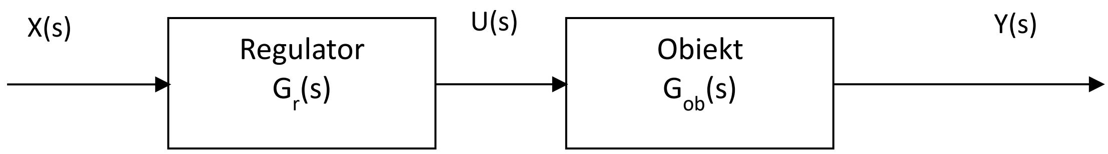
Lab nr 4

Wprowadzenie do układów regulacji automatycznej (URA)

Program zajęć:

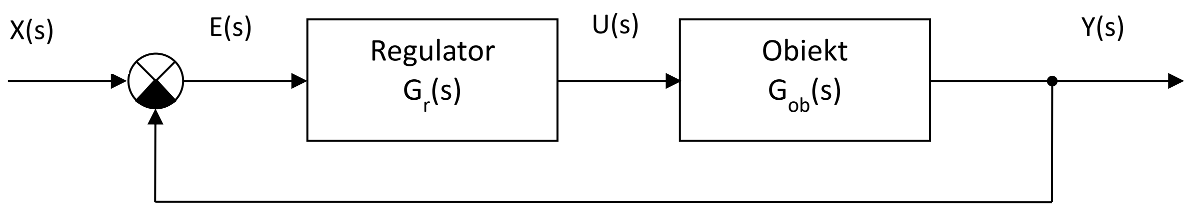
1. **Układy sterowania.**
    a. Sterowanie w strukturze otwartej.



Rys. 1. Schemat blokowy otwartego układu sterowania

Sygnał sterujący u jest określony przez regulator, realizujący algorytm sterowania. Sterowanie w układzie otwartym jest sensowne tylko wówczas, gdy dla danych sygnałów sterujących możemy przewidzieć odpowiednio dokładnie powstające skutki sterowania.
W praktyce na obiekt oddziałują zakłócenia zewnętrzne, obiekt sterowania może także wykazywać pewną zmienność. Zatem aby poprawić skuteczność sterowania wprowadza się sprzężenie zwrotne (patrz punkt b poniżej).

    b. Sterowanie w strukturze zamkniętej.

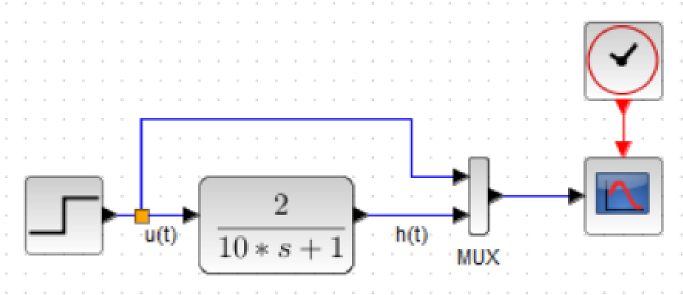


Rys. 2. Schemat blokowy zamkniętego układu sterowania

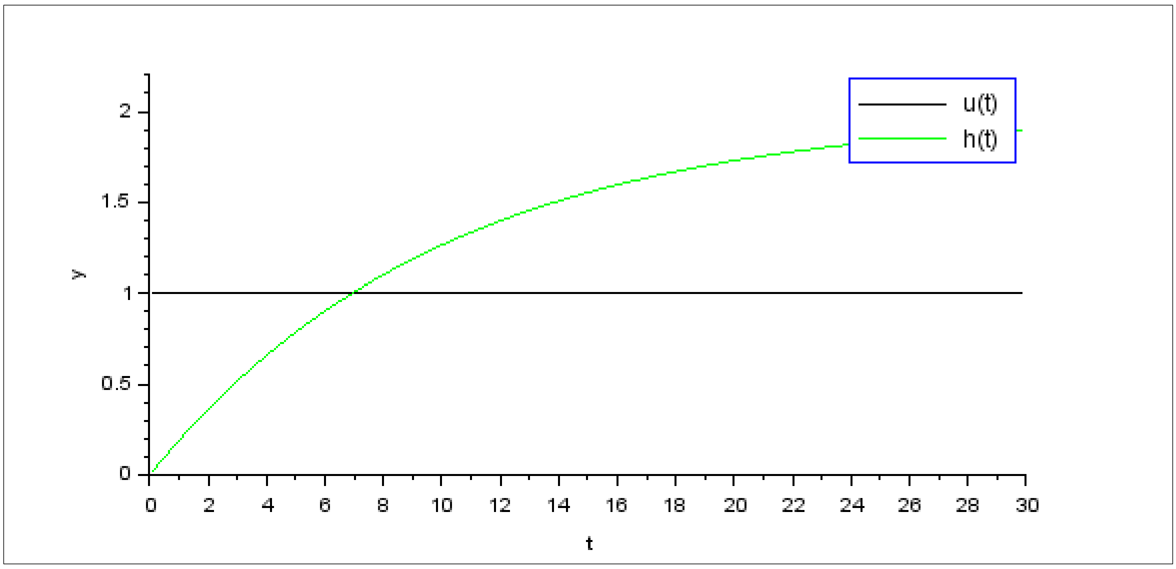
W węźle sumacyjnym (poprzez sprzężenie zwrotne) realizowane jest porównanie sygnału wyjściowego **y** z sygnałem zadanym **x**. Praca zamkniętego układu sterowania polega na reagowaniu na zmianę sygnału wyjściowego (spowodowanej np. wpływem zakłóceń **z**) poprzez wyznaczenie sygnału uchybu **e**. Regulator na podstawie wartości sygnału uchybu **e,** zgodnie z algorytmem sterowania wypracowuje sygnał sterujący **u**, który spowoduje sprowadzenie wartości uchybu do zera. Zadaniem układu regulacji jest minimalizacja wartości sygnału uchybu: $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty}[x(t) - y(t)] = 0$

Mariusz Nowak, Instytut Informatyki, PP, e-mail: Mariusz.Nowak@put.poznan.pl, http://www.cs.put.poznan.pl/mnowak

2. Badanie odpowiedzi skokowej obiektu o transmitancji $G_{ob}(s) = \frac{2}{10s+1}$



Rys. 3. Schemat blokowy do badania odpowiedzi skokowej obiektu G_{ob}



Rys. 4. Odpowiedz skokowa obiektu G_{ob}

Z rysunku 4 wynika, że po podaniu na wejście obiektu sygnału typu skok jednostkowy, na wyjściu pojawi się sygnał o ustalonej wartości 2.
Jaką wartość należy podać na wejście obiektu, aby na wyjściu pojawił się sygnał ustalony równy 1? W URA wypracowywaniem sygnału, który należy podać na wejście obiektu zajmuje się regulator.

3. URA z regulatorem typu P.

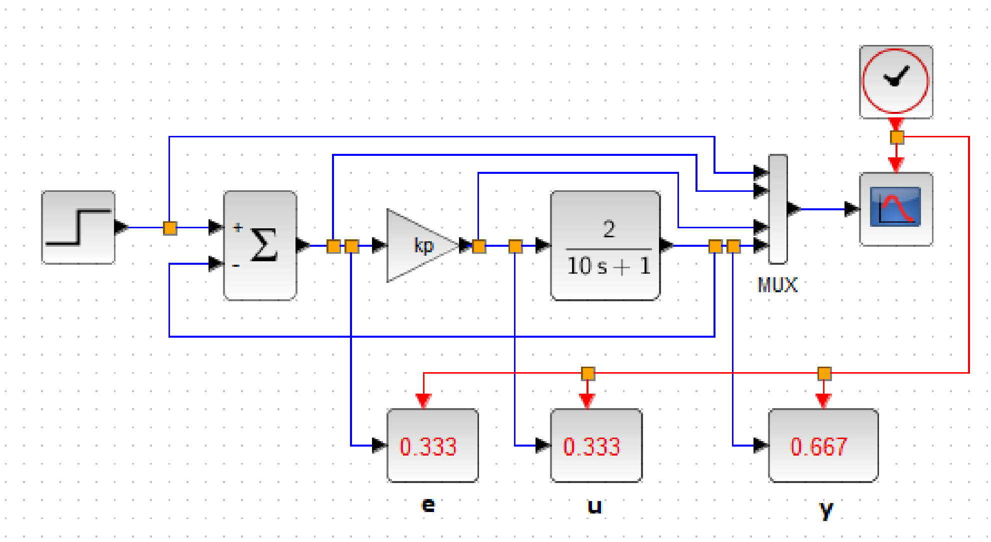
a. Algorytm regulatora ciągłego typu P.

$$u(t) = k_P \cdot e(t)$$

k_p – współczynnik wzmocnienia regulatora.

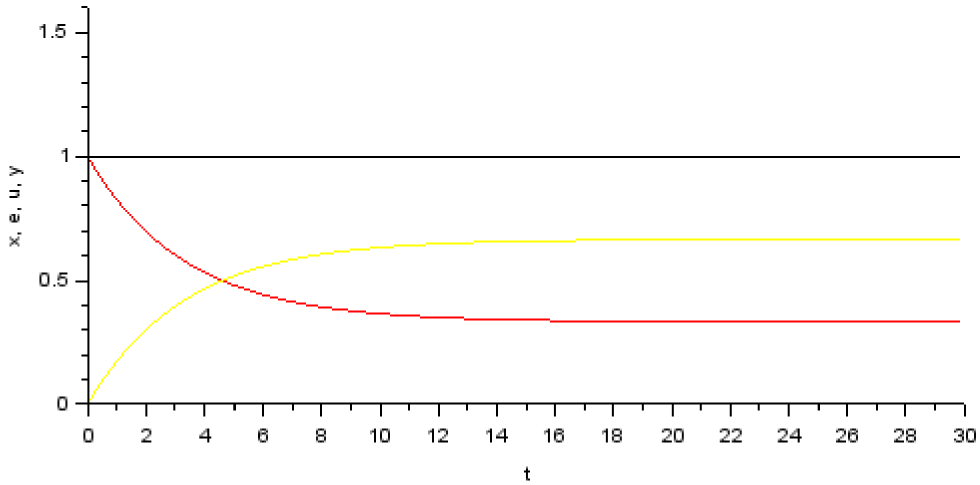
b. URA z regulatorem typu P i obiektem G_{ob}.

$G_{ob}(s) = \frac{2}{10s+1}$; wzmocnienie regulatora typu P: k_p=1



Rys. 5. URA z regulatorem typu P i obiektem G_{ob} dla wzmocnienia regulatora P: k_p=1

Wskaźniki cyfrowe e, u i y: Przeglądarka palet -> Sinks -> AFFICH_m (Set AFFICH_m block parameters: Number of fractional part digits () = 3).



Rys. 6. Przebiegi x(t), e(t), u(t) oraz y(t) dla URA z rysunku 5; czarny – x(t), zielony (ukryty pod czerwonym) – e(t), czerwony – u(t), żółty – y(t)

Na rysunku 6 przebiegi e(t) oraz u(t) reprezentowane są jednym kolorem – czerwonym. Jest to spowodowane jednostkowym wzmocnieniem regulatora u(t)=e(t).

Analityczne wyznaczenie wartości uchybu ustalonego dla URA z rysunku 5.

$$G_o(s) = G_r(s) \cdot G_{ob}(s) \qquad G_e(s) = \frac{E(s)}{X(s)} = \frac{X(s) - Y(s)}{X(s)} = 1 - G_z(s)$$

$$G_z(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

$$e_u = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0}\left[s \cdot E(s)\right] \qquad y_u = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0}\left[s \cdot Y(s)\right]$$

$$G_R(s) = k_P$$

$$G_{ob}(s) = \frac{k}{Ts+1}$$

$$G_o(s) = G_R(s) \cdot G_{ob}(s) = \frac{k \cdot k_P}{Ts + 1}$$

$$G_z(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)G_{cz}(s)} = \frac{\frac{k \cdot k_P}{Ts+1}}{1 + \frac{k \cdot k_P}{Ts+1}} = \frac{\frac{k \cdot k_P}{Ts+1}}{\frac{Ts + 1 + k \cdot k_P}{Ts+1}} = \frac{k \cdot k_P}{Ts + 1 + k \cdot k_P}$$

$$G_e(s) = 1 - G_z(s) = 1 - \frac{k \cdot k_P}{Ts + 1 + k \cdot k_P} = \frac{Ts + 1}{Ts + 1 + k \cdot k_P}$$

$$E(s) = G_e(s) \cdot X(s) = \frac{Ts + 1}{Ts + 1 + k \cdot k_P} \cdot \frac{1}{s}$$

$$e_u = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0}\big(s \cdot E(s)\big) =$$
$$= \lim_{s\to 0}\left(s \cdot \frac{Ts+1}{Ts + 1 + k \cdot k_P} \cdot \frac{1}{s}\right) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{Ts+1}{Ts + 1 + k \cdot k_P}\right) = \frac{1}{1 + k \cdot k_P}$$

$$e_u = \frac{1}{1 + 2k_p}$$

Widać zatem, że uchyb ustalony e_u będzie dążył do zera <=> $k_P \to \infty$

Wartość uchybu ustalonego dla URA z rysunku 5, gdzie k_p=1: $e_u = \frac{1}{1+2\cdot 1} = \frac{1}{3} = 0,333$

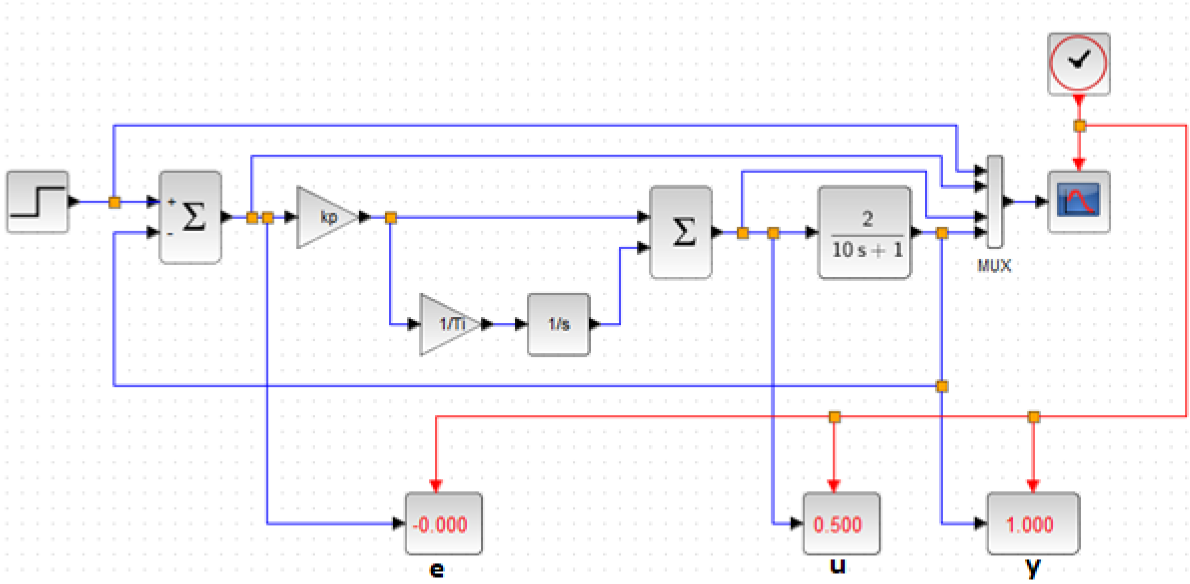
Sprawdzić eksperymentalnie wartość uchybu ustalonego dla rosnących wartości wzmocnienia regulatora typu P.

4. URA z regulatorem typu PI.

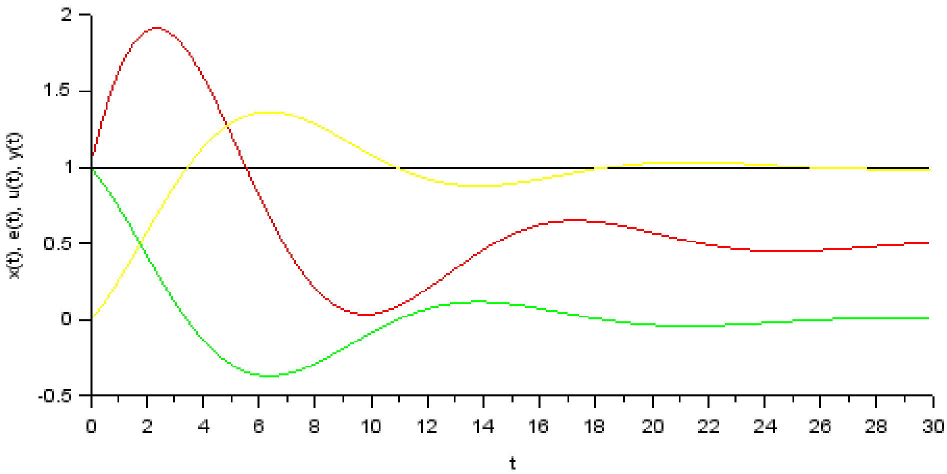
a. Algorytm regulatora ciągłego typu PI.

$$u(t) = k_P \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right]$$

T_i – czas zdwojenia (czas, po którym składowa pochodząca z działania całkującego zrówna się ze składową pochodzącą z działania proporcjonalnego po podaniu na wejście regulatora sygnału skokowego).



Rys. 7. URA z regulatorem typu PI i obiektem G_{ob} dla nastaw regulatora PI: k_p=1, T_i=1



Rys. 8. Przebiegi x(t), e(t), u(t) oraz y(t) dla URA z rysunku 7; czarny – x(t), zielony – e(t), czerwony – u(t), żółty – y(t)

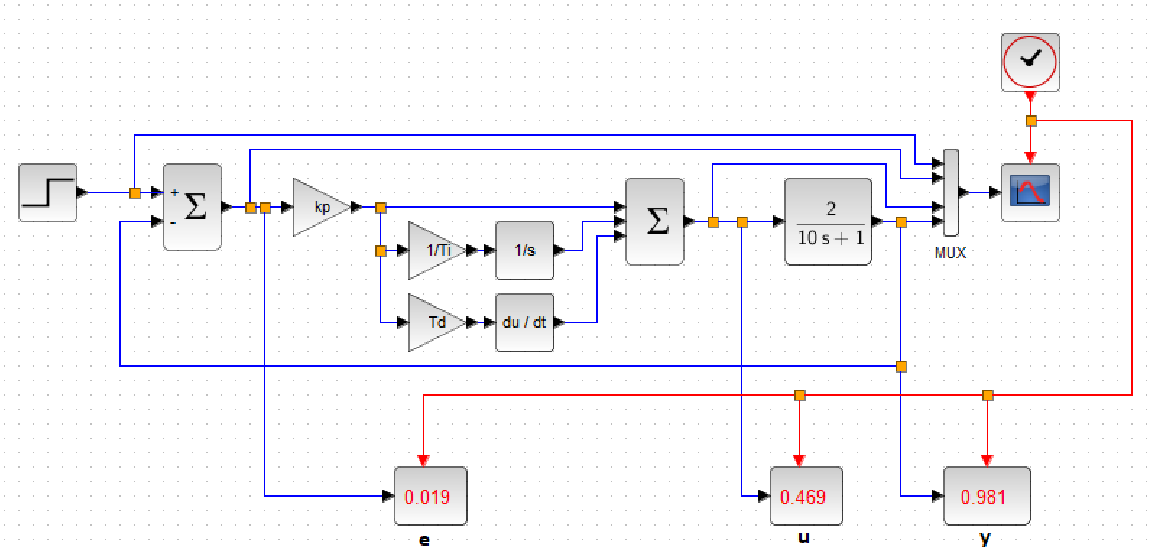
Obliczyć wartość uchybu ustalonego dla URA z regulatorem typu PI (rysunek 7) metodą z punktu 3, gdzie transmitancja regulatora $G_R(s) = k_P\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$.

5. URA z regulatorem typu PID.

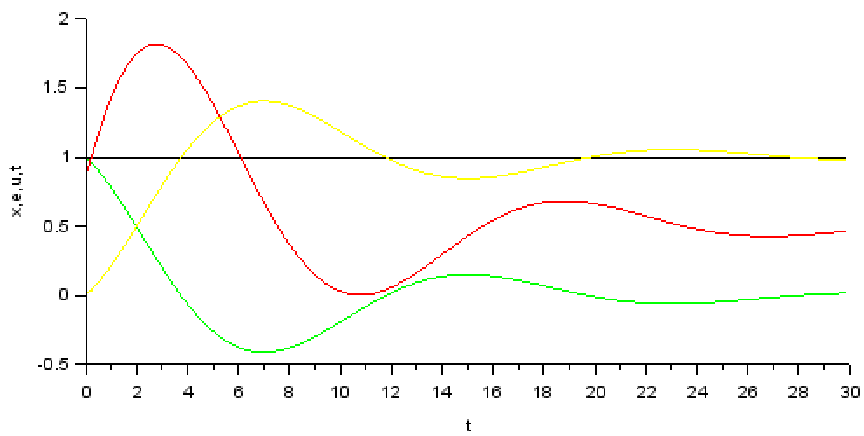
a. Algorytm regulatora ciągłego typu PID.

$$u(t) = k_P\left[e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau + T_d\frac{de(t)}{dt}\right]$$

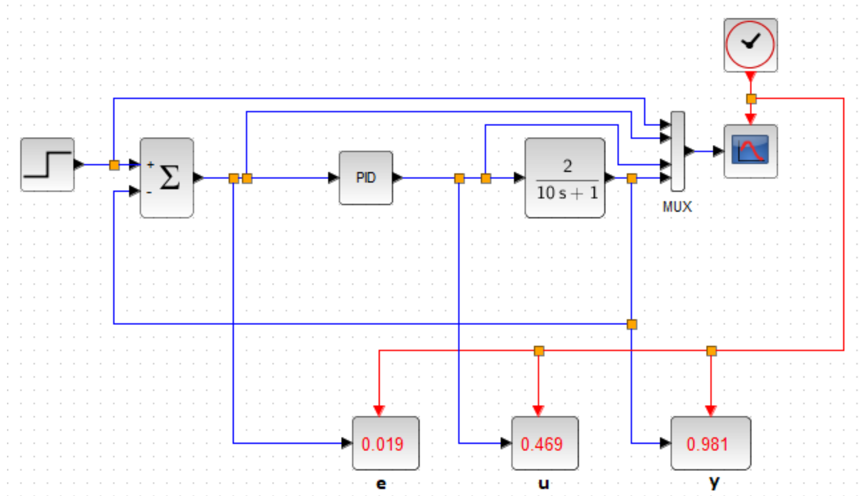
T_d – stała wyprzedzenia (czas, po którym składowa pochodząca z działania proporcjonalnego zrówna się ze składową pochodzącą z działania różniczkującego po podaniu na wejście regulatora sygnału narastającego liniowo).



Rys. 9. URA z regulatorem typu PID i obiektem G_{ob} dla nastaw regulatora PID: k_p=1, T_i=1, T_d=1

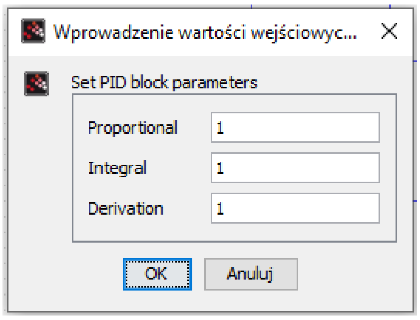


Rys. 10. Przebiegi x(t), e(t), u(t) oraz y(t) dla URA z rysunku 9; czarny – x(t), zielony – e(t), czerwony – u(t), żółty – y(t)



Rys. 11. URA z PID i obiektem G_{ob} dla nastaw regulatora PID: k_p=1, T_i=1, T_d=1

Bloczek PID: Przeglądarka palet – Systemy czasu ciągłego – PID.



Rys. 12. Nastawy regulatora PID dla URA z rysunku 8

Dla chętnych - obliczyć wartość uchybu ustalonego dla URA z regulatorem typu PID (rysunek 9) metodą z punktu 3, gdzie transmitancja regulatora
$G_R(s) = k_P\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$.

W zastosowaniach praktycznych najczęściej spotykany jest regulator typu PID. Zjawisko interakcji – zmiana którejkolwiek z nastaw k_p, T_i, T_d wpływa na wartości pozostałych.

6. Dobór regulatorów i ich nastaw

a. Na dobór regulatora w URA mają wpływ informacje wynikające z charakterystyk obiektu regulacji oraz wymagania dotyczące jakości regulacji.
Działanie różniczkujące wprowadza dodatnie przesunięcie fazowe i zwiększa pasmo przenoszenia układu.
Działanie całkujące wprowadza ujemne przesunięcie fazowe i zmniejsza pasmo przenoszenia układu oraz zwiększa rząd astatyzmu. (Astatyzm gwarantuje likwidację uchybu ustalonego. W zależności od rzędu astatyzmu, obiekty są wstanie likwidować uchyb ustalony dla wymuszeń skokowych, narastających liniowo, …).

b. Dobór nastaw regulatora metodą Zieglera-Nicholsa.
   Włączając działanie P, zwiększamy wzmocnienie aż do granicy stabilności, w układzie powstaną drgania o stałej amplitudzie i okresie t_{kr}. Wartość wzmocnienia – k_{kr}.
   Dla regulatora P: $k_p = 0,5k_{kr}$
   Dla regulatora PI: $k_p = 0,45k_{kr}$, $T_i = 0,85t_{kr}$
   Dla regulatora PID: $k_p = 0,6k_{kr}$, $T_i = 0,5t_{kr}$, $T_d = 0,12t_{kr}$

7. Jakość regulacji

a. Jakość regulacji w stanie ustalonym

   Uchyb ustalony e_u

$$e_u = \lim_{t \to \infty} e(t)$$

b. Jakość regulacji w stanie nieustalonym

   Przeregulowanie σ

$$\sigma = \frac{e_{p1}}{e_{p0}} \cdot 100\%$$

   Stosunek drugiej amplitudy e_{p1} uchybu e(t) do pierwszej amplitudy e_{p0}.

   Czas regulacji t_r
   Jest to czas, jaki upłynął od momentu wystąpienia skokowej zmiany wartości zadanej do ustalenia się wahań uchybu e(t) od 2% do 5% pierwszej amplitudy e_{p0} wokół wartości uchybu ustalonego.

8. Kryteria sterowania całkowe – miary jakości regulacji (indeksy jakości, funkcjonały kosztów)

Miara jakości obrazuje jak dobrze URA zachowuje się między chwilą początkową (najczęściej 0) a czasem końcowym (najczęściej ∞).

a. całka z kwadratu uchybu (jakość regulacji)

$$I_0 = \int_0^\infty e^2(t)dt$$

b. całka z bezwzględnej wartości uchybu (jakość regulacji)

$$I_1 = \int_0^\infty |e(t)|dt$$

c. minimum energii (koszty regulacji)

$$I_2 = \int_0^\infty u^2(t)dt$$

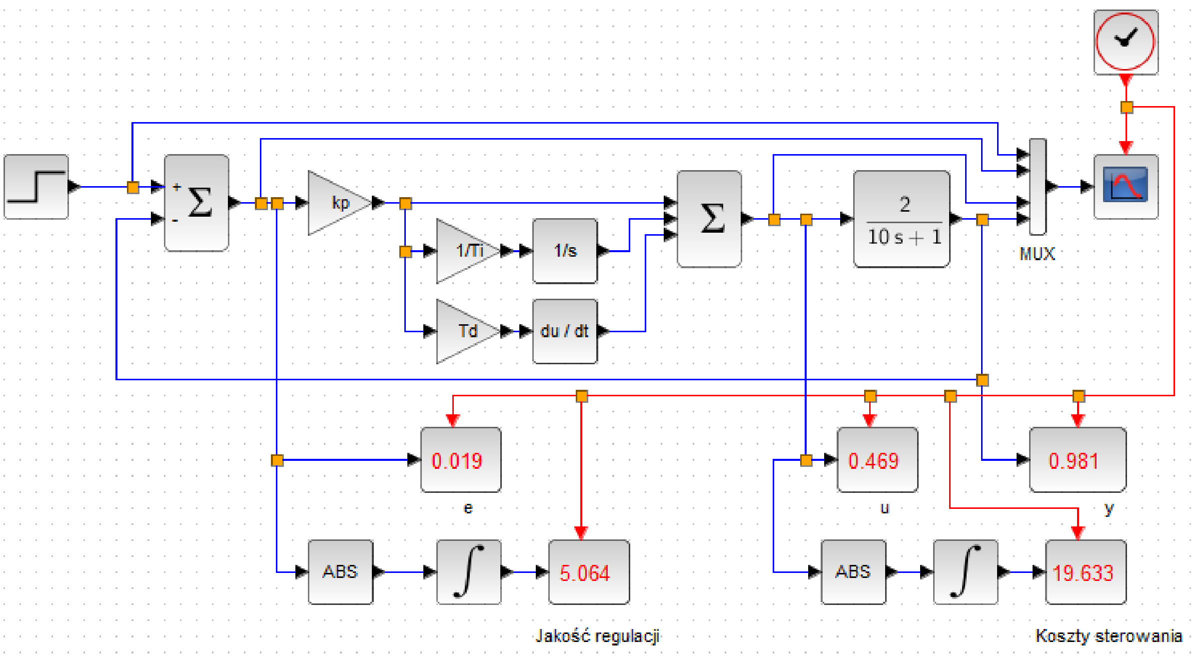
d. minimum paliwa (koszty regulacji)

$$I_3 = \int_0^{\infty} |u(t)| dt$$

e. minimum czasu

$$I_4 = \int_0^{\infty} dt$$

9. URA z wyznaczanymi jakością regulacji i kosztami sterowania.



Rys. 13. URA z regulatorem PID i wyznaczanymi jakością regulacji i kosztami sterowania

10. Zadania do samodzielnego rozwiązania

a. Sprawdzić eksperymentalnie wartość uchybu ustalonego dla rosnących wartości wzmocnienia regulatora typu P – URA z rysunku 5.
b. Sprawdzić zmiany wartości jakości regulacji i kosztów sterowania w funkcji zmian wartości wzmocnienia regulatora typu P.
c. Obliczyć wartość uchybu ustalonego dla URA z regulatorem typu PI (rysunek 7) metodą z punktu 3, gdzie transmitancja regulatora $G_R(s) = k_P\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$.
d. *Dla chętnych - obliczyć wartość uchybu ustalonego dla URA z regulatorem typu PID (rysunek 7) metodą z punktu 3, gdzie transmitancja regulatora* $G_R(s) = k_P\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$.
e. Wyznaczyć wartości jakości regulacji i kosztów sterowania dla *różnych strategii sterowania* (regulator P, PI, PID z różnymi nastawami).