

Devoir Expérimental : Objectif photo et microscope à smartphone

Dawoud ROGER, L2 Physique

Université de Bordeaux

I. MESURE DE LA DISTANCE FOCALE DE L'OBJECTIF PHOTO D'UN SMARTPHONE

A. Objectifs

L'objectif est de mesurer expérimentalement la distance focale d'un objectif photo de smartphone, ici un "iPhone 8", à l'aide de calculs d'optique géométrique simples, en modélisant le système comme une lentille mince convergente, et un capteur (CMOS) dans son espace image.

B. Théorie

Il est bien connu qu'une lentille mince obéit à la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad (1)$$

où :

→ f' est la distance focale de la lentille (objectif photo),

→ \overline{OA} la distance algébrique entre l'objet et l'objectif,

→ $\overline{OA'}$ la distance algébrique entre l'objectif et le capteur.

En déterminant certaines caractéristiques de l'appareil, c'est à dire les dimensions du capteur, la taille d'une image sur l'écran et le rapport de ces 2 grandeurs, il est possible de mener à bien ce travail expérimental.

On peut mesurer la taille de l'image, $\overline{A'B'}_{\text{écran}}$, grâce au rapport mentionné précédemment :

$$\frac{\overline{A'B'}_{\text{écran}}}{\overline{A'B'}_{\text{CMOS}}},$$

.

On sait que :

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (2)$$

On peut tracer $\frac{1}{\gamma} = f(\overline{OA})$ pour déterminer graphiquement avec $\frac{1}{f}$ comme la pente de la droite.

Effectivement j'utilise l'équation (1), que je multiplie par \overline{OA} , et en y injectant (2), j'obtiens :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} - 1 &= \frac{\overline{OA}}{f'} \\ \frac{1}{\gamma} &= \frac{1}{f'} \overline{OA} + 1 \end{aligned}$$

Ce qui mène à $\frac{1}{\gamma} = f(\overline{OA})$ qui devrait tracer une droite car $\frac{1}{\gamma}$ est de la forme $mx + b$:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{f'} \overline{OA} + 1 \quad (3)$$

Il ne reste plus qu'à calculer la pente de la droite et calculer son inverse pour obtenir f .

C. Matériel

- Smartphone (iPhone 8)
- Pavé droit en bois (objet aux angles droits, à la surface avec un coefficient de frottement élevé, pour faciliter les mesures et réduire les incertitudes que des objets courbes auraient pu créer)
- Mètre pour mesurer les distances
- Surfaces planes horizontales connues (livres, meubles et table) afin d'avoir des mesures de \overline{OA}

d'un précision accrue.

D. Procédure

Le procédé est celui décrit théoriquement précédemment, sa mise en place reste néanmoins différente de celle énoncée au vu de l'imprécision des outils et des mesures réalisées.

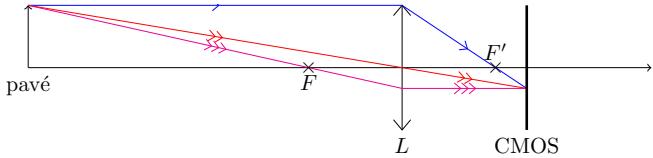


FIG. 1 – Représentation du système optique étudié (CMOS mobile mais distances parcourues quasi-nulles)

On mesure la taille d'une image sur l'écran de dimensions : $7.8 \text{ cm} \times 5.9 \text{ cm}$. On trouve que les dimensions du capteur CMOS sont approximativement de : $4.8 \text{ mm} \times 3.9 \text{ mm}^2$. Cette dernière surface peut s'avérer être incorrect car seul l'indication : "1/3 pouces" est indiqué quant à la taille du capteur de cet instrument.

Le rapport obtenu est : $x = -\frac{78 \text{ mm}}{4.8 \text{ mm}} \approx -16.25$, ce rapport est négatif car l'image sur le capteur est inversé, tandis que celle sur l'écran ne l'est pas.

J'utilise le pavé droit mentionné plus haut, de dimensions $10 \times 2.5 \times 2.5 \text{ cm}^3$.

J'ai : $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$.

E. Résultats

Je réalise les mesures de la taille de $\overline{A'B'}_{\text{écran}}$ puis calcule $\overline{A'B'}_{\text{CMOS}}$ grâce à $x = -16.25$ pour 10 valeurs de \overline{OA} et je les reporte dans le tableau I

$\overline{OA} (\text{cm})$	$\overline{A'B'}_{\text{écran}} (\text{cm})$	$\overline{A'B'}_{\text{CMOS}} (\text{mm})$
-30	-2.1	1.292
-35	-1.8	1.107
-40	-1.6	0.984
-45	-1.4	0.861
-50	-1.25	0.769
-55	-1.15	0.707
-60	-1.05	0.646
-65	-1	0.615
-70	-0.9	0.553
-75	-0.8	0.492

TABLE I – Ensemble des valeurs mesurées (en cm et mm selon la colonne)

J'obtiens en moyennant les valeurs de la dernière colonne du tableau mentionné précédemment : $\Delta f' = 0.016 \text{ cm}$.

J'obtiens le graphique de la figure 2.

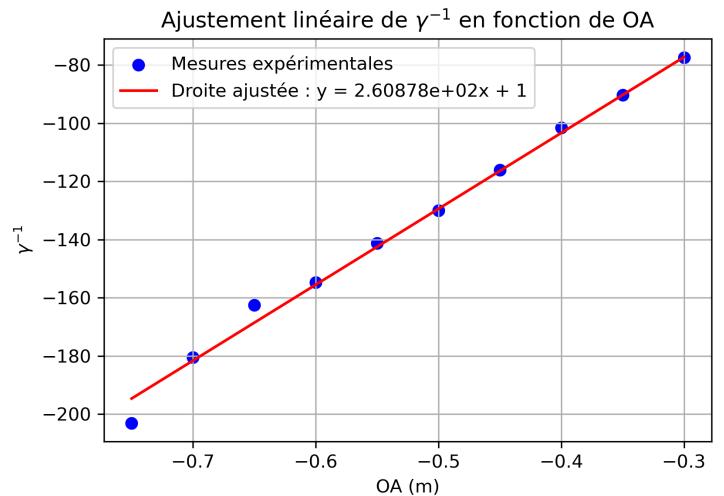


FIG. 2 – La courbe : $\frac{1}{\gamma} = f(\overline{OA})$, (l'abscisse est bien algébrique)

On a : $\frac{1}{\gamma} = 260.87 \times \overline{OA} + 1$.

Ainsi : $\frac{1}{f'} = 260.87 \text{ m}^{-1}$, et donc :

$$f' = 3.833 \text{ mm}$$

F. Incertitudes

Sur chaque longueur mesurée un $\Delta x = 1$ mm d'incertitude s'applique, 2×0.5 mm avec 0.5 mm la moitié de la graduation la plus petite.

Il est bien connu que :

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{n=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^2} \quad (4)$$

On se sert donc de cette relation pour calculer l'incertitude sur f en connaissant l'incertitude sur \overline{OA} , $\overline{A'B'}_{\text{écran}}$ et donc $\overline{A'B'}_{\text{CMOS}}$.

Je manipule d'abord (3) afin d'avoir une expression de f :

$$f' = \frac{\gamma \overline{OA}}{(\gamma - 1)} \quad (5)$$

On a : $f' = \frac{\gamma \overline{OA}}{\gamma - 1}$ avec $\gamma = \frac{\overline{A'B'}_{\text{CMOS}}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}_{\text{écran}}}{x \overline{AB}}$
et $x = -16.25$

Le calcul de l'incertitude différentielle en appliquant (4) donne :

$$\Delta f' = \sqrt{\left(\frac{\partial f'}{\partial \overline{OA}} \Delta \overline{OA} \right)^2 + \left(\frac{\partial f'}{\partial \overline{A'B'}_{\text{écran}}} \Delta \overline{A'B'}_{\text{écran}} \right)^2}$$

avec :

$$\frac{\partial f'}{\partial \overline{OA}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f'}{\partial \overline{A'B'}_{\text{écran}}} = \frac{-\overline{OA}}{(\gamma - 1)^2} \times \frac{1}{x \overline{AB}}$$

où l'on néglige l'incertitude sur \overline{AB} (objet fixe).

J'ai rédigé un script python, que je vous joins en annexe, qui me permet de calculer l'incertitude sur chaque mesure et j'obtiens :

\overline{OA} (cm)	$\overline{A'B'}_{\text{écran}}$ (cm)	$\Delta f'$ (mm)
-30	2.1	0.1
-35	1.8	0.1
-40	1.6	0.1
-45	1.4	0.1
-50	1.25	0.2
-55	1.15	0.2
-60	1.05	0.2
-65	1.0	0.2
-70	0.9	0.2
-75	0.8	0.2

TABLE II – Tableau des distances focales f' et leurs incertitudes

En moyennant les incertitudes, je peux reporter ici la valeur estimée de la distance focale :

$$f'_{\text{exp}} = 3.833 \text{ mm} \pm 0.160 \text{ mm}$$

$$f'_{\text{exp}} \in [3.833 - 0.16; 3.833 + 0.16] \text{ mm}$$

Ce résultat est cohérent avec la valeur approximative annoncée par le fabricant qui est : $f'_{\text{théorique}} \approx 4$ mm. On peut affirmer en restant assez précis que leur longueur focale étant approximative, il existe une incertitude de l'ordre du demi dixième de l'ordre de grandeur de cette dernière, le millimètre.

J'ai donc :

$$f'_{\text{théorique}} = 4 \text{ mm} \pm 0.05 \text{ mm}$$

La valeur exacte et réelle de la longueur focale est évidemment comprise dans les deux intervalles créés par les incertitudes autour des valeurs expérimentales et de celle annoncée par le constructeur.

Donc, si je construis un ensemble délimité par les valeurs minimales et maximales, dans le cas de f'_{exp} et de $f'_{\text{théorique}}$, alors, comme la valeur réelle appartient à l'intersection de ces deux intervalles, la précision de la mesure expérimentale est améliorée en réduisant l'incertitude.

Ainsi, en trouvant leur intersection, je délimite encore mieux l'ensemble auquel la valeur effective appartiendra.

J'ai l'intersection :

$$[3.673 ; 3.993] \cap [3.95; 4.05] \neq \{0\}$$

$$[3.673 ; 3.993] \cap [3.95; 4.05] = [3.95; 3.993] \text{ mm}$$

J'ai donc, en calculant la valeur moyenne des deux bornes, la valeur autour de laquelle la valeur effective pourrait se trouver, et en calculant la demi-différence entre ces bornes, j'obtiens l'incertitude sur f'_{eff} :

$$f'_{\text{eff}} = 3.9715 \text{ mm} \pm 0.0215 \text{ mm}$$

G. Analyse

1) Cas de $f_{\text{constructeur}} \text{ inconnu}$: On a une **incertitude relative** très petite,

$$\frac{\Delta f'_{\text{eff}}}{f'_{\text{eff}}} = \frac{0.160}{3.833} = 4.17\%,$$

elle est inférieur à 5% ce qui indique une fiabilité et une précision assez élevée du montage et de la manipulation de façon plus générale.

2) Cas de $f_{\text{constructeur}} \text{ connu}$: On a une incertitude encore plus petite, effectivement, l'**incertitude relative**,

$$\frac{\Delta f'_{\text{exp}}}{f'_{\text{exp}}} = \frac{0.0215}{3.9715} = 0.541\%,$$

cette incertitude relative est inférieure à 1%, on a donc une manipulation très précise et très fiable (encore plus que si les valeurs du constructeur n'étaient pas communiquées).

II. TRANSFORMATION DU SMARTPHONE EN MICROSCOPE

A. Objectifs

L'objectif est de construire un microscope à l'aide d'une simple goutte d'eau placée sur l'objectif du smartphone, qui agit comme une lentille convergente, et former en additionnant les vergences une lentille équivalente de vergence plus élevée et donc de longueur focale plus courte se rapprochant ainsi de l'objectif d'un microscope.

B. Théorie

Une goutte d'eau suffisamment petite placée sur une surface plane forme une surface courbée qui tend à ressembler celle d'une sphère, grâce à la tension de surface.

La superposition de la goutte et de la lentille permettra d'avoir une longueur focale équivalente différente, qui mènera à des images avec une différente profondeur de champ et un agrandissement différent (plus grand).

C. Matériel

- Smartphone (toujours le même)
- Goutte d'eau
- Objet à observer
- Source de lumière pour éclairer l'objet
- Livres plats pour stabiliser et fixer les éléments du système

D. Procédure

La première partie à réaliser est la suivante :

- 1) Déposer une goutte d'eau délicatement sur l'objectif du smartphone.
- 2) J'approche une équerre de la goutte pour en observer les détails.
- 3) Je capture des images et je mesure le grossissement.

La deuxième partie consiste à :

- 1) Approcher un objet très petit de la goutte pour en observer les détails.
- 2) Capturer des images.
- 3) Mesurer la taille de l'objet en utilisant le grossissement mesuré à l'étape précédente.

En annexe, vous retrouverez les figure 6 et figure 7 du système utilisé pour la configuration du microscope.

E. Résultats

On obtient des images agrandies, l'équerre apparaît ainsi :

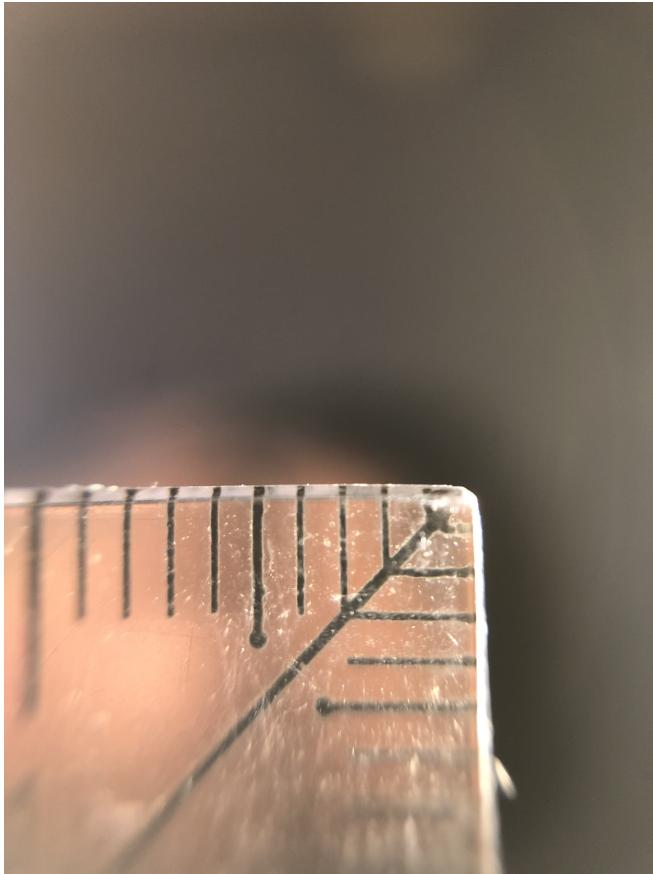


FIG. 3 – Équerre sous le microscope rudimentaire

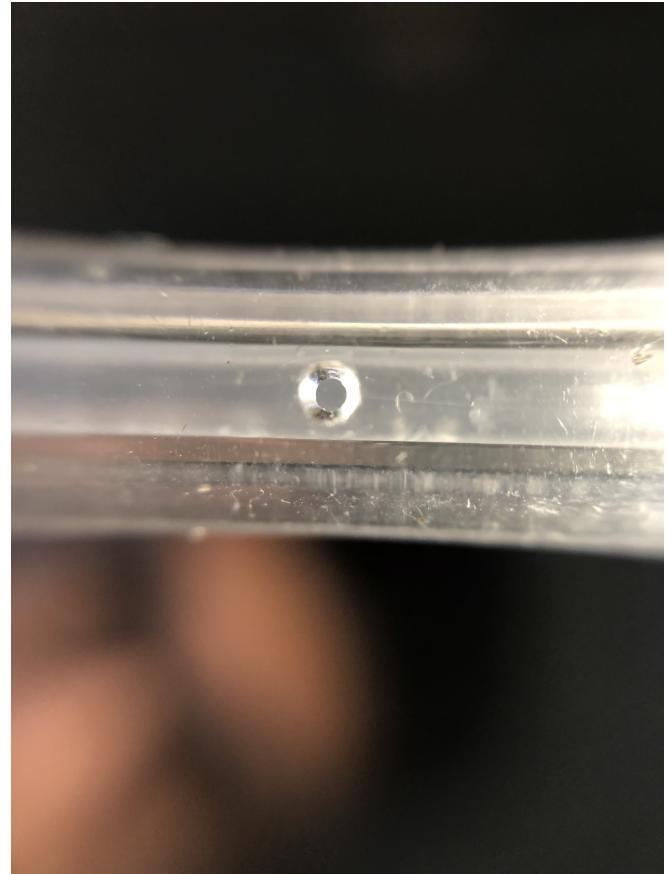


FIG. 4 – Stylo *BiC* sous le microscope

La mesure de la longueur de la règle sur l'écran me donne :

$$\overline{A'B'}_{\text{écran}} = 3.5 \times \overline{AB}$$

J'ai donc un facteur :

$$\boxed{\gamma = 3.5}.$$

Ainsi en mesurant le diamètre du trou du stylo bic je suis en mesure d'affirmer que :

$$\overline{d}_{\text{mesuré}} = 3.5 \times \overline{d}_{\text{réel}}$$

Et : $\overline{d}_{\text{mesuré}} \approx 3 \text{ mm.}$

On calcule donc :

$$\boxed{\overline{d}_{\text{réel}} \approx \frac{3}{3.5} \text{ mm} \approx 0.86 \text{ mm}}$$

F. Incertitudes

Un stylo de la marque *BiC* voit son trou agrandi et il en résulte l'image qui suit :

Plusieurs facteurs trop particuliers seront négligés dans les calculs d'incertitude, tels que la forme de

la goutte d'eau, la hauteur de la goutte et la qualité optique de la goutte. Il aurait été possible avec des instruments de mesures bien calibrés et adéquats de mesurer la hauteur de la goutte, son diamètre et donc déduire les rayons de courbure de la lentille que sa forme et mesurer directement sa vergence puis sa longueur focale, je ne l'ai pas fais car je n'ai pas le matériel adéquat à disposition mais il est important de noter qu'il est possible de le faire.

On prendra comme dans la partie sur la détermination de la longueur focale de l'objectif du smartphone, une incertitude sur chaque mesure de longueur de 1 mm, toujours pour les mêmes raisons, c'est à dire les deux lectures de part et d'autres de la règle/mètre.

Je suppose les graduations de la règle comme étant parfaites, et j'estime l'incertitude sur le γ calculé par la fraction

$$\frac{\overline{A'B'}_{\text{écran}}}{\overline{AB}} = 3.5 = \gamma$$

Par la méthode des incertitudes différentielles je pose :

$$\begin{aligned}\Delta\gamma &= \sqrt{\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\overline{A'B'}_{\text{écran}}} \Delta\overline{A'B'}_{\text{écran}}\right)^2} \\ \Delta\gamma &= \sqrt{\left(\frac{\Delta\overline{A'B'}}{\overline{AB}}\right)^2} \\ \Delta\gamma &= \left(\frac{\Delta\overline{A'B'}}{1}\right) \\ \Delta\gamma &= 1\end{aligned}$$

On a :

$$\bar{d}_{\text{réel}} = \frac{\bar{d}_{\text{mesuré}}}{\gamma}, \quad \frac{\partial\bar{d}_{\text{réel}}}{\partial\bar{d}_{\text{mesuré}}} = \frac{1}{\gamma} \quad \text{et} \quad \frac{\partial\bar{d}_{\text{réel}}}{\partial\gamma} = -\frac{1}{\gamma^2}$$

L'incertitude sur $\bar{d}_{\text{réel}}$ est donnée par :

$$\Delta\bar{d}_{\text{réel}} = \sqrt{\left(\frac{1}{\gamma}\Delta\bar{d}_{\text{mesuré}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{d}_{\text{mesuré}}}{\gamma^2}\Delta\gamma\right)^2}$$

En remplaçant les valeurs :

$$\Delta\bar{d}_{\text{réel}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3.5} \times 1\right)^2 + \left(\frac{3}{3.5^2} \times 1\right)^2} \text{ mm}$$

Ce qui donne :

$$\Delta\bar{d}_{\text{réel}} = \sqrt{(0.286)^2 + (0.245)^2} = \sqrt{0.0818 + 0.0599}$$

$$\Delta\bar{d}_{\text{réel}} = \sqrt{0.1415} \approx 0.376 \text{ mm}$$

Finalement, on obtient :

$$\boxed{\bar{d}_{\text{réel}} = 0.86 \pm 0.376 \text{ mm}}$$

On a une incertitude sur $\bar{d}_{\text{réel}}$ qui est assez élevée, effectivement, l'**incertitude relative** est élevée,

$$\frac{\Delta\bar{d}_{\text{réel}}}{\bar{d}_{\text{réel}}} = 43.5\%,$$

on est très proches de 50% ce qui est indicatif de la qualité moindre de ce système et de mes mesures (qui sont restreintes par les outils à ma disposition).

III. CONCLUSION

Ce TP a permis de montrer expérimentalement que l'objectif d'un smartphone peut être modélisé par une lentille convergente, et que la mesure de sa distance focale est accessible par des méthodes *simples* d'optique géométrique. Nous avons aussi réalisé un microscope rudimentaire avec une simple goutte d'eau, illustrant le principe d'augmentation du grossissement optique.

Globalement, les manipulations sont assez efficaces bien que parfois loin d'être suffisamment précises, la détermination de la longueur focale à été un grand succès tandis que l'utilisation du smartphone en tant que microscope s'est avérée peu efficace si l'objectif est de réaliser des mesures mais assez efficaces pour agrandir une image et avoir une meilleure idée des formes pas assez grandes pour être vues avec le smartphone (ou l'œil) à lui seul .

Les mesures réalisées sont compatibles avec les modèles théoriques, et les incertitudes identifiées per-

mettent de proposer des améliorations expérimentales : meilleure stabilisation et support, mesure plus précise des distances par exemple avec un banc optique , et contrôle de la forme de la lentille liquide avec peut-être une manipulation de la tension à sa surface et l'utilisation de la polarité de l'eau afin de lui donner une forme plus adaptée.

APPENDIX

A. Longueur focale

Une des images que j'ai pris avec l'appareil du pavé droit :



FIG. 5 – Pavé droit sur une table qui agit en tant que banc optique

Lors de la manipulation j'ai reposé le smartphone sur le dos d'un livre que j'ai considéré comme étant parfaitement rectangulaire, et j'ai vérifié l'inclinaison du smartphone en glissant l'équerre entre l'écran de ce dernier et un cahier cartonné posé à plat sur la table horizontale qui m'a servi de paillasse. Le smartphone

se trouvait sur une structure mobile formé par le livre et le cahier rigide. Ces choix ont été faits dans l'espoir de me rapprocher le plus d'un banc optique, et de respecter les mêmes conditions pour toutes les photos.

B. Microscope



FIG. 6 – Vue de profil

Comme indiqué sur la figure 6, on dispose la caméra vers le haut à l'horizontal afin de maintenir la goutte d'eau immobile, un autre smartphone est disposé en dessous avec une inclinaison non nulle par rapport à la table afin de voir, en activant la caméra frontale, si l'image formé sur le soit disant "écran du microscope" est nette avant d'appuyer sur le déclencheur qui enregistrera la photo.

J'aurais aussi pu me servir d'un miroir, mais à défaut d'en avoir un à disposition, je me suis contenté du 2^e smartphone incliné. La figure 7 illustre parfaitement l'usage du 2^e smartphone.



FIG. 7 – Vue de haut

Code Python pour tracer $\frac{1}{\gamma} = f(\overline{OA})$

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

# Données (distances OA en centimètres)
OA_cm = [-30, -35, -40, -45, -50, -55, -60, -65, -70, -75]
screen = [2.1, 1.8, 1.6, 1.4, 1.25, 1.15, 1.05, 1.0, 0.9, 0.8]

# Conversion des distances OA en mètres
OA = np.array(OA_cm) * 1e-2

# Calcul des valeurs du capteur CMOS
CMOS = np.array(screen) / (-16.25)

# Calcul des valeurs de  $\gamma^{-1}$ 
gammainv = 10 / CMOS

# Définition du modèle à ajuster : une droite de pente m, avec une ordonnée à l'origine fixée à 1
def model(OA, m):
    return m * OA + 1

# Ajustement du modèle aux données expérimentales
params, covariance = curve_fit(model, OA, gammainv)

# Récupération de la pente ajustée
m_fit = params[0]

# Génération de points pour tracer la droite ajustée
OA_fit = np.linspace(min(OA), max(OA), 100)
gammainv_fit = model(OA_fit, m_fit)

# Tracé des données et de la droite d'ajustement
plt.scatter(OA, gammainv, color='blue', label='Mesures expérimentales')
plt.plot(OA_fit, gammainv_fit, color='red', linestyle='-', label=f'Droite ajustée : y = {m_fit:.5e}x + 1')

# Mise en forme du graphique
plt.xlabel('OA (m)')
plt.ylabel(r'$\gamma^{-1}$')
plt.title('Ajustement linéaire de $\gamma^{-1}$ en fonction de OA')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.savefig('graph.png', dpi=300) # Enregistre la figure en haute qualité

plt.show()
print(CMOS)
```

Code Python pour le calcul des incertitudes

```
import numpy as np

# Données expérimentales
OA = np.array([-30, -35, -40, -45, -50, -55, -60, -65, -70, -75]) # en cm
AB_ecran = np.array([2.1, 1.8, 1.6, 1.4, 1.25, 1.15, 1.05, 1.0, 0.9, 0.8]) # en cm

# Paramètres connus
rapport_x = -16.25 # rapport entre écran et capteur
AB = -10.0 # cm
delta_OA = 0.1 # cm (incertitude sur OA, 1 mm)
delta_AB_ecran = 0.05 # cm (incertitude sur AB_ecran, 0.5 mm)

# Calculs
AB_cmos = AB_ecran / rapport_x # conversion en cm
gamma = AB_cmos / AB

# Propagation d'incertitude sur gamma
delta_AB_cmos = np.sqrt( (delta_AB_ecran / rapport_x)**2 ) # propagation de AB_cmos
delta_gamma = np.sqrt( (delta_AB_cmos / AB)**2 )

# Calcul de f' et de ses incertitudes
f_prime = (gamma * OA) / (gamma - 1)

df_dgamma = OA / (gamma - 1)**2
df_dOA = gamma / (gamma - 1)

delta_f_prime = np.sqrt( (df_dgamma * delta_gamma)**2 + (df_dOA * delta_OA)**2 )

# Affichage du tableau en LaTeX
print("\begin{table}[h]")
print("  \\centering")
print("  \\renewcommand{\\arraystretch}{1.5}")
print("  \\begin{tabular}{|c|c|c|c|}")
print("    \\hline")
print("    $\\overline{OA}$(cm) & $\\overline{A'B'}_{-\\text{écran}}$(cm) & $f'$(cm) & $\\Delta f'$(cm)\\\\")
print("    \\hline")

for i in range(len(OA)):
    print(f"    {OA[i]} & {AB_ecran[i]} & {f_prime[i]:.2f} & {delta_f_prime[i]:.2f} \\\\")
    print("    \\hline")

print("  \\end{tabular}")
print("  \\caption{Tableau des distances focales $f'$ et leurs incertitudes}")
print("  \\label{tab:incertitudes}")
print("\end{table}")
```