



北京交通大学

# 数字信号处理

Digital Signal Processing

主讲人：陈后金

电子信息工程学院



# 窗函数法设计线性相位FIR滤波器

- ◆ 设计原理
- ◆ 设计方法
- ◆ 窗口选择
- ◆ 设计举例



# 设计原理

给定FIR数字滤波器的**频率响应** $H_d(e^{j\Omega})$ ，设计物理可实现的FIR数字滤波器 $H(z)$ ，通过**时域逼近**使 $H(z)$ 对应的频率响应 $H(e^{j\Omega})$ 逼近所要求的频率响应 $H_d(e^{j\Omega})$ 。

**IIR数字滤波器**设计是通过设计**模拟滤波器**而实现；  
模拟滤波器是通过设计三个模板**低通滤波器**而实现；  
低通滤波器是通过给定的**边界频率及其衰耗**而实现。



# 设计原理

时域逼近思想:

根据给定的 $H_d(e^{j\Omega})$ , 利用IDTFT求解其单位脉冲响应 $h_d[k]$

$$h_d[k] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(e^{j\Omega}) e^{jk\Omega} d\Omega$$

$h_d[k]$ 一般情况下是**非因果的无限长**序列,

加窗截短 $h_d[k]$ , 使之成为**因果的有限长序列** $h[k]$ ,

$h[k]$ 是 $h_d[k]$ 的**时域逼近**。



# 窗函数法设计线性相位FIR滤波器

- ◆ 设计原理
- ◆ 设计方法
- ◆ 窗口选择
- ◆ 设计举例



# 设计方法

1. 由 $H_d(e^{j\Omega})$ 确定FIR DF的**类型**和幅度函数 **$A_d(\Omega)$**
2. 根据类型确定线性相位FIR滤波器的相位 **$\varphi_d(\Omega)$**

$$\varphi_d(\Omega) = -0.5M\Omega + \beta \quad (\beta = 0 \text{ 或 } \pi/2)$$

3. 根据 $A_d(\Omega)$ 和 $\varphi_d(\Omega)$ 通过IDTFT求解 **$h_d[k]$**

$$h_d[k] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} A_d(\Omega) e^{j\varphi_d(\Omega)} e^{jk\Omega} d\Omega$$

4. 加窗截短 $h_d[k]$ , 得到有限长因果序列 **$h[k]$**

$$h[k] = h_d[k] w_N[k]$$



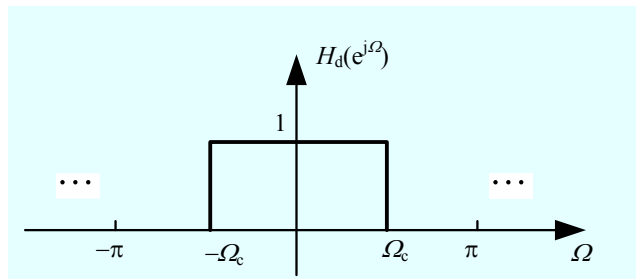
例：利用窗函数法设计一个幅度响应能逼近截止频率 $\Omega_c=0.5\pi$  rad的低通滤波器 $H_d(e^{j\Omega})$ 的线性相位FIR滤波器。

解：(1) 由 $H_d(e^{j\Omega})$ 确定线性相位FIR滤波器类型：

低通滤波器可用I型或II型，本题选用I型

由 $H_d(e^{j\Omega})$ 确定幅度函数 $A_d(\Omega)$ ：

$$A_d(\Omega) = \begin{cases} 1 & |\Omega| \leq \Omega_c \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$



(2) 根据类型确定线性相位FIR滤波器的相位 $\varphi_d(\Omega)$ ：

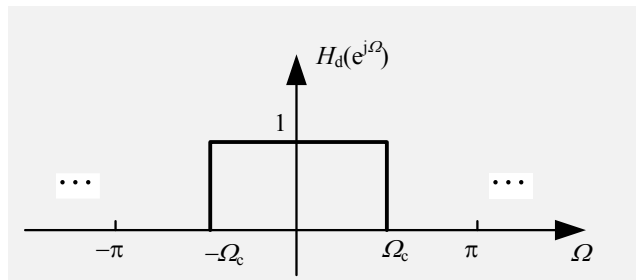
I型线性相位的 $\varphi_d(\Omega)$ 为  $\varphi_d(\Omega) = -0.5M\Omega$



例：利用窗函数法设计一个幅度响应能逼近截止频率 $\Omega_c=0.5\pi$  rad的低通滤波器 $H_d(e^{j\Omega})$ 的线性相位FIR滤波器。

解：(3) 根据 $A_d(\Omega)$ 和 $\varphi_d(\Omega)$ 通过IDTFT求解 $h_d[k]$

$$\begin{aligned} h_d[k] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} A_d(\Omega) e^{j\varphi_d(\Omega)} e^{jk\Omega} d\Omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega_c}^{\Omega_c} e^{j\Omega(k-0.5M)} d\Omega = \frac{\Omega_c}{\pi} \text{Sa}[\Omega_c(k-0.5M)] \end{aligned}$$



(4) 加窗截短 $h_d[k]$ ，得到有限长因果序列 $h[k]$

$$h[k] = h_d[k] w_N[k]$$

长度为 $N$ 的窗函数  
( $N=M+1$ )





# 窗函数法设计线性相位FIR滤波器

## 谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！