

Mathematica: Granice i pochodne

Damian Lewkowicz

Matematyka V

1 kwietnia 2008

Spis treści

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

1 Granice

- Komenda
- Przykłady i ćwiczenia

2 Pochodne

- Naturalny zapis
- Komenda
- Przykłady i ćwiczenia

Komenda **Limit**

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Limit[wyrażenie, $x \rightarrow a$]

Oblicza wartość wyrażenia dla x dążącego do a .

Podstawowe wykorzystanie

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład 1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

Przykład 2.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-x}{(x-3)^2}$$

Podstawowe wykorzystanie

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład 1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

Rozwiązanie 1.

$$\text{Limit}[(\text{Exp}[x] - 1 - x)/x^2, x \rightarrow 0]$$

Przykład 2.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-x}{(x-3)^2}$$

Rozwiązanie 2.

$$\text{Limit}[(1-x)/(x-3)^2, x \rightarrow 3]$$

Podstawowe wykorzystanie

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład 3.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

Przykład 4.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

Podstawowe wykorzystanie

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład 3.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

Rozwiązanie 3. Deklarujemy: $f[x_] := x/\text{Sqrt}[x^2+1]$

`Limit[f[x], x -> Infinity]`

Przykład 4.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

Rozwiązanie 4. Deklarujemy: $f[x_] := x/\text{Sqrt}[x^2+1]$

`Limit[f[x], x -> Infinity]`

Brak granicy

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

```
Limit[Sin[x], x -> Infinity]
```

```
Limit[Tan[x], x -> Infinity]
```


Brak granicy

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

```
Limit[Sin[x], x -> Infinity]
```

```
Interval[-1,1]
```

```
Limit[Tan[x], x -> Infinity]
```

```
Interval[-∞,∞]
```

Defekty komendy **Limit**

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x^2}}{x}$$

Defekty komendy **Limit**

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x^2}}{x}$$

Domyślnie komenda **Limit** oblicza granicę prawostronną. W naszym przypadku:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x^2}}{x}$$

Granice prawo- i lewostronne.

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Granica lewostronna. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2x^2}}{x}$

`Limit[Sqrt[2x^2]/x, x ->0, Direction ->1]`

Granica prawostronna (domyślnie). $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x^2}}{x}$

`Limit[Sqrt[2x^2]/x, x ->0, Direction ->-1]`

Granice prawo- i lewostronne.

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Granica lewostronna. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2x^2}}{x}$

Limit[Sqrt[2x^2]/x, x ->0, Direction ->1]

Granica prawostronna (domyślnie). $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2x^2}}{x}$

Limit[Sqrt[2x^2]/x, x ->0, Direction ->-1]

Zapis "naturalny" pochodnej.

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Jeśli zdefiniujemy funkcję f w Mathematica możemy znaleźć jej pochodną używającą zapisu f' , lub analogicznego zapisu dla pochodnych wyższego rzędu.

Przykład

```
Clear[f]
```

```
f[x_] := x^4
```

```
f'[x]
```

```
f''[x]
```

```
f'''[x]
```

Komenda D

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

$D[\text{funkcja}, \text{zmienna}]$

Oblicza pochodną funkcji po zmiennej podanej w drugim parametrze.

Przykłady i ćwiczenia

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład 1.

Pierwsza pochodna funkcji: $f(x) = 3x^5 - 2x^4 + x$

Przykład 2.

Trzecia pochodna funkcji: $f(x) = 3x^5 - 2x^4 + x$

Przykłady i ćwiczenia

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład 1.

Pierwsza pochodna funkcji: $f(x) = 3x^5 - 2x^4 + x$

Rozwiązanie 1. Definiujemy: $f[x_] := 3x^5 - 2x^4 + x$

$D[f[x], x]$

Przykład 2.

Trzecia pochodna funkcji: $f(x) = 3x^5 - 2x^4 + x$

Rozwiązanie 2. Definiujemy: $f[x_] := 3x^5 - 2x^4 + x$

$D[D[D[f[x], x], x], x]$

$D[f[x], x, x, x]$

$D[f[x], \{x, 3\}]$

Wzory na pochodne.

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Przykład.

Na początek usuńmy definicje zadeklarowanych wcześniej funkcji
komendą: **Clear[f,g,h]**

Znajdźmy wzór na pochodną funkcji:

- $f(x) * g(x)$
- $\frac{f(x)}{g(x)}$
- $f(x)^n$
- $f(g(x))$
- $f(x) * g(x) * h(x)$

Koniec

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Dziękuję za uwagę!

Koniec

Mathematica: Granice i
pochodne

Damian Lewkowicz

Granice

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Pochodne

Naturalny zapis

Komenda

Przykłady i ćwiczenia

Dziękuję za uwagę!