

递推算法

1. 数塔问题

如下图是一个数字三角形，请编写一个程序计算从顶到底的某一条路径，使该路径所经过的数字总和最大。只要求输出总和。

5	5
3 8	38
8 1 0	810
2 7 4 4	2744
4 5 2 6 5	45265

逆推法：

```
#include <iostream>
using namespace std;

int n,a[101][101];

int main(){
    cin >> n;
    for(int i=0;i<n;i++){
        for(int j=0;j<=i;j++){
            cin >> a[i][j];
        }
    }

    for(int i=n-2;i>=0;i--){
        for(int j=0;j<=i;j++){
            a[i][j] = max(a[i][j]+a[i+1][j],a[i][j]+a[i+1][j+1]);
        }
    }

    cout << a[0][0] << endl;

    return 0;
}
```

顺推法：

```
#include <iostream>
using namespace std;

int n,a[101][101],f[101][101];

int main(){
    cin >> n;
    for(int i=1;i<=n;i++){
        for(int j=1;j<=i;j++){
            cin >> a[i][j];
```

```

    }
}

f[1][1]=a[1][1];
for(int i=2;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=i;j++){
        f[i][j]=max(f[i-1][j],f[i-1][j-1])+a[i][j];
    }

int mx = 0;
for(int i=1;i<=n;i++)
    if(f[n][i]>mx)
        mx = f[n][i];

cout << mx << endl;

return 0;
}

```

2. 斐波那契数列

满足 $F_1 = F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ 的数列称为斐波那契数列(Fibonacci)，它的前若干项是1,1,2,3,5,8,13,21,34,...求词数列第n项($n \geq 3$)。

```

#include <iostream>
using namespace std;

int f0=1,f1=1,f2,n;

int main(){
    cin >> n;

    for(int i=3;i<=n;i++){
        f2=f0+f1;
        f0=f1;
        f1=f2;
    }
    cout << f2 << endl;

    return 0;
}

```

有一个 $2 \times n$ 的长方形方格，用一个 1×2 的骨牌铺满方格。编写一个程序，试对给出的任意一个 $n(n > 0)$ ，输出铺法总数。

1. $2 \times 1 = 1$ |
2. $2 \times 2 = 2$ |,=
3. $2 \times 3 = 3$ |,=,|||
4. $2 \times 4 = 5$ |||,||=,|=,==,=||

总结规律: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 5, \dots, x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$

3. 最大公约数

给定两个正整数a,b求它们的最大公约数gcd(a,b)。

```
#include <iostream>
using namespace std;

int a,b;

int main(){
    cin >> a >> b;

    int r = a%b;
    while(r){
        a=b;
        b=r;
        r=a%b;
    }
    cout << b << endl;

    return 0;
}
```

4. 昆虫繁殖

科学家在热带森林中发现了一种特殊的昆虫，这种昆虫的繁殖能力很强。每对成虫过x个月每个月产y对卵，每对卵要过两个月长成成虫。假设每个成虫不死，第一个月只有一对成虫，且卵长成成虫后的第一个月不产卵（过X个月产卵），问过Z个月以后，共有成虫多少对？ $0 \leq x \leq 20, 1 \leq y \leq 20, x \leq z \leq 50$ 。

- 输入格式： x y z
- 输出格式： 过z个月以后，共有成虫对数
- 输入样例： 1 2 8
- 输出样例： 37

```
#include <iostream>
using namespace std;

int x,y,z,a[101],b[101];

int main(){
    cin >> x >> y >> z;

    for(int i=1;i<=x;i++){
        a[i]=1;
        b[i]=0;
    }
    for(int i=x+1;i<=z+1;i++){
        b[i] = a[i-x] * y;
        a[i] = a[i-1] + b[i-2];
    }
    cout << a[z+1] << endl;

    return 0;
}
```

5. 位数问题

在所有的n位数中，有多少个数中有偶数个数字3？ 由于结果可能很大，你需要输出这个答案对12345取余的值。

- 输入格式：读入一个数n
- 输出格式：输出有多少个数中有偶数个数字3。
- 输入样例：2
- 输出样例：73
- 数据范围： $1 \leq n \leq 1000$
- 样例说明：所在所有的2位数中，包含0个3的数有72个，包含2个3的数有1个，共73个。

```
#include <iostream>
using namespace std;

int n,odd[101],even[101],x;

int main(){
    odd[1]=1;
    x=even[1]=9;
    cin >> n;

    for(int i=2;i<=n;i++){
        if(i==n) x--; //去掉首位为0的情况
        odd[i] = odd[i-1]*x + even[i-1];
        even[i] = odd[i-1] + even[i-1]*x;
    }
    cout << even[n] << endl;

    return 0;
}
```