

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 10. 13. maja i później

Zadania

[Z. 1–4] W pliku z01.csv znajduje się 40 liczb z rozkładu $N(4, 1)$. Hipotezy testujemy 3-krotnie: dla 10 obserwacji, dla 20 obserwacji, dla 40 obserwacji. Hipotezę odrzucimy jeżeli wartość dystrybuanty ≥ 0.9

1. Zakładamy, że $\sigma = 1$, testujemy hipotezę $H_0 : \mu = 3.9$. Obliczyć trzy wartości dystrybuanty $F_Z(z_{10})$, $F_Z(z_{20})$, $F_Z(z_{40})$.
2. Nie znamy wartości σ . Testujemy hipotezę $H_0 : \mu = 3.9$. Obliczyć trzy wartości dystrybuanty $F_T(t_{10})$, $F_T(t_{20})$, $F_T(t_{40})$.
3. Zakładamy, że $\sigma = 1$. Znaleźć (z dokładnością do dwóch miejsc dziesiętnych) największe μ_0 takie, że $F_Z(z_{20}) \geq 0.9$.
4. Nie znamy wartości σ . Znaleźć (z dokładnością do dwóch miejsc dziesiętnych) największe μ_0 takie, że $F_T(t_{10}) \geq 0.9$.
5. Niech $X \sim \chi^2(k)$. Wyznaczyć $E(X)$ oraz $V(X)$.
6. Niech $X \sim \chi^2(k)$, $\alpha > 2$. Znaleźć oszacowania dla $P(X \geq k\alpha)$ (Markov, Chebyshev).
7. Niech $X_1 \sim N(2, 4)$, $X_2 \sim N(3, 9)$, $\text{Cov}(X_1, X_2) = 1$. Niech dalej $Y_1 = X_1 + X_2$, $Y_2 = 2X_1 - X_2$. Obliczyć wartości oczekiwane, wariancje i kowariancję zmiennych Y_1, Y_2 .
8. Niech $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Znaleźć oszacowanie Chernoffa dla $P(X \geq \mu + 3\sigma)$.
9. Niech $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Znaleźć oszacowanie Chernoffa dla $P(X \leq \mu - 3\sigma)$.
Wsk: Dla $t > 0$, $P(X \leq a) = P(\exp(-tX) \geq \exp(-ta)) = \dots$
10. Z nierówności Czebysheva oszacować $P(|X - \mu| \geq 3\sigma)$. Porównać z zadaniami 8,9.

Witold Karczewski