METODA GAUSSA-SEIDLA

W niniejszej metodzie również należy zastosować pochodne numeryczne omówione przy okazji metody Newtona.

DANE: $f(x,y)$, $\boldsymbol{x}_0 = [x_0, y_0]$, $\mathcal{E}$

Kolejne kroki metody polegają na wyznaczaniu miejsca zerowego pochodnej na zmianę stosując pochodną po x, podstawiając y i wyznaczając x, a potem stosując pochodną po y, podstawiając x i wyznaczając y. Do wyznaczenia miejsca zerowego najlepiej zastosować metodę stycznych z wystarczająco dużym przedziałem a, b (przykładowo -100, 100).

Kolejne kroki można opisać następująco:

1. Szukamy miejsca zerowego pochodnej $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 0$ podstawiając jako y wartość startową w pierwszej iteracji, w kolejnych y z poprzedniej iteracji i wyznaczamy metodą stycznych x, w którym znajduje się miejsce zerowe. Nadpisujemy x wyznaczoną wartością.
2. Szukamy miejsca zerowego pochodnej $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 0$ podstawiając jako x wartość wyliczoną powyżej i wyznaczamy metodą stycznych y, w którym znajduje się miejsce zerowe. Nadpisujemy y wyznaczoną wartością.
3. Jeśli $|\nabla f(x,y)| \leq \mathcal{E}$, to koniec, w p. p. wracamy do 1.

PRZYKŁAD: Proszę pamiętać aby pochodne liczyć ze wzorów omówionych przy okazji metody Newtona. Program ma działać dla dowolnej funkcji.

Dane: $f(x,y) = 10x^2 + 12xy + 10y^2$, $\boldsymbol{x}_0 = [10{,}10]$, $\mathcal{E} = 0.07$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 20x + 12y \qquad \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 12x + 20y$$

I iteracja:

1. $y = 10 \quad => \quad \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 20x + 12y = 0 \quad => \quad 20x + 12 \cdot 10 = 0 \quad => \quad x = -6$
2. $x = -6 \quad => \quad \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 12x + 20y = 0 \quad => \quad 12 \cdot (-6) + 20y = 0 \quad => \quad y = 3{,}6$

II iteracja:

1. $y = 3{,}6 \quad => \quad \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 20x + 12y = 0 \quad => \quad 20x + 12 \cdot 3{,}6 = 0 \quad => \quad x = -2{,}16$
2. $x = -2{,}16 \quad => \quad \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 12x + 20y = 0 \quad => \quad 12 \cdot (-2{,}16) + 20y = 0 \quad => \quad y = 1{,}296$

………..

VIII iteracja: $x = -0{,}0047 \qquad y = 0.00282$

Etap wyznaczania miejsca zerowego powyżej został przedstawiony poprzez analityczne przestawienie natomiast w programie należy zastosować metodę stycznych. Proszę również pamiętać aby w metodzie stycznych zastosować wystarczająco dużą dokładność (większą niż $\mathcal{E}$ założony w metodzie Gaussa-Seidla).