

TP n°3 : Mesure du doublet du sodium et principe d'un spectroscope

Dawoud ROGER, Jérémy BOUILLAUD, Roman SHELCASTIN
Université de Bordeaux, Licence 2 Physique

Abstract—Ce travail pratique vise à explorer le fonctionnement et les applications de l'interféromètre de Michelson dans le domaine de la spectroscopie. L'expérience permet d'analyser les interférences produites par cet instrument et d'exploiter ces franges pour mesurer avec précision la longueur d'onde d'une source lumineuse. En outre, nous utilisons l'interféromètre pour étudier des phénomènes spectroscopiques, notamment la détermination de la séparation des raies spectrales d'une source polychromatique. Ce TP illustre ainsi l'importance des interféromètres en optique, notamment pour la caractérisation des sources lumineuses et la métrologie de haute précision.

I. MESURE DU DOUBLET DU SODIUM AVEC UN INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON

A. Objectifs

Ce TP a pour but de comprendre le fonctionnement de l'interféromètre de Michelson et son utilisation pour mesurer la séparation des raies du sodium. Nous allons manipuler cet instrument afin d'observer les franges d'interférence et analyser les résultats obtenus.

B. Théorie

L'interféromètre de Michelson repose sur le principe de superposition de deux faisceaux lumineux cohérents issus d'une même source. La variation de leur différence de marche induit des interférences observables sous forme de franges, ici circulaires, car les front d'ondes sont sphériques.

1) *Intensité lumineuse* : On peut commencer par rappeler l'expression de l'intensité :

$$I(\vec{r}) = \frac{\varepsilon_0 c}{2} \langle |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2 \rangle_t \quad (1)$$

Sa démonstration passe par l'utilisation de :

$$\vec{\Pi}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 c \vec{E}^2(\vec{r}, t) \hat{k}$$
$$I = \langle ||\vec{\Pi}|| \rangle_t = \varepsilon_0 c \langle \vec{E}^2 \rangle_t$$

2) *Superposition d'ondes* : On considère un point de l'espace où se superposent deux ondes électromagnétiques. Le principe de superposition nous permet d'affirmer qu'en un point M , situé à une distance r de l'origine du repère, le champ électromagnétique est donné par l'expression :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t)$$

Ainsi l'expression (1) devient :

$$I(\vec{r}) = \frac{c\varepsilon_0}{2} \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle \quad (2)$$

$$I(\vec{r}) = \frac{c\varepsilon_0}{2} \langle \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle \quad (3)$$

On sait que la moyenne d'une somme est la somme d'une moyenne, donc :

$$I(\vec{r}) = \frac{c\varepsilon_0}{2} \left(\langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle + \langle 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle \right)$$

...

$$I(\vec{r}) = \left(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \cos(\theta) \right), \quad (4)$$

où θ est l'angle formé par les deux champs électriques, et $\phi_1 - \phi_2 = \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2$.

C. Matériel Utilisé

L'expérience nécessite un interféromètre de Michelson, une source de lumière monochromatique (sodium), un système de translation micrométrique et un écran d'observation.

Dans la Figure 1, on voit une lame compensatrice (L_C), qui vient compenser le trajet supplémentaire parcouru par la lumière réfléchi par le miroir 2, dans la lame séparatrice (L_S), qui est doté d'une épaisseur.

Ces deux lames partagent la même inclinaison par rapport au rayon d'incidence normale.

Le miroir M_2 est mobile, tandis que le miroir M_1 est fixe. La lame séparatrice est considérée parfaite, avec un indice de réflexion $R = 0.5$, et l'indice de transmission $T = 0.5$.

On considère aussi que la lame compensatrice et les miroirs sont parfaits, et donc que $R_{L_C} = 0$ et $T_{M_2} = T_{M_1} = 0$.

D. Procédure Expérimentale

Il est important de se rappeler que la configuration est celle d'un dispositif à division d'amplitude, l'interféromètre de Michelson-Morley, qui utilise comme source ponctuelle, une seule et unique source qui sera "dupliquée".

La phase à l'origine sera donc la même pour les deux rayons, il en va de même pour la pulsation ω et la fréquence f , il y a cohérence temporelle.

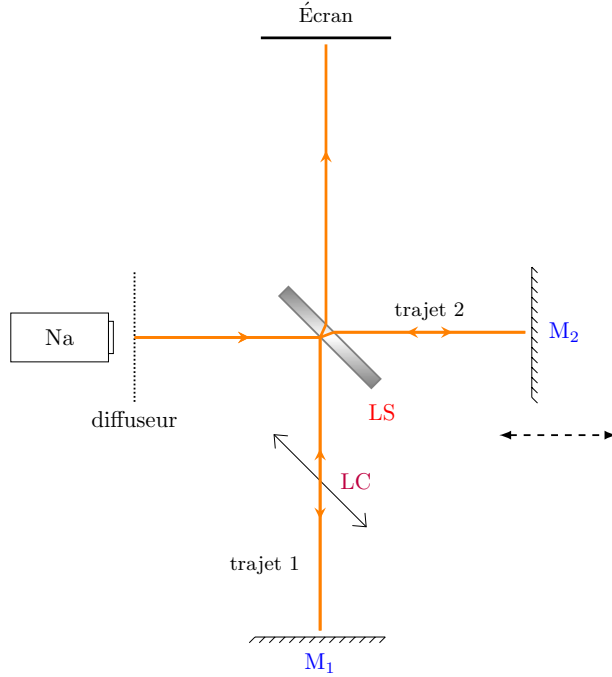


FIG. 1 – Interféromètre de Michelson, en configuration lame d'air

Les champs électriques sont colinéaires, d'amplitudes égales et dirigés par le même vecteur d'onde.

La relation (4) appliquée à une unique longueur d'onde nous permet de simplifier :

$$I(\vec{r}) = \frac{1}{4} \left(I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0} \cos(\phi_1 - \phi_2) \cos(0) \right)$$

$$I(\vec{r}) = \frac{1}{4} [2I_0 + 2I_0 \cos(\phi_1 - \phi_2)]$$

$$I(\vec{r}) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos(\vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)) \right]$$

$$I(\vec{r}) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_n} \delta\right) \right]$$

Le facteur 1/4 indique les 2 diminution d'intensité, des rayonnements transmis par facteurs de 1/2.

La Figure 1 illustre particulièrement bien le système. L'utilisation de la lame compensatrice, permet de avoir une différence de chemin optique qui ne sera due qu'à la distance ($L_S M_1$) et la distance ($L_S M_2$), on peut négliger la distance parcourue dans le miroir.

On en conclut que $\delta = 2n_{air}x \approx 2x$, avec $x = (L_S M_1) - (L_S M_2)$, le facteur 2 est dû au trajet aller et au trajet retour de la lumière. Idéalement on veut :

$$I_{1,2}(\vec{r}) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_{1,2}} x\right) \right]$$

Avant d'en arriver à cette configuration, il va falloir faire varier l'angle que forme M_1 avec le rayon d'incidence nulle jusqu'à avoir des franges circulaires concentriques qui apparaissent, indiquant l'orthogonalité des miroirs. Durant la configuration, on aura une intensité de la forme :

$$I_{1,2}(\vec{r}) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_{1,2}} x \cos(\alpha)\right) \right]$$

où α est ici l'angle d'incidence, entre la perpendiculaire à M_2 et l'axe de M_1 .

Une fois les miroirs perpendiculaires, on peut se concentrer sur l'utilisation du dispositif de division d'amplitude, et admettre que $\cos(\alpha) = 1$.

Le Sodium (Na) possède des raies d'émission très proches autour de

$$\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = 589.0 \text{ nm},$$

ses deux longueurs d'ondes, bien que proches, ont une différence de fréquences trop élevée pour interférer entre elles, elles sont donc incohérentes. La superposition des rayonnements des deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , ne cause pas d'interférences, il y a seulement superposition des intensités :

$$I(\vec{r}) = I_1 + I_2$$

$$I(\vec{r}) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_1} x\right) \right]$$

$$+ \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_2} x\right) \right]$$

On pose : $\eta = 4\pi x = 2\pi\delta$,

$$I(\vec{r}) = I_0 + \frac{I_0}{2} \left[\cos\left(\frac{\eta}{\lambda_1}\right) + \cos\left(\frac{\eta}{\lambda_2}\right) \right]$$

$$I(\vec{r}) = I_0 + \frac{I_0}{2} \left[2 \cos\left(\frac{\eta}{\lambda_1} - \frac{\eta}{\lambda_2}\right) \times \cos\left(\frac{\eta}{\lambda_2} + \frac{\eta}{\lambda_1}\right) \right]$$

$$I(\vec{r}) = I_0 + \frac{I_0}{2} \left[2 \cos\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 \lambda_1} \eta\right) \cos\left(\frac{\lambda_2 + \lambda_1}{\lambda_2 \lambda_1} \frac{\eta}{2}\right) \right]$$

On approxime $\lambda_1 \lambda_2 = (\lambda_m)^2$ et on pose $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda$, afin de simplifier en :

$$I(\vec{r}) = I_0 + \frac{I_0}{2} \left[2 \cos\left(\frac{\Delta\lambda}{2\lambda_m^2} \eta\right) \cos\left(\frac{\eta}{\lambda_m}\right) \right]$$

On injecte η :

$$I(\vec{r}) = I_0 + I_0 \left[\cos\left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \delta\right) \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_m}\right) \right]$$

Le terme

$$\cos\left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} \delta\right),$$

module le battement de l'intensité, et son annulation à lieu avec une fréquence spatiale de

$$\Delta x = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda},$$

cette caractéristique nous permet d'identifier les $\Delta\lambda$, à partir de la mesure de δx , la différence de position de M_2 entre deux brouillages.

Par **brouillage**, on fait référence à la superposition des anneaux sombres de longueur d'onde λ_1 et les anneaux lumineux de longueur d'onde λ_2 .

Cette situation paraît à l'œil humain être un simple éclaircissement, une tâche d'une seule et même couleur. L'œil ne peut pas distinguer de longueurs d'ondes aussi proches, et le ne peut percevoir les oscillations aussi rapides de la lumière visible.

On va faire évoluer la position de M_2 de façon à relever le plus de positions du miroir provoquant un brouillage, pour en déduire : δx , on fera ensuite une moyenne pour réduire les erreurs sur la mesure, en utilisant la formule :

$$\langle \delta x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta x_i \quad (5)$$

E. Résultats et Analyse

Les résultats obtenus sont consignés dans les tableaux suivants :

	Mesures (mm)		
n°1	23.77	n	δx_i (mm)
n°2	22.29	δx_1	0.296
n°3	20.82	δx_2	0.294
n°4	19.35	δx_3	0.294
n°5	17.91	δx_4	0.288
n°6	16.48	δx_5	0.286
n°7	14.96	δx_6	0.304
n°8	13.48	δx_7	0.296
n°9	12.40	δx_8	0.216
n°10	10.52	δx_9	0.376

Nous avons divisé par 5 nos différences de graduations, afin de compenser le mécanisme du vernier qui permet d'effectuer des translations du miroir très précises. Et nous obtenons les différences de positions de M_2 entre les états d'anti-coïncidence des franges de λ_1 et λ_2 dans le tableau de droite.

On calcule :

$$\langle \delta x \rangle = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{N=9} \delta x_i$$

$$\langle \delta x \rangle = 294.44 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Et ,

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\langle \delta x \rangle} \approx 5.9 \text{ \AA} = 0.59 \text{ nm}.$$

La vraie moyenne de ces longueurs d'onde serait en réalité $\lambda_m^r = 589.3 \text{ nm}$, l'utilisation d'une telle valeur pour nos calculs, mène à un résultat semblable :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^r^2}{2\langle \delta x \rangle} \approx 5.9 \text{ \AA} = 0.59 \text{ nm}$$

On obtient les longueurs d'ondes du doublet du sodium :

(en nm)	λ_1	λ_2
$\lambda_m = 589.0$	588.705	589.295
$\lambda_m^r = 589.3$	589.005	589.595

F. Incertitudes

L'incertitude sur δx est donnée par :

$$\Delta(\delta x) = \Delta(\delta x)_l + \Delta(\delta x)_p,$$

où $\Delta(\delta x)_l$ est l'incertitude sur la lecture du vernier, et $\Delta(\delta x)_p$ est l'incertitude sur l'imprécision de l'œil, pour ce qu'il en est du brouillage et son exactitude.

- $\Delta(\delta x)_l = \delta x_i + \delta x_{i+1}$, c'est à dire une graduation de l'échelle mobile du vernier,
- $\Delta(\delta x)_p$ est calculé grâce à la formule :

$$\Delta(\delta x)_p = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\delta x_i - \langle \delta x \rangle)^2}$$

On a :

$$\Delta(\delta x)_p = \sqrt{\frac{1}{8} \sum_{i=1}^9 (\delta x_i - (294.44 \times 10^{-6}))^2}$$

$$\Delta(\delta x)_p = 4.03 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

Et on prends :

$$\Delta(\delta x)_l = 2 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

Car il s'agit de la distance la plus petite que l'on pouvait mesurer avec le vernier ($10^{-2} \text{ mm} \times 1/5$). Donc :

$$\Delta(\delta x) = \Delta(\delta x)_l + \Delta(\delta x)_p$$

$$\Delta(\delta x) = 4.032 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Et ,

$$\Delta(\Delta\lambda) = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial \langle \delta x \rangle} \Delta(\delta x)\right)^2}$$

Or ,

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\langle \delta x \rangle}.$$

On a ainsi :

$$\frac{\partial \Delta \lambda}{\partial (\delta x)} = -\frac{\lambda_m^2}{2 \langle \delta x \rangle^2}.$$

Pour les deux valeurs λ_m possibles on a :

	$\lambda_m = 589.0 \text{ nm}$	$\lambda_m^r = 589.3 \text{ nm}$
$\Delta(\Delta \lambda)$	0.806 \AA	0.807 \AA

G. Résultats et Discussions

1) *Résultats:* Les valeurs mesurées sont résumées dans le tableau suivant.

λ en nm	Valeur expérimentale	Incertitude
λ_1	588.705	± 0.08
λ_2	589.285	± 0.08
λ_1^r	589.005	± 0.08
λ_2^r	589.595	± 0.08

2) *Discussions:* Les résultats obtenus montrent qu'il est possible de distinguer deux longueurs d'ondes très proches et de les mesurer de manière très précises avec un dispositif de division d'amplitude, ici l'interféromètre de Michelson-Morley. L'analyse des résultats révèle que l'incertitude et les bornes de l'intervalle auxquels appartiennent nos longueurs d'ondes mesurées coïncident parfaitement avec les valeurs théorique et réelle des longueurs d'ondes d'émission du sodium.

Il est important de souligner que la valeur λ_m/λ_m^r a été indispensable à la réalisation des mesures des données obtenues durant la manipulation.

En partant d'une valeur moyenne que l'on pourrait mesurer à l'aide d'un dispositif expérimental dédié il serait possible, en n'étant muni de rien d'autre que nos connaissances de cours et de rigueur durant la manipulation de déterminer précisément les longueurs d'onde d'émission d'une lampe quasi-monochromatique, par exemple.

H. Conclusion

Cette expérience a permis de démontrer l'utilité de l'interféromètre de Michelson pour la mesure de longueurs d'onde et leur séparation. En appliquant une méthode simple de comptage des franges, nous avons pu estimer avec une très bonne précision la différence de longueur d'onde du doublet du sodium. Cette technique est largement employée en spectroscopie pour l'analyse des sources lumineuses et la caractérisation des raies spectrales, c'est une méthode possible à l'identification des niveaux d'énergie d'atomes et molécules efficace, au travers de la mesure précise des longueurs d'ondes émises.

II. PRINCIPE D'UN SPECTROSCOPE

A. Objectifs

L'objectif de cette partie est de comprendre le principe de fonctionnement d'un spectroscope et son rôle dans l'analyse des spectres lumineux.

B. Matériel Utilisé

Nous utilisons un spectroscope à réseau, une lampe à vapeur de mercure (Hg) et un système de détection constitué de lentilles de longueurs focales inconnues, c'est une information non nécessaire à la bonne réalisation du système optique, d'un miroir et d'un banc optique.

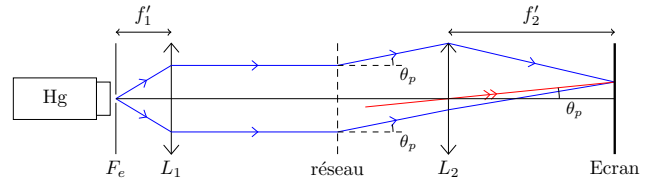


FIG. 2 – Montage de spectroscope sur banc (proposé par J.Oberlé)

C. Théorie

Un spectroscope est un instrument optique permettant de décomposer la lumière en ses différentes composantes spectrales. Un réseau de diffraction est utilisé pour disperser la lumière en fonction de sa longueur d'onde. L'étude du spectre obtenu permet d'identifier la composition d'une source lumineuse.

Considérons une superposition de deux longueurs d'ondes, λ_r et λ_b . Plaçons une lampe émettant ce rayonnement devant un réseau de diffraction. On place entre ces deux éléments du système une lentille convergente, de façon à transformer les fronts d'ondes sphériques en fronts d'ondes plans, avec une incidence oblique d'angle θ_i . Les rayons émergents, sortent avec une incidence d'angle θ_e , toujours collimatés mais avec une différence de chemin optique. Les rayons émergents sont convergés par une deuxième lentille convergente qui a en son foyer image l'écran d'observation.

Le champ électrique total calculé grâce au principe de superposition (ici somme de scalaires car les champs \vec{E}_i sont colinéaires, il suffit donc de projeter sur le vecteur directeur),

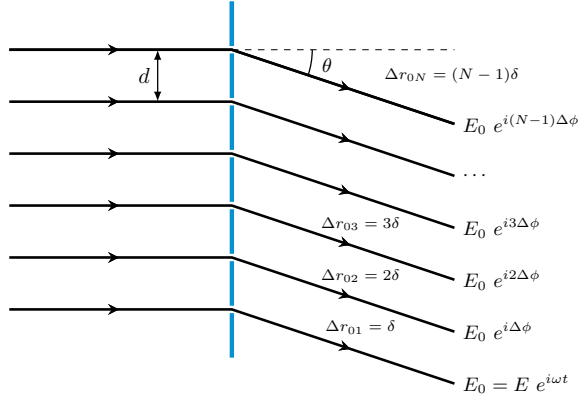


FIG. 3 – Diffraction par un réseau

est tout simplement :

$$E_t = E_0 + E_0 e^{i\Delta\phi} + E_0 e^{i2\Delta\phi} + \dots + E_0 e^{i(N-1)\Delta\phi}$$

$$E_t = E_0 \left(1 + e^{i\Delta\phi} + e^{i2\Delta\phi} + \dots + e^{i(N-1)\Delta\phi} \right)$$

$$E_t = E_0 \left(\frac{1 - e^{iN\Delta\phi}}{1 - e^{i\Delta\phi}} \right)$$

$$E_t = E_0 \frac{e^{iN\Delta\phi/2}}{e^{i\Delta\phi/2}} \left(\frac{e^{-iN\Delta\phi/2} - e^{iN\Delta\phi/2}}{e^{-i\Delta\phi/2} - e^{i\Delta\phi/2}} \right)$$

$$E_t = E_0 e^{i(N-1)\Delta\phi/2} \left(\frac{\cancel{2i} \sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\cancel{2i} \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)} \right)$$

Je fais appel à l'équation (1), pour en déduire :

$$I = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0 e^{i(N-1)\Delta\phi/2} \left(\frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)} \right) \times E_0 e^{-i(N-1)\Delta\phi/2} \left(\frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)} \right)$$

$$I = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)} \right)^2$$

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\left(N \frac{\pi}{\lambda} d \sin(\theta)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin(\theta)\right)} \right)^2$$

Finalement :

$$I = \frac{I_0}{N^2} \left(\frac{\text{sinc}\left(N \frac{\pi}{\lambda} d \sin(\theta)\right)}{\text{sinc}\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin(\theta)\right)} \right)^2$$

On peut étudier cette fonction de l'intensité et en déduire le comportement des franges, on voit que $N\Delta\phi > \Delta\phi$ on en conclut que le sinus cardinal au dénominateur est plus petit que celui au numérateur, et que ce dernier jouera sur

l'étalement de nos pics principaux tandis que le $\text{sinc}\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$ jouera le rôle d'enveloppe de la fonction.

Or $\delta = a \sin(\theta) = m\lambda$ lorsque les franges sont constructives, on a

$$\sin(\theta) = \frac{m\lambda}{a},$$

on a pour chaque longueur d'onde un angle de diffraction différent à ordre d'interférence m donné, étant donné que a est invariable au cours du temps, c'est le pas du réseau.

On fera usage de cette variation de θ_n propres aux diverses longueurs d'ondes comprises dans le rayonnement du mercure pour les faire interférer constructivement à des positions distinctes, et mesurer leurs déviations afin de calculer leurs longueurs d'onde à travers la formule :

$$\lambda_n = \frac{a \sin(\theta_n)}{m},$$

et

$$\theta_n = \tan^{-1} \left(\frac{x_n}{D} \right)$$

D. Procédure Expérimentale

Nous dirigeons une source lumineuse à travers un réseau de diffraction. L'angle de diffraction des différentes longueurs d'onde est mesuré, ce qui permet de déterminer les caractéristiques du spectre. Nous nous plaçons dans la situation où $\theta_i = 0$, on vérifie cette condition en observant la réflexion de la lumière incidente sur le réseau qui est centré sur la frange, c'est à dire que la frange centrale, de lumière blanche, est bien réfléchiée sur la frange.

Bien que la Figure 2 illustre un système optique correct et fonctionnel, il reste assez difficile à mettre en place expérimentalement, dans notre cas d'utilisation de lentilles de longueurs focales inconnues.

On va donc utiliser le système de la Figure 4.

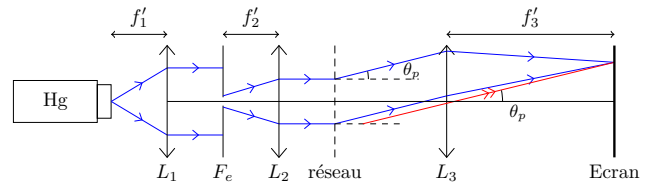


FIG. 4 – Montage sur banc utilisé (proposé par J.Degert)

Ce système mène aux mêmes motifs sur l'écran, mais est plus pratique et plus simple à mettre en place. Pour trouver les positions des foyers des lentilles il suffit de se servir de l'écran au bout du banc ou bien du mur au bout du laboratoire (qui font office d'infini), au vu de leur éloignement des éléments optiques au longueurs focales bien plus courtes, sur

lesquels on peut voir l'image des sources lumineuses plus ou moins nettement, jusqu'à la formation d'images nettes, qui permettra d'être sûr que la source lumineuse est bien dans le plan focal objet de la lentille. Pour s'assurer que les réseaux sont bien éclairés sous incidence nulle, il suffit de regarder les franges diffractées en réflexion. La frange centrale de lumière polychromatique, blanche, devrait coïncider avec la fente lorsque l'incidence est nulle.

On s'assure aussi que les éléments optiques soient le mieux centrés possible pour que les rayons respectent le mieux possible les conditions de Gauss, c'est à dire qu'ils soient paraxiaux.

E. Résultats et Analyse

Les espacements entre 2 franges de même longueur d'onde et de même ordre est mesuré. Les angles auxquels les longueurs d'ondes sont diffractées sont calculées, puis grâce à notre connaissance des grandeurs contrôlées et mesurées tels que la distance entre la lentille L_2 et l'écran, le pas du réseau et l'ordre d'interférence, on mesure θ , puis λ .

Les motifs de diffraction et d'interférences sont illustrés par les Figures 5, 6 et 7.

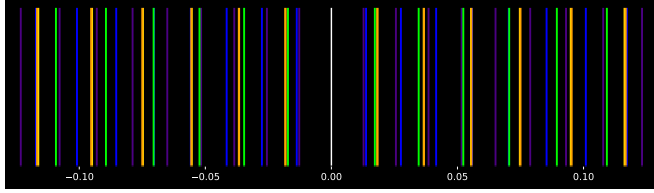


FIG. 5 – Spectre de la lampe Hg, avec le réseau de pas $a_1 = 10 \mu\text{m}$ (les positions sur l'écran en m)

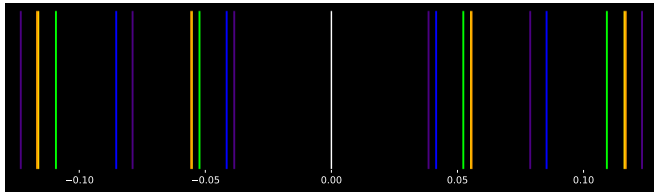


FIG. 6 – Spectre de la lampe Hg, avec le réseau de pas $a_3 = 3.33 \mu\text{m}$ (les positions sur l'écran en m)

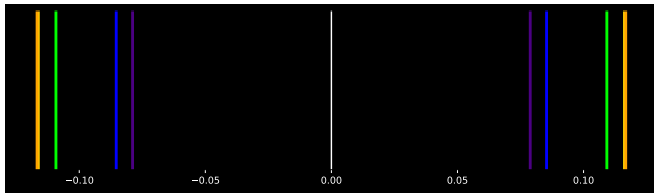


FIG. 7 – Spectre de la lampe Hg, avec le réseau de pas $a_6 = 1.67 \mu\text{m}$ (les positions sur l'écran en m)

Les espacements entre les franges de même longueurs d'ondes du même ordre sont :

	a_1	a_3	a_6
$2x_1$	2.2 cm	6.8 cm	13.95 cm
$2x_2$	2.5 cm	7.55 cm	15.5 cm
$2x_3$	2.8 cm	8.3 cm	16.75 cm
$2x_4$	3.45 cm	10.25 cm	21.6 cm
$2x_5$	3.7 cm	11 cm	23.9 cm

Ce qui donne :

	a_1	a_3	a_6
θ_1	1.99°	6.16°	12.48°
θ_2	2.27°	6.83°	13.82°
θ_3	2.54°	7.50°	14.88°
θ_4	3.134°	9.24°	18.92°
θ_5	3.36°	9.90°	20.77°

Les longueurs d'ondes calculées, en nm, sont les suivantes :

n	a_1	a_3	a_6
λ_1	349.0	357.7	360.3
λ_2	396.4	396.6	398.2
λ_3	444.0	435.4	428.2
λ_4	546.7	535.3	540.6
λ_5	586.3	573.3	591.2

Où a_n est le pas : $a_n = \frac{10^{-5}}{n} \text{ m} = \frac{10}{n} \mu\text{m}$.

1) *Incertitudes*: Mesurons les incertitudes sur les longueurs d'ondes relevées. Tout d'abord, on a :

$$\Delta x_n = 10^{-3} \text{ m}$$

$$\theta_n = \arctan\left(\frac{x_n}{f_3}\right)$$

$$\Delta\theta_n = \sqrt{\left(\frac{\partial\theta_n}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2}$$

Or on sait que :

$$\frac{\partial\theta_n}{\partial x_n} = \frac{1}{f_3 \left(1 + \left(\frac{x_n}{f_3}\right)^2\right)}$$

Et puisqu'on a :

$$\lambda_n = \frac{a \sin(\theta_n)}{m}, \text{ alors,}$$

$$\Delta\lambda_n = \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda_n}{\partial\theta_n} \Delta\theta_n\right)^2}$$

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant, également en degrés :

	a_1	a_3	a_6
$\Delta\theta_1$	0.181670	0.179797	0.173390
$\Delta\theta_2$	0.181605	0.179316	0.171510
$\Delta\theta_3$	0.181533	0.178788	0.169883
$\Delta\theta_4$	0.181348	0.177201	0.162759
$\Delta\theta_5$	0.181266	0.176510	0.159007

Et le tableau des incertitudes sur les longueurs d'onde mesurées en nanomètre :

$\Delta\lambda_n$	a_1	a_3	a_6
1	31.6881	10.3998	4.9244
2	31.6711	10.3581	4.8446
3	31.6522	10.3124	4.7758
4	31.6039	10.1753	4.4785
5	31.5825	10.1159	4.3246

Et enfin une méthode pour affiner la précision de la mesure des longueurs d'ondes serait de considérer les intervalles (créés par les incertitudes) et considérer que les longueurs d'ondes réelles appartiennent aux intersections des 3 intervalles trouvés grâce au 3 réseaux.

Une application de cette idée la rend moins vague :

λ_n	Intervalle (nm)
1	[355.38 ; 365.22]
2	[393.36 ; 403.04]
3	[423.42 ; 432.98]
4	[536.12 ; 545.08]
5	Pas d'intersection

2) *Discussion des résultats*: Le spectroscope est un très bon outil pour la mesure des longueurs d'ondes d'émission de sources lumineuses. L'utilisation de l'angle de réfraction propre aux longueurs d'ondes à ordre d'interférence donné est très judicieux et se base sur une multitude d'observables quel'on peut mesurer avec plus ou moins de précisions. Dans le cas du dernier tableau et de la méthode des intersections, on est limité par les incertitudes et mesures peu précises, comme c'est le cas pour la mesure de la longueur d'onde la plus élevée. On ne trouve pas d'intersection des valeurs possibles, et cela est dû aux mesures encore moins précises lorsque les angles sont trop grands et l'écran pas assez grand, ici il ya une sous-évaluation de l'erreur sur la mesure des x_4 et x_5 qui est propagé au cours de nos mesures.

On remarque que les intervalles ont tendance à s'agrandir plus λ_n est grand, la mesure manuelle est de plus en plus dur lorsque l'écart à mesurer grandit.

F. Conclusion

L'expérience nous permet de comprendre comment un spectroscope analyse la lumière et d'illustrer son utilité en spectroscopie, tout comme on pourrait déterminer le pas d'un réseau pour une source lumineuse, de raies connues. Cette manipulation conduit à des longueurs d'onde calculées qui varient fortement d'un réseau à l'autre. Plusieurs facteurs peuvent expliquer ces écarts, tels qu'un alignement imparfait des éléments optiques, une mesure peu précise de la distance séparant les raies en raison de la méthode employée, relativement rudimentaire, l'utilisation d'un capteur fixe aurait permis d'améliorer la précision du spectroscope et de nos mesures. Aussi l'absence de moyens pour vérifier la parallélité entre le réseau et l'écran est un problème auquel nous avons été confronté et qui nous a posé problème.