

Badanie rezonansu w szeregowym obwodzie LC

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Drgania wymuszone

Drganiami wymuszonymi¹ nazywamy drgania, które wywołane są poprzez siłę, której wartość zmienia się okresowo. Dodatkowo siła ta nie może powodować zmian parametrów układu drgań.

W drganiach wymuszonych amplituda zależy od różnicy między częstotliwością Ω siły wymuszającej, a częstotliwością ω_0 drgań swobodnych układu drgającego. Zatem równanie różniczkowe drgań wymuszonych to²:

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{RdI}{Ldt} + \frac{I}{LC} = \frac{U_0 \Omega}{L} \sin \Omega t$$

1.2 Rezonans

Pojęciem rezonansu³ określa się zjawisko fizyczne, dotyczące drgań wymuszonych, objawiające się wzrostem amplitudy drgań układu drgającego przy określonej częstotliwości siły wymuszającej. Częstotliwością drgań układu drgającego przy którym występuje rezonans nazywamy częstotliwością rezonansową.

Dobroć jest wielkością charakteryzującą układ rezonansowy, określającą o ile razy amplituda wymuszonych drgań rezonansowych jest większa od amplitudy w obszarze częstości nierezonansowym. Wyrażana jest wzorem⁴

$$Q = 2\pi f_r \frac{E_d}{P}$$

gdzie E_d to energia drgań, f_r to częstotliwość rezonansowa, P to średnia moc tracona przez układ. Szerokość połówkowa krzywej rezonansowej to szerokość krzywej mierzona w połowie jej wysokości.

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q}$$

Aby określić częstotliwość rezonansową obwodu LC możemy zastosować wzór Thomsona:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

gdzie f – częstotliwość obwodu w hercach, L – indukcyjność cewki w henrach, C – pojemność kondensatora w faradach, ω – częstość kołowa w radianach na sekundę.

Warunkiem rezonansu w szeregowym układzie jest spełnienie równania:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

¹https://pl.wikipedia.org/wiki/Drgania_wymuszone, data: 06.04.2017

²http://www.if.pw.edu.pl/~anadam/WykLadyFO/FoWWW_15.html, data: 06.04.2017

³<https://pl.wikipedia.org/wiki/Rezonans>, data: 06.04.2017

⁴<https://pl.wikipedia.org/wiki/Dobroć>, data: 06.04.2017

Przesunięcie fazowe względem napięcia wymuszającego wynosi:

$$\phi_r = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}{\beta}$$

gdzie $\beta = \frac{R}{2L}$ to współczynnik tłumienia, $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ to częstość drgań własnych. Dobroć w szeregowym układzie LC obliczamy wzorem:

$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{\omega_0 L}$$

gdzie R to zastępcza szeregową rezystancja układu.