

## Matematyka symboliczna – zadania

Obliczyć pochodne:

Pierwszego rzędu:

$$y = 3x^2 - 4x$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = 3 \cos 3x$$

$$y = \sqrt{4x+1}$$

$$y = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$$

$$y = (1+5x)^3$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{x^2 + 4x^3 - 1}{x^5}}$$

$$y = \ln(\cos 3x)$$

$$y = \arcsin \sqrt{\sin x}$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$y = \frac{3 \sin^2 x + \cos x}{\log_{10} 8x^2}$$

Wyższych rzędów:

$$z = t^2 + \sin 5t; \quad z'' = ? \quad v = (2p-1)^5; \quad p^{(4)} = ? \quad y = x \sin x; \quad \frac{d^{10}y}{dx^{10}} = ?$$

Pochodne funkcji uwikłanych:

$$5x^2 + 3xy - 2y^2 + 2 = 0; \quad y' = ? \quad x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}; \quad y' \text{ dla } x = a$$

Położenie ciała opisane jest równaniem:  $x(t) = 5 \cos(2\pi t)$ . Wyznaczyć równania opisujące prędkość i przyspieszenie w tym ruchu.

Oblicz całki

$$\int x^4 dx$$

$$\int \frac{dx}{x+3}$$

$$\int e^{4x} dx$$

$$\int \sin \frac{x}{3} dx$$

$$\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+2\cos x}} dx$$

$$\int x^2 \ln x dx$$

$$\int \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx$$

$$\int \frac{4x-3}{x^2+3x+4} dx$$

$$\int \frac{\cos x}{1+\cos x} dx$$

$$\int_0^1 \frac{dz}{(2z+1)^3}$$

$$\int_0^\pi \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx$$

$$\int_0^e (1+\ln y)^2 dy$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \cos x dx$$

$$\int_0^1 \frac{\cos z dz}{(2z+1)^3}$$

$$\int_0^5 \frac{3z^3 - 5z^2 + 3}{(12z^2 + 4)^3} dz$$

$$\int \int x^2 + 2xy dx dy$$

$$\int_0^{10} dy \int_0^x (x+2y) dx$$

$$\int_0^5 dx \int_0^{5-x} (4+x+y)^{1/2} dy$$

Sumy i iloczyny

$$\sum \frac{\sin 3^n}{3^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 3^n}{3^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{3^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n}$$

$$\sum_{n=1}^{1000} \frac{1}{n} \cos \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 2x}{\sin^2 \frac{x}{3}}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{tg}^3 \frac{1}{n} \cdot \operatorname{arctg} \frac{3}{n\sqrt{n}}}{\sin \frac{2}{n^3} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \arcsin \frac{5}{n}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x}}{x}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left( \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} x \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{1 - \sqrt{x + 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \cos \frac{\pi}{4}}{\sin x - \sin \frac{\pi}{4}}$$

Rozwiąż równania:

$$3x + 4 = 0$$

$$10x = 4$$

$$3x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$10x^2 + x + 7 = 0$$

$$3x^4 + 7x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$10x^{10} - 5x + 1 = 0$$

$$\begin{cases} 3x + 4 = 0 \\ 7x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x^2 - 5x + 4 = 0 \\ 9x + 12 = 0 \end{cases}$$

Rozwiąż zadanie:

Dwa samochody ruszają jednocześnie ze światła. Pierwszy porusza się ruchem jednostajnym ( $v = 10 \frac{m}{s}$ ), a drugi jednostajnie przyspieszonym ( $a = 3 \frac{m}{s^2}$ ). Po jakim czasie samochody się spotkają i jaką drogę przebędą do chwili spotkania?