

# Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 12. 27. maja i później

## Zadania

1. Niezależne zmienne losowe  $X_i$  podlegają rozkładom normalnym  $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ . Niech  $X = [X_1, \dots, X_m]^T$ . Jaki rozkład ma zmienna  $(X - \mu)^T D (X - \mu)$ ? Oznaczenia:  $\mu = [\mu_1, \dots, \mu_m]^T$ ,  $D = \text{diag}(1/\sigma_1^2, \dots, 1/\sigma_m^2)$  (macierz diagonalna z podanymi elementami na przekątnej).
2.  $X = [X_1, X_2]^T$  ma rozkład normalny z parametrami

$$\mu = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Jaki rozkład ma zmienna  $X^T \Sigma^{-1} X$ ?

3. Zmienna  $X = [X_1, \dots, X_n]^T$  ma rozkład  $N(\mu, \Sigma)$ . Macierz  $\Sigma$  ma rozkład  $LL^T$ . Jaki rozkład ma zmienna  $(X - \mu)^T \Sigma^{-1} (X - \mu)$ ?

Plik l12z4.csv to dane do zadań 4–7. Odpowiedzią jest wartość  $1 - F(x)$ , gdzie  $x$  jest wartością pewnej statystyki testowej,  $F$  – odpowiedzią do treści zadania dystrybuantą.

4. Testujemy hipotezę  $\mu_1 = \mu_2$ . Przyjmujemy, że znamy  $\sigma_1, \sigma_2$  i są one równe  $S_1^2, S_2^2$ .
5. Testujemy hipotezę  $\mu_1 = \mu_2$ . Nie znamy wariancji  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ ,
6. Testujemy hipotezę  $\sigma_1 = \sigma_2$ . Zakładamy, że  $\mu_1, \mu_2$  są równe średnim z odpowiednich kolumn danych.
7. Testujemy hipotezę  $\sigma_1 = \sigma_2$ . Nie znamy  $\mu_1, \mu_2$ ,

Plik l12z8.csv zawiera liczby losowe z rozkładu  $U[0, 1]$ . Przekształcić te liczby na liczby o podanym rozkładzie. Podać wzory, oraz wartości 1., 14. i 38. liczby.

8. Rozkład  $N(0, 1)$ .
9. Rozkład  $\text{Exp}(5)$ .
10. Rozkład o gęstości  $f(x) = x$  na  $[0, 2]$ .

Witold Karczewski