METODA NAJSZYBSZEGO (NAJWIĘKSZEGO) SPADKU

W niniejszej metodzie również należy zastosować pochodne numeryczne z poprzednich zajęć.

Dane: Funkcja $f(x, y)$, x_0, ε

Ogólny wzór iteracyjny:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{x}_k - \alpha_k \nabla f(\boldsymbol{x}_k)$$

$$\alpha_k = \frac{\nabla f(\boldsymbol{x}_k)\ \nabla f(\boldsymbol{x}_k)^T}{\nabla f(\boldsymbol{x}_k)\ \nabla^2 f(\boldsymbol{x}_k)\ \nabla f(\boldsymbol{x}_k)^T}$$

Pamiętając z metody Newtona, że:

$$\nabla f(\boldsymbol{x}_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}, \qquad \nabla^2 f(\boldsymbol{x}_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}$$

Wzór ten można rozpisać jako:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} - \alpha_k \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

gdzie α_k jest wartością liczbową. Odpowiednio oznaczmy:

$$\nabla f(\boldsymbol{x}_k) = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, \qquad \nabla^2 f(\boldsymbol{x}_k) = \begin{bmatrix} c & d \\ e & f \end{bmatrix}$$

wtedy α_k odpowiednio przemnażając przez siebie macierze otrzymamy następująco:

$$licznik: \quad \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = a^2 + b^2$$

$$mianownik: \quad \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ac + be & ad + bf \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (ac + be)a + (ad + bf)b$$

więc:

$$\alpha_k = \frac{a^2 + b^2}{(ac + be)a + (ad + bf)b}$$

WARUNEK STOPU: $|\nabla f(x_{k+1}, y_{k+1})| \leq \varepsilon \quad \text{lub} \quad |x_{k+1} - x_k| \leq \varepsilon \quad oraz \quad |y_{k+1} - y_k| \leq \varepsilon$

PRZYKŁAD: Jak z poprzednich zajęć powinno wychodzić [0, 0] oraz na Państwa przykładzie powinno wychodzić tyle samo co w metodzie Newtona.