

TP n°2 : Interférences et diffraction avec des fentes fines

Dawoud ROGER, Jérémy BOUILLAUD, Roman SHELCASTIN
Université de Bordeaux, Licence 2 Physique

I. DIFFRACTION À L'INFINI PAR UNE FENTE

A. Objectifs

Cette partie du TP a pour but de vérifier expérimentalement les théories de la diffraction et les conséquences de la superposition d'ondes cohérentes (cohérence spatiale et temporelle), lors de l'utilisation d'un dispositif de division du front d'onde. Il a aussi pour objectif de vérifier la différence entre les régimes de Fresnels (lors de la translation de l'écran pour observer l'évolution de la figure) et le régime de Fraunhofer.

B. Théorie

La diffraction en champ lointain (régime de Fraunhofer) donne l'intensité :

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \left(\pi b \frac{\sin(\theta)}{\lambda} \right)}{\pi b \frac{\sin(\theta)}{\lambda}} \right)^2$$

La tache centrale a une largeur :

$$\Delta y = \frac{2\lambda D}{b} \quad (1)$$

Cette expression peut être déduite des positions des minima qui est évidemment celle pour laquelle l'intensité est nulle et donc :

$$\sin \left(\pi b \frac{\sin(\theta)}{\lambda} \right) \approx \sin \left(\pi b \frac{\theta}{\lambda} \right) = 0$$

Avec :

$$\theta \approx \frac{y}{D}$$

On sait donc que pour :

$$\sin(X) = 0$$

Il faut :

$$\pi b \frac{y}{\lambda D} = p\pi, \text{ avec } p \in \mathbb{Z}$$

$$\text{On a : } y_p = p \frac{\lambda D}{b}.$$

Ainsi pour deux minima symétriques d'ordre $m = \pm 1$:

$$y_{-1} = -\frac{\lambda D}{b}, \text{ et } y_{+1} = \frac{\lambda D}{b}$$

Et donc on obtient la largeur de la tache entourée de ces minima, qui est donnée par l'équation (2) :

$$\Delta y = y_{+1} - y_{-1} = \frac{2\lambda D}{b}$$

On peut aussi rappeler le critère du régime de Fraunhofer qui est la condition :

$$N = \frac{b^2}{\lambda D} < 1.$$

Le régime de Fraunhofer est un régime qui nous permet de réaliser des diffractions à l'infini et de visualiser et former des franges plus nettes et de formes plus facilement représentables. On aurait pu placer l'écran dans le plan focal image d'une lentille convergente placée après les fentes simples afin de forer une image à l'infini.

C. Matériel

- Fente simple (une des fentes sur le dispositif à 7 fentes à notre disposition)
- Laser rouge (650 nm) et laser vert (532 nm) (sources de lumière cohérentes, donc quasi-monochromatiques)
- Écran blanc pour observer la figure de diffraction
- Banc optique pour mesurer la distance D et placer l'écran et le reste des éléments du système optique
- Règle pour mesurer les tailles des taches centrales

D. Procédure

- 1) On place l'écran blanc derrière une des fentes du dispositif à 7 fentes, traversée normalement par un laser, à une distance $D \gg 1$ cm, de manière à observer clairement la figure de diffraction. On mesure ensuite D .
- 2) Pour chacune des fentes, on mesure la largeur Δy de la tache centrale de la figure de diffraction ainsi que la largeur b de la fente associée. On calcule ainsi l'inverse de la largeur, $\frac{1}{b}$.
- 3) On trace $\Delta y = f\left(\frac{1}{b}\right)$.
- 4) Afin d'estimer la longueur d'onde λ de la source, on détermine la pente A de la droite par une régression linéaire des moindres carrés sans constante (passant par l'origine), à l'aide de la fonction `curve_fit` en Python. On en déduit :

$$\lambda = \frac{A}{2D},$$

ainsi que son incertitude approximative :

$$\Delta\lambda \approx \lambda \left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta D}{D} \right).$$

- 5) On reporte sur la courbe le point correspondant à la fente inconnue, ce qui permet d'en déduire sa largeur b .
- 6) On utilise ensuite un laser vert et on mesure la nouvelle largeur de la tache centrale. On s'attend à ce que la largeur diminue, car :

$$\frac{\Delta y_{\text{rouge}}}{\Delta y_{\text{vert}}} \approx \frac{\lambda_{\text{rouge}}}{\lambda_{\text{vert}}} > 1.$$

- 7) Lorsque la distance D entre la fente et l'écran est modifiée, la figure de diffraction s'élargit ou se contracte. En augmentant D , les franges deviennent plus espacées ; en diminuant D , elles se rapprochent, conformément à la relation :

$$y_p = p \frac{\lambda D}{b},$$

où y_p est la position de la frange d'ordre p et b la largeur de la fente.

- 8) Cependant, il faut toujours rester dans les conditions de Fraunhofer, caractérisées par un nombre de Fresnel :

$$N = \frac{b^2}{\lambda D} \ll 1.$$

E. Résultats

On place le support des fentes et l'écran de part et d'autre du banc optique et on mesure :

$$D = 1.762 - 0.036 \text{ m} = 1.726 \text{ m}$$

On réalise la manipulation et obtient un ensemble de valeurs expérimentales. Les valeurs mesurées sont rassemblées dans le tableau suivant :

| b (μm) | b^{-1} (mm^{-1}) | Δy (mm) |
|-----------------------|-------------------------------|----------------------------|
| 400 | 2.5 | 5 |
| 280 | 3.57 | 7 |
| 120 | 8.33 | 17 |
| 100 | 10.0 | 20 |
| $10^3 x^{-1}$ | x | 33 |
| 50 | 20.0 | 40 |
| 40 | 25.0 | 55 |

TABLE I: Largeur des fentes, inverse de la largeur et largeur de la tache centrale mesurées (respectivement en : μm , mm^{-1} et mm)

On obtient une droite affine passant par l'origine, ce qui est en accord avec la formule théorique :

$$\Delta y = 2\lambda D \cdot \frac{1}{b} = \frac{A}{b}.$$

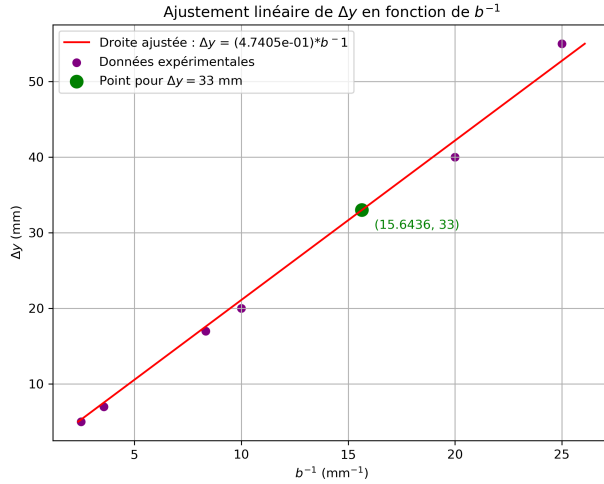


Fig. 1: Δy en fonction de $\frac{1}{b}$.

Le coefficient directeur A est donné dans la légende de la figure et est : $A = 0.47405^{-1} \text{ mm}^2 = 2.10948 \text{ mm}^2$. Or

$$A = 2\lambda D = 2.10948 \text{ mm}^2,$$

donc :

$$\lambda = \frac{2.10948}{2 \times 1.726} \times 10^{-6} \text{ m} = 611.089 \text{ nm}$$

Lorsque D devient trop petit, les franges ne sont plus localisées sur l'écran et deviennent difficiles à distinguer.

Pour ce qu'il en est du régime de Fraunhofer, il est respecté car :

$$N_{\min} = \frac{40^2 \cdot 10^{-12}}{610 \cdot 10^{-9} \cdot 1.726} = 0.0015 \ll 1,$$

$$N_{\max} = \frac{400^2 \cdot 10^{-12}}{610 \cdot 10^{-9} \cdot 1.726} = 0.1519 \ll 1.$$

Donc $\forall b \in [40; 400]$, $N \in [0.0015; 0.1519]$.

Pour le laser vert, lorsqu'on le place à $D = 1.726 \text{ m}$ de la fente de largeur $b = 40 \text{ } \mu\text{m}$, on obtient une frange centrale de largeur $\Delta y_{\text{exp}} =$

47 mm. Une application numérique nous permet de trouver :

$$\Delta y_{\text{théorique}} = \frac{2 \times 532 \times 1.726}{40} 10^{-3} = 0.0459 \text{ m}$$

$$\Delta y_{\text{théorique}} \approx 46 \text{ mm}$$

Donc :

$$\Delta y_{\text{théorique}} \approx \Delta y_{\text{exp}}$$

F. Incertitudes

On calcule les incertitudes grâce à la formule différentielle :

$$\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{\sum_{n=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^2} \quad (2)$$

On calcule l'incertitude sur b , d'abord on trouve :

$$b = f(\Delta y) = \frac{A}{\Delta y}$$

Donc :

$$\Delta b = \sqrt{\left(-\frac{A}{(\Delta y)^2} \cdot \Delta(\Delta y) \right)^2}$$

Finalement :

$$\Delta b = \sqrt{\left(\frac{2.10948}{33^2} \times 2 \right)^2} = 3.8 \text{ } \mu\text{m}$$

On calcule l'incertitude sur λ , d'abord on rappelle :

$$\lambda = \frac{b}{2D} \Delta y$$

Donc :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta y} = \frac{b}{2D},$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial b} = \frac{\Delta y}{2D}$$

et

$$\frac{\partial \lambda}{\partial D} = -\frac{b \cdot \Delta y}{2 \cdot D^2}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \Delta \lambda &= \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial \Delta y} \cdot \Delta(\Delta y) \right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial b} \cdot \Delta b \right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial D} \cdot \Delta D \right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{b}{2D} \cdot \Delta(\Delta y) \right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{2D} \cdot \Delta b \right)^2 + \left(\frac{b \Delta y}{2D^2} \cdot \Delta D \right)^2} \end{aligned}$$

Enfin on obtient la valeur :

$$\Delta\lambda \approx 0.083 \mu\text{m} = 83 \text{ nm}$$

L'incertitude mène à une valeur de la longueur d'onde réelle incluse dans l'intervalle :

$$\lambda_{\text{réel}} \in [528.089 ; 694.089] \text{ nm}$$

Alors comme :

$$\lambda_{\text{constructeur}} = 650 \text{ nm},$$

on sait que nos mesures ne sont pas faussées (du moins pas trop).

Pour ce qu'il en est de l'incertitude sur N , elle est donnée par la formule:

$$\Delta N = \sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial \lambda} \Delta \lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial D} \Delta D\right)^2}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial b} &= \frac{2b}{\lambda D}, \\ \frac{\partial N}{\partial \lambda} &= -\frac{b^2}{\lambda^2 D}, \\ \frac{\partial N}{\partial D} &= -\frac{b^2}{\lambda D^2}. \end{aligned}$$

On obtient la valeur :

$$\Delta N \approx 0.00181$$

On a donc au plus : $N = 0.15371 < 1$ mais tout de même proche de 1 comparé à un N de fente plus petite.

G. Analyse et discussion des incertitudes

Les valeurs mesurées ne sont pas très précises.

Pour b on a une incertitude relative $< 10\%$ (mesure assez précise) :

$$\frac{\Delta b}{b} = \frac{3.8}{64} = 5.94\%.$$

Pour λ on a une incertitude relative $> 10\%$:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{83}{611.089} = 13.58\%.$$

Cette mesure est donc peu précise.

Il est très utile de mesurer la largeur d'une fente simple avec ce montage mais il est assez difficile de mesurer une longueur d'onde précisément comme il serait possible de le faire avec un spectroscope ou un interféromètre de Michelson.

II. INTERFÉRENCES À 2 ONDES - DISPOSITIF DE YOUNG

A. Objectifs

Cette partie a pour objectif de vérifier expérimentalement les phénomènes d'interférences à deux ondes à l'aide du dispositif des fentes de Young. On étudiera les franges d'interférences obtenues et leur relation avec la longueur d'onde de la lumière.

B. Théorie

La démonstration de la fonction de l'intensité de la superposition de deux ondes cohérentes peut être retrouvée dans le compte rendu du TP 3.

On y démontre la formule de l'intensité sur l'écran lors de la division d'un front d'onde en deux ondes cohérentes :

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{a \sin \theta}{\lambda} \right) \right) \quad (3)$$

Dans le cas étudié, en plus de la division du front d'onde, il y a diffraction par les fentes de Young, car celles-ci sont très minces, on a la même fonction de l'intensité mais modulée par une fonction propre à la forme de la fente :

$$I = 2I_0 \left(\frac{\sin \left(\pi b \frac{\sin \theta}{\lambda} \right)}{\pi b \frac{\sin \theta}{\lambda}} \right)^2 \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{a \sin \theta}{\lambda} \right) \right)$$

Avec : $\theta = \frac{y}{D}$ et y la hauteur (orientée) du point considéré par rapport à l'axe optique, D la distance fentes-écran, θ l'angle formé par le rayon allant de la projection de la fente sur l'axe optique au point considéré de hauteur y et λ la longueur d'onde du champ électrique de l'onde électromagnétique. D étant très supérieur à y , alors on peut affirmer que $\tan \theta = \frac{y}{D} \approx \theta$ ce qui mène à l'expression :

$$I \approx 2I_0 \left(\frac{\sin \left(\pi b \frac{y}{\lambda D} \right)}{\pi b \frac{y}{\lambda D}} \right)^2 \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{ay}{\lambda D} \right) \right)$$

C. Matériel

Le matériel nécessaire pour cette partie du TP inclut :

- Laser rouge (650 nm) et laser vert (532 nm)
- Dispositif de Young avec bifentes fines
- Écran pour observer les franges d'interférence
- Support et banc optique pour maintenir les fentes et l'écran à une distance fixe
- Règle pour mesurer l'espacement des franges

D. Procédure

- 1) On aligne le laser de manière à ce qu'il éclaire uniformément les deux fentes du dispositif de Young (assez facile le laser n'est pas collimaté au point de ne couvrir qu'une seule fente).
- 2) On observe les franges d'interférence sur l'écran et on mesure leur espacement. On en déduit des propriétés telles que la largeur des fentes ou la distance entre les deux fentes.
- 3) On utilise maintenant le laser rouge. Afin de déterminer sa longueur d'onde, on mesure le nouvel interfrange et calcule λ , l'interfrange étant proportionnel à la longueur d'onde à a et D fixés, comme le témoigne la relation $i = \frac{\lambda D}{a}$.

E. Résultats

1) Valeurs de a et b pour les trois bifentes:

En mesurant les interfranges et largeurs de taches centrales avec les trois bifentes et le laser vert, on obtient le tableau suivant:

| Bifente | i (cm) | l (cm) | a (mm) | b (mm) |
|---------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 0.31 | 1.4 | 0.29 | 0.13 |
| 2 | 0.17 | 1.7 | 0.52 | 0.11 |
| 3 | 0.13 | 1.6 | 0.68 | 0.11 |

TABLE II: Longueurs mesurées de i , l et calculées de a et b , pour $D = 1.67$ m et $\lambda = 532$ nm

Les valeurs de a et b sont obtenues avec les formules suivantes:

$$a = \frac{\lambda D}{i}$$

et

$$b = \frac{2\lambda D}{l}$$

2) Etude de l'interfrange en fonction de la distance D : Concernant la deuxième série de mesure, on dispose l'écran à différentes distances de la bifente 1, chaque distance possède une incertitude de 1mm et on relève à chaque D la largeur de la frange centrale en traçant au crayon chaque frange sur l'écran couvert d'une feuille. Cette méthode est rudimentaire, et augmente nos incertitudes, on va partir du principe que l'incertitude est très faible et que nous avons parfaitement tracé les franges. La mesure des largeurs de taches centrales est accompagnée d'une incertitude de 1 mm.

On obtient ce tableau (mesures effectués pour le laser vert):

| D (m) | i (mm) |
|---------|----------|
| 1.662 | 2.5 |
| 1.562 | 2.32 |
| 1.462 | 2.23 |
| 1.362 | 2.09 |
| 1.262 | 1.91 |

TABLE III: Longueurs relevées (en m et mm respectivement)

Ce qui nous conduit à ce graphique-là :

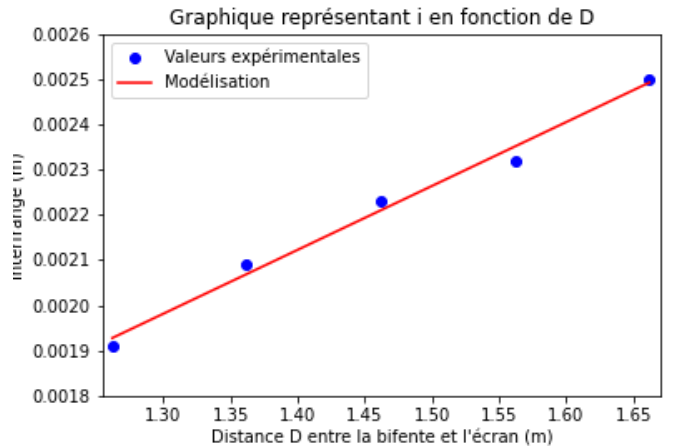


Fig. 2: i en fonction de D .

D'après la théorie, nous devrions avoir

$$i = \frac{\lambda}{a} \cdot D$$

On a fixé la largeur de la bifente et pris le laser vert:

$$a = 0.29 \text{ mm} \quad \lambda = 532 \text{ nm}$$

En traçant i en fonction de D on obtient en effet une droite affine dont on calcule la pente avec Python:

$$k_{\text{exp.}} = (1.66 \pm 0.10) \times 10^{-3}$$

On obtient une valeur légèrement inférieure à la valeur attendue:

$$k_{\text{th.}} = \frac{\lambda}{a} = 1.83 \times 10^{-3}$$

3) Calcul de la longueur d'onde du laser rouge:

On remplace le laser vert par le laser rouge, on mesure l'interfrange observé et on détermine la longueur d'onde du laser rouge pour :

$$a = 0.29 \text{ mm} \quad D = 1.662 \text{ m}$$

On obtient :

$$i_{\text{rouge}} = (3.61 \pm 0.09) \text{ mm},$$

d'où (les détails du calcul d'incertitude dans la partie suivante) :

$$\lambda_{\text{rouge}} = (630 \pm 30) \text{ nm}.$$

F. Incertitudes

1) *Incertitudes sur les valeurs de a et b :* Pour les incertitudes, on considère $\Delta l = \Delta D = 1 \text{ mm}$ et $\Delta i = 0.9 \text{ mm}$ (on a mesuré la largeur de 11 interfranges). On considère aussi la valeur indiquée par le fabricant concernant la longueur d'onde du laser vert comme certaine. Pour déterminer les incertitudes sur les valeurs de a et b , on utilise un calcul de propagation des incertitudes, qui nous mènent à :

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{i} \Delta D\right)^2 + \left(\frac{\lambda D}{i^2} \Delta i\right)^2},$$

et

$$\Delta b = \sqrt{\left(\frac{2\lambda}{l} \Delta D\right)^2 + \left(\frac{2\lambda D}{l^2} \Delta l\right)^2}.$$

On a alors :

| Bifente | Δa (μm) | Δb (μm) |
|---------|------------------------------|------------------------------|
| 1 | 8.3 | 9.1 |
| 2 | 27.7 | 6.2 |
| 3 | 47.3 | 6.9 |

TABLE IV: Incertitudes sur a et b

2) *Détermination de la longueur d'onde du laser rouge:* L'incertitude sur la longueur d'onde est la suivante :

$$\Delta \lambda = \sqrt{\left(\frac{a}{D} \Delta i\right)^2 + \left(\frac{i}{D} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{ai}{D^2} \Delta D\right)^2}$$

En ayant utilisé $a = 290 \mu\text{m}$ $\Delta a = 8.3 \mu\text{m}$, on trouve : $\Delta \lambda = 21.95 \text{ nm} \approx 30 \text{ nm}$.

G. Analyse et discussion des incertitudes

Afin d'avoir une idée de la précision de nos mesures on calcule les incertitudes relatives¹ sur a , b et λ .

Pour a on a les incertitudes relatives :

| Bifente | a (mm) | Δa (mm) | $\frac{\Delta a}{a}$ (en %) |
|---------|----------|-----------------|-----------------------------|
| 1 | 0.29 | 0.0083 | 2.86 |
| 2 | 0.52 | 0.0277 | 5.33 |
| 3 | 0.68 | 0.0473 | 6.96 |

TABLE V: Incertitudes relatives sur a

Pour les b :

| Bifente | b (mm) | Δb (mm) | $\frac{\Delta b}{b}$ (en %) |
|---------|----------|-----------------|-----------------------------|
| 1 | 0.13 | 0.0091 | 7.00 |
| 2 | 0.11 | 0.0062 | 5.64 |
| 3 | 0.11 | 0.0069 | 6.27 |

TABLE VI: Incertitudes relatives sur b

et l'incertitude relative sur la longueur d'onde du laser rouge est de 3.48 %, ce qui montre une mesure relativement précise compte tenu des moyens expérimentaux utilisés.

On a des incertitudes relatives inférieurs à 10% c'est indicateur de mesures, de grande fiabilité, et avec une erreur acceptable.

¹L'incertitude relative sur une observable f est égale à son incertitude Δf divisée par sa valeur mesurée, donc à $\Delta f / f$

III. INTERFÉRENCES À N ONDES - RÉSEAU

A. Objectifs

Cette partie du TP a pour objectif d'étudier les interférences produites par un réseau de diffraction constitué de N fentes régulièrement espacées. Nous analyserons les franges de diffraction résultant de l'interférence multiple.

B. Théorie

On fait appel à l'équation (3), on a bien le cosinus qui est maximal lorsque $\frac{a \sin(\theta_p)}{\lambda} = p$, donc, les maxima principaux vérifient :

$$a \sin \theta_p = p\lambda \quad (p \in \mathbb{Z})$$

où a est la distance entre les fentes du réseau, λ est la longueur d'onde de la lumière, et p est l'ordre du maximum de diffraction.

C. Matériel

- Laser monochromatique
- 3 réseaux de diffraction dont le pas est à déterminer
- Écran pour observer les franges de diffraction
- Règle pour mesurer les distances d'un pic à celui de l'ordre opposé

D. Procédure

- 1) On place le réseau de diffraction devant le laser de manière à ce que la lumière incidente soit perpendiculaire aux fentes (on s'en assure en localisant le faisceau réfléchi).
- 2) On observe les franges de diffraction sur l'écran et on mesure Δy .
- 3) On calcule θ_{exp}
- 4) On compare les résultats obtenus avec la relation théorique $a \sin \theta_p = p\lambda$.

E. Résultats

Après avoir réalisé nos mesures pour le laser vert, 532 nm, on obtient les tableaux de valeurs suivants :

| Ordre de diffraction | Δy (cm) |
|----------------------|-----------------|
| ± 1 | 3.8 |
| ± 2 | 7.6 |

TABLE VII: Réseau 1, avec le laser de 532 nm, avec $D = 34.9$ cm

| Ordre de diffraction | Δy (cm) |
|----------------------|-----------------|
| ± 1 | 3.8 |
| ± 2 | 8 |

TABLE VIII: Réseau 2, avec le laser de 532 nm, avec $D = 12.05$ cm

| Ordre de diffraction | Δy (cm) |
|----------------------|-----------------|
| ± 1 | 4.5 |
| ± 2 | 12.5 |

TABLE IX: Réseau 3, avec le laser de 532 nm, avec $D = 6.9$ cm

| Ordre de diffraction | Δy (cm) |
|----------------------|-----------------|
| ± 1 | 4.8 |
| ± 2 | 10.2 |

TABLE X: Réseau 2, avec le laser de 650 nm, avec $D = 12$ cm

Avec le laser de longueur d'onde 650 nm, et le réseau 2 on obtient :

En utilisant la formule :

$$\sin(\theta) = \frac{y}{D}$$

On retrouve θ par :

$$\theta_{\text{exp}} = \sin^{-1} \left(\frac{y}{D} \right)$$

Ainsi on divise Δy_i par 2 et obtient $y_{\pm i}$.

| Réseau | Ordre p | a (μm) |
|-------------------|-----------|-----------------------|
| Réseau 1 (532 nm) | ± 1 | 9.79 |
| | ± 2 | 9.83 |
| Réseau 2 (532 nm) | ± 1 | 3.42 |
| | ± 2 | 3.38 |
| Réseau 3 (532 nm) | ± 1 | 1.72 |
| | ± 2 | 1.58 |

TABLE XI: Mesure des pas a des réseaux utilisés.

Maintenant que le pas du réseau 3 est connu on peut déterminer la longueur d'onde du laser rouge.

$$\lambda = \frac{ay}{pD}$$

F. Incertitudes

1) *Incertitudes sur a* : On calcule les incertitudes sur les pas avec la formule différentielle et on trouve l'équation:

| Ordre p | y_p (cm) | a (μm) | λ (nm) |
|-----------|------------|-----------------------|----------------|
| ± 1 | 2.4 | 3.42 | 684 |
| ± 2 | 5.1 | 3.38 | 717 |

TABLE XII: Calcul des longueurs d'onde à partir des données du réseau 2 et de $D = 12$ cm.

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial D} \Delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial \lambda} \Delta \lambda\right)^2}$$

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{p\lambda}{D \cos^2(\theta)} \Delta y\right)^2 + \left(-\frac{p\lambda \sin(\theta)}{D^2 \cos^2(\theta)} \Delta D\right)^2 + \left(\frac{m}{\sin(\theta)} \Delta \lambda\right)^2}$$

N'ayant pas lu d'incertitude sur le laser, on utilise $\Delta \lambda = 50$ nm

| Réseau | Ordre p | a (μm) | Incertitude Δa (μm) |
|-------------------|-----------|-----------------------|--|
| Réseau 1 (532 nm) | ± 1 | 9.79 | 0.92 |
| | ± 2 | 9.83 | 0.92 |
| Réseau 2 (532 nm) | ± 1 | 3.42 | 0.32 |
| | ± 2 | 3.38 | 0.32 |
| Réseau 3 (532 nm) | ± 1 | 1.72 | 0.17 |
| | ± 2 | 1.58 | 0.31 |

TABLE XIII: Mesure des pas a des réseaux utilisés.

2) *Incertitude sur λ_r* : On utilise la formule de propagation des incertitudes :

$$\Delta \lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial D} \Delta D\right)^2}$$

Les dérivées partielles sont :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial a} = \frac{\sin(\theta_p)}{p}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial y} = \frac{a}{pD \cos(\theta_p)}$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial D} = -\frac{ay_p}{pD^2 \cos(\theta_p)}$$

On prends

$$\Delta y = \Delta D = 1 \text{ mm}$$

et les valeurs de

$$a + \Delta a = 3.40 \pm 0.3 \mu\text{m}$$

calculées dans la partie suivante pour le réseau 2. On a le tableau suivant :

| Ordre m | λ (nm) | $\Delta \lambda$ (nm) |
|-----------|----------------|-----------------------|
| ± 1 | 684 | 66.9 |
| ± 2 | 717 | 66.0 |

TABLE XIV: Calcul des longueurs d'onde à partir des franges d'interférence du réseau 2, avec incertitudes.

On a une valeur de λ_r^{exp} qui sera comprise entre [651; 750] nm.

G. Analyse et discussion des incertitudes

Nous comparons les valeurs du pas a obtenues aux ordres ± 1 et ± 2 pour chaque réseau. Les incertitudes associées permettent de vérifier la compatibilité (intersection des intervalles), et nous en déduisons une valeur moyenne, puis l'incertitude relative.

Réseau 1:

$$a_1 = 9.79 \mu\text{m} \pm 0.92 \mu\text{m} \Rightarrow [8.87 ; 10.71] \mu\text{m}$$

$$a_2 = 9.83 \mu\text{m} \pm 0.92 \mu\text{m} \Rightarrow [8.91 ; 10.75] \mu\text{m}$$

Les deux intervalles se recouvrent sur :

$$[8.91 ; 10.71] \mu\text{m}$$

Valeur moyenne :

$$a_m = 9.81 \mu\text{m}$$

et

$$\Delta a = 0.90 \mu\text{m}$$

Incertitude relative :

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{0.92}{9.81} \approx 0.0916 \Rightarrow 9.16\%$$

Réseau 2:

$$a_1 = 3.42 \mu\text{m} \pm 0.32 \mu\text{m} \Rightarrow [3.10 ; 3.74] \mu\text{m}$$

$$a_2 = 3.38 \mu\text{m} \pm 0.32 \mu\text{m} \Rightarrow [3.06 ; 3.70] \mu\text{m}$$

Intersection :

$$[3.10 ; 3.70] \mu\text{m}$$

Valeur moyenne obtenue :

$$a_m = 3.40 \mu\text{m}$$

et

$$\Delta a = 0.30 \mu\text{m}$$

Incertitude relative obtenue :

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{0.30}{3.40} \approx 0.0882 \Rightarrow 8.82\%$$

Réseau 3:

$$a_1 = 1.72 \mu\text{m} \pm 0.17 \mu\text{m} \Rightarrow [1.55 ; 1.89] \mu\text{m}$$

$$a_2 = 1.58 \mu\text{m} \pm 0.31 \mu\text{m} \Rightarrow [1.27 ; 1.89] \mu\text{m}$$

Intersection :

$$[1.55 ; 1.89] \mu\text{m}$$

Valeur moyenne :

$$a_m = 1.72 \mu\text{m}$$

et

$$\Delta a = 0.17 \mu\text{m}$$

Incertitude relative :

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{0.17}{1.72} \approx 0.0988 \Rightarrow 9.88\%$$

Les incertitudes relatives tournent autour de 10%, ces mesures ne sont pas très précises, mais tout de même assez proches de celles attendues, les pas sont effectivement proches des valeurs annoncées par les constructeurs, c'est à dire $10 \mu\text{m}$, $3.33 \mu\text{m}$ et $1.67 \mu\text{m}$.

Au vu des incertitudes relatives qui croient avec la diminution du pas, il a été judicieux de mesurer λ_r avec le réseau 2.

IV. CONCLUSION

Les observations réalisées dans ce TP ont permis de valider les expressions théoriques relatives à la diffraction et aux interférences. Nous avons pu mesurer la longueur d'onde de la source laser en utilisant les figures de diffraction et d'interférence, confirmant ainsi les modèles théoriques avec les données expérimentales. Les résultats montrent que les dispositifs utilisés permettent une observation précise des phénomènes de diffraction et d'interférence.

Le réseau de diffraction a montré l'effet de la superposition des ondes provenant de plusieurs fentes, et nous avons pu obtenir des franges de diffraction avec une grande précision. L'analyse des maxima de diffraction a permis de confirmer la validité de la relation $a \sin \theta_p = p\lambda$ pour un réseau de N fentes. De plus, les résultats expérimentaux ont démontré que l'utilisation de dispositifs cohérents, comme les lasers, est essentielle pour observer et analyser les phénomènes d'interférence et de diffraction.

Enfin, les mesures et les incertitudes associées ont permis de mieux comprendre les facteurs qui influencent la précision des expériences en optique et de proposer des améliorations pour les expériences futures.