蚁群优化算法2

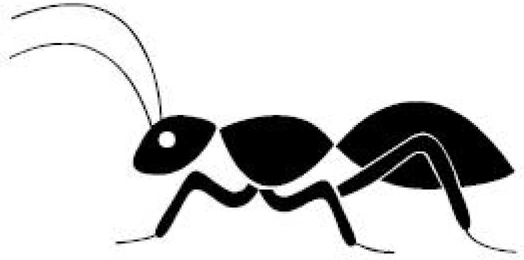
Ant Colony Optimization

1 蚁群算法起源

- 计算智能领域有两种基于群智能的算法：蚁群算法和粒子群算法，前者模仿蚂蚁觅食，后者模仿鸟类觅食
- **最早是由意大利学者Colorni A., Dorigo M. 等于1991年提出。经过30年的发展，蚁群算法在理论以及应用研究上已经得到巨大的进步。**

Macro Dorigo

Gambardella



蚁群算法概述

- **蚁群算法(ant colony optimization, ACO)，又称蚂蚁算法，是一种对自然界蚂蚁的觅食行为模拟而得到的一种仿生算法(蚂蚁有能力在没有任何提示的情形下找到从巢穴到食物源的最短路径。**

- 当蚂蚁寻找食物，会释放一种挥发性分泌物pheromone(信息素)，如果其中一条道路更短，**信息素的挥发相对变慢，**该道路上的信息素浓度会越来越大，后来的蚂蚁选择该道路的概率也就越高，最终找到最短路径
- 路径上信息素的越多，会吸引越多的蚂蚁到该路径上来，所以信息素的积累是**正反馈过程**；反之，信息素的挥发是**负反馈过程**

人工蚁群和自然蚁群的区别：

- 人工蚁群有一定的记忆能力，能够记忆已经访问过的节点；
- 人工蚁群选择下一条路径的时候是按一定算法规律有意识地寻找最短路径，而不是盲目的。例如在TSP问题中，可以预先知道当前城市到下一个目的地的距离。

蚁群觅食	蚁群优化算法
蚁群	搜索空间的一组有效解（表现为种群规模N）
觅食空间	问题的搜索空间（表现为维数D）
信息素	信息素浓度变量
蚁巢到食物的一条路径	一个有效解
找到的最短路径	问题的最优解

参数含义及符号

m ——蚂蚁数量；

k ——蚂蚁编号；

t ——时刻；

n ——城市数；

d_{ij} ——城市 (i, j) 之间的距离；

η_{ij} ——启发式因子（能见度），反映蚂蚁由城市 i 转移到城市 j 的启发程度；

τ_{ij} ——边 (i, j) 上的信息素量；

$\Delta\tau_{ij}$——本次迭代边(i, j)上的信息素增量；

$\Delta\tau_{ij}^{k}$——第k只蚂蚁在本次迭代中留在边(i, j)上的信息素量；

ρ——信息素蒸发（或挥发）系数，

$1-\rho$——持久性（或残留）系数，$0<\rho<1$；

$P_{ij}^{k}(t)$——时刻t蚂蚁k由城市i转移到城市j的概率（转移概率）；

$tabu_k$——蚂蚁k的禁忌表。

禁忌表

$tabu_k$ ——记录蚂蚁已经访问过的城市。

要求蚂蚁必须经过所有n个不同的城市，为了避免蚂蚁重复走入同一个城市，蚁群算法为每只蚂蚁配备一个记忆空间

1. 初始禁忌列表是空的。

2. 经过城市后算法更新禁忌列表，

3. 完成n个城市的遍历后，清空禁忌列表，等待下一次的迭代

相关计算公式

(1) 转移概率 $p_{ij}^{k}(t)$ 计算公式：

$$p_{ij}^{k}(t)=\begin{cases}\dfrac{\left[\tau_{ij}(t)\right]^{\alpha}\cdot\left[\eta_{ij}(t)\right]^{\beta}}{\sum\limits_{s\in J_k(i)}\left[\tau_{is}(t)\right]^{\alpha}\cdot\left[\eta_{is}(t)\right]^{\beta}}, & 如果 j\in J_k(i)\\ 0, & 否则\end{cases}$$

α ——信息素的相对重要程度，越小，随机性因素越大；

β ——启发式因子的相对重要程度，越大，确定性因素越大；

$J_k(i)$ ——蚂蚁 k 下一步允许选择的城市集合。

(2) 启发式因子计算公式： $\eta_{ij}=\dfrac{1}{d_{ij}}$

(3) 信息素计算公式

当所有蚂蚁完成1次周游后，各路径上的信息素为：

$$\tau_{ij}(t+n)=(1-\rho)\cdot\tau_{ij}(t)+\Delta\tau_{ij}$$

$$\Delta\tau_{ij}=\sum_{k=1}^{m}\Delta\tau_{ij}^{k}$$

$$\Delta\tau_{ij}^{k}=\begin{cases}\dfrac{Q}{L_k}, & \text{若蚂蚁}k\text{在本次周游中经过边}(i,j)\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

Q ——正常数，

L_k ——蚂蚁 k在本次周游中所走路径的长度。

开始时，令 $\tau_{ij}(0)=C$

2 蚁群算法解决TSP问题的过程

旅行商问题（Traveling saleman problem, TSP）是物流配送的典型问题
基本过程如下：

① 初始化，设置迭代次数；
② 将 ants 只蚂蚁放置到 cities 个城市上；
③ ants只蚂蚁按照概率函数选择下一个城市，并完成所有城市的周游；
④ 记录本次迭代的最优路线；
⑤ 全局更新信息素。
⑥ 终止。

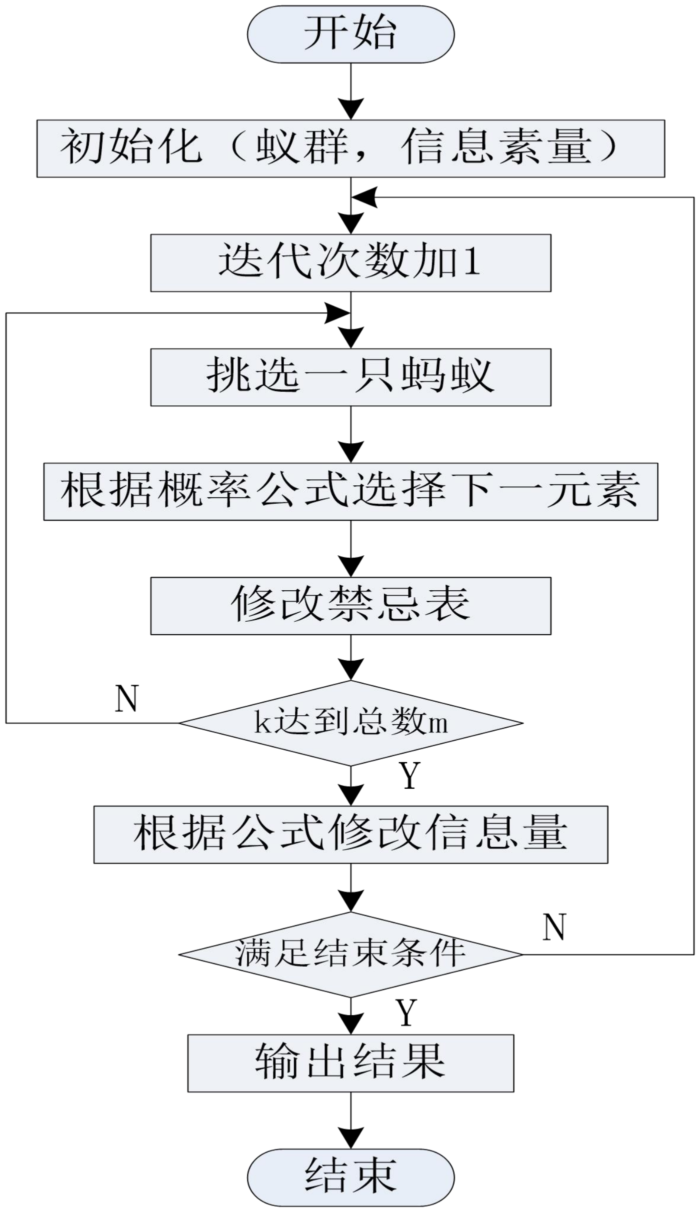
(1)初始化　随机放置蚂蚁，为每只蚂蚁建立禁忌表，

(2)迭代过程

```
k=1
while k=<Count do (执行迭代)
    for i = 1 to m do  (对m只蚂蚁循环)
      for j = 1 to n - 1 do  (对n个城市循环)
         根据蚂蚁行动原则 选择下一个城市j并将j置入禁忌表,
     end for
  end for
  计算每只蚂蚁经过的路径长度
  依据信息素更新方法更新所有路径上的信息量;
  k = k + 1;
end while
```

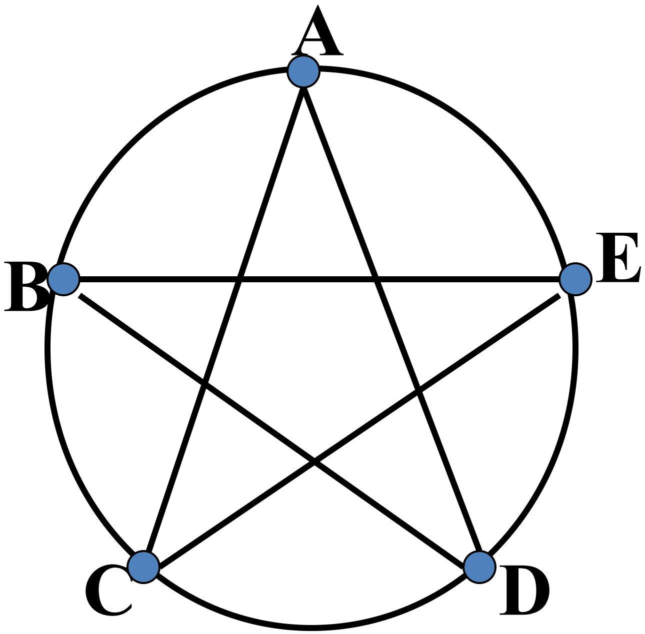
(3)输出结果,结束算法.

算法流程



开始
初始化（蚁群，信息素量）
迭代次数加1
挑选一只蚂蚁
根据概率公式选择下一元素
修改禁忌表
k达到总数m
N
Y
根据公式修改信息量
满足结束条件
N
Y
输出结果
结束

算　例2



已知资料表

	A	B	C	D	E
A	0	2	10	8	3
B	1	0	2	5	7
C	9	1	0	3	6
D	10	4	3	0	2
E	2	7	5	1	0

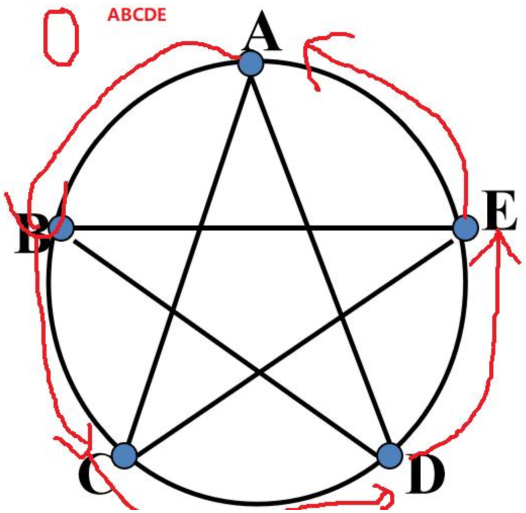
参数设置：$m=5,\quad \alpha=1,\quad \beta=1,\quad \rho=0.5,\quad Q=100,\quad \tau_{ij}(0)=2$

$$p_{ij}^{k}(t)=\begin{cases}\dfrac{\left[\tau_{ij}(t)\right]^{\alpha}\cdot\left[\eta_{ij}(t)\right]^{\beta}}{\sum\limits_{s\in J_k(i)}\left[\tau_{is}(t)\right]^{\alpha}\cdot\left[\eta_{is}(t)\right]^{\beta}}=\dfrac{X}{Y}, & \text{如果} j\in J_k(i)\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

$$\eta_{ij}=\frac{1}{d_{ij}}$$

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
1	0	A	A	B C D E	2 2 2 2	0.47 0.095 0.118 0.315	11	9.1	2.117
		B	A,B	C D E	2 2 2	0.593 0.237 0.169			1.686
		C	A,B,C	D E	2 2	0.67 0.33			1.0
		D	A,B,C,D	E	2	1.0			1.0
		E	A,B,C,D,E	空集	-	-			

第1只蚂蚁所经路径



已 知 资 料 表

	A	B	C	D	E
A	0	2	10	8	3
B	1	0	2	5	7
C	9	1	0	3	6
D	10	4	3	0	2
E	2	7	5	1	0

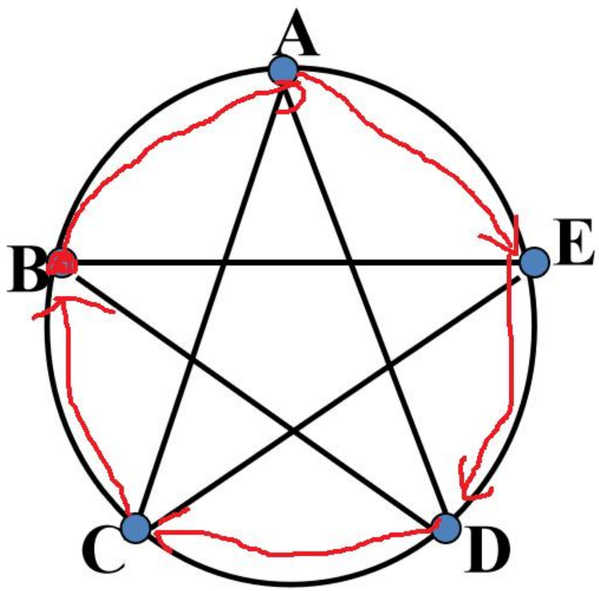
L1=AB+BC+CD+DE+EA

= 2 + 2 +3 + 2 + 2

= 11

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
2	0	B	B	A C D E	2 2 2 2	0.54 0.27 0.11 0.08	9	11.1	3.686
		A	B,A	C D E	2 2 2	0.18 0.22 0.60			1.117
		E	B,A,E	C D	2 2	0.17 0.83			2.4
		D	B,A,E,D	C	2	1.0			0.667
		C	B,A,E,D,C	空集	-	-			

第2只蚂蚁所经路径



已 知 资 料 表

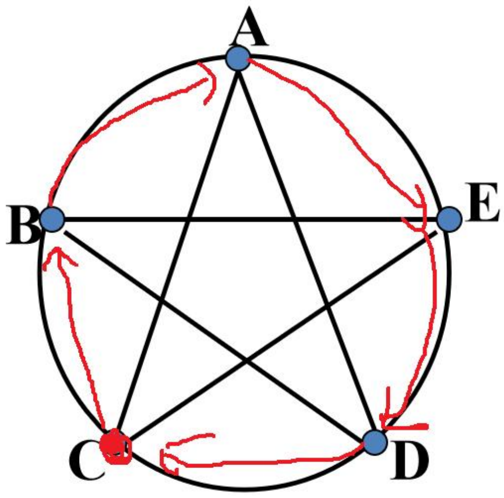
	A	B	C	D	E
A	0	2	10	8	3
B	1	0	2	5	7
C	9	1	0	3	6
D	10	4	3	0	2
E	2	7	5	1	0

路径：BAEDC

L2=BA + AE +ED +DC + CB = 1 + 3 +1 + 3 + 1
= 9

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
3	0	C	C	A B D E	2 2 2 2	0.069 0.62 0.207 0.103	9	11.1	3.222
		B	C,B	A D E	2 2 2	0.745 0.149 0.106			2.686
		A	C,B,A	D E	2 2	0.273 0.727			0.917
		E	C,B,A,E	D	2	1.0			2.0
		D	C,B,A,E,D	空集	-	-			

第3只蚂蚁所经路径



已 知 资 料 表

	A	B	C	D	E
A	0	2	10	8	3
B	1	0	2	5	7
C	9	1	0	3	6
D	10	4	3	0	2
E	2	7	5	1	0

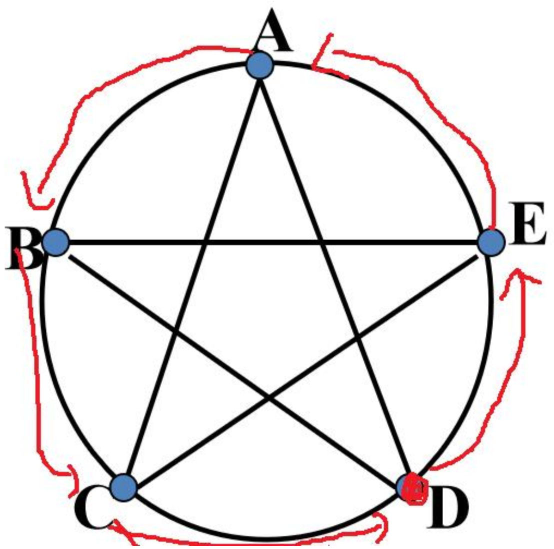
路径：BAEDC

L3= CB+BA + AE +ED +DC = 1 + 1+ 3 +1 + 3

= 9

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
4	0	D	D	A B C E	2 2 2 2	0.084 0.211 0.287 0.422	11	9.1	2.367
		E	D,E	A B C	2 2 2	0.593 0.169 0.237			1.686
		A	D,E,A	B C	2 2	0.83 0.17			1.2
		B	D,E,A,B	C	2	1.0			1.0
		C	D,E,A,B,C	空集	-	-			

第4只蚂蚁所经路径



已 知 资 料 表

	A	B	C	D	E
A	0	2	10	8	3
B	1	0	2	5	7
C	9	1	0	3	6
D	10	4	3	0	2
E	2	7	5	1	0

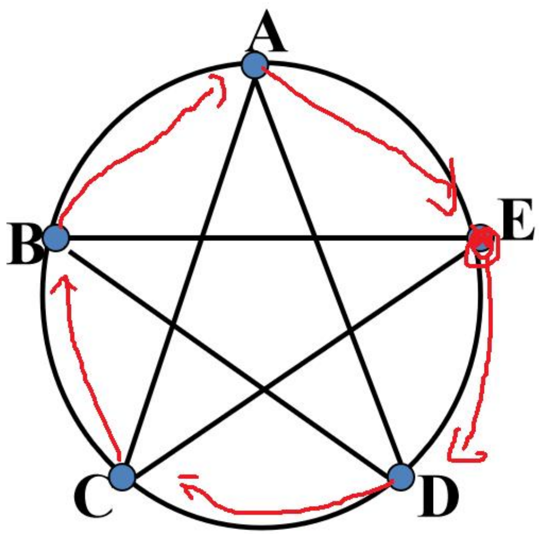
路径：DEABC

L4= DE + EA + AB +BC +CD

= 11

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
5	0	E	E	A B C D	2 2 2 2	0.271 0.078 0.109 0.543	9	11.1	3.686
		D	E,D	A B C	2 2 2	0.146 0.366 0.488			1.367
		C	E,D,C	A B	2 2	0.1 0.9			2.222
		B	E,D,C,B	A	2	1.0			2.0
		A	E,D,C,B,A	空集	-	-			

第5只蚂蚁所经路径



已 知 资 料 表

	A	B	C	D	E
A	0	2	10	8	3
B	1	0	2	5	7
C	9	1	0	3	6
D	10	4	3	0	2
E	2	7	5	1	0

路径：EDCBA

L5= ED +DC +CB +BA +AE

= 9

信息素矩阵 $\tau_{ij}(0+5)$

L1=AB+BC+CD+DE+EA
= 11
100/11

路径：BAEDC
L2=BA + AE +ED +DC + CB
= 9

路径：BAEDC
L3= CB+BA + AE +ED +DC
= 9

路径：DEABC
L4= DE + EA + AB +BC +CD
= 11
100/11

路径：EDCBA
L5= ED +DC +CB +BA +AE
= 9

	A	B	C	D	E
A	0	9.1+9.1+1 =19.2 L1, L4	1	1	11.1+11.1+11.1+1=34.3
B	11.1+11.1+11.1+1=34.3	0	9.1+9.1+1 =19.2	1	1
C	1	11.1+11.1+11.1+1 =34.3	0	9.1+9.1+1=19.2	1
D	1	1	11.1+11.1+11.1+1=34.3	0	9.1+9.1+1=19.2
E	9.1+9.1+1 =19.2	1	1	11.1+11.1+11.1+1 =34.3	0

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
1	5	A	A	B C D E	19.2 1 1 34.3	0.45 0.005 0.006 0.538	9	11.1	21.258
		E	A,E	B C D	1 1 34.3	0.004 0.006 0.99			34.643
		D	A,E,D	B C	1 34.3	0.021 0.979			11.683
		C	A,E,D,C	B	34.3	1.0			34.3
		B	A,E,D,C,B	空集	-	-			

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
2	5	B	B	A C D E	34.3 19.2 1 1	0.775 0.217 0.005 0.003	9	11.1	44.24
		A	B,A	C D E	1 1 34.3	0.009 0.011 0.98			11.66
		E	B,A,E	C D	1 34.3	0.006 0.994			34.5
		D	B,A,E,D	C	34.3	1.0			11.43
		C	B,A,E,D,C	空集	-	-			

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
3	5	C	C	A B D E	1 34.3 19.2 1	0.003 0.837 0.156 0.004	9	11.1	40.98
		B	C,B	A D E	34.3 1 1	0.99 0.006 0.004			34.64
		A	C,B,A	D E	1 34.3	0.011 0.989			11.56
		E	C,B,A,E	D	34.3	1.0			34.3
		D	C,B,A,E,D	空集	-	-			

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
4	5	D	D	A B C E	1 1 34.3 19.2	0.005 0.012 0.535 0.449	9	11.1	21.38
		C	D,C	A B E	1 34.3 1	0.003 0.992 0.005			34.58
		B	D,C,B	A E	34.3 1	0.996 0.004			34.44
		A	D,C,B,A	E	34.3	1.0			11.43
		E	D,C,B,A, E	空集	-	-			

k	t	i	$tabu_k$	$J_k(i)$	$\tau_{ij}(t)$	$p_{ij}^k(t)$	L_k	$\Delta\tau_{ij}^k$	Y
5	5	E	E	A B C D	19.2 1 1 34.3	0.217 0.003 0.005 0.775	9	11.1	44.24
		D	E,D	A B C	1 1 34.3	0.008 0.021 0.971			11.78
		C	E,D,C	A B	1 34.3	0.003 0.997			34.41
		B	E,D,C,B	A	34.3	1.0			34.3
		A	E,D,C,B,A	空集	-	-			

至此出现了停滞现象，算法结束。

已找到最优解：**AEDCBA,**目标函数值为**9**。

3 程序实现过程

Step 1 初始化

置 t：=0；{t 表示时间}

置 NC：=0；{NC 为迭代次数}

对每条边 l_{ij} 设置 $\tau_{ij}(t)=C$，$\Delta\tau_{ij}(t)=0$；将 m 只蚂蚁随机放到 n 个城市上；

Step 2 置 s：=1；{s 为禁忌表中的索引}

for k：=1 **to** m **do**

将蚂蚁 k 的起点城市加入到禁忌表 $tabu_k$；

end for

Step 3 while (禁忌表 $tabu_k$ 不满)

置 s：$=s+1$；

for k：$=1$ **to** m **do**

按式（2.1）计算转移概率 $p_{ij}^k(t)$，根据赌轮方法选择下一个要到的

城市 j；{在时刻 t 时，蚂蚁 k 在城市 $i=tabu_k(s-1)$}

蚂蚁 k 移到城市 j；

将城市 j 加入到 $tabu_k$；

end for

end while

Step 4 for k: =1 to m do

蚂蚁 k 从 $tabu_k(n)$ 移到 $tabu_k(1)$；

计算蚂蚁 k 走过的周游长度 L_k；

更新当前的最优路径

end for

for 每条边 l_{ij}

for k: =1 to m do

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \dfrac{Q}{L_k}, & \text{若蚂蚁}k\text{在本次周游中经过边}l_{ij} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

$$\Delta\tau_{ij} = \Delta\tau_{ij} + \Delta\tau_{ij}^k;$$

end for

end for

Step 5 **for** 每条边 l_{ij} 按式（2.2）计算 $\tau_{ij}(t+1)$；

置 t： $=t+1$；

置 NC： $=NC+1$；

for 每条边 l_{ij}， 置 $\Delta\tau_{ij}(t)=0$

Step 6 **if** $(NC<NC_{MAX})$ **and** （没有出现停滞情况） **then**

清空所有的禁忌表；

goto step 2

else

打印最优路径；

算法停止；

end

蚁群优化算法参数设置

参数	参数意义	参数经验值
蚂蚁数目m	影响算法搜索能力与计算量， 数目多，计算量大，收敛慢 数目少，探索能力降低，早熟	AS,EAS,MMAS m=n ACS，m=10
信息素权重α 启发信息权重 β	决定算法的搜索导向 α 越小，偏向于眼前利益 β 越小，偏向于信息素浓度	各类ACO算法 $\alpha = 1$ $\beta = 2 \sim 5$
信息素维持因子ρ	影响蚂蚁个体间的相互影响强弱 ρ 大，较高全局搜索，收敛慢 ρ 小，信息素挥发快，易早熟	AS,EAS $\rho = 0.5$ MMAS $\rho = 0.98$ ACS $\rho = 0.9$
初始信息素量τ_0	决定初始阶段探索能力	ACS $\tau_0 = 1/(n \cdot L_{nn})$

4 改进的蚁群优化算法

改进的蚂蚁算法

▲最优解保留策略蚂蚁系统（带精英策略的蚂蚁系统**ASelite**）

▲最大-最小蚂蚁系统（**MMAS**）

▲基于优化排序的蚂蚁系统（**ASrank**）

▲最优最差蚂蚁系统（**BWAS**）

▲一种新的自适应蚁群算法（**AACA**）

▲基于混合行为的蚁群算法（**HBACA**）

（一）带精英策略的蚂蚁系统 AS_{elite}

特点——在信息素更新时给予当前最优解以额外的信息素量，使最优解得到更好的利用。找到全局最优解的蚂蚁称为“精英蚂蚁”。

$$\tau_{ij}(t+n)=(1-\rho)\cdot\tau_{ij}(t)+\Delta\tau_{ij}+\Delta\tau_{ij}^{*}$$

$$\Delta\tau_{ij}^{*}=\begin{cases}\sigma\cdot\dfrac{Q}{L^{gb}}, & \text{若边 } ij \text{ 是当前最优解的一部分}\\ 0, & \text{否则}\end{cases}$$

$\Delta\tau_{ij}^{*}$ ——精英蚂蚁在边 ij 上增加的信息素量；

σ ——精英蚂蚁个数；

L^{gb} ——当前全局最优解路径长度。

（二）最大最小蚂蚁系统 MMAS

特点

1、每次迭代后，只对最优解所属路径上的信息素更新。

2、对每条边的信息素量限制在范围 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ 内，目的是防止某一条路径上的信息素量远大于其余路径，避免过早收敛于局部最优解。

关于 $\tau_{\min}, \tau_{\max}$ 的取值，没有确定的方法，有的书例子中取为0.01，10；有的书提出一个在最大值给定的情况下计算最小值的公式。

（三）基于优化排序的蚂蚁系统 AS_{rank}

特点：每次迭代完成后，蚂蚁所经路径由小到大排序，并根据路径长度赋予不同的权重，路径越短权重越大。信息素更新时对 $\Delta\tau_{ij}^{k}$ 考虑权重的影响。

（四）最优最差蚂蚁系统 BWAS

特点： 主要是修改了ACS中的全局更新公式，增加对最差蚂蚁路径信息素的更新，对最差解进行削弱，使信息素差异进一步增大。

（五）一种新的自适应蚁群算法 AACA

特点： 将ACS中的状态转移规则改为自适应伪随机比率规则，动态调整转移概率，以避免出现停滞现象。

说明： 在ACS的状态转移公式中，q_0是给定的常数；在AACA中，q_0是随平均节点分支数ANB而变化的变量。ANB较大，意味着下一步可选的城市较多，q_0也变大，表示选择信息素和距离最好的边的可能性增大；反之减小。

（六）基于混合行为的蚁群算法 HBACA

特点：按蚂蚁的行为特征将蚂蚁分成4类，称为4个子蚁群，各子蚁群按各自的转移规则行动，搜索路径，每迭代一次，更新当前最优解，按最优路径长度更新各条边上的信息素，如此直至算法结束。

蚂蚁行为——蚂蚁在前进过程中，用以决定其下一步移动到哪个状态的规则集合。

蚂蚁行为

1、蚂蚁以随机方式选择下一步要到达的状态。

2、蚂蚁以贪婪方式选择下一步要到达的状态。

3、蚂蚁按信息素强度选择下一步要到达的状态。

4、蚂蚁按信息素强度和城市间距离选择下一步要到达的状态 。

（七）AS算法的优点与不足

优点

- 较强的鲁棒性——稍加修改即可应用于其他问题。（鲁棒性就是系统的健壮性，用以表征控制系统对特性或参数摄动的不敏感性。）
- 分布式计算——本质上具有并行性。
- 易于与其他启发式算法结合。

不足

- 一般需要较长的搜索时间。
- 容易出现停滞现象。

5 蚁群算法与遗传的比较

实验结果表明：

1、蚁群算法所找出的解的质量最高，遗传算法次之。

2、蚁群算法的收敛速度快。因为该算法的个体之间不断进行信息交流和传递。

练习题

某商人准备去以下6个城市旅行，仿照例2，试写出蚁群算法迭代2步的详细信息

参数设置：

$$m=6,\quad \alpha=1,\quad \beta=1,\quad \rho=0.4,\quad Q=10,\quad \tau_{ij}(0)=1$$

	A	B	C	D	E	F
A	0	38	35	34	41	43
B	35	0	14	40	48	38
C	33	17	0	11	56	49
D	42	52	7	0	45	56
E	45	39	57	47	0	62
F	48	37	46	54	60	0