

Projet Bibliographique

Cursus Master Ingénierie
Rayonnement et Instrumentation

Présenté par : Dawoud ROGER et Emmanuel MIRANDE-IRIBERRY

Proposé et encadré par : Jean-Christophe DELAGNES

Table des matières

	Introdu	uction	2
II	Mesure des paramètres de Stokes		2
	Α	Définition des paramètres de Stokes	2
	В	Méthodes de mesure des paramètres	3
Ш	Les pa	aramètres de Stokes en tomographie radio	4
	Α	Contributions astrophysiques et observationnelles	5
	В	Effet Faraday	5
	С	Superposition de signaux et interférences radio	6
IV	Conclu	usion	6
V	Annex	e	8
	Α	Interprétation physique	8

I Introduction

Les paramètres de Stokes sont des grandeurs physiques essentielles proportionnel au champ éléctrique au carré utilisées dans divers domaines scientifiques. Ils sont fondamentaux pour caractériser l'état complet de polarisation d'une source lumineuse.

La polarisation de la lumière, souvent négligée dans les approches classiques, recèle pourtant une richesse d'informations physiques sur les milieux traversés par l'onde. Dans ce contexte, les paramètres de Stokes deviennent un outil puissant pour sonder des structures subtiles, invisibles aux méthodes d'analyse traditionnelles.

Leur usage s'est imposé dans l'étude de milieux diffusants ou anisotropes, comme ceux que l'on rencontre dans le milieu interstellaire, les atmosphères planétaires ou encore certains matériaux complexes.

Ce rapport présente la définition, l'interprétation physique des paramètres de Stokes et examine leur application dans la cadre de la tomographie des milieux interstellaires et la détection de structures imperceptibles par les méthodes habituellement utilisés.

Nous avont commencé notre travail par l'article de Schaefer proposé par Jean-Christophe DELAGNES, puis nous nous sommes intérressés à des articles permettant de mieux comprendre ces paramètres, notamment l'article de H.G.Berry et al [1], tout en lisant des livres tels que *Principles of Optics* par M.Born et E.Wolf [2], *Classical Electrodynamics* par J.D.Jackson [4]. Ensuite nous avons porté notre attention sur la tomographie des milieux interstellaires, qui nous a été introduite en naviguant des les références et citations des articles explicatifs.

Il Mesure des paramètres de Stokes

A Définition des paramètres de Stokes

Les paramètres de Stokes sont définis comme les composantes du vecteur S :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ 2E_{0x}E_{0y}\cos(\delta) \\ 2E_{0x}E_{0y}\sin(\delta) \end{bmatrix}$$
(1)

Ces paramètres, introduits par G. G. Stokes, sont extraits à partir des mesures des différentes projections, sur des états de polarisation propre d'une source lumineuse [7]. On peut retrouver une explication de l'interprétation physique de S, illustrée, en annexe.

B Méthodes de mesure des paramètres

Système classique

Le système le plus couramment utilisé pour mesurer les paramètres de Stokes repose sur l'utilisation de deux éléments optiques principaux : une lame de phase à retard fixe (par exemple : $\lambda/4$) et un polariseur linéaire rotatif (voir Figure 1).

Le principe de cette méthode consiste à analyser la lumière polarisée en la faisant successivement passer à travers ces deux composants. La lame à retard fixe introduit une différence de phase entre les composantes orthogonales du champ électrique, tandis que le polariseur sélectionne une direction spécifique de polarisation avant la mesure de l'intensité transmise. Dans la pratique, l'intensité transmise est enregistrée pour quatre orientations précises du polariseur : 0° , 45° , 90° et 135° . Les paramètres de Stokes sont reconstruits à partir des données expérimentales. Une figure, en perspective illustrant son fonctionnement et issue de [1] se trouve en annexe (voir Figure 4).

Cependant cette méthode a ses limites, la necessité d'un alignement précis des composants, le fait que l'ajout de la lame à retard modifie l'intensité pouvant induire des erreurs, et le nombre limité de mesures, augmentant l'incertitude.

L'intervention répétitive d'un opérateur vient ajouter une certaine erreur non négligeable qui pourrait facilement être evitée, c'est ce que le système à lame à retard rotative fait.

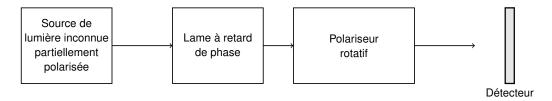


FIGURE 1 – Système de mesure classique

Système à lame à retard rotative

Une alternative plus performante consiste à utiliser une lame à retard montée sur un support rotatif, suivie d'un polariseur linéaire fixe. Cette méthode permet de réaliser un plus grand nombre de mesures, améliorant ainsi la précision des résultats.

Le principe repose sur la rotation continue de la lame à retard (voir Figure 2) , qui introduit des variations de phase contrôlées.

L'intensité transmise est mesurée pour une série d'angles couvrant une période de 180°.

L'intensité en fonction de l'angle de rotation θ du polariseur est donnée par :

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left(I + Q \cos^2 2\theta + U \sin(2\theta) \cos(2\theta) + V \sin(2\theta) \right)$$
 (2)

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \left(A + B\sin 2\theta + C\cos 4\theta + D\sin 4\theta \right) \tag{3}$$

Avec $A=I+Q/2,\,B=V$, C=Q/2 et D=U/2, les coefficients de Fourier de la fonction périodique de l'équation (2).

Les paramètres de Stokes sont extraits grâce à une analyse de Fourier des données mesurées, effectivement on peut voir que les composantes $I,\ Q,\ U$ et V sont les composantes des coefficients de Fourier du dévellopement de $I(\theta)$ en série de Fourier.

Cette méthode viens combler les inconvénients de la précedente, notamment en fournissant plusieurs fois la même mesure ce qui permets de s'affranchir des éventuelles dérives dans le signal. La précision est accrue grâce à plusieurs points de mesure, l'alignement du polariseur est moins critique (grâce au nombre d'itération) et la réduction des incertitudes de mesures grâce au traitement numérique et à l'utilisation d'un système électronique adéquat.

En conclusion, la méthode classique est plus simple à mettre en œuvre mais souffre de limitations en termes de précision et de robustesse. La méthode rotative est plus fiable et adaptée aux mesures nécessitant une grande exactitude, bien qu'elle requière un équipement plus sophistiqué.

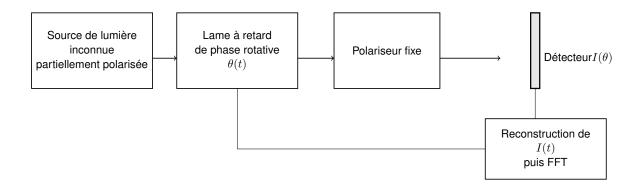


FIGURE 2 – Système de mesure proposé par Schaefer et al. [6]

III Les paramètres de Stokes en tomographie radio

La tomographie des milieux interstellaires par ondes radio repose sur l'analyse de la polarisation du rayonnement. La polarisation des ondes radio est affectée par les interactions avec les champs magnétiques et les milieux traversés, ce qui permet d'en extraire des informations précieuses sur la structure et la dynamique des environnements astrophysiques. L'étude de cette polarisation est formalisée, comme attendu, par les paramètres de Stokes (I,Q,U,V), qui décrivent complètement l'état de polarisation d'un rayonnement électromagnétique [5].

La polarisation totale est donnée par :

$$P = \sqrt{Q^2 + U^2}$$

et l'angle de polarisation χ est :

$$\chi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{U}{Q} \right)$$

Remarquons que la coordonée V est négligée car les emissions électromagnétiques des corps considérés en astrophysique ne possèdent qu'une très faible polarisation circulaire et qui est le plus souvent négligée.

A Contributions astrophysiques et observationnelles

L'utilisation des paramètres de Stokes en tomographie radio ouvre la voie à plusieurs avancées majeures, notamment :

- la cartographie tridimensionnelle des champs magnétiques intergalactiques et interstellaires;
- l'étude de l'évolution des galaxies radio, en analysant l'interaction entre leurs jets relativistes et le milieu ambiant;
- la caractérisation du plasma cosmique, en particulier la distribution des électrons libres.

Les deux sections suivantes détaillent les phénomènes physiques dont l'étude permet de concrétiser ces avancées.

B Effet Faraday

Lorsqu'une onde électromagnétique polarisée linéairement traverse un plasma ionisé et magnétisé, elle est sujette à la **rotation de Faraday**. Ce phénomène magnéto-optique résulte de la différence de vitesse de propagation entre les composantes circulairement polarisées gauche et droite, induite par la présence d'un champ magnétique parallèle à la ligne de visée (Les paramètres I (intensité totale) et V (polarisation circulaire) ne sont pas affectés par la rotation de Faraday, mais une onde linéairement polarisée peut être modélisée par la superposition de deux ondes polarisées circulairement dont les hélicités sont opposées). Cette anisotropie conduit à une rotation de l'angle de polarisation χ proportionnelle au carré de la longueur d'onde λ :

$$\chi(\lambda) = \chi_0 + RM \cdot \lambda^2, \tag{4}$$

où χ_0 est l'angle de polarisation intrinsèque et ${\rm RM}$ est la mesure de rotation donnée par :

$$RM = 0.81 \int n_e(s) B_{\parallel}(s) \, ds,$$
 (5)

avec n_e la densité électronique (en cm $^{-3}$), B_{\parallel} la composante du champ magnétique le long de la ligne de visée (de l'ordre du 10^{-10} T) et s la distance parcourue (en parsecs).

En termes de paramètres de Stokes, la rotation de Faraday agit exclusivement sur Q et U, qui décrivent la polarisation linéaire. Le phénomène peut être représenté comme une rotation du vecteur de polarisation dans le plan (Q,U):

$$\begin{pmatrix} Q' \\ U' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\chi & -\sin 2\chi \\ \sin 2\chi & \cos 2\chi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ U \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Des effets secondaires comme la *rotation de Faraday différentielle* ou la *dispersion de Faraday* peuvent engendrer une dépolarisation, c'est-à-dire une diminution du degré de polarisation observé. Ces effets, fréquents dans les milieux turbulents, altèrent l'interprétation des observations polarimétriques et nécessitent une modélisation rigoureuse pour reconstruire fidèlement la structure du champ magnétique interstellaire [3].

C Superposition de signaux et interférences radio

Les ondes radio détectées résultent souvent de la superposition de plusieurs sources ayant des polarisations différentes. Les paramètres de Stokes permettent de distinguer ces contributions et d'identifier les composants astrophysiques dominants (jets de quasars, lobes radio, émissions synchrotron, etc.).

La somme des contributions spectrales des paramètres de Stokes peut s'écrire comme suit :

$$I = \sum_{\nu} I(\nu), \quad Q = \sum_{\nu} Q(\nu), \quad U = \sum_{\nu} U(\nu)$$

où $I(\nu)$, $Q(\nu)$ et $U(\nu)$ représentent respectivement l'intensité totale et les composantes de la polarisation linéaire à la fréquence ν .

Ce formalisme repose sur le principe de superposition des ondes électromagnétiques incohérentes, propre aux émissions thermiques ou synchrotron dans l'astrophysique des hautes énergies. Les différentes contributions en polarisation peuvent interférer de manière constructive ou destructive selon leur orientation (angle de polarisation) et leur intensité, ce qui peut réduire significativement la polarisation mesurée dans une bande large.

Ainsi, l'utilisation des paramètres de Stokes intégrés dans une analyse spectro-polarimétrique est essentielle pour interpréter correctement les signatures de polarisation dans les rayons X émis par les environnements proches des trous noirs, où les températures [3, 5].

IV Conclusion

Les paramètres de Stokes sont un outil clé pour caractériser l'état de polarisation d'une source lumineuse. Définis à partir de grandeurs mesurables, ils offrent une base pratique pour l'analyse expérimentale.

Ce rapport présente deux méthodes expérimentales pour les déterminer, en soulignant leurs avantages et limites. La seconde, plus précise, permet une mesure complète de la polarisation. Nous avons également illustré leur utilité en tomographie radio, notamment pour étudier la structure et la dynamique des milieux interstellaires.

Ces résultats montrent l'intérêt de ce formalisme dans de nombreux domaines de la physique, tant théorique qu'expérimentale.

Initialement attirés par leur application en physique quantique, nous avons dû écarter cette piste en raison de la complexité mathématique (théorie des groupes). Notre intérêt pour la physique des deux infinis nous a ensuite naturellement orientés vers la tomographie, domaine que nous avons exploré grâce à des articles d'astrophysique particulièrement riches.

V Annexe

A Interprétation physique

L'ellipse représente la forme de polarisation totale la plus générale possible, étant une superposition des cas de polarisation linéaire et circulaire. En étudiant la forme d'une éllipse comme l'a fait G.G.Stokes, il est possible de retrouver ces grandeurs.

Chaque composante du vecteur S correspond à une information spécifique sur l'état de polarisation de l'onde :

- *I* : Intensité totale du rayonnement (toujours positive).
- Q: Différence d'intensité entre la polarisation suivant l'axe x et l'axe y.
- U : Différence d'intensité entre les axes tournés de $45^{\circ}~O\eta$ et $O\zeta$.
- *V* : Encode la polarisation circulaire, avec un signe indiquant le sens de rotation.

Ces paramètres sont géométriquement représentés dans le plan des axes de polarisation (voir Figure 3). Les coordonnées du vecteur permettent de déterminer les axes Ox' et Oy'

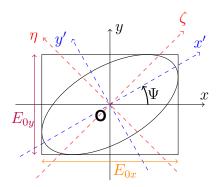


FIGURE 3 — Représentation des axes d'une ellipse (en bleu) et des axes selon lesquels on mesure U (en rouge).

en mesurant les angles qu'ils forment avec Ox et Oy. Et voici le système de mesure mentionné plus haut :

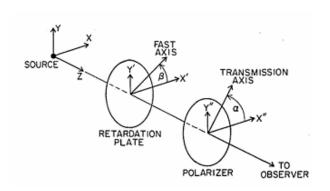


FIGURE 4 – Système de mesure classique

Bibliographie

- [1] H. G. Berry, G. Gabrielse, and A. E. Livingston. Measurement of the Stokes parameters of light. *Applied Optics*, 16(12):3200, December 1977.
- [2] Max Born and Emil Wolf. *Principles of Optics : 60th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, 7 edition, December 2019.
- [3] Richard M. Crutcher. Magnetic fields in molecular clouds. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 50(1):29–63, September 2012.
- [4] John David Jackson. Classical electrodynamics. Wiley, New York, 2d ed edition, 1975.
- [5] Lawrence Rudnick, Debora Katz, and Lerato Sebokolodi. Polarization tomography with stokes parameters. *Galaxies*, 9(4):92, November 2021.
- [6] Beth Schaefer, Edward Collett, Robert Smyth, Daniel Barrett, and Beth Fraher. Measuring the Stokes polarization parameters. *American Journal of Physics*, 75(2):163–168, February 2007.
- [7] G. G. Stokes. On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 9:399, January 1851. ADS Bibcode: 1851TCaPS...9..399S.