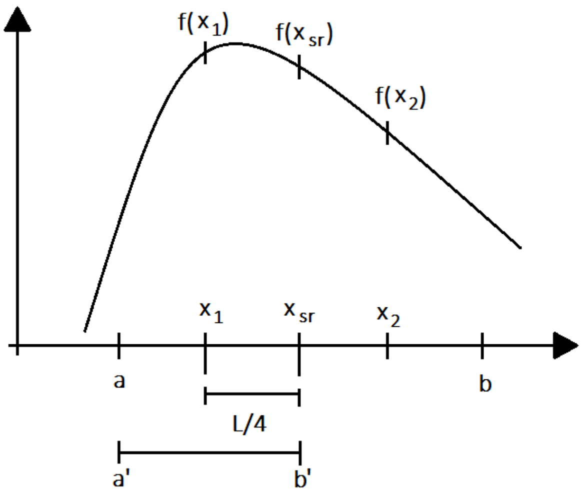
METODA DWUDZIELNA

Dane: $f(x)$, (a, b), ε (dokładność)

Kolejne kroki algorytmu:



1. $x_{sr} = \frac{a+b}{2}$
2. $L = b - a$

   $x_1 = a + \dfrac{L}{4}$, $\qquad x_2 = b - \dfrac{L}{4}$

Kroki 3-5 dla maksimum

3. Porównanie $f(x_1)$ z $f(x_{sr})$:
   a. Jeśli $f(x_1) > f(x_{sr})$ to:
      $b = x_{sr}$, $\qquad x_{sr} = x_1$
      i przejdź do kroku 5
   b. Jeśli $f(x_1) \leq f(x_{sr})$ to przejdź do kroku 4

4. Porównanie $f(x_2)$ z $f(x_{sr})$:
   a. Jeśli $f(x_2) > f(x_{sr})$ to:
      $a = x_{sr}$, $\qquad x_{sr} = x_2$
      i przejdź do kroku 5
   b. Jeśli $f(x_2) \leq f(x_{sr})$ to:
      $a = x_1$, $\qquad b = x_2$,
      i przejdź do kroku 5

5. Jeśli $L \leq \varepsilon$ to koniec $max = x_{sr}$, w przeciwnym przypadku powrót do kroku 2

Kroki 3-5 dla minimum

3. Porównanie $f(x_1)$ z $f(x_{sr})$:
   a. Jeśli $f(x_1) < f(x_{sr})$ to:
      $b = x_{sr}$, $\qquad x_{sr} = x_1$
      i przejdź do kroku 5
   b. Jeśli $f(x_1) \geq f(x_{sr})$ to przejdź do kroku 4

4. Porównanie $f(x_2)$ z $f(x_{sr})$:
   a. Jeśli $f(x_2) < f(x_{sr})$ to:
      $a = x_{sr}$, $\qquad x_{sr} = x_2$
      i przejdź do kroku 5
   b. Jeśli $f(x_2) \geq f(x_{sr})$ to:
      $a = x_1$, $\qquad b = x_2$,
      i przejdź do kroku 5

5. Jeśli $L \leq \varepsilon$ to koniec $min = x_{sr}$, w przeciwnym przypadku powrót do kroku 2

PRZYKŁAD: $f(x) = (100 - x)^2, \quad a = 60, \quad b = 150, \quad \varepsilon = 12$

Rozwiązanie analityczne:

$$f'(x) = 2(100 - x)(-1) \quad \rightarrow \quad -2(100 - x) = 0 \quad \rightarrow \quad x = 100$$

$f''(x) = 2$ > 0 – minimum (< 0 – maksimum)

Rozwiązanie metodą dwudzielną:

$$x_{sr} = \frac{150 + 60}{2} = 105, \quad f(x_{sr}) = f(105) = (100 - 105)^2 = 25, \quad L = 150 - 60 = 90$$

$$x_{sr} = 105, \quad f(x_{sr}) = 25, \quad L = 90$$

Iteracja 1:

$$x_1 = 82{,}5 \qquad x_2 = 127{,}5 \qquad f(x_1) = 306{,}25 \qquad f(x_2) = 756{,}25$$

$$(82{,}5;\ 127{,}5) \qquad L = 127{,}5 - 82{,}5 = 45$$

Iteracja 2:

$$x_1 = 93{,}75 \qquad x_2 = 116{,}25 \qquad f(x_1) = 39{,}06 \qquad f(x_2) = 264{,}06$$

$$(93{,}75;\ 116{,}25) \qquad L = 116{,}25 - 93{,}75 = 22{,}5$$

Iteracja 3:

$$x_1 = 99{,}375 \qquad x_2 = 110{,}625 \qquad f(x_1) = 0{,}391 \qquad f(x_2) = 112{,}891$$

$$(93{,}75;\ 105) \qquad L = 11{,}25 \ \leq \ \varepsilon = 12$$