

Sprawozdanie z ćwiczenia Oscylator Harmoniczny z siłą wymuszającą

1. Cel ćwiczenia.

Zbadanie zależności amplitudy drgań oscylatora harmonicznego z siłą wymuszającą od częstości siły wymuszającej.

2. Przebieg ćwiczenia.

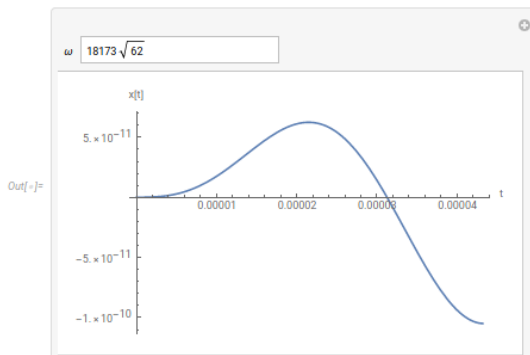
Ustalenie poprawnych wartości - częstości drgań, tłumienia, amplitudy siły wymuszającej; rozwiązanie równania różniczkowego

```
a = 145383;  
ω0 = a + 1 (* częstość drgań oscylatora *);  
b = ω0 / 4 (* parametr tłumienia *);  
f = 1 (* amplituda siły wymuszającej *);  
s[ω_] := NDSolve[{x''[t] + b x'[t] + ω0^2 x[t] == f Sin[ω t], x[0] == 0, x'[0] == 0},  
  x[t], {t, 0, 2 π / ω0}] (* rozwiązanie równania różniczkowego *);  
x[t_, ω_] := s[ω][[1, 1, 2]];
```

Narysowanie wykresów przykładowych rozwiązań numerycznych $x(t)$ dla przypadków:

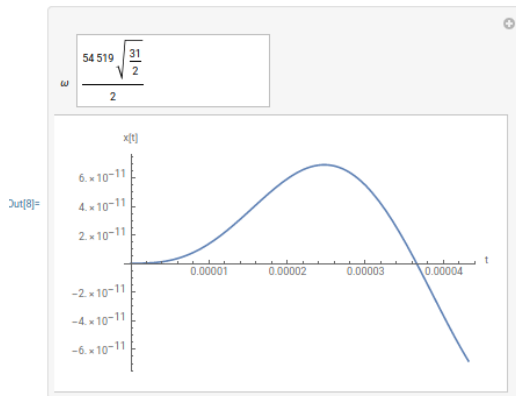
a) $\sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$

```
In[ ]:= Manipulate[Plot[Evaluate[{x[t, ω]}], {t, 0, 2 π / ω0}, PlotStyle -> Automatic, AxesLabel -> {"t", "x[t]"}], {ω, (ω0^2 - (b^2) / 2)^(1 / 2)}]
```



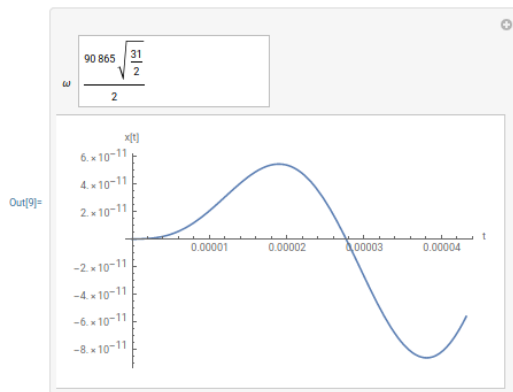
b) $\frac{3}{4}\sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$

```
In[8]= Manipulate[Plot[Evaluate[{x[t, ω]], {t, 0, 2 π/ω0}], PlotStyle->Automatic, AxesLabel->{"t", "x[t]"}], {ω, (3/4) * (ω0^2 - (b^2)/2)^(1/2)}]
```



c) $\frac{5}{4}\sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2}b^2}$

```
In[9]= Manipulate[Plot[Evaluate[{x[t, ω]], {t, 0, 2 π/ω0}], PlotStyle->Automatic, AxesLabel->{"t", "x[t]"}], {ω, (5/4) * (ω0^2 - (b^2)/2)^(1/2)}]
```



Wyprowadzenie zależności między maksymalną amplitudą drgań a częstotliwością ω .

```
In[222]= values = Table[NMaximize[{x[t, k/10 * (ω0^2 - (b^2)/2)^(1/2)], 0 ≤ t ≤ 2 π/ω0}, {t}], {k, 19}];
data = Table[{k/10 * (ω0^2 - (b^2)/2)^(1/2), values[[k]][[1]]}, {k, 19}];
ListPlot[data]
Grid[data, Frame->All]
```

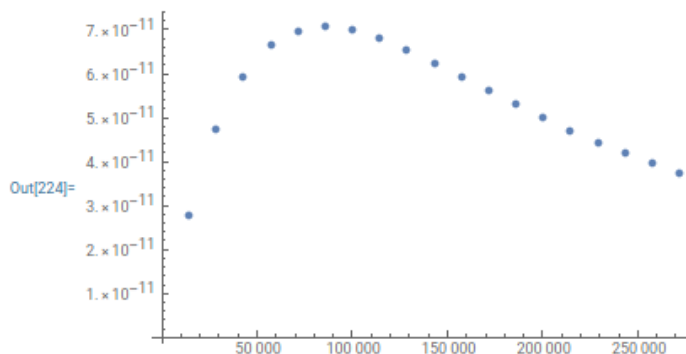


Tabela wartości na podstawie których został sporządzony wykres.

$\frac{18\,173 \sqrt{\frac{31}{2}}}{5}$	2.75979×10^{-11}
$\frac{18\,173 \sqrt{62}}{5}$	4.73948×10^{-11}
$\frac{54\,519 \sqrt{\frac{31}{2}}}{5}$	5.93851×10^{-11}
$\frac{36\,346 \sqrt{62}}{5}$	6.64433×10^{-11}
$18\,173 \sqrt{\frac{31}{2}}$	6.97451×10^{-11}
$\frac{54\,519 \sqrt{62}}{5}$	7.06137×10^{-11}
$\frac{127\,211 \sqrt{\frac{31}{2}}}{5}$	6.98965×10^{-11}
$\frac{72\,692 \sqrt{62}}{5}$	6.79446×10^{-11}
$\frac{163\,557 \sqrt{\frac{31}{2}}}{5}$	6.5205×10^{-11}
$18\,173 \sqrt{62}$	6.24388×10^{-11}
$\frac{199\,903 \sqrt{\frac{31}{2}}}{5}$	5.92627×10^{-11}
$\frac{109\,038 \sqrt{62}}{5}$	5.60216×10^{-11}
$\frac{236\,249 \sqrt{\frac{31}{2}}}{5}$	5.291×10^{-11}
$\frac{127\,211 \sqrt{62}}{5}$	4.9843×10^{-11}
$54\,519 \sqrt{\frac{31}{2}}$	4.70581×10^{-11}
$\frac{145\,384 \sqrt{62}}{5}$	4.43436×10^{-11}
$\frac{308\,941 \sqrt{\frac{31}{2}}}{5}$	4.1829×10^{-11}
$\frac{163\,557 \sqrt{62}}{5}$	3.9473×10^{-11}
$\frac{345\,287 \sqrt{\frac{31}{2}}}{5}$	3.73399×10^{-11}

Znalezienie wartości częstości rezonansowej oraz wartości ω_+ , ω_- oraz $\Delta\omega = \omega_+ - \omega_-$

```
In[226]:=  $\omega_{max}$  = MaximalBy[data, 2][[1]][[1]] (* częstość rezonansowa *)
maxX0 = MaximalBy[data, 2][[1]][[2]] (* maksymalna wartość amplitudy *)
maxX0id = Position[data,  $\omega_{max}$ ][[1]][[1]];
data = Table[{k/10 * (( $\omega_0^2 - (b^2)/2$ )^(1/2))}, values[[k]][[1]] - 1/2 * maxX0}, {k, 19}];
tmp1 = Take[data, maxX0id - 1];
tmpfunc1 = Interpolation[tmp1];
 $\omega_{minus}$  = FindRoot[tmpfunc1, {data[[1]][[1]]}][[1]]
values = Table[NMaximize[{x[t, k/10 * (( $\omega_0^2 - (b^2)/2$ )^(1/2))], 0 ≤ t ≤ 2  $\pi$  /  $\omega_0$ }, {t}], {k, 20}];
data = Table[{k/10 * (( $\omega_0^2 - (b^2)/2$ )^(1/2))}, values[[k]][[1]] - 1/2 * maxX0}, {k, 20}];
tmp2 = Take[data, maxX0id - Length[data]];
tmpfunc2 = Interpolation[tmp2];
 $\omega_{plus}$  = FindRoot[tmpfunc2, {data[[20]][[1]]}][[1]]
 $\Delta\omega$  =  $\omega_{plus}$  -  $\omega_{minus}$ 

Out[226]=  $\frac{163\,557\sqrt{62}}{5}$ 

Out[227]=  $3.9473 \times 10^{-11}$ 

Out[232]= 10 031.8
⊕
Out[237]= 394 025.

Out[238]= 383 993.
```

$$\text{Częstość rezonansowa} = \omega_{max} = \frac{163557\sqrt{62}}{5}$$

$$X_0(\omega_{max}) = 3.9473 \cdot 10^{-11}$$

$$\omega_- = 10031.8$$

$$\omega_+ = 394025$$

$$\Delta\omega = 383993$$