



北京交通大学

数字信号处理

Digital Signal Processing

主讲人：陈后金

电子信息工程学院



线性相位系统的频域特性

※ I型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为偶数)

※ II型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为奇数)

※ III型 ($h[k]=-h[M-k]$, M 为偶数)

※ IV型 ($h[k]=-h[M-k]$, M 为奇数)



线性相位系统的频域特性

I型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为偶数)

$$h[k] = \{1, 2, 3, 2, 1\} \quad M=4$$

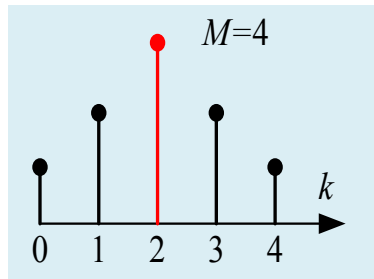
$$H(e^{j\Omega}) = 1 + 2e^{-j\Omega} + 3e^{-j2\Omega} + 2e^{-j3\Omega} + 1 \cdot e^{-j4\Omega}$$

$$= e^{-j2\Omega} (1e^{j2\Omega} + 1e^{-j2\Omega}) + e^{-2j\Omega} (2 \cdot e^{j\Omega} + 2 \cdot e^{-j\Omega}) + 3e^{-j2\Omega}$$

$$= e^{-j2\Omega} (3 + 4\cos \Omega + 2\cos 2\Omega)$$

$$A(\Omega) = 3 + 4\cos \Omega + 2\cos 2\Omega$$

$$\varphi(\Omega) = -2\Omega = -\frac{M}{2}\Omega$$

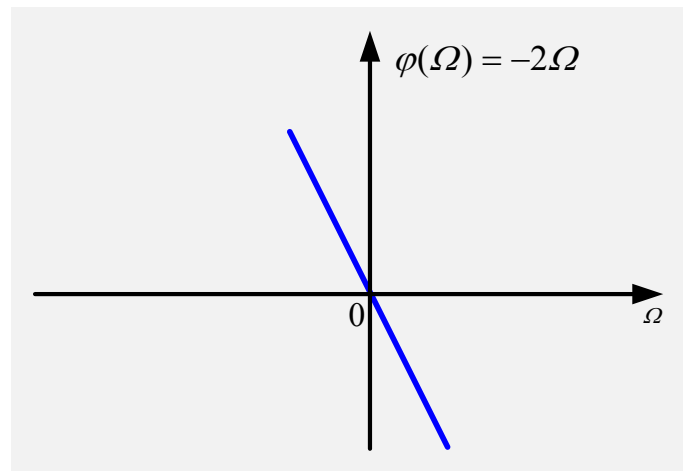
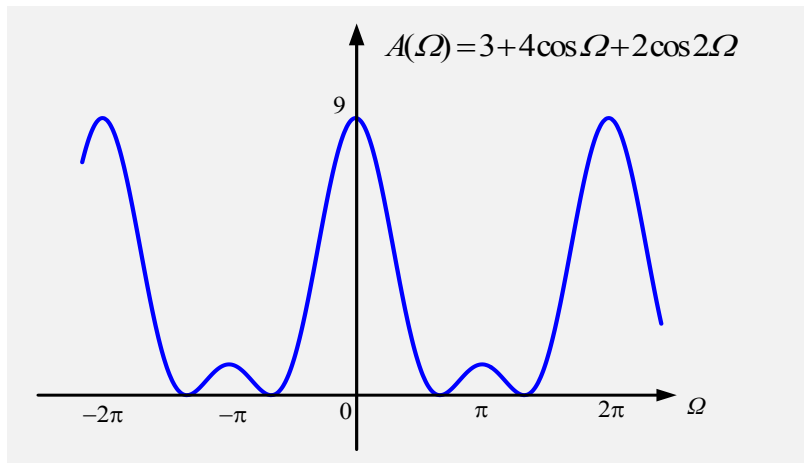




线性相位系统的频域特性

I型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为偶数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j2\Omega} (3 + 4\cos\Omega + 2\cos 2\Omega)$$



$$A(-\Omega) = A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = 0$ 点偶对称

$$A(2\pi - \Omega) = A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = \pi$ 点偶对称



线性相位系统的频域特性

I型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为偶数)

$$h[k] = \{-1, -2, 6, -2, -1\} \quad M=4$$

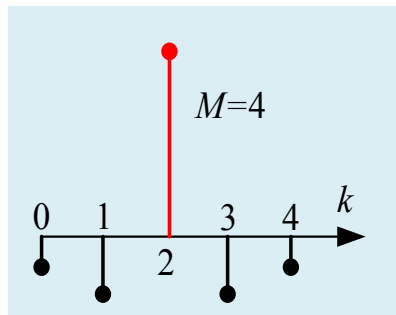
$$H(e^{j\Omega}) = -1 - 2e^{-j\Omega} + 6e^{-j2\Omega} - 2e^{-j3\Omega} - 1 \cdot e^{-j4\Omega}$$

$$= e^{-j2\Omega}(-1 \cdot e^{j2\Omega} - 1 \cdot e^{-j2\Omega}) + e^{-j2\Omega}(-2e^{j\Omega} - 2e^{-j\Omega}) + 6e^{-j2\Omega}$$

$$= e^{-j2\Omega}(6 - 4\cos\Omega - 2\cos 2\Omega)$$

$$A(\Omega) = 6 - 4\cos\Omega - 2\cos 2\Omega$$

$$\varphi(\Omega) = -2\Omega = -\frac{M}{2}\Omega$$

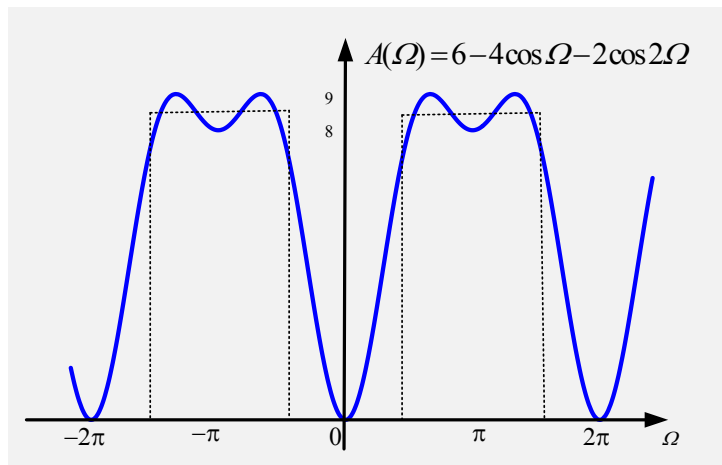




线性相位系统的频域特性

I型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为偶数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j2\Omega} (6 - 4\cos\Omega - 2\cos 2\Omega)$$

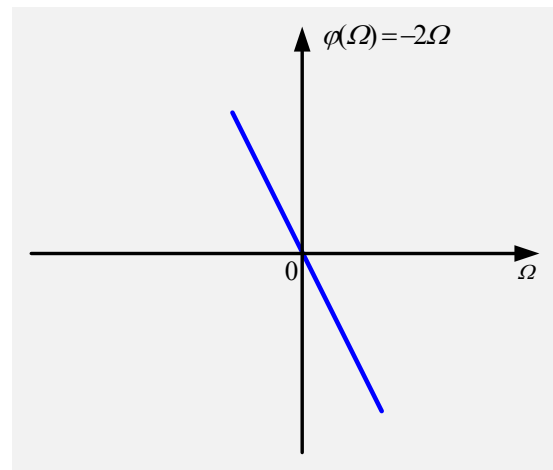


$$A(-\Omega) = A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = 0$ 点偶对称

$$A(2\pi - \Omega) = A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = \pi$ 点偶对称





线性相位系统的频域特性

I型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为偶数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j0.5M\Omega} A(\Omega)$$

$$A(\Omega) = \sum_{n=0}^{M/2} a[n] \cos(n\Omega) \quad \varphi(\Omega) = -\frac{M}{2}\Omega$$

$$A(-\Omega) = A(\Omega)$$

$$A(2\pi - \Omega) = A(\Omega)$$

可设计LP、HP、BP、BS



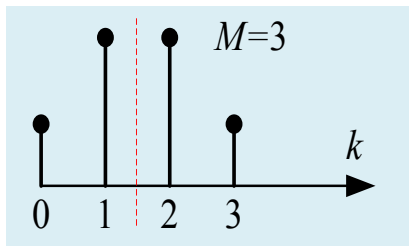
线性相位系统的频域特性

II型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为奇数)

$$h[k] = \{1, 2, 2, 1\} \quad M=3$$

$$\begin{aligned} H(e^{j\Omega}) &= 1 + 2e^{-j\Omega} + 2e^{-j2\Omega} + 1 \cdot e^{-3j\Omega} \\ &= e^{-j\frac{3}{2}\Omega} (e^{j\frac{3}{2}\Omega} + e^{-j\frac{3}{2}\Omega}) + e^{-j\frac{3}{2}\Omega} (2e^{j\frac{\Omega}{2}} + 2e^{-j\frac{\Omega}{2}}) \\ &= e^{-j\frac{3}{2}\Omega} (4\cos\frac{\Omega}{2} + 2\cos\frac{3}{2}\Omega) \end{aligned}$$

$$A(\Omega) = 4\cos\frac{\Omega}{2} + 2\cos\frac{3}{2}\Omega \quad \varphi(\Omega) = -\frac{3}{2}\Omega = -\frac{M}{2}\Omega$$

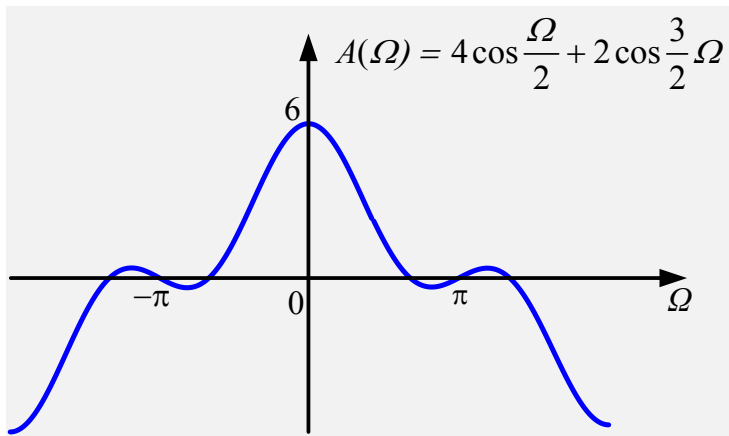




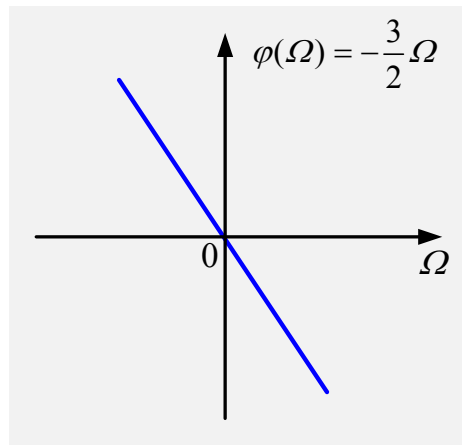
线性相位系统的频域特性

II型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为奇数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j\frac{3}{2}\Omega} (4\cos\frac{\Omega}{2} + 2\cos\frac{3}{2}\Omega)$$



$$A(\pi) = 0$$



$$A(-\Omega) = A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = 0$ 点偶对称

$$A(2\pi - \Omega) = -A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = \pi$ 点奇对称



线性相位系统的频域特性

II型 ($h[k]=h[M-k]$, M 为奇数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j0.5M\Omega} A(\Omega)$$

$$A(\Omega) = \sum_{n=0}^{(M-1)/2} b[n] \cos\left[n + \frac{1}{2}\right]\Omega \quad \varphi(\Omega) = -\frac{M}{2}\Omega$$

$$A(-\Omega) = A(\Omega)$$

$$A(\pi) = 0$$

$$A(2\pi - \Omega) = -A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = \pi$ 点奇对称

不能用于高通、带阻滤波器的设计



线性相位系统的频域特性

III型 ($h[k] = -h[M-k]$, M 为偶数)

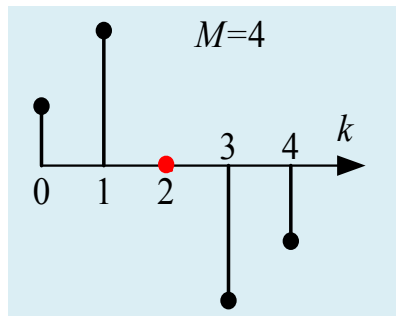
$$h[k] = \{1, 2, 0, -2, -1\}, \quad M=4$$

$$H(e^{j\Omega}) = 1 + 2e^{-j\Omega} - 2e^{-j3\Omega} - 1 \cdot e^{-j4\Omega}$$

$$= e^{-j2\Omega} (e^{j2\Omega} - e^{-j2\Omega}) + e^{-j2\Omega} (2e^{j\Omega} - 2e^{-j\Omega})$$

$$= e^{-j(2\Omega - \pi/2)} (2\sin 2\Omega + 4\sin \Omega)$$

$$A(\Omega) = 2\sin 2\Omega + 4\sin \Omega \quad \varphi(\Omega) = -2\Omega + \frac{\pi}{2} = -\frac{M}{2}\Omega + \frac{\pi}{2}$$

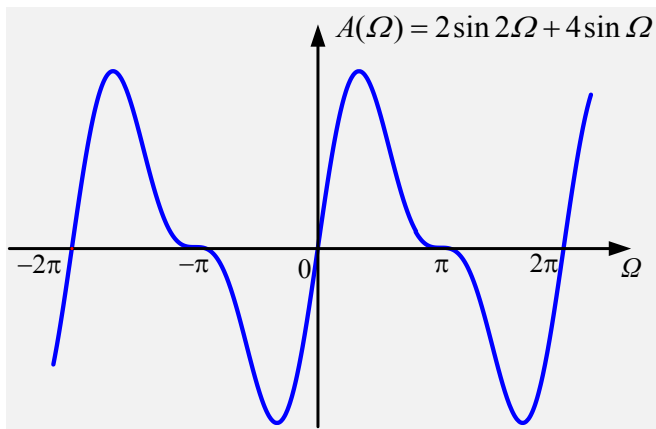




线性相位系统的频域特性

III型 ($h[k] = -h[M-k]$, M 为偶数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j(2\Omega - \pi/2)} (2\sin 2\Omega + 4\sin \Omega) = e^{-j(0.5M\Omega - 0.5\pi)} A(\Omega)$$

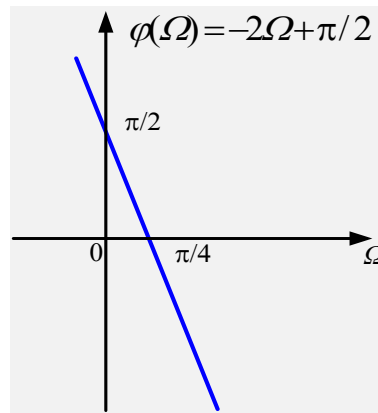


$$A(0) = 0$$

$$A(\pi) = 0$$

$$A(-\Omega) = -A(\Omega) \quad A(\Omega) \text{关于} \Omega = 0 \text{点奇对称}$$

$$A(2\pi - \Omega) = -A(\Omega) \quad A(\Omega) \text{关于} \Omega = \pi \text{点奇对称}$$





线性相位系统的频域特性

III型 ($h[k] = -h[M-k]$, M 为偶数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j(0.5M\Omega - 0.5\pi)} A(\Omega)$$

$$A(\Omega) = \sum_{n=0}^{M/2} c[n] \sin(n\Omega)$$

$$\varphi(\Omega) = -\frac{M}{2}\Omega + \frac{\pi}{2}$$

$$A(-\Omega) = -A(\Omega)$$

$$A(0) = 0$$

$$A(2\pi - \Omega) = -A(\Omega)$$

$$A(\pi) = 0$$

不能用于低通、高通、带阻滤波器的设计



线性相位系统的频域特性

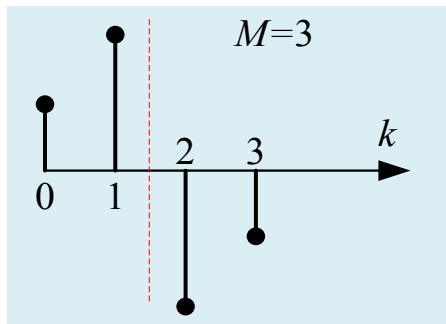
IV型 ($h[k] = -h[M-k]$, M 为奇数)

$$h[k] = \{1, 2, -2, -1\}, \quad M=3$$

$$\begin{aligned} H(e^{j\Omega}) &= 1 + 2e^{-j\Omega} - 2e^{-j2\Omega} - 1 \cdot e^{-j3\Omega} \\ &= 2e^{-j\frac{3}{2}\Omega} (e^{j\frac{1}{2}\Omega} - e^{-j\frac{1}{2}\Omega}) + e^{-j\frac{3}{2}\Omega} (e^{j\frac{3}{2}\Omega} - e^{-j\frac{3}{2}\Omega}) \\ &= e^{-j(\frac{3}{2}\Omega - \pi/2)} (4 \sin \frac{1}{2}\Omega + 2 \sin \frac{3}{2}\Omega) \end{aligned}$$

$$A(\Omega) = 4 \sin \frac{1}{2}\Omega + 2 \sin \frac{3}{2}\Omega$$

$$\varphi(\Omega) = -\frac{3}{2}\Omega + \pi/2 = -\frac{M}{2}\Omega + \frac{\pi}{2}$$

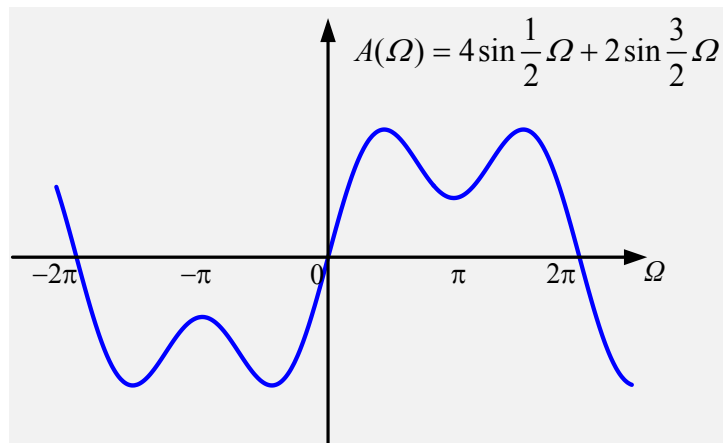




线性相位系统的频域特性

IV型 ($h[k] = -h[M-k]$, M 为奇数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j(\frac{3}{2}\Omega - \pi/2)} (4 \sin \frac{1}{2}\Omega + 2 \sin \frac{3}{2}\Omega)$$



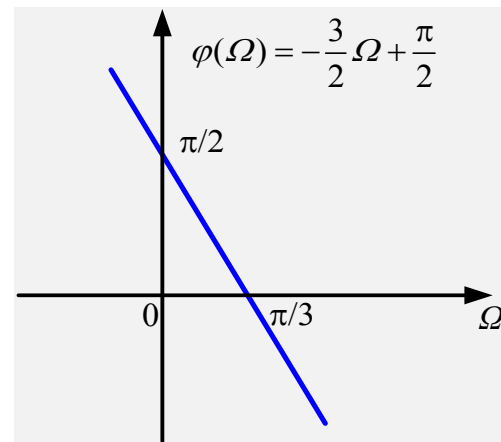
$$A(0) = 0$$

$$A(-\Omega) = -A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = 0$ 点奇对称

$$A(2\pi - \Omega) = A(\Omega)$$

$A(\Omega)$ 关于 $\Omega = \pi$ 点偶对称





线性相位系统的频域特性

IV型 ($h[k] = -h[M-k]$, M 为奇数)

$$H(e^{j\Omega}) = e^{-j(0.5M\Omega - 0.5\pi)} A(\Omega)$$

$$A(\Omega) = \sum_{n=0}^{(M-1)/2} d[n] \sin(n + 1/2)\Omega \quad \varphi(\Omega) = -\frac{M}{2}\Omega + \frac{\pi}{2}$$

$$A(-\Omega) = -A(\Omega)$$

$$A(0) = 0$$

$$A(2\pi - \Omega) = A(\Omega)$$

不能用于低通数字滤波器的设计



线性相位系统的频域特性

偶对称: $h[k] = h[M-k]$ (I、II型)

$$H(e^{j\Omega}) = A(\Omega)e^{-j\frac{M}{2}\Omega} \quad \varphi(\Omega) = -\frac{M}{2}\Omega$$

奇对称: $h[k] = -h[M-k]$ (III、IV型)

$$H(e^{j\Omega}) = A(\Omega)e^{-j(\frac{M}{2}\Omega - \frac{\pi}{2})} \quad \varphi(\Omega) = -\frac{M}{2}\Omega + \frac{\pi}{2}$$



线性相位系统的频域特性

类型	I	II	III	IV
阶数 M	偶	奇	偶	奇
$h[k]$ 的对称性	偶对称	偶对称	奇对称	奇对称
$A(\Omega)$ 关于 $\Omega=0$ 的对称性	偶对称	偶对称	奇对称	奇对称
$A(\Omega)$ 关于 $\Omega=\pi$ 的对称性	偶对称	奇对称	奇对称	偶对称
$A(0)$	任意	任意	0	0
$A(\pi)$	任意	0	0	任意
不适用的 滤波器类型	—	HP, BS	LP, HP, BS	LP



线性相位系统的频域特性

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！