potensial gravitasi. Misal sebuah batu bata dipegang tinggi di udara mempunyai energi potensial karena posisi relatifnya terhadap bumi. Batu bata itu mempunyai kemampuan untuk melakukan usaha karena jika dilepaskan akan jatuh ke tanah karena ada gaya gravitasi dan dapat melakukan usaha, katakanlah pada sebuah tiang yang dipancangkan dan menanamnya ke tanah.

Untuk mengangkat vertikal suatu benda bermassa m, gaya ke atas yang paling tidak sama dengan beratnya mg harus diberikan padanya (misal oleh tangan seseorang). Untuk mengangkat benda itu tanpa percepatan setinggi h dari posisi y_1 ke posisi y_2 (Gambar 4), maka orang tersebut harus melakukan usaha yang sama dengan hasil kali gaya eksternal yang dibutuhkan F_{ext} = mg ke atas (jika diasumsikan arah ke atas positif) dan jarak vertikal h.

$$W_{ext} = F_{ext} d \cos 0^0 = mgh = mg(y_2 - y_1) \tag{7}$$

Gravitasi juga bekerja pada benda sewaktu bergerak dari y_1 ke y_2 dan melakukan usaha sebesar :

$$W_G = F_G d \cos\theta = mgh \cos 180^0 = -mgh = -mg(y_2 - y_1) \tag{8}$$

Jika kemudian benda dilepaskan dari keadaan diam,maka benda akan jatuh bebas di bawah pengaruh gravitasi dan benda itu akan memiliki kecepatan setelah jatuh dengan ketinggian h, sebesar :

$$v^2 = v_0^2 + 2gh = 2gh$$

Benda akan mempunyai energi kinetik ½ mv^2 = ½ m(2gh) = mgh, dan jika benda mengenai sebuah tiang pancang maka benda itu bisa melakukan usaha pada tiang itu sebesar mgh (teorema usaha-energi). Oleh karena itu, dengan menaikkan sebuah benda dengan massa m sampai ketinggian h membutuhkan sejumlah usaha yang sama dengan mgh. Maka energi potensial sebuah benda dapat didefinisikan dalam persamaan :

$$E_P = mgh \tag{9}$$

Dimana :
- E_P = energi potensial (J)
- m = massa benda (kg)
- g = percepatan gravitasi (m/s^2)
- h = tinggi/posisi benda dari acuan tertentu misalnya tanah (m)

Semakin tinggi suatu benda di atas tanah, makin besar pula energi potensial yang dimilikinya.

$$W_{ext} = mgy_2 - mgy_1 = E_{P2} - E_{P1} = \Delta E_P \tag{10}$$

Dengan demikian, usaha yang dilakukan oleh gaya eksternal untuk menggerakkan massa m dari titik 1 ke titik 2 (tanpa persepatan) sama dengan perubahan energi potensial benda antar titik 1 dan titik 2. Selain itu, ΔE_P dalam hubungannya dengan usaha yang dilakukan gravitasi dapat ditulis dalam persamaan :

$$W_G = -mg(y_2 - y_1) = -\Delta E_P \tag{11}$$

Artinya usaha yang dilakukan oleh gravitasi sementara massa m bergerak dari titik 1 ke titik2 sama dengan negatif dari perbedaab energi potensial antara titik 1 dan 2.

5.3 Gaya Konservatif dan Gaya Disipatif

Bila suatu benda digerakkan dari suatu posisi yang letaknya di atas titik nol suatu tinggi patokan ke suatu posisi lain, maka usaha gaya gravitasi tidak bergantung pada lintasannya dan sama dengan selisih antara harga akhir dan harga awal suatu fungsi yang disebut energi potensial gravitasi. Jika hanya gaya gravitasi yang bekerja pada benda itu, energi mekanik total (jumlah energi kinetik dan potensial gravitasi) adalah konstan atau kekal, maka gaya gravitasi dinamakan gaya konservatif (kekal). Jadi jika benda sedang naik, usaha gaya gravitasi memberikan tambahan kepada energi kinetik, atau dengan kata lain usaha ini timbul kembali sepenuhnya. Hal timbul kembali sepenuhnya ini merupakan suatu aspek penting usaha gaya konservatif.

Bila suatu benda yang diikatkan pda sebuah pegas digerakkan dari suatu harga tertentu perpanjangan pegas ke suatu harga lain, usaha gaya elastik juga tidak bergantung pada lintasan dan sama dengan selisih antara harga akhir dan harga awal suatu fungsi yang disebut energi potensial elastik. Jika hanya harga elastik yang bekerja pada benda itu, maka jumlah energi kinetik dan energi potensial elastik adalah kekal. Dan oleh karena itu gaya elastik juga merupakan gaya konservatif. Jika benda bergerak demikian rupa sehingga menambah panjang pegas , usaha gaya elastik ditunjang oleh energi kinetik. Akan tetapi, jika regangan pegas berkurang usaha gaya elastik akan menambah energi kinetik sehingga usaha ini juga timbul kembali sepenuhnya. Maka dapat disimpulkan bahwa usaha gaya konservatif mempunyai sifat-sifat sebagai berikut :

a. tidak bergantung kepada lintasan.
b. Sama dengan selisih antara harga akhir dan harga awal suatu fungsi energi
c. Dapat timbul kembali sepenuhnya.

Gaya konservatif berbeda dengan gaya gesekan yang dilakukan permukaan tak bergerak terhadap benda yang bergerak. Usaha gaya gesekan dipengaruhi oleh lintasan, makin panjang lintasan maka makin besar usaha gaya gesekan. Tidak ada bentuk fungsi sehingga selisih dua harga fungsi akan sama dengan usaha gaya gesekan. Bila sebuah benda kita luncurkan di atas permukaan kasar kembali ke posisinya semula, gaya gesekan akan membalik dan tidak akan mengembalikan usaha yang terkerjakan pada perpindahan semula, bahkan harus ada usaha lagi untuk gerak baliknya itu. Dengan kata lain, usaha gaya gesekan tidak dapat timbul kembali sepenuhnya. Jika hanya gaya gesekan yang bekerja, energi mekanik total tidak kekal. Oleh karena itu gaya gesekan dinamakan gaya non-konservatif atau gaya disipatif. Energi mekanik sebuah benda hanya kekal jika tidak ada gaya disipatif bekerja terhadapnya.

Ternyata bila ada gaya gesekan bekerja pada sebuah benda yang sedang bergerak, maka energi betuk lain akan terlibat. Asas kekekalan energi yang lebih umum mencakup energi bentuk lain ini dan juga energi kinetik dan energi potensial dan apabila tercakup, energi total suatu sistem akan tetap konstan.

5.4 Hukum Kekekalan Energi

Energi mekanik total (E_M) merupakan jumlah energi kinetik dan energi potensial, dan dapat dinyatakan dalam permaan :

$$E_M = E_K + E_P \tag{12}$$

Hukum kekekalan energi mekanik untuk gaya-gaya konservatif menyatakan bahwa *" jika hanya gaya-gaya konservatif yang bekerja, energi mekanik total dari sebuah sistem tidak bertambah maupun berkurang pada proses apapun. Energi tersebut tetap konstan – keka".* Atau dapat dinyatakan dalam persamaan :

$$E_{M1} = E_{M2} = kons\tan \tag{13}$$

Persamaan di atas dapat dituliskan sebagai :

$$\begin{aligned} E_{K1} + E_{P1} &= E_{K2} + E_{P2} \\ \tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 &= \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \end{aligned} \tag{14}$$

<u>Contoh 4</u> :
Jika sebuah batu pada ketinggian 3 m di atas tanah dilepaskan dari posisi diam. Berapakah kecepatan batu itu setelah mencapai posisi 1 m dari atas tanah ?

Pembahasan :
Kecepatan batu pada saat berada 1 m di atas tanah adalah

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\tfrac{1}{2}m(0)^2 + m(9{,}8m/s^2)^2(3m) = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + m(9{,}8m/s^2)^2(1m)$$

$$v_2^2 = 2\left[(9{,}8m/s^2)^2(3m) - (9{,}8m/s^2)^2(1m)\right]$$

$$v_2 = \sqrt{39{,}2m/s}$$

$$v_2 = 6{,}3m/s$$

5.5 Daya

Daya didefinisikan sebagai kecepatan melakukan usaha atau kecepatan perubahan energi, dan dapat ditulis dalam persamaan :

$$P = \frac{W}{t} \tag{15}$$

Dimana : P = Daya (Watt atau J/s; dengan 1 W = 1 J/s)
W = Usaha (Joule)
T = Waktu (sekon)

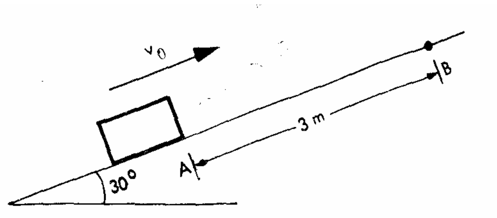
Daya seekor kuda menyatakan seberapa besar kerja yang dapat dilakukan per satuan waktu. Penilaian daya sebuah mesin menyatakan seberapa besar energi kimia atau listrik yang bisa diubah menjadi energi mekanik per satuan waktu. Karena usaha sama dengan gaya perpindahan (W = Fs), maka persamaan di atas dapat ditulis sebagai :

$$P = \frac{Fs}{t} = Fv$$

Soal :

1. Sebuah benda bergerak lurus di atas lantai horizontal ditarik dengan tali. Massa benda adalah 5 kg, sedang koefisien gesekan lantai adalah 0,6. Akibat gaya-gaya yang bekerja, benda bergerak dengan percepatan 2 m/s^2. Andaikan percepatan gravitasi adalah 10 m/s^2.
   (a) Berapa besar energi yang diberikan oleh orang yang menarik tali agar benda bergerak sejauh 2 m ?
   (b) Berapa besar energi yang hilang karena gesekan. Kemana energi ini hilang ?

2. Sebuah benda dilemparkan ke atas sepanjang bidang miring. Kecepatan di A adalah 10 cm/s, waktu sampai di B kecepatan tinggal 5 cm/s. Bila massa benda 2 kg, dan percepatan gravitasi 9,8 m/s^2, hitung :
   (a) Usaha yang dilakukan pada benda dari A ke B.
   (b) Usaha dilakukan oleh medan gravitasi.
   (c) Koefisien gesekan lantai



3. Sebuah mobil 1200 kg melaju dengan kecepatan 30 m/s. Tiba-tiba rem diinjak hingga mobil slip dan akhirnya berhenti. Jika gesekan antara ban mobil dan permukaan jalan dalah 6000 N . Sejauh berapakah mobil itu slip ?

4. Suatu elevator 2000 kg yang mula-mula diam di lantai bawah dapat naik setinggi 25 m melewati lantai ke empat dengan kecepatan 3 m/s. Gesekan dalam mesin elevator ternyata 500 N. Berapa usaha telah dikeluarkan mesin dalam mengangkut elevator setinggi itu ?

5. Hitung daya rata-rata sebuah mesin yang dapat mengangkat beban 500 kg setinggi 20 m dalam waktu 60 detik !

6. Sebuah balok didorong sejauh 20 m di atas sebuah lantai datar dengan kecepatan konstan oleh gaya yang membentuk sudut 30^0 di bawah horizontal. Koefisien gesekan antara balok dan lantai 0,25. Berapakah usaha yang dilakukan ?

7. Sebuah balok didorong 4 m di atas sebuah permukaan horizontal tertentu dengan gaya horizontal 10 N. Gaya gesekan yang menghambat geraknya 2 N.
   (a) Berapa besar usaha yang dilakukan oleh gaya 10 N.
   (b) Berapa usaha gaya gesekan ?

8. (a) Hitung energi kinetik sebuah mobil 1800 N yang berjalan dengan kecepatan 30 km/jam.
   (b) Berapa kali besar energi kinetik jika kecepatan diduakalikan ?

9. Berapa energi potensial sebuah elevator yang beratnya 1600 N di tingkat paling atas gedung pencakar langit yang tingginya 1248 m di atas permukaan jalan ? Anggap energi potensial di muka jalan nol.

10. Berapa kenaikan energi potensial sebuah benda yang beratnya 1 kg apabila diangkat dari lantai ke atas meja yang tingginya 1 m ?

11. Sebuah balok yang beratnya 16 N didorong sejauh 20 m di atas sebuah permukaan horizontal tanpa gesekan oleh gaya horizontal 8 N. Balok itu bergerak dari keadaan diam.
    (a) Berapa usaha yang dilakukan ? Menjadi apakah usaha ini ?
    (b) Periksalah jawaban anda dengan menghitung percepatan balok, kecepatan akhirnya dan energi kinetiknya.
    (c) Jika diumpamakan balok sudah punya kecepatan awal 10 m/s. Berapakah usaha yang dilakukan ?

12. Sebuah balok yang beratnya 16 N diangkat vertikal dengan kecepatan konstan 10 m/s setinggi 20 m.
    (a) Berapa besar gaya yang diperlukan ?
    (b) Berapa usaha yang dilakukan ?

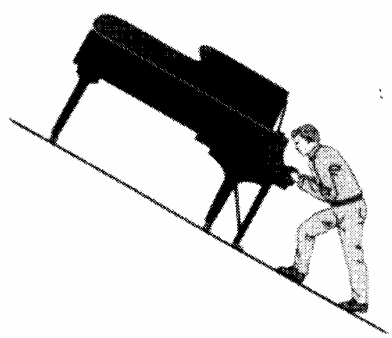
13. Sebuah balok beratnya 25 N didorong 100 m ke atas sebuah permukaan miring yang membentuk sudut 37^0 dengan horizontal dengan sebuah gaya konstan F = 32,5 N yang arahnya sejajar dengan bidang permukaan. Koefisien gesekan antara balok dan bidang 0,25.
    (a) Berapa usaha gaya F ?
    (b) Hitunglah kenaikan energi kinetik balok itu.
    (c) Hitunglah kenaikan energi potensial balok itu.
    (d) Hitunglah usaha yang dilakukan terhadap gaya gesekan.

14. Seseorang bermassa 70 kg berjalan naik tangga ke tingkat tiga sebuah gedung. Tinggi vertikal tingkat ini 12m di atas jalan raya.
    (a) Berapa usaha yang dilakukannya ?
    (b) Berapa banyak ia telah menambah energi potensialnya ?
    (c) Jika ia naik tangga itu dalam 20 sekon, berpa usahanya ?

15. Kereta belanja dengan massa 18 kg didorong dengan kecepatan konstan sepanjang gang dengan gaya F = 12 N. Gay yang diberikan bekerja pada sudut 20^0 terhadap arah horizontal. Hitung usaha yang dilakukan oleh masing-masing gaya pada kereta jika panjang gang 15 m.

16. Delapan buah buku, masing-masing dengan ketebalan 4,6 cm dengan massa 1,8 kg diletakkan mendatar di atas meja. Berapa kerja yang dibutuhkan untuk menumpuk satu di atas yang lainnya ?

17. Piano dengan massa 280 kg meluncur ke bawah sejauh 4,3 m pada bidang dengan kemiringan 30^0 dan ditahan untuk tidak memiliki percepatan oleh orang yang mendorongnya kembali sejajar dengan bidang miring. Koefisien efektif gesekan kinetik adalah 0,4. Hitung :
    (a) Gaya yang diberikan oleh orang tersebut.
    (b) Usaha yang dilakukan orang tehadap paiano.
    (c) Usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan.
    (d) Usaha yang dilakukan oleg gaya gravitasi.
    (e) Usaha total yang dilakukan paino.



18. Pejalan kaki yang massanya 55 kg mulai dari ketinggian 1600 m dan mendaki sampai puncak yang tingginya 3100 m.
    (a) Berapa perubahan energi potensial pejalan kaki tersebut ?
    (b) Berapa usaha minimum yang dibutuhkan orang itu ?

19. Sebuah benda bermassa 20 kg terletak pada bidang miring dengan sudut 30^0 terhadap bidang horizontal. Jika percepatan gravitas 9,8 m/s^2 dan benda bergeser sejauh 3 meter ke arah bawah. Berapakah usaha yang dilakukan oleh gaya berat ?

20. Sebuah benda massanya 2 kg jatuh bebas dari ketinggian 20 m dari atas tanah. Hitunglah :
    (a) Energi potensial setelah benda bergerak 1 sekon.
    (b) Usaha yang dilakukan gaya berat pada saat ketinggian benda 10 m

21. Sebuah benda jatuh dari ketinggian 6 meter dari atas tanah. Berapa kecepatan benda itu pada saat mencapai ketinggian 1 m dari tanah ?

22. Sebuah bola massanya 2 kg mula-mula diam, kemudian meluncur ke bawah pada bidang miring dengan sudut kemiringan bidang 30^0 dan panjangnya 10 m. Selama bergerak bola mengalami gaya gesekan 2 N. Hitunglah kecepatan bola saat sampai pada dasar bidang miring !

23. Sebuah trem mempergunakan daya 10 kW sehingga dapat bergerak dengan kecepatan tetap 8 m/s. Berapakah besar gaya penggeraknya ?

24. Seseorang yang massanya 60 kg menaiki tangga yang tingginya 20 m dalam selang waktu 2 menit. Berapakah daya yang dikeluarkan oleh orang itu ?

25. Sebuah benda bergerak di atas bidang datar kemudian ditahan dengan gaya 60 N, ternyata benda berhenti pada jarak 180 m. Berapakah besar usaha pengereman benda itu ?

BAB 6
ELASTISITAS
DAN GAYA PEGAS

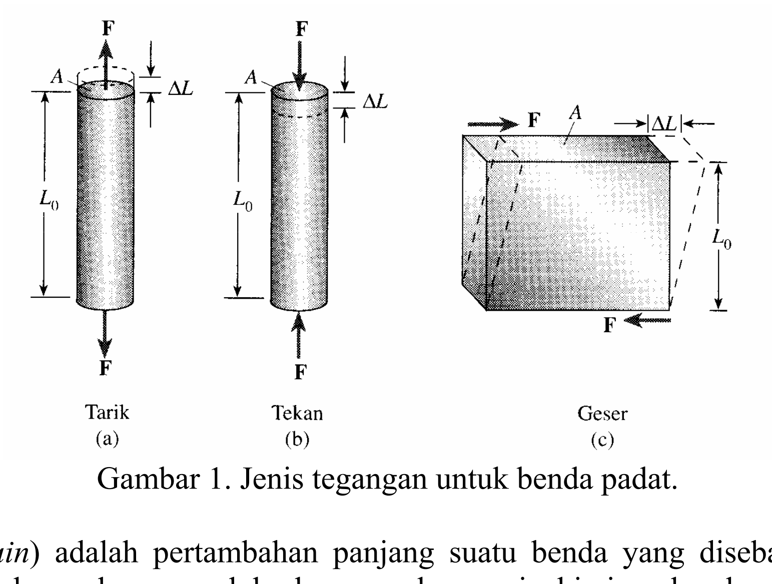
Elastisitas adalah kemampuan suatu benda untuk kembali ke bentuk awalnya segera setelah gaya luar yang diberikan kepada benda itu dihilangkan (dibebaskan). Banyak benda yang berubah bentuknya oleh pengaruh gaya, akan tetapi bentuk atau ukurannya akan kembali ke semula setelah gaya yang diadakan padanya dihilangkan. Benda seperti itu disebut benda yang elastik. Tetapi banyak juga benda yang mengalami perubahan permanen, dan benda seperti ini disebut sebagai benda tidak elastik.

6.1 Tegangan

Tegangan (*stress*) adalah gaya yang bekerja pada permukaan seluas satu satuan. Tegangan merupakan besaran skalar yang memiliki satuan $N.m^{-2}$ atau Pascal (Pa). Tegangan pada sebuah benda menyebabkan benda itu mengalami perubahan bentuk.

$$Tegangan(\sigma) = \frac{gaya}{luas\ permukaan} = \frac{F}{A} \qquad (1)$$

Ada tiga jenis tegangan, yaitu tegangan tarik yang menyebabkan pertambahan panjang (Gambar 1.a), tegangan tekan yang menyebabkan pengurangan atau penyusutan panjang (Gambar 1.b), dan tegangan geser yang menyebabkan perubahan bentuk (Gambar 1.c).

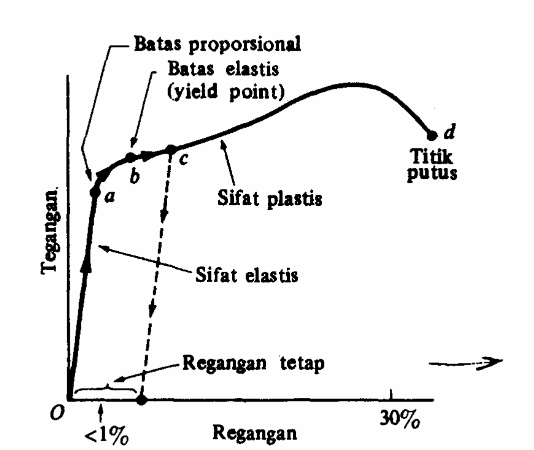


Gambar 1. Jenis tegangan untuk benda padat.

Regangan (*strain*) adalah pertambahan panjang suatu benda yang disebabkan oleh dua gaya yang sama besar dengan arah berlawanan dan menjauhi ujung benda.

$$regangan = \frac{perubahan\ panjang}{panjang\ awal} = \frac{\Delta L}{L_0} \qquad (2)$$

Tekanan adalah memendeknya suatu benda yang disebabkan oleh dua gaya yang sama besar dengan arah berlawanan dan masing-masing menuju tengah-tengah benda. Sedangkan geser adalah bergesernya permukaan suatu benda yang disebabkan oleh dua gaya yang sama besar dengan arah berlawanan dan masing-masing bekerja pada sisi benda.



Gambar 2. Diagram Tegangan-Regangan

Apabila suatu jenis tegangan digambarkan pada suatu diagram, maka akan diperoleh kurva yang bentuknya berbeda-beda yang sesuai dengan bahan yang diuji tegangannya. Gambar 2 menunjukkan bentuk umum kurva tegangan dari suatu benda.

Kurva itu menunjukkan pertambahan panjang suatu benda atau bahan terhadap gaya yang diberikan padanya. Sampai suatu titik yang disebut batas proorsional. Kemudian pada satu titik tertentu benda itu sampai pada batas elastik dimana benda itu akan kembali ke panjang semula jika gaya dilepaskan. Jika benda diregangkan melewati batas elastik, maka akan memasuki daerah plastis dimana benda tidak akan kembali ke panjang awalnya ketiga gaya eksternal dilepaskan, tetapi tetap berubah bentuk secara permanen (seperti melengkungnya sebatang besi). Perpanjangan maksimum dicapai pada titik patah (titik pulus). Gaya maksimum yang dapat diberikan tanpa benda itu patah disebut sebagai kekuatan maksimum dari materi/benda itu. Tabel 1 menunjukkan daftar kekuatan tarik, kekuatan tekan, dan kekuatan geser maksimum untuk berbagai materi.

Tabel 1 Kekuatan Maksimum Bahan (Gaya/Luas)

Bahan	**Kekuatan Tarik (N/m^2)**	**Kekuatan Tekan (N/m^2)**	**Kekuatan Geser (N/m^2)**
Besi, gips	170×10^6	550×10^6	170×10^6
Baja	500×10^6	500×10^6	250×10^6
Kuningan	250×10^6	250×10^6	200×10^6
Aluminium	200×10^6	200×10^6	200×10^6
Beton	2×10^6	20×10^6	2×10^6
Batu bata		35×10^6	
Marmer		80×10^6	
Granit		170×10^6	
Kayu (pinus)			
(sejajar dengan urat kayu)	40×10^6	35×10^6	5×10^6
(tegak lurus terhadap urat kayu)		10×10^6	
Nilon	500×10^6		
Tulang (tungkai)	130×10^6	170×10^6	

6.2 Modulus Elastisitas

Tegangan yang diperlukan untuk menghasilkan suatu regangan tertentu bergantung pada sifat bahan yang menderita tegangan itu. Perbandingan tegangan terhadap regangan atau tegangan per satuan regangan disebut modulus elastik bahan yang bersangkutan. Semakin besar nilai modulus elastik, semakin besar pula tegangan yang diperlukan untuk regangan tertentu. Modulus regangan atau modulus Young adalah konstanta perbandingan tegangan tarik atau tegangan kompresi terhadap regangan tarik atau regangan kompresi.

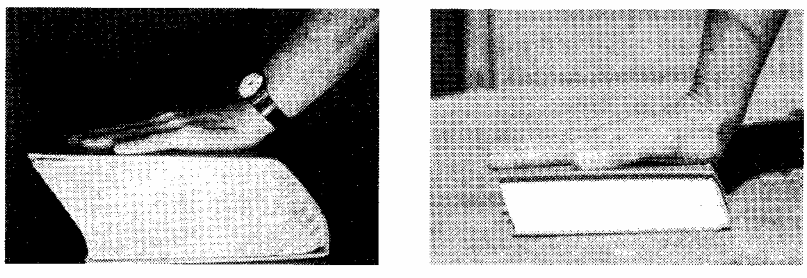
$$\gamma = \frac{tegangan\ tarik(kompres)}{regangan\ tarik(kompres)} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{L_0 F}{A \Delta L} \tag{3}$$

Dimana L_0 adalah panjang awal benda, A adalah luas penampang lintang, ΔL adalah perubahan panjang yang disebabkan oleh gaya F yang diberikan (Gambar 1.a dan 1.b). Karena regangan hanya berupa bilangan, maka satuan modulus Young sama seperti satuan tegangan yaitu gaya per satuan luas.

Modulus Luncur (G) atau modulus geser didefinisikan sebagai perbandingan tegangan luncur dengan regangan luncur. Modulus luncur suatu bahan dinyatakan sebagai gaya per satuan luas. Pada umumnya nilai modulus luncur suatu bahan mencapai setengah sampai sepertiga nilai modulus Young. Modulus luncur disebut juga modulus ketegaran (*modulus of rigidity*) atau modulus puntiran (*torsion modulus*).

$$G = \frac{tegangan\ luncur}{regangan\ luncur} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{L_0 F}{A \Delta L} \tag{4}$$

Dimana ΔL (jarak pergeseran benda) tegak lurus terhadap L (tinggi benda), A adalah luas permukaan yang sejajar dengan gaya F yang diberikan (tidak tegak lurus seperti pada tarikan dan tekanan). Gambar 3 menunjukkan bahwa buku yang lebih tebal (Gambar 3.a) akan bergeser lebih jauh jika dibandingkan dengan buku yang lebih tipis (Gambar 3.b) untuk gaya geser yang sama besar,



(a) (b)

Gambar 3. Perbandingan pergeseran

Jika benda mengalami gaya internal dari semua sisi, maka volumenya akan berkurang. Pada umumnya benda jenis fluida mengalami hal di atas, karena fluida memberikan tekanan pada benda di semua arah (akan dibahas lebih lanjut pada bab Fluida). Tekanan didefinisikan sebagai gaya per luas sehingga ekivalen dengan tegangan. Maka dapat dikatakan perubahan volume ΔV sebanding dengan volume awal V_0 dan dengan penambahan tekanan ΔP. Maka persamaan modulus bulk (B) adalah :

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V_0} \qquad (5)$$

Tanda minus menunjukkan bahwa volume berlurang terhadap penambahan tekanan. Nilai-nilai modulus Young, modulus geser dan modulus bilk dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Modulus Elastik

Bahan	Modulus Elastik, E (N/m²)	Modulus Geser, G (N/m²)	Modulus Bulk, B (N/m²)
Padat			
Besi, gips	100×10^9	40×10^9	90×10^9
Baja	200×10^9	80×10^9	140×10^9
Kuningan	100×10^9	35×10^9	80×10^9
Aluminium	70×10^9	25×10^9	70×10^9
Beton	20×10^9		
Batu bata	14×10^9		
Marmer	50×10^9		70×10^9
Granit	45×10^9		45×10^9
Kayu (pinus)			
(sejajar dengan urat kayu)	10×10^9		
(tegak lurus terhadap urat kayu)	1×10^9		
Nilon	5×10^9		
Tulang (tungkai)	15×10^9	80×10^9	
Cair			
Air			$2{,}0 \times 10^9$
Alkohol (ethyl)			$1{,}0 \times 10^9$
Air raksa			$2{,}5 \times 10^9$
Gas†			
Udara, H_2, He, CO_2			$1{,}01 \times 10^9$

†Pada tekanan atmosfir normal; tidak ada perubahan temperatur selama proses.

<u>CONTOH 1</u> :

Dalam suatu percobaan untuk mengukur modulus Young, sebuah beban 1000 lb yang digantungkan pada kawat baja yang panjangnya 8 ft dan penampangnya 0,025 in², ternyata meregangkan kawat itu sebesar 0,01 ft melebihi panjangnya sebelum diberi beban. Berapakah tegangan, regangan dan harga modulus Young bahan baja kawat itu ?

Pembahasan :

$$Tegangan(\sigma) = \frac{F}{A} = \frac{1000\,lb}{0{,}025\,in^2} = 40.000\,lb/in^2$$

$$regangan = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0{,}01\,ft}{8\,ft} = 0{,}00125$$

$$\gamma = \frac{tegangan}{regangan} = \frac{40.000\,lb/in^2}{0{,}00125} = 32 \times 10^6\,lb/in^2$$

6.3 Hukum Hooke

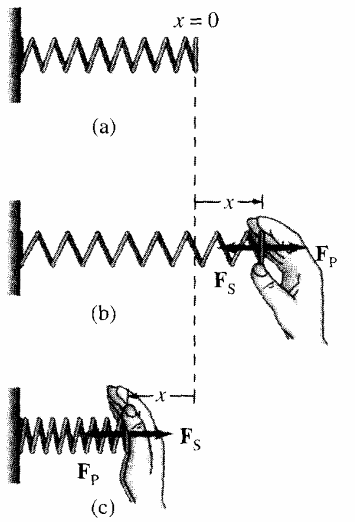
Jika pada awalnya pegas berada pada posisi normal (tidak teregang) memiliki panjang pegas x sama dengan nol karena dianggap sebagai titik acuan (Gambar 4.a). Kemudian pegas direntangkan oleh tangan seseorang yang memberikan gaya F_P ke kanan (arah positif), maka pegas akan menarik ke belakang dengan gaya F_S (Gambar 4.b). Jika tangan seseorang menekan pegas ($x < 0$), maka pegas akan mendorong kembali dengan gaya F_S dimana $F_S > 0$ karena $x < 0$ (Gambar 4.c). Hukum Hooke menyatakan bahwa bagi seseorang yang memegang pegas teregang atau tertekan sejauh x dari panjang normalnya (tidak teregang), dibutuhkan gaya F_P sebesar :

$$F_P = kx \tag{6}$$

Dimana konstanta perbandingan k disebut konstanta pegas (ukuran kekakuan pegas) yang nilainya pada umumnya berbeda untuk pegas yang berbeda. Pegas itu sendiri memberikan gaya dengan arah yang berlawanan, sebesar :

$$F_S = -kx$$

Gaya F_S disebut sebagai gaya pemulihan karena pegas memberikan gayanya pada arah yang berlawanan dengan perpindahan (sehingga bertanda minus) dan bekerja untuk mengembalikan dirinya ke panjang normalnya.



Gambar 4 Gaya pegas.

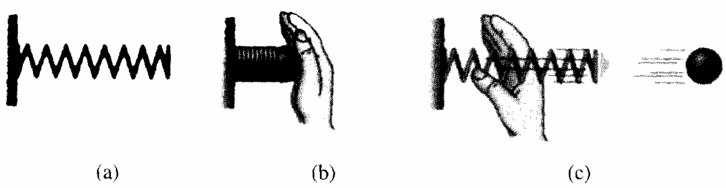
6.4 Energi Potensial Pegas

Energi potensial pegas merupakan salah satu jenis energi potensial yang berhibungan dengan bahan-bahan elastis. Misalnya saja sebuah pegas sederhana (Gambar 5) akan mempunyai energi potensial ketika ditekan (atau diregangkan), karena ketika dilepaskan, pegas itu dapat melakukan kerja pada sebuah bola seperti yang ditunjukkan oleh gambar. Pada sebuah pegas yang teregang (Gambar 4.b), gaya F_P tidak konstan tetapi berubah-ubah sepanjang jarak x (secara linier berubah-ubah dari nol pada posisi tidak teregang sampai kx ketika terentang sepanjang x). Jika $\overline{F_P}$ diasumsikan sebagai gaya rata-ratanya, maka :

$$\overline{F_P} = \tfrac{1}{2}(0 + kx) = \tfrac{1}{2}kx$$

Maka usaha yang dilakukan oleh pegas adalah :

$$W = \overline{F_P}x = \left(\tfrac{1}{2}kx\right)(x) = \tfrac{1}{2}kx^2$$



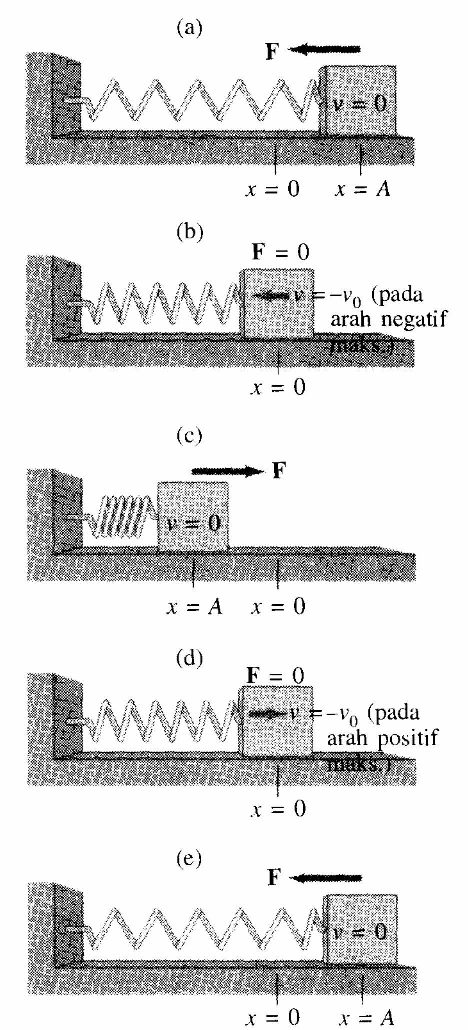
Gambar 5 Enegi Potensial dari Pegas

Dimana x adalah panjang tekanan atau rentangan pegas yang diukur dari posisi normal (posisi acuan x = 0). Sehingga diperoleh energi potensial pegas atau disebut sebagai energi potensial elastik berbanding lurus dengan kuadrat panjang rentangannya, yaitu :

$$E_{P\ Elastik} = \frac{1}{2} kx^2 \qquad (7)$$

6.5 Gerak Harmonis Sederhana pada Pegas

Ketika pegas pada awalnya diregangkan sampai jarak x = A (Gambar 6.a) dan kemudian dilepaskan. Pegas akan memberikan gaya pada massa yang menariknya ke posisi setimbang. Tetapi karena massa telah dipercepat oleh gaya maka massa melewati posisi setimbang dengan laju cukup tinggi. Pada waktu massa mencapai posisi setimbang, gaya padanya turun sampai nol, tetapi lajunya pada titik ini maksimum (Gambar 6.b). Kemudian massa bergerak terus ke kiri, gaya padanya bekerja untuk memperlambat massa itu dan menghentikannya sejenak pada x = -A (Gambar 6.c). Massa kemudian mulai bergerak kembali dengan arah yang berlawanan (Gambar 6.d) sampai mencapai titik awalnya x = A (Gambar 6.e). Gerak ke depan dan ke belakang kemudian diulang kembali secara simetris antara x = A dan x = -A.



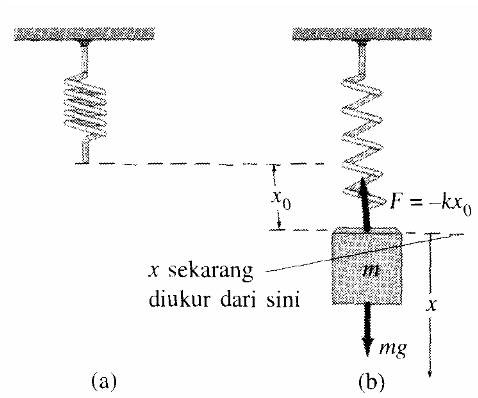
Gambar 6 Gaya dan kecepatan dari massa pada posisi yang berbeda

Beberapa istilah yang perlu dipahami di sini diantaranya adalah jarak x massa dari titik setimbang pada setiap saat disebut simpangan. Simpangan maksimum adalah jarak terbesar dari titik setimbang dan biasa disebut dengan amplitudo (A). Satu siklus mengacu pada gerak bolak-balik yang lengkap dari satu titik awal, kemudian kembali ke titik yang sama, katakanlah dari x = A ke x = -A kembali ke x = A.

Periode (T) adalah waktu yang dibuthkan untuk satu siklus lengkap. Dan frekuensi (f) adalah jumlah siklus lengkap per detik. Frekuensi biasanya dinyatakan dalam hertz (Hz), dimana 1 Hz = 1 siklus per detik. Hubungan antara frekuensi dan periode adalah sebagai perikut :

$$f = \frac{1}{T} \qquad (8)$$

Untuk pegas yang tergantung verikal (Gambar 7.a), pada dasarnya sama seperti pegas yang terletak horizontal. Karena adanya gaya gravitasi, maka panjang pegas vertikal dalam posisi setimbang akan lebih panjang dari pada ketika posisinya horizontal (Gambar 7). Pegas berada dalam keadaan setimbang ketika $\sum F = 0 = mg - kx_0$ (Gambar 7.b), sehingga pegas teregang dengan jarak tambahan x_0 = mg/k agar setimbang. Jika x diukur dari posisi setimbang yang baru di atas, maka persamaan Hooke dapat digunakan langsung.



Gambar 7 Pegas yang tergantung vertikal

Untuk meregangkan dan menekan pegas, harus dilakukan usaha. Maka energi potensial disimpan pada pegas yang teregang atau tertekan. Karena energi mekanik total E dari sistem masa-pegas merupakan jumlah energi kinetik dan energi potensial, maka diperoleh :

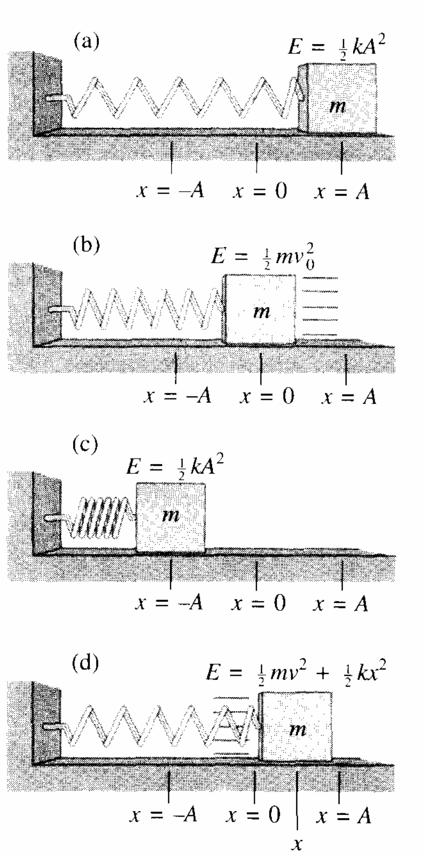
$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad (9)$$

Dimana v adalah kecepatan massa m ketika berjarak x dari posisi setimbang. Selama tidak ada gesekan, energi mekanik total E tetap konstan. Pada titik ekstrik x = A dan x = -A, semua energi tersimpan pada pegas sebagai energi potensial (dan tetap sama untuk ditekan atau diregangkan sampai amplitudo penuh). Pada titik itu, massa berhenti sebentar pada waktu berubah arah sehingga v = 0 (Gambar 8.a dan 8.c), dan diperoleh :

$$E = \tfrac{1}{2}m(0)^2 + \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}kA^2 \qquad (10)$$

Dapat dikatakan bahwa, energi mekanik total dari osilator harmonis sederhana sebanding dengan kuadrat amplitudonya. Pada titik setimbang (x = 0), semua energi merupakan energi kinetik (Gambar 8.b) :

$$E = \tfrac{1}{2}m{v_0}^2 + \tfrac{1}{2}k(0)^2 = \tfrac{1}{2}m{v_0}^2 \qquad (11)$$



Gambar 8 Energi total dari pegas berosilasi

Dimana v_0 adalah kecepatan maksimum selama gerak (yang terjadi pada x = 0). Pada titik-titik pertengahan, energi berbentuk sebagian kinetik dan sebagian potensial. Dari persamaan (9) dan (10) diperoleh :

$$\tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2$$

$$v^2 = \frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right)$$

$$v^2 = \frac{k}{m}A^2\left(1 - \frac{x^2}{A^2}\right)$$

Dari persamaan (10) dan (11) diketahui bahwa

$$\tfrac{1}{2}mv_0^{\;2} = \tfrac{1}{2}kA^2$$

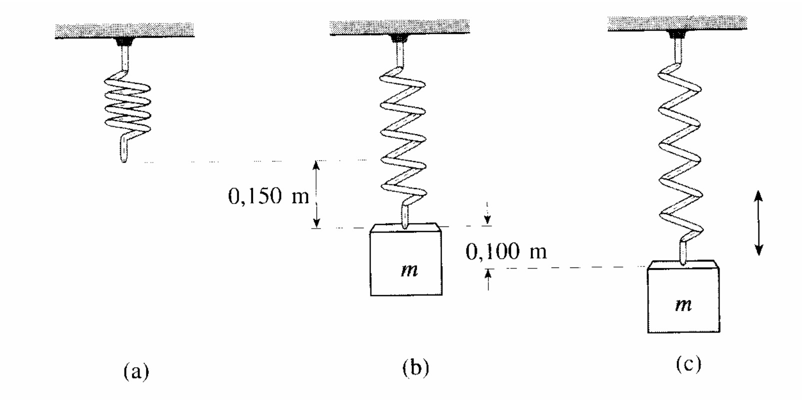
$$v_0^2 = \frac{k}{m}A^2$$

Diperoleh persamaan :

$$v = \pm v_0\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}} \tag{12}$$

Persamaan di atas menyatakan kecepatan massa m di semua posisi x, karena massa m bergerak bolak-balik sehingga arahnya dalam + atau – tetapi besarnya bergantung pada jarak x.

<u>CONTOH 2</u> :



Sebuah pegas diletakkan seperti gambar (a) di atas, kemudian pegas itu meregang 0,150 m ketika massa 0,3 kg digantung padannya (gambar b). Pegas kemudian diregangkan 0,1 m dari titik setimbang dan dilepaskan (gambar c). Tentukan :

a. Kosntanta pegas
b. Amplitudo isolasi
c. Kecepatan maksimum v_0
d. Besar kecepatan v ketika massa berada 0,05 m dari kesetimbangan
e. Besar percepatan maksimum massa itu
f. Energi totalnya
g. Energi kinetik dan potensial pada setengah amplitudo (x = ± ½ A)

Pembahasan :

(a) Karena pegas teregang 0,150 m ketika 0,3 kg digantungkan padanya, maka diperoleh nilai k sebagai berikut :

$$k = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{(0,3kg)(9,8\,m/s^2)}{0,150m} = 19,6\,N/m$$

(b) Karena pegas diregangkan 0,1 dari titik setimbang dan tidak diberi laju awal, maka A = 0,1 m.

(c) Kecepatan maksimum v_0 diperoleh ketika massa melewati titik setimbang dimana semua energi merupakan energi kinetik, dengan kekekalan energi sebagai berikut :

$$\tfrac{1}{2} m v_0 + 0 = 0 + \tfrac{1}{2} k A^2$$

$$v_0 = A\sqrt{\frac{k}{m}} = (0,1m)\sqrt{\frac{19,6\,N/m}{0,3kg}} = 0,808\,m/s$$

(d) Besar kecepatan v ketika berada di 0,05 m dari kesetimbangan adalah :

$$v = v_0\sqrt{1-\frac{x^2}{A^2}} = (0,808\,m/s)\sqrt{1-\frac{(0,05m)^2}{(0,1)^2}} = 0,7\,m/s$$

(e) Berdasarkan hukum II Newton bahwa F = ma, maka percepatan maksimum terjadi dimana gaya paling besar, yaitu ketika x = A = 0,1 m. Sehingga :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{kA}{m} = \frac{(19,6\,N/m)(0,1m)}{0,3kg} = 6,53\,m/s^2$$

(f) Karena k = 19,6 N/m dan A = 0,1 m, maka energi totalnya adalah :

$$E = \tfrac{1}{2} kA^2 = \tfrac{1}{2}(19,6\,N/m)(0,1m)^2 = 9,8\times 10^{-2}\,J$$

(g) Pada x = ± ½ A, diperoleh :

$$E_P = \tfrac{1}{2} kx^2 = \tfrac{1}{2} k\left(\tfrac{1}{2} A\right)^2 = \tfrac{1}{2}(19,6\,N/m)\left(\frac{0,1m}{2}\right)^2 = 2,5\times 10^{-2}\,J$$

$$E_K = E - E_P = \left(9,8\times 10^{-2}\,J\right) - \left(2,5\times 10^{-2}\,J\right) = 7,3\times 10^{-2}\,J$$

Soal :

1. Untuk menarik sebuah pegas sejauh 10 cm diperlukan gaya 10 N. Bila panjang pegas adalah 40 cm, dan pegas ditekan dan ditahan agar panjang menjadi 35 cm. Tentukan :
   (a) Tetapan pegas
   (b) Energi tersimpan dalam pegas yang ditekan.

2. Sebuah pegas mempunyai konstanta pegas k sebesar 440 N/m. Seberapa jauh pegas ini harus direntangkan untuk menyimpan energi potensial sebesar 25 J ?

3. Pegas vertikal (abaikan massanya) yang konstanta pegasnya 900 N/m, dipasang di meja dan ditekan sepanjang 0,15 m.
   (a) Berapa laju yang bisa ia berikan ke bola 0,3 kg ketika dilepaskan ?
   (b) Seberapa tinggi dari posisi awalnya (pegas tertekan) bola itu akan melayang ?

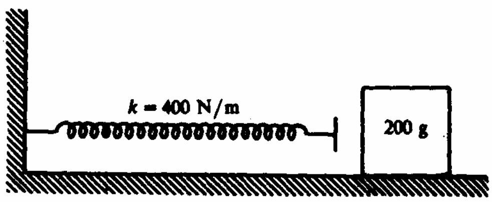
4. Sebuah pegas menggantung dalam keadaan normal panjangnya 25 cm. Bila pada ujung pegas digantungkan sebuah benda yang mempunyai massa 80 gr, panjang pegas menjadi 30 cm. Kemudian benda itu disimpangkan sejauh 5 cm. Berapakah energi potensial elastik pegas ?

5. Tentukan rapat massa dan berat jenis alkohol kalau diketahui 63,3 gr alkohol volumenya 80 mL !

6. Sebuah massa 225 kg digantungkan pada ujung bawah sebuah batang sepanjang 4 m dan luas penampang 0,5 cm^2. Karena itu batang itu memanjang 1 mm. Hitung modulus Young batang tersebut !.

7. Sebuah pegas memanjang 10 cm apabila massa 1,5 kg digantungkan padanya. Kalau massa 4 kg digantungkan dan diosilasikan pada pegas itu dengan amplitudo 12 cm. Tentukanlah :
   (a) Tetapan pegasnya
   (b) Gaya pemulih maksimal yang bekerja pada pegas.
   (c) Periode getaran.
   (d) Kecepatan maksimum dan percepatan maksimum yang dicapai massa itu.
   (e) Kecepatan dan percepatan massa saat simpangannya 9 cm.

8. Perhatikan gambar di samping, dengan suatu benda yang ditekankan pada pegas yang tetapan pegasnya k = 400 N/m sebanyak 8 cm. Benda itu dilepas dan menggeser di atas meja datar. Diketahui bahwa 55 cm dari titik di mana benda itu dilepas, ia berhenti. Berapakah gesekan yang ia alami ?



9. Sebuah pegas bila ditarik dengan gaya 40 N akan meregang 10 cm. Berapakah gaya tarik yang dikerjakan agar pegas meregang sepanjang 7 cm ?

10. Sebuah pegas yang digantung vertikal panjangnya 15 cm. Jika diregangkan dengan gaya sebesar 0,5 N, panjang pegas menjadi 27 cm. Berapakah panjang pegas jika diregangkan dengan gaya sebesar 0,6 N ?

BAB 7
MOMENTUM LINIER

Bab ini akan membahas konsep yang mirip dengan konsep usaha dan konsep energi, yaitu konsep momentum linier. Terkait dengan konsep momentum adalah konsep impuls. Berhubungan dengan kedua konsep ini adlah hukum kekekalan momentum. Banyak gejala alam yang dapat dijelaskan dengan bantuan konsep momentum dan impuls, diantaranya ialah tumbukan antara dua benda.

7.1 Momentum dan Impuls

Momentum linier (untuk selanjutnya disebut momentum) suatu benda didefinisikan sebagai hasil kali massa dengan kecepatannya. Momentum merupakan besaran vektor, sehingga penjumlahan momentum mengikuti aturan penjumlahan vektor. Arah momentum sama dengan arah kecepatan, dam besar momentum adalah :

$$p = mv \qquad (1)$$

Dimana : p = momentum (kg.m/s)
m = massa benda (kg)
v = kecepatan (m/s)

Sebuah mobil yang berlari cepat mempunyai momentum yang lebih besar jika dibandingkan dengan mobil yang lambat dengan massa yang sama. Sebuah truk yang berat akan mempunyai momentum yang lebih besar jika dibandingkan dengan sebuah mobil kecil yang berjalan dengan kecepatan yang sama. Makin besar momentum yang dimiliki suatu benda, makin sulit untuk menghentikannya, dan makin besar efek yang diakibatkannya jika diberhentikan dengan tabrakkan atau tumbukan. Untuk merubah momentum suatu benda (baik untuk menaikkan atau menurunkan sampai benda berhenti ataupun merubah arah geraknya) dibutuhkan sebuah gaya. Berkaitan dengan Hukum II Newton yang berkaitan dengan gerak suatu benda, menyatakan bahwa kecepatan perubahan momentum suatu benda sama dengan gaya total yang diberikan padanya. Dan dapat ditulis dalam persamaan :

$$\sum F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \qquad (2)$$

Jika Δp adalah hasil perubahan momentum yang terjadi selama selang waktu Δt, maka persamaan di atas dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\sum F = \frac{mv - mv_0}{\Delta t} = \frac{m(v - v_0)}{\Delta t} = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = ma$$

Impuls (I) didefinisikan sebagai hasil kali gaya dengan selang waktu gaya itu bekerja pada suatu benda. Impuls menyebabkan perubahan momentum, sehingga besar dan arahnya sama dengan besar dan arah perubahan momentum.

$$I = F\Delta t = \Delta p = m(v - v_0) \qquad (3)$$

<u>Contoh 1</u> :

Sebuah benda bermassa 2 kg bergerak dengan kecepatan 6 m/s. Berapa gaya F yang dapat menghentikan benda tersebut dalam waktu 7 x 10^{-4} s.

Pembahasan :

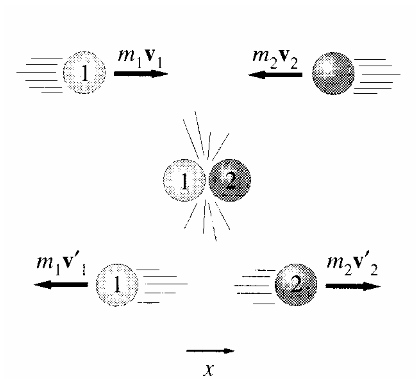
$$\begin{aligned} I &= \Delta p \\ F\Delta t &= mv - mv_0 \\ F\left(7 \times 10^{-4} s\right) &= 2kg\left(0 - 6s\right) \\ F &= -1{,}71 \times 10^{-4}\, N \end{aligned}$$

Jadi besar gaya yang menghambat gerak benda adalag -1,71 x 10^{-4} N

7.2 Hukum Kekekalan Momentum

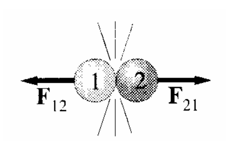
Hukum kekekalan momentum menyatakan bahwa "*pada peristiwa tumbukan, jumlah momentum benda-benda sebelum dan sesudah tumbukan adalah tetap, asalkan tidak ada gaya luar yang bekerja pada benda-benda itu*".

Misalnya saja dua buah bola bilyar masing-masing memiliki massa m_1 dan m_2. Keduanya bergerak saling mendekati dengan kecepatan masing-masing v_1 dab v_2 (Gambar 1). Jika diasumsikan gaya eksternal total sistem dua bola ini adalah nol $\left(\sum F_i = 0\right)$, artinya gaya yang signifikan hanyalah gaya yang diberikan tiap bola ke bola lainnya ketika terjadi tumbukan. Maka impuls untuk masing-masing bola adalah :



Gambar 1. Tumbukan dua bola

$$\begin{aligned} I_1 &= F_1\Delta t = \Delta p_1 = m_1(v_1' - v_1) \\ I_2 &= F_2\Delta t = \Delta p_2 = m_2(v_2' - v_2) \end{aligned}$$



Gambar 2. Gaya-gaya pada bola selama tumbukan

Pada saat kedua bola itu bertumbukan, maka ada gaya-gaya yang bekerja pada kedua bola itu (Gambar 2) dan berlaku Hukum III Newton, sehingga diperoleh :

$$F_{AKSI} = -F_{REAKSI}$$
$$F_{12} = -F_{21}$$
$$F_1 \Delta t = -F_2 \Delta t$$
$$m_1(v_1' - v_1) = -m_2(v_2' - v_2)$$
$$m_1 v_1' - m_1 v_1 = -m_2 v_2' + m_2 v_2$$
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \qquad (4)$$
$$\sum p_{sebelum\ tumbukan} = \sum p_{setelah\ tumbukan}$$

Atau

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2' - v_2) \qquad (5)$$

7.3 Tumbukan Lenting Sempurna

Jika dua buah bola bilyar (Gambar 1) bertumbukkan lurus (tumbukan sentral atau tumbukkan lenting sempurna), dan setelah bertumbukkan kedua bola itu saling menjauh dengan kecepatan masing-masing v_1' dan v_2'. Maka seluruh energi kinetik sebelum tumbukkan seluruhnya berubah menjadi energi kinetik lagi, tanpa ada yang tersimpan menjadi energi potensial atau hilang sebagai kalor. Jadi pada tumbukkan lenting sempurna energi kinetik dan setelah tumbukkan adalah sama. Sehingga berlaku Hukum Kekekalan Momentum (persamaan 4) dan Hukum Kekekalan Energi Kinetik.

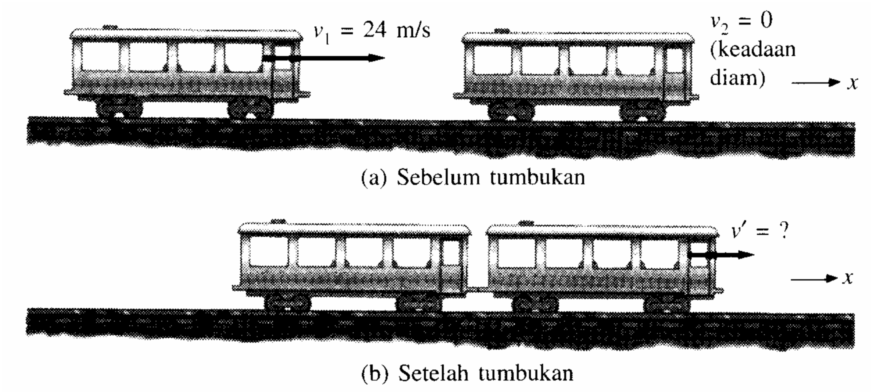
$$E_{K\ awal} = E_{K\ akhir}$$
$$\sum \tfrac{1}{2} m v^2 = \sum \tfrac{1}{2} m v^{2}{}'$$
$$\tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \tfrac{1}{2} m_2 v'^2_2$$
$$m_1 v_1^2 - m_1 v'^2_1 = m_2 v'^2_2 - m_2 v_2^2$$
$$m_1\left(v_1^2 - v'^2_1\right) = m_2\left(v'^2_2 - v_2^2\right) \qquad (6)$$

7.4 Tumbukan Tidak Lenting Sempurna

Tumbukkan dimana energi kinetik tidak kekal disebut tumbukkan tidak lenting sempurna. Pada tumbukkan ini, setelah tumbukkan kedua benda bergabung sehingga kedua benda memiliki kecepatan yang sama. Sebagian energi kinetik awal pada tumbukkan seperti ini diubah menjadi energi jenis lain, seperti energi panas atau potensial sehingga terjadi pengurangan energi kinetik dan energi kinetik total sesudah tumbukkan akan lebih kecil dari pada energi kinetik total sebelum tumbukkan. Sehingga pada tumbukkan ini tidak berlaku hukum kekekalan enrgi kinetik.

Contoh 2 :
Sebuah gerbong kereta berjalan dengan kecepatan 24 m/s menabrak gerbong lain yang sejenis yang sedang dalam keadaan diam (Gambar a). Jika kedua gerbong tersebut tersambung sebagai akibat dari tumbukkan (Gambar b).

(a) Berapa kecepatan keduanya setelah terjadi tumbukkan ?
(b) Berapa besar energi kinetik awal yang diubah menjadi energi panas atau bentuk energi lainnya ?



Pembahasan :

(a) Berlaku hukum kekekalan momentum :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v'$$

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v' = \frac{(10000kg)(24\,m/s) + (10000kg)(0)}{(10000kg) + (10000kg)}$$

$$v' = \frac{2{,}4 \times 10^5\ kg.m/s}{2 \times 10^4\,kg}$$

$$v' = 12\,m/s$$

(b) Pada awalnya energi total adalah :

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 = \tfrac{1}{2}(10000kg)(24\,m/s)^2 = 2{,}88 \times 10^6\,J$$

Setelah tumbukkan, energi totalnya adalah

$$\tfrac{1}{2}(20000kg)(12\,m/s)^2 = 1{,}44 \times 10^6\,J$$

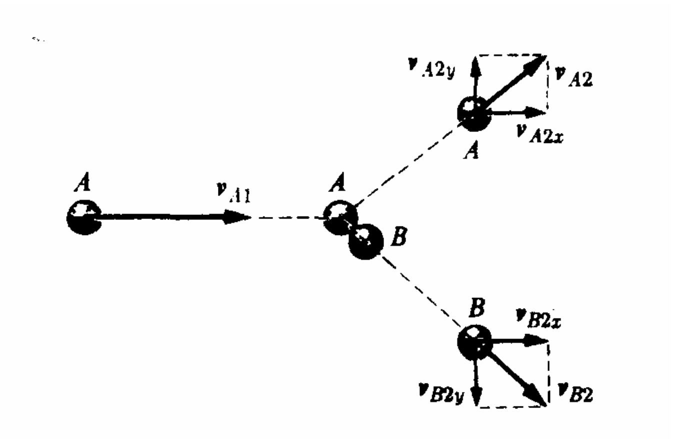
Dengan demikian energi yang diubah menjadi bentuk lain adalah :

$$(2{,}88 \times 10^6\,J) - (1{,}44 \times 10^6\,J) = 1{,}44 \times 10^6\,J$$

Yang ternyata sebesar setengah dari energi kinetik awal.

7.5 Tumbukan Dua Dimensi

Kekekalan momentum dan energi juga bisa diterapkan pada tumbukkan dua atau tiga dimensi, dan sifat vektor momentum sangat penting. Dalam Gambar 3, bola A bermassa m_A pada mulanya bergerak ke kanan dengan kecepatan v_{A1}. Bola itu kemudian bertumbukkan dengan bola B yang sedang diam. Setelah tumbukkan kedua bola itu berpisah dan bergerak dengan kecepatan v_{A2} dan v_{B2}. Tidak ada gaya yang bekerja pada sistem itu kecuali gaya yang timbul dalam proses tumbukkan itu. Komponen-x dan komponen-y momentum keduanya kekal. Jika diasumsikan sumbu-x positif adalah dalam arah v_{A1}.



Gambar 3 Tumbukan dua dimensi

Momentum pada arah-x :

$$\sum p_{sebelum\ tumbukan} = \sum p_{setelah\ tumbukan}$$

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Momentum pada arah-y :

$$\sum p_{sebelum\ tumbukan} = \sum p_{setelah\ tumbukan}$$

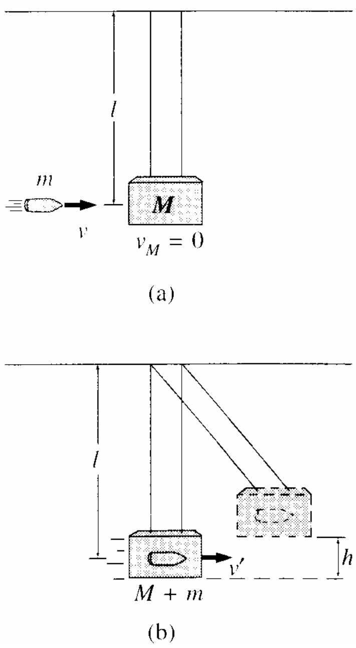
$$m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} = m_A v_{A2y} - m_B v_{B2y}$$

$$0 = m_A v_{A2y} - m_B v_{B2y}$$

7.6 Pendulum Balistik

Pendulum balistik atau disebut juga sebagai bandul balistik ialah alat untuk mengukur kecepatan peluru. Peluru yang dilepaskan akan melakukan tumbukan tidak lenting sempurna dengan suatu benda yang massanya jauh lebih besar jika dibandingkan dengan massa peluru. Momentum sistem segera setelah tumbukan sama dengan momentul awal peluru itu, tetapi karena kecepatan jauh lebih kecil, maka kecepatan ini lebih mudah dapat ditentukan.

Gambar 4 menunjukkan sebuah peluru bermassa m bergerak dengan kevepatan awal v mendekati sebuah sebuah balok kayu yang digantung diam dengan massa M. Jika kita anggap waktu tumbukkan sangat singkat, sehingga peluru berhenti di dalam balok sebelum balok mulai bergerak dari posisinya langsung di bawah penggantungnya. Maka tidak ada gaya luar total dan momentum kekal.



Gambar 4. Bandul Balistik

$$\sum p_{sebelum\ tumbukan} = \sum p_{setelah\ tumbukan}$$

$$mv + Mv_M = mv' + Mv'$$

$$mv = (m+M)v'$$

$$v = \frac{(m+M)v'}{m}$$

Dimana v' adalah laju balok dan peluru yang berada di dalamnya persis setelah tumbukan, sebelum bergerak cukup jauh. Begitu bandul mulai bergerak (Gambar 4.b), akan ada gaya luar total (gravitasi yang cenderung menarik balok kembali ke posisi vertikalnya). Maka disini tidak bisa menggunakan kekekalan momentum, tetapi bisa menggunakan kekekalan energi mekanik karena energi potensial gravitasi ketika bandul mencapai ketinggian maksimumnya (h).

$$E_{K1} + E_{P1} = E_{K2} + E_{P2}$$

$$\tfrac{1}{2}(m+M)v'^2 + (m+M)gh = \tfrac{1}{2}(m+M)v'^2 + (m+M)gh$$

$$\tfrac{1}{2}(m+M)v'^2 = (m+M)gh$$

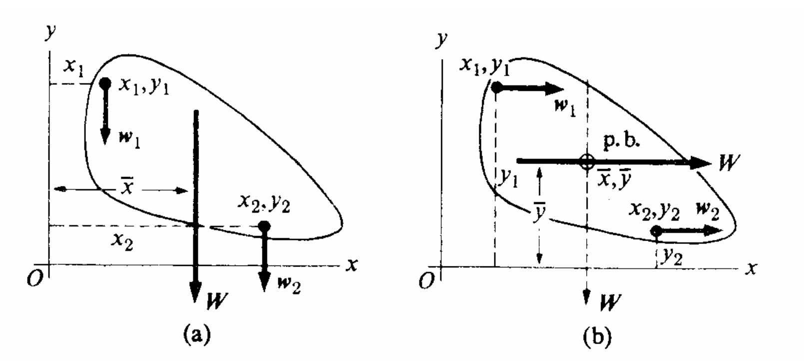
$$v' = \sqrt{2gh}$$

Gabungkan kedua persamaan hasil kekekalan momentum dengan kekekalan energi, sehingga diperoleh :

$$v = \frac{(m+M)v'}{m} = \frac{(m+M)}{m}\sqrt{2gh}$$

7.7 Pusat Massa

Percepatan gravitasi bumi (g) akan mengakibatkan sebuah benda bermassa m mengalami gaya berat yang arahnya selalu ke bawah menuju pusat bumi. Maka semua partikel zat di dalam suatu benda juga mengalami gaya tarik bumi, dan gaya tunggal yang disebut gaya berat merupakan resultan semua gaya tarik tersebut. Arah gaya tiap-tiap partikel menuju pusat bumi. Tetapi karena jarak ke pusat bumi itu demikian sangat jauhnya, sehingga gaya dapat dianggap sejajar satu sama lain. Jadi berat suatu benda adalah resultan dari jumlah besar gaya sejajar.



Gambar 5. Berat W benda merupakan resultan dari sejumlah besar gaya paralel.
Garis kerja W selalu lewat pusat berat.

Gambar 5(a) memperlihatkan sebuah benda tipis sembarang bentuk terletak salam bidang xy. Jika benda itu dibagi-bagi menjadi sejumlah besar partikel yang beratnya w_1, w_2, dan seterusnya, dan jika diasumsikan koordinat partikel-partikel itu adlah x_1 dan y_1, serta x_2 dan y_2, dan begitu seterusnya. Maka berat total W benda itu adalah :

$$W = w_1 + w_2 + \ldots = \sum w \tag{7}$$

Koordinat x garis kerja W adalah :

$$\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots}{w_1 + w_2 + \ldots} = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{\sum wx}{W} \tag{8}$$

Jika seandainya benda dan sumbu-sumbu pembandingnya (sumbu-x dan sumbu-y) diputar 90^0 berlawanan arah jarum jam, maka gaya gravitasi berputar 90^0 berlawanan jarum jam (Gambar 5.b). Berat total W tidak berubah dan koordinat-y dari garis kerjanya adalah :

$$\bar{y} = \frac{w_1 y_1 + w_2 y_2 + \ldots}{w_1 + w_2 + \ldots} = \frac{\sum wy}{\sum w} = \frac{\sum wy}{W} \tag{9}$$

Titik perpotongan garis kerja W pada kedua bagian Gambar 5 mempunyai koordinat-koordinat x dan y dan dinamakan pusat berat benda itu. Dengan meninjau sembarang letak di benda tadi dapatlah ditunjukkan, bahwa garis kerja W senantiasa melalui pusat berat tadi. Jika pusat berat sejumlah benda sudah tertentu letaknya, semua koordinat pusat berat benda-benda tersebut dapat dihitung berdasarkan persamaan (7) dan (8) dengan w_1, w_2, dan seterusnya adalah koordinat-koordinat pusat berat masing-masing benda.

Simetri suatu benda sering berguna untuk menentukan letak pusat berat. Jadi pusat berat bola homogen, kubus, piringan bundar atau papan berbentuk persegi empat panjang berada di tengah-tengahnya. Pusat berat silinder atau kerucut tegak terletak di sumbu simetrinya.

Jika diketahui W = mg, maka $w_1 = m_1 g_1$, $w_2 = m_2 g_2$, dan seterusnya. Sehingga persamaan (8) dan (9) menjadi :

$$\bar{x} = \frac{m_1 g_1 x_1 + m_2 g_2 x_2 + \ldots}{m_1 g_1 + m_2 g_2 + \ldots} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum mx}{\sum m} \tag{10}$$

$$\bar{y} = \frac{m_1 g_1 y_1 + m_2 g_2 y_2 + \ldots}{m_1 g_1 + m_2 g_2 + \ldots} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum my}{\sum m} \tag{11}$$

Jika diasumsikan $g = g_1 = g_2$ dan seterusnya.

<u>Contoh 2</u> :

Tiga buah partikel diletakkan pada sistem koordinat xy sebagai berikut. Massa 1 kg di (0,0), massa 2 kg di (2,1), dan massa 3 kg di (1,5), Dengan semua jarak diukur dalam meter. Dimanakah letak titik berat sistem partikel itu ?

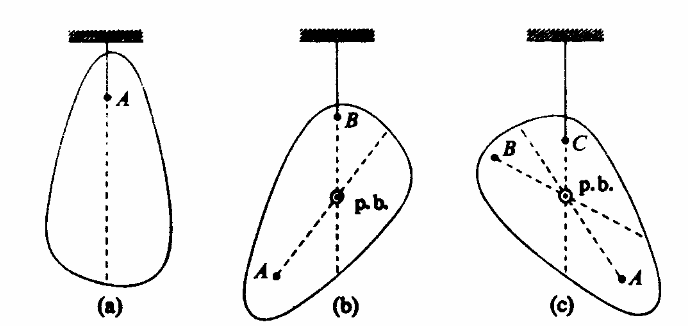
Pembahasan :

Titik berat sistem ditentukan sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{(1.0) + (2.2)(3.1)}{(1 + 2 + 3)} = \frac{7}{6}$$

$$\bar{y} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{(1.0) + (2.1) + (3.5)}{(1 + 2 + 3)} = \frac{17}{6}$$

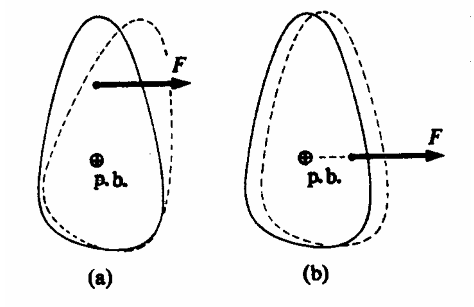
Jadi letak titik berat sistem adalah pada koordinat $\left({}^{7}\!/_{6}, {}^{17}\!/_{6}\right)$



Gambar 6.Mencari letak pusat berat sebuah benda tipis

Pusat berat benda tipis dapat ditentukan dengan percobaan seperti yang ditunjukkan Gambar 6. Pada Gambar 6 (a) benda digantungkan di titik A sembarang, jika sudah dalam keadaan setimbang, pusat beratnya harus terletak pada garis vertikal lewat A. Bila benda digantungkan di titik B seperti Gambar 5 (b), pusat berat terletak pada garis vertikal lewat B, yaitu pada titik perpotongan garis ini dengan garis pertama. Jika sekarang benda digantungkan di titik C (Gambar 5.c), maka garis vertikal lewat C ternyata akan lewat titik perpotongan kedua garis yang pertama.

Ada lagi sifat lain dari pusat berat sesuatu benda. Suatu gaya F yang garis kerjanya terletak di sebelah mana saja dari pusat berat suatu benda (Gambar 7.a), akan merubah gerak translasi dan gerak rotasi benda itu. Tetapi bila garis kerja tadi lewat pusat berat (Gambar 7.b), hanya gerak translasi saja yang terpengaruh, sedangkan benda tetap dalam keadaan setimbang rotasi. Jadi, jika suatu benda dilemparkan ke udara dengan lemparan berputar, maka benda itu akan terus berputar dengan kecepatan konstan, karena garis kerja dari beratnya lewat pusat beratnya.



Gambar 7. Sebuah benda berada dalam kesetimbangan rotasi
dan bukan dalam kesetimbangan translasi, bila terhadapnya bekerja sebuah gaya
yang garis kerjanya lewat pusat beratnya seperti pada (b).

Begitu pula jika suatu benda terletak di atas atau meluncur pada benda lain, maka gaya normal dan gaya gesekannya merupakan seperangkat gaya sejajar yang merata pada seluruh bidang persentuhannya. Vektor tunggal yang digunakan untuk melukiskan masing-masing gaya ini sebenarnya ialah resultan dari seperangkat gaya sejajar.

Soal :

1. Sebuah bola bermassa 0,2 kg dipukul sehingga membalik. Bola datang dengan laju 2 m/s, dan laju setelah dipukul adalah 10 m/s.
   (a) Hitung vektor impuls yang dilakukan pada alat pukul.
   (b) Bila bola bersentuhan dengan alat pukul selama 0,1 sekon, hitung vektor gaya rata-rata pada bola.

2. Sebuah partikel bermassa 5 kg,bergerak dengan kecepatan 2 m/s menumbuk partikel bermassa 8 kg yang mula-mula diam. Bila tumbukan elastik, hitung kecepatan masing-masing partikel setelah tumbukan.
   (a) Bila tumbukan sentral
   (b) Bila partikel pertama terpental pada arah membuat sudut 50^0 dari arah gerak semula.

   Nyatakan semua arah terhadap arah datang partikel pertama.

3. Sebuah truk 40000 kg melaju dengan kecepatan 5 m/s sepanjang jalan sempit yang lurus dan bertabrakan dengan truk lain 30000 kg yang sedang mogok. Kedua truk itu menyatu. Berapakah laju kedua truk itu sesudah bertabrakan ?

4. Dua benda 8 kg dan 4 kg bergerak pada sumbu –x dengan arah berlawanan pada kecepatan 11 m/s dan -7 m/s. Setelah bertabrakan mereka tidak berpisah. Berapakah kecepatan kedua benda itu sesaat sesuadah tabrakan ?

5. Tiga buah massa ditempatkan pada suatu sumbu –y : 2 kg di y = 300 cm, 6 kg di y = 150 cm, dan 4 kg I y = - 75 cm. Berapakah pusat massa mereka ?

6. Empat buah massa ditempatkan di bidang xy sebagai berikut : 300 gr (di x = 0, y = 2 m), 500 gr (di -2 m, -3 m), 700 gr (di 50 cm, 30 cm), dan 900 gr (di -80 cm, 150 cm). Berapa pusat massa mereka ?

7. Sebuah balok kayu 2 kg diam di atas meja datar. Sebuah peluru 5 gr ditembakkan ke dalamnya dan tetap menancap di dalam balok itu. Dengan peluru berkecepatan 150 m/s dalam arah datar, ternyata balok dapat tergeser sejauh 270 cm sebelum berhenti.
   (a) Berapakah kecepatan balok sesaat setelah tertembak ?
   (b) Berapakah gaya gesek antara balok dan meja ?

8. Sebuah balok kayu 2 kg diam di atas meja datar. Melalui lubang pada daun meja tepat di bawah balok itu, peluru 7 gr ditembakkan vertikal ke atas dan menancap dalam balok. Balok ternyata terangkat 25 cm. Berapakah kecepatan peluru itu ?

9. Sebuah truk 600 kg yang bergerak ke Utara dengan kecepatan 5 m/s bertabrakan dengan truk lain 4000 kg yang sedang melaju ke Barat dengan kecepatan 15 m/s.

Sesudah bertabrakan kedua truk tetap menyatu. Berapakah besar dan arah kecepatannya sesudah bertabrakan ?

10. Sebuah peluru 7 gr ditembakkan pada arah datar dengan kecepatan 200 m/s dan menembus kaleng bermassa 150 gr. Sesaat sesudah terkena, kaleng itu mempunyai kecepatan 180 m/s. Berapakah kecepatan peluru setelah menembus kaleng ?

11. Sebutir peluru bermassa 0,05 kg bergerak dengan kecepatan 400 m/s menembus 0,1 m ke dalam sebuah balok kayu yang melekat teguh pada bumi. Anggap gaya yang memperlambat konstan. Hitunglah :
    (a) Perlambatan peluru itu.
    (b) Gaya yang memperlambat
    (c) Waktu perlambatan
    (d) Impuls tumbukan

12. Sebutir peluru yang beratnya 0,01 N ditembakkan menembus sebuah balok kayu 2 N yang tergantung pada tali yang panjangnya 5 m. Pusat berat balok itu, diukur vertikal naik setinggi 0,0192 m. Hitunglah kecepatan peluru itu waktu keluar dari balok itu jika dimisalkan kecepatan awalnya 1000 m/s.

13. Sebuah peluru bermassa 10 gr mengenai sebuah bandul ayunan balistik bermassa 2 kg, akibatnya pusat berat bandul itu diukur vertikal naik setinggi 10 cm. Peluru tetap menancap di dalam bandul. Hirunglah kecepatan peluru !

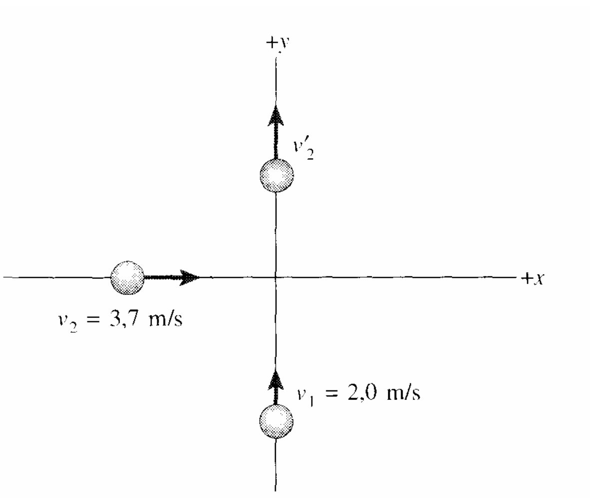
14. Sebuah peluru bermassa 2 gr ditembakkan horizontal dengan kecepatan 500 m/s ke sebuah balok kayu bermassa 1 kg yang mulanya diam di atas permukaan datar. Peluru itu masuk ke dalam balok lalu keluar dengan kecepatan yang sudah berkurang menjadi 100 m/s. Bola itu meluncur sejauh 20 cm dari letak awalnya sepanjang permukaan tersebut.
    (a) Berapa koefisien gesekan luncur antara balok dengan permukaan ?
    (b) Berapa berkurangnya energi kinetik peluru itu ?
    (c) Berapa energi kinetik balok pada saat setelah peluru menembusnya ?

15. Di atas sebuah meja tanpa gesekan sebuah balok 3 kg yang bergerak dengan kecepatan 4 m/s ke kanan bertumbukkan dengan balok 8 kg yang sedang bergerak dengan kecepatan 1,5 m/s ke kiri.
    (a) Jika kedua balok itu melekat satu sama lain akibat tumbukkan itu, berapa kecepatan akhir keduanya ?
    (b) Jika kedua balok melakukan tumbukan lurus secara elastik sempurna, berapa kecepatan akhir balok-balok itu ?
    (c) Berapa energi mekanik hilang dalam tumbukkan yang dimaksud pada poin (a) ?

16. Dua balok bermassa 300 gr dan 200 gr bergerak menuju satu sama lain di atas sebuah permukaan horizontal tanpa gesekan dengan kecepatan masing-masing 50 cm/s dan 100 cm/s.
    (a) Jika kedua balok itu melekat satu sama lain akibat tumbukkan itu, berapa kecepatan akhir keduanya ?
    (b) Jika kedua balok melakukan tumbukan lurus secara elastik sempurna, berapa kecepatan akhir balok-balok itu ?
    (c) Berapa energi mekanik hilang dalam tumbukkan yang dimaksud pada poin (a) ?

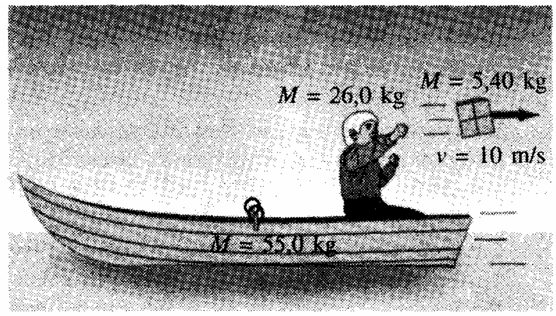
17. Benda 5 kg yang bergerak pada arah +x dengan laju 5,5 m/s bertabrakan dari depan dengan benda 3 kg yang bergerak pada arah –x dengan kecepatan 4 m/s. Hitung kecepatan akhir masing-masing massa jika :
    (a) Kedua benda bersatu.
    (b) Tumbukan tersebut lenting.
    (c) Benda 5 kg berhenti setelah tumbukan.
    (d) Benda 3 kg berhenti setelah tumbukkan.

18. Dua bola bilyar dengan massa sama bergerak dengan membentuk sudut 90^0 dan bertemu di titik pusat sistem koordinat xy. Satu bola bergerak ke atas sepanjang sumbu y dengan kecepatan 2 m/s, sementara yang lainnya bergerak ke kanan sepanjang sumbu x dengan kecepatan 3,7 m/s. Setelah tumbukan (dianggap lenting), bola kedua bergerak sepanjang sumbu y positif (lihat gambar di samping). Ke manakah arah akhi bola pertama dan berapa kecepatan kedua bola tersebut ?



19. Sebuah pistol ditembakkan vertikal ke balok kayu 1,4 kg yang sedang dalam keadaan diam persis di atasnya. Jika peluru memiliki massa 21 gr dan laju 210 m/s, seberapa tinggi balok tersebut akan naik setelah peluru tertanam di dalamnya ?

20. Seorang anak dalam sebuah perahu melemparkan paket 5,4 kg horizontal keluar perahu dengan kecepatan 10 m/s. Hitung kecepatan perahu persis setelah lemparan tersebut, dengan menganggap keadaan awalnya ialah diam. Massa si anak 26 kg dan perahu 55 kg.



BAB 8
ROTASI BENDA TEGAR

Jenis gerak yang paling sering ditemukan adalah kombinasi gerak translasi dan gerak rotasi. Pada bab ini akan dibahas gerak rotasi terhadap sebuah benda tegar. Benda tegar adalah benda dengan bentuk tertentu yang tidak berubah segingga partikel-partikel pembentuknya berada pada posisi yang tetap relatif satu sama lain.

8.1 Persamaan Gerak Rotasi

Untuk mendeskripsikan gerak rotasi, digenakan besaran-besaran yang sama dengan besaran-besaran pada gerak melingkar. Besaran-besaran itu diantaranya adalah kecepatan sudut dan kecepatan sudut. Pada gerak translasi, kita memiliki beberapa persamaan penting yang menghubungkan percepatan, kecepatan dan jarak untuk situasi percepatan linier beraturan. Persamaan-persamaan tersebut diturunkan dari definisi kecepatan dan percepatan linier dengan menganggap percepatan konstan. Definisi kecepatan sudut dan percepatan sudut sama dengan kecepatan dan percepatan linier, kecuali bahwa θ menggantikan perpindahan linier x, ω menggantikan v, dan α menggantikan a. Dengan demikian, persamaan-persamaan sudut untuk percepatan sudut konstan akan analog dengan beberapa persamaan gerak linier. Tabel 1 menunjukkan beberapa persamaan gerak rotasi yang analog dengan persamaan gerak translasi

Tabel 1. Persamaan-Persamaan Sudut

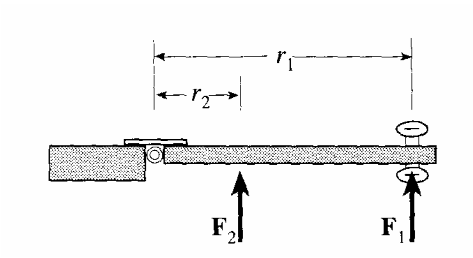
Translasi	Rotasi
$v_t = v_0 + at$	$\omega_t = \omega_0 + \alpha t$
$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v_t^2 = v_0^2 + 2ax$	$\omega_t^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
$\overline{v} = \dfrac{v_t + v_0}{2} = \frac{1}{2}(v_t + v_0)$	$\overline{\omega} = \dfrac{\omega_t + \omega_0}{2} = \frac{1}{2}(\omega_t + \omega_0)$
$x = \overline{v} t$	$\theta = \overline{\omega} t$

8.2 Momen Gaya

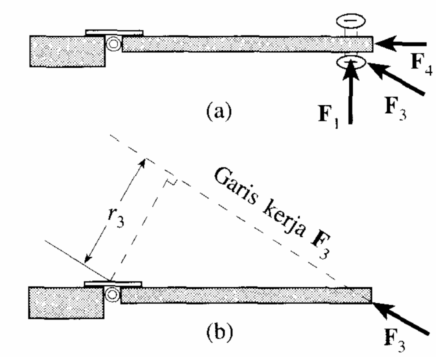
Pada gerak rotasi, sebuah benda hanya dapat berubah geraknya dari diam menjadi berputar jika pada benda itu diterapkan sebuah gaya. Perubahan gerak pada gerak rotasi berupa perubahan kecepatan sudut. Perubahan gerak rotasi terjadi karena adanya "gaya pemutar" yang disebut dengan momen gaya (torsi).

Seperti yang telah jelaskan di atas, bahwa untuk membuat sebuah benda mulai berotasi sekitar sumbu, jelas diperlukan gaya. Tetapi arah gaya ini, dan dimana diberikannya merupakan hal yang penting. Pada Gambar 1 menunjukkan sebuah pintu yang dilihat dari atas. Jika gaya F_1 dan gaya F_2 diberikan tegak lurus terhadap pintu, maka makin besar nilai

F_1 makin cepat pula pintu terbuka (diasumsikan jika gesekan pada engsel diabaikan). Jika diasumsikan $F_2 = F_1$, tetapi jaraknya lebih dekat ke engsel, maka pintu tidak terbuka sedemikian cepat karena efek gaya lebih kecil.



Gambar 1. Memberi gaya-gaya yang sama dengan lengan gaya yang berbeda.



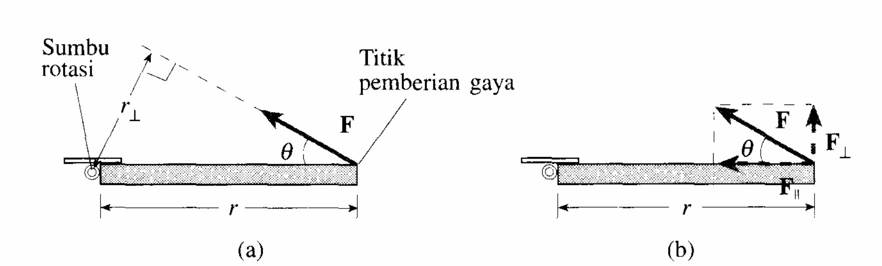
Gambar 2. Gaya-Gaya yang bekerja pada gagang pintu

Legan gaya didefinisikan sebagai jarak tegak lurus sumbu rotasi ke garis kerja gaya, yaitu jarak yang tegak lurus terhadap sumbu rotasi dan garis imajiner yang ditarik sepanjang arah gaya. Jelas bahwa gaya yang diberikan dengan suatu sudut seperti F_3 (Gambar 2) akan lebih tidak efektif daripada gaya dengan besar yang sama yang diberikan lurus seperti F_1 (Gambar 2.a). Jika ujung pintu didorong sedemikian rupa sehingga gaya diarahkan pada engsel (sumbu rotasi), sebagaimana ditunjukkan oleh gaya F_4, maka pintu tidak akan berotasi sama sekali.

Lengan gaya untuk gaya F_3 ditemukan dengan cara menarik garis sepanjang arah gaya F_3 (garis kerja F_3). Kemudian garis lain digambarkan tegak lurus terhadapnya, dan menuju sumbu. Panjang garis kedua ini merupakan lengan gaya untuk F_3 dan disebut sebagai r_3 (Gambar 2.b). Lengan gaya tegak lurus terhadap garis kerja gaya dan di ujung yang lainnya tegak lurus terhadap sumbu rotasi.

Besar torsi didefinisikan sebagai hasil kali gaya dengan lengan gaya. Jika $r_\perp$ adalah lengan gaya dan tanda tegak lurus ($\perp$) mengingatkan bahwa kita harus menggunakan jarak dari sumbu rotasi yang tegak lurus terhadap garis kerja gaya (Gambar 3.a). Maka secara umum torsi dapat dituliskan :

$$\tau = r_\perp F \qquad (1)$$



Gambar 3. Tori Gaya (torsi)

Cara yang lain tetapi ekivalen untuk menentukan torsi yang berhubungan dengan gaya adalah dengan menguraikan gaya menjadi komponen-komponen paralel dan tegak lurus terhadap garis yang menghubungkan titik kerja gaya dengan sumbu (Gambar 3.b).

Komponen F_{II} tidak memberikan torsi karena diarahkan ke sumbu rotasi (lengan momennya adalah nol). Dengan demikian torsi akan sama dengan $F_{\perp}$ dikalikan jarak r dari sumbu ke titik dimana gaya dinerikan :

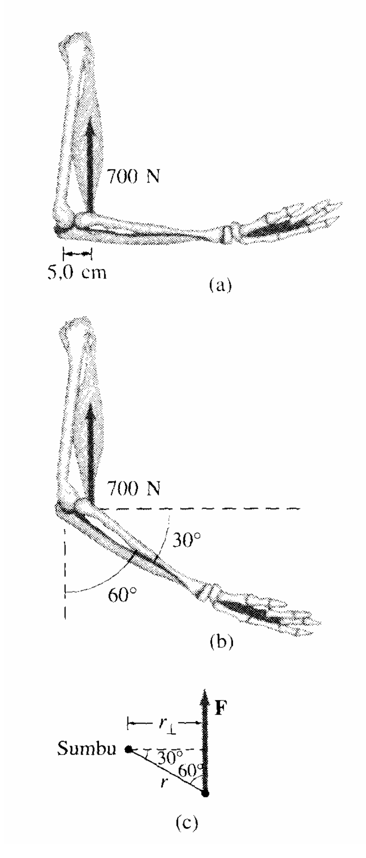
$$\tau = rF_{\perp} \tag{2}$$

Dapat dilikat dari kenyataan bahwa $F_{\perp} = F\sin\theta$ dan $r_{\perp} = r\sin\theta$ (dimana θ adalah sudut antara arah F dan r). Jadi rumus di atas dapat dinyatakan sebagai :

$$\tau = rF\sin\theta \tag{3}$$

<u>CONTOH 1</u> :

Otot bisep memberikan gaya ke atas pada lengan bawah sebagaimana ditunjukkan Gambar (a) dan (b). Untuk masing-masing kasus, hitung torsi sekitar sumbu rotasi melalui sendi siku, dengan menganggap bahwa otot melekat 5 cm dari siku sebagaimana ditunjukkan gambar.



Pembahasan :
Untuk Gambar (a) :

$$F = 700N$$

$$r_{\perp} = 0{,}05m$$

Sehingga diperoleh,

$$\tau = r_{\perp}F = (0{,}05m)(700N) = 35m.N$$

Untuk Gambar (b), karena lengan membentuk sudut, maka lengan gaya lebih pendek :

$$r_{\perp} = (0{,}05m)\sin 60^0$$

Sedangkan F tetap 700 N. Maka diperoleh :

$$\tau = (0{,}05m)\sin 60^0(700N) = 30m.N$$

8.3 Momen Inersia

Pada gerak translasi, massa dijadikan ukuran kelembaman benda (inersia) yaitu ukuran yang menyatakan tanggapan benda terhadap perubahan pada keadaan geraknya. Jika massa benda besar, maka benda sukar dipercepat atau sukar diubah geraknya, tetapi sebaliknya jika massa benda kecil, maka bends mudah dipercepat atau mudah diubah geraknya.

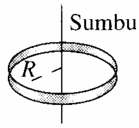
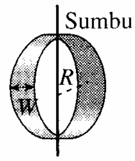
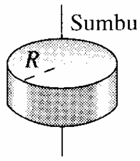
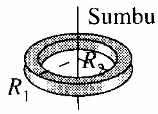
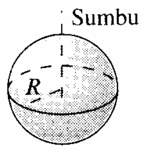
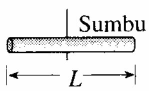
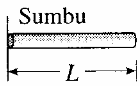
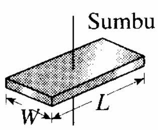
Pada gerak rotasi besaran yang analog dengan massa adalah momen inersia. Dengan demikian momen inersia merupakan ukuran kelembaman benda yang berotasi atau berputar pada sumbu putarnya. Momen inersia (I) dari sebuah partikel bermassa m didefinisikan sebagai :

$$I = mr^2 \qquad (4)$$

Dari persamaan di atas dapat dikatakan bahwa besar momen inersia sebuah partikel sebanding dengan massa partikel itu dan sebanding dengan kuadrat jarak partikel ke sumbu putarnya. Sebuah benda tegar disusun oleh banyak partikel yang terpisah satu dengan yang lain. Maka momen inersia sebuah benda terhadap suatu sumbu putar dapat dipandang sebagai jumlah aljabar momen-momen inersia partikel-partikel penyusunnya. Jika massa partikel-partikel penyusun itu adalah m_1, m_2, m_3, ….. dan jarak masing-masing partikel terhadap sumbu putarnya adalah r_1, r_2, r_3 …. Maka momen inersia benda terhadap sumbu tersebut adalah :

$$I\sum mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots \qquad (5)$$

Tabel 2. Momen inersia beberapa benda

	Benda	Lokasi sumbu		Momen inersia
(a)	Lingkaran tipis dengan radius R	Melalui pusat		MR^2
(b)	Lingkaran tipis dengan radius R dan lebar W	Melalui diameter pusat		$\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{12}MW^2$
(c)	Silinder padat dengan radius R	Melalui pusat		$\frac{1}{2}MR^2$
(d)	Silinder berongga dengan radius dalam R_1 dan radius luar R_2	Melalui pusat		$\frac{1}{2}M\,(R_1^2 + R_2^2)$
(e)	Bola serba sama dengan radius R	Melalui pusat		$\frac{2}{5}MR^2$
(f)	Batang serba sama panjang dengan panjang L	Melalui pusat		$\frac{1}{12}ML^2$
(g)	Batang serba sama panjang dengan panjang L	Melalui ujung		$\frac{1}{3}ML^2$
(h)	Lempengan persegi panjang tipis dengan panjang L dan lebar W	Melalui pusat		$\frac{1}{12}M\,(L^2 + W^2)$

Jika sebuah partikel dengan massa m berotasi membentuk lingkaran dengan radius r dari ujung sebuah tali yang massanya diabaikan. Anggap gaya F bekerja pada partikel tersebut. Maka torsi yang mengakibatkan percepatan sudut adalah $\tau = rF$. Jika dikaitkan dengan Hukum II Newton F = ma_t, dimana $a_{tan} = r\alpha$, maka diperoleh :

$$F = mr\alpha$$

$$\frac{\tau}{r} = mr\alpha$$

$$\tau = mr^2\alpha = I\alpha$$

8.4 Energi Kinetik Rotasi

Jika nilai ½ mv^2 merupakan energi kinetik benda yang mengalami gerak translasi, maka benda yang berotasi pada sebuah sumbu dikatakan memiliki energi kinetik rotasi yang dapat diturunkan dari energi kinetik translasi. Dengan mendefinisikan bahwa v = rω dan mr^2 = I, maka diperoleh :

$$E_{K\ Rotasi} = \tfrac{1}{2}m\left(r\omega^2\right) = \tfrac{1}{2}mr^2\omega^2 = \tfrac{1}{2}I\omega \qquad (6)$$

Jika sebuah benda bergerak translasi sambil berotasi (menggelinding), maka benda itu akan memiliki total energi kinetik yang sama dengan jumlah energi kinetik translasi dan enrgi kinetik rotasinya.

$$E_{K\ Total} = E_{K\ Translasi} + E_{K\ Rotasi} = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}I\omega^2 \qquad (7)$$

Usaha yang dilakukan τ yang tetap dalam memutar benda sebanyak θ adalah :

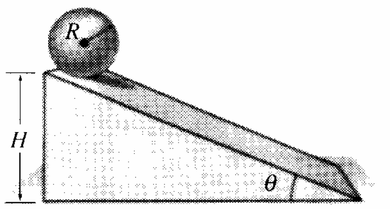
$$W = \tau\theta \qquad (8)$$

Sedangkan daya yang dikeluarkan τ pada benda adalah :

$$P = \tau\omega \qquad (9)$$

<u>CONTOH 1</u> :

Berapa laju bola padat dengan massa M dan tadius R ketika mencapai kaki bidang miring jika mulai dari keadaan diam pada ketinggian vertikal H dan menggelinding ke bawah tanpa selip ?



Pembahasan :

Gunakan Hukum kekekalan energi dengan memperhitungkan energi kinetik rotasi. Energi total pada tiap titik dengan jarak y di atas dasar bidang miring adalah :

$$E_{Total} = \tfrac{1}{2}Mv^2 + \tfrac{1}{2}I\omega^2 + Mgy$$

Jika pada posisi puncak bidang miring diketahui y = H dan v = ω = 0, sedangkan pada posisi dasar bidang miring diketahui y = 0, maka energi totalnya :

$$E_{Tot\ Awal} = E_{Tot\ Akhir}$$
$$\tfrac{1}{2} m v_1^2 + \tfrac{1}{2} I \omega_1^2 + mgh_1 = \tfrac{1}{2} m v_2^2 + \tfrac{1}{2} I \omega_2^2 + mgh_2$$
$$0 + 0 + MgH = \tfrac{1}{2} M v^2 + \tfrac{1}{2} I \omega^2 + 0$$

Momen inersia untuk bola padat di sekitar sumbu yang melalui pusat massanya adalah $I = \frac{2}{5} MR^2$. Karena bola menggelinding tanpa selip, kecepatan v pusat massa terhadap titik kontak (yang selama sesaat berada dalam keadaan diam) sama dengan kecepatan sebuah titik di sisi relatif terhadap pusat, maka ω = v/R. Sehingga persamaan di atas menjadi :

$$\tfrac{1}{2} M v^2 + \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{2}{5} MR^2\right)\left(\frac{v^2}{R^2}\right) = MgH$$
$$\tfrac{1}{2} v^2 + \tfrac{2}{10} v^2 = gh$$
$$v = \sqrt{\tfrac{10}{7} gh}$$

Dari persamaan di atas tampak bahwa nilai v tidak bergantung pada massa M maupun radius R dari bola tersebut.

8.5 Momentum Sudut

Momentum sudut (L) untuk benda yang berotasi didefinisikan sebagai kuantitas atau ukuran gerak rotasi (kekuatan dari putaran). Karena pada gerak rotasi momen inersia (I) merupakan analogi dari massa (m) suatu benda dan kecepatan sudut (ω) pada gerak rotasi analogi dengan kecepatan linier (v) pada gerak translasi, maka momentum sudut dinyatakan :

$$L = I\omega \qquad (10)$$

Satuan momentum sudut (L) yaitu $kg.m^2/s$ dan arahnya searah dengan arah putaran atau rotasinya.

Hukum kekekalan momentum sudut untuk benda yang berotasi menyatakan bahwa *"momentum sudut total pada benda yang berotasi tetap konstan jika torsi total yang bekerja padanya sama dengan nol"*. Pada gerak translasi berlaku Hukum II Newton, sebagai berikut :

$$F = ma = m\frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

Hal tersebut berarti gaya adalah perubahan momentum per satuan waktu. Dapat berarti juga bahwa, jika ada gaya yang bekerja pada suatu benda, maka tidak ada perubahan momentum pada benda itu. Jika diketahui $\tau = I\alpha$, dimana $\alpha = d\omega/dt$ dan $I\omega = L$, maka :

$$\tau = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = d\left(\frac{I\omega}{dt}\right) = \frac{dL}{dt}$$

Sehingga, $\tau = {dL}/{dt}$ merupakan momen gaya hasil turunan pertama dari fungsi momentum sudut terhadap waktu.

Soal :

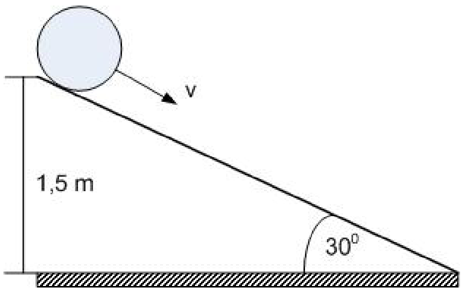
1. Dua buah partikel masing-masing bermassa 1 kg dan 2 kg dihubungkan satu sama lain dengan sebuah batang yang massanya dapat diabaikan terhadap massa kedua partikel. Panjang batang 0,5 m. Bila batang diputar pada suatu sumbu yang jaraknya 0,2 m dari partikel yang bermassa 2 kg dengan kecepatan sudut 1 rad/s, berapakah besar momen inersia sistem itu ?

2. Sebuah partikel bermassa 0,2 gr bergerak melingkar dengan kecepatan sudut tetap 10 rad/s. Jika jari-jari lintasan partikel 3 cm. Berapakan momentum sudut partikel itu ?

3. Pada sebuah bola pejal bermassa 3 kg dan berjari-jari 20 cm diberikan suatu gaya sehingga dari keadaan diam bola pejal tersebut berputar terhadap sumbu yang melalui pusat bola dengan percepatan 5 rad/m^2. Berapakah energi kinetik bola itu setelah berputar selama 2 detik ?

4. Sebuah bola pejal dengan massa 6 kg dan berjari-jari 20 cm, bergerak pada kelajuan 30 m/s sambil berputar. Berapakah total energi kinetiknya ?

5. Sebuah silinder pejal homogen dengan jari-jari 20 cm dan massa 2 kg yang berada di puncak bidang miring yang lincin meluncur menuruni bidang miring.
   (a) Berapakan kecepatan benda pada saat tiba di dasar bidang miring ?
   (b) Berapakah kecepatan sudut benda itu di dasar bidang miring ?



6. Sebuah bola pejal yang massanya 4 kg dan berjari-jari 15 cm menggelinding dari puncak midang miring kasar yang membentuk sudut kemiringan 30^0 terhadap tanah. Jika jarak antara puncak dengan dasar bidang miring adalah 20 m dan bola dilepas tanpa kecepatan awal. Berapakah energi kinetik bola itu pada saat tiba di dasar bidang miring ?

7. Sebuah roda 8 kg radius girasinya (jarak antara poros putaran benda dan suatu titik) 25 cm. Berapakah :
   (a) Momen inersianya ?
   (b) Torsi yang dapat memberi percepatan sudut sebesar 3 rad/s^2 pada roda ?

8. Sebuah roda 25 kg dengan radius girasi 22 cm berputar pada kecepatan 6 putaran/detik. Berapakah EK-rotasinya ?

9. Sebuah cakram pejal homogen 20 kg menggelinding di atas permukaan datar dengan kecepatan 4 m/s. Berapakah energi kinetik totalnya ?

10. Sebuah bola dengan massa 6 kg dari atas bidang miring dilepas hingga menggelinding ke bawah. Kalau bola sampai pada tempat yang terletak 80 cm di bawah titik asalnya, berapakah kecepatannya pada saat itu ? Abaikan semua gesekan.

PUSTAKA

1. Giancoli, D. C., Fisika Jilid 1, Edisi Kelima, Penerbit Erlangga, Jakarta, 2001.
2. Sears, F.W., Zemansky, M.W., Fisika untuk Universitas 2 (Mekanika-Panas-Bunyi), Penerbit Binacipta, Bandung, 1994.
3. Sutrisno, Fisika Dasar – Mekanika, Penerbit ITB, Bandung, 1997.
4. Bueche, F.J., Fisika, Edisi Kedelapan, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1989.