



北京交通大学

# 数字信号处理

Digital Signal Processing

主讲人：陈后金

电子信息工程学院



# 窗函数法设计线性相位FIR滤波器

- ◆ 设计原理
- ◆ 设计方法
- ◆ 窗口选择
- ◆ 设计举例



# 窗口选择

※ 矩形窗

※ 加权窗

※ 可调窗

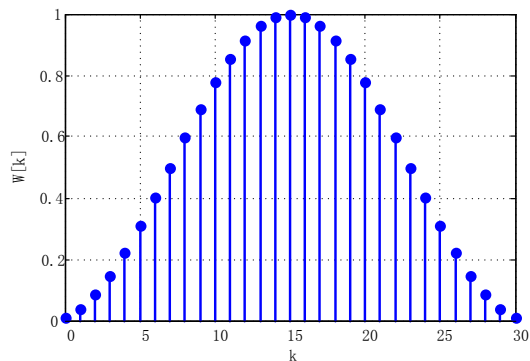


# 加权窗

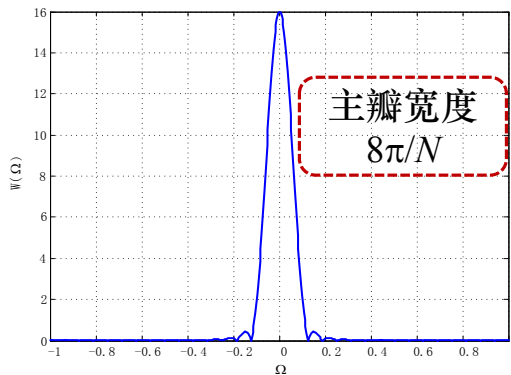
Hanning(汉宁)窗( $w=\text{hanning}(N)$ )

$$h[k] = h_d[k]w_N[k]$$

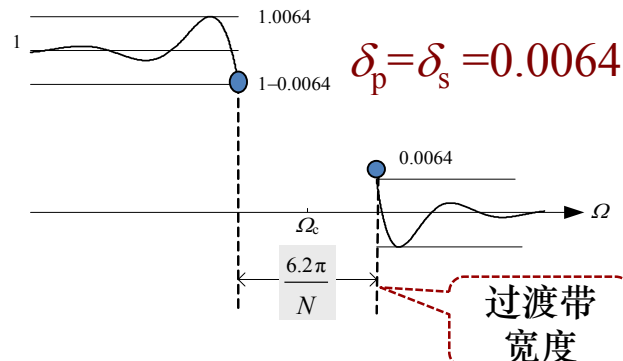
$$w_N[k] = [0.5 - 0.5 \cos(\frac{2\pi k}{N-1})]R_N[k]$$



时域波形 ( $M=30$ )



窗函数幅度谱 ( $M=30$ )



滤波器幅度函数

$$A_p \approx 0.056\text{dB}, A_s \approx 44\text{dB}$$

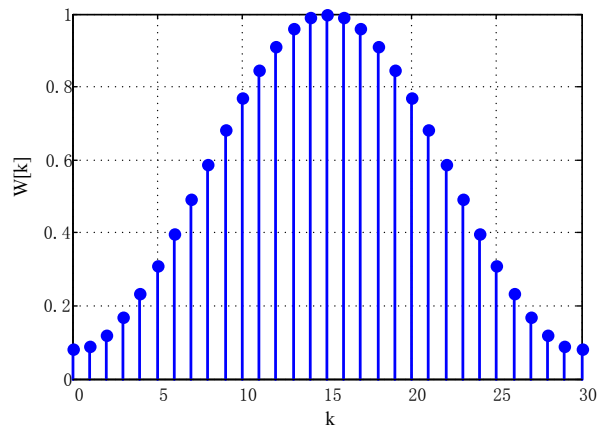


# 加权窗

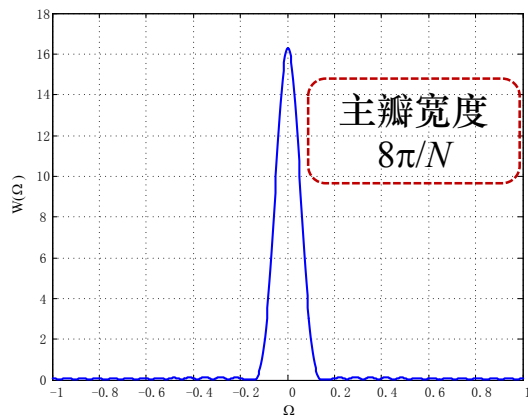
## Hamming(海明)窗( $w=\text{hamming}(N)$ )

$$h[k] = h_d[k]w_N[k]$$

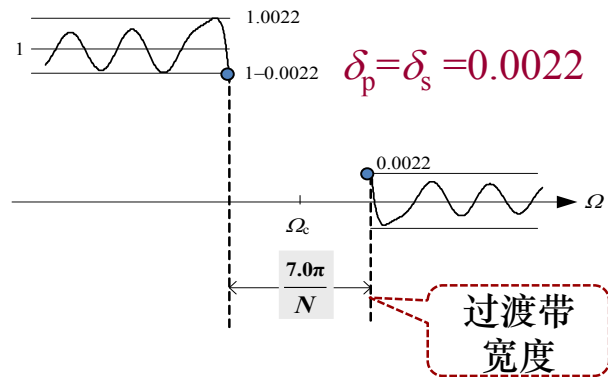
$$w_N[k] = [0.54 - 0.46 \cos(\frac{2\pi k}{N-1})]R_N[k]$$



时域波形 ( $M=30$ )



窗函数幅度谱 ( $M=30$ )



滤波器幅度函数

$$A_p \approx 0.019\text{dB}, A_s \approx 53\text{dB}$$

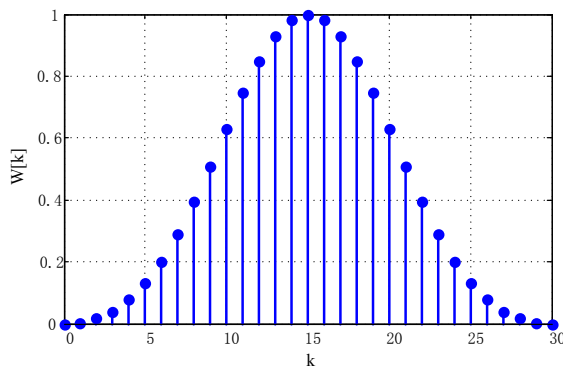


# 加权窗

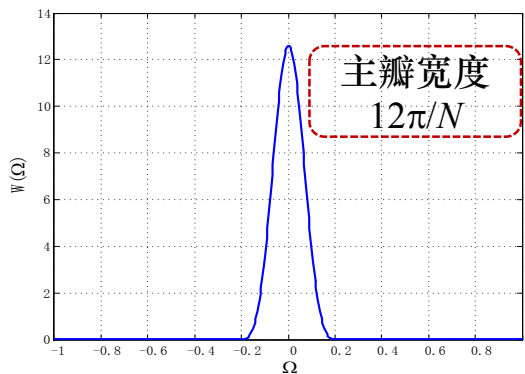
Blackman(布莱克曼)窗( $w=\text{blackman}(N)$ )

$$h[k] = h_d[k]w_N[k]$$

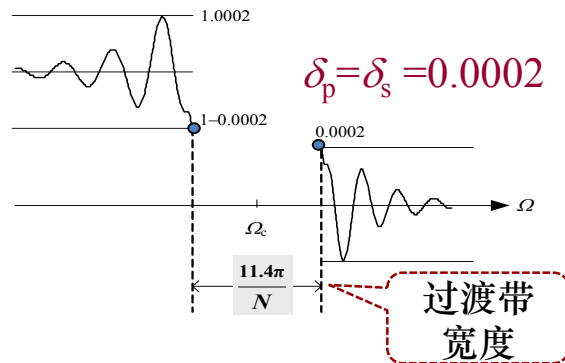
$$w_N[k] = [0.42 - 0.5 \cos(\frac{2\pi k}{N-1}) + 0.08 \cos(\frac{4\pi k}{N-1})]R_N[k]$$



时域波形 ( $M=30$ )



窗函数幅度谱 ( $M=30$ )



滤波器幅度函数

$$A_p \approx 0.0017\text{dB}, A_s \approx 74\text{dB}$$



# 加权窗

## 常用窗函数性质

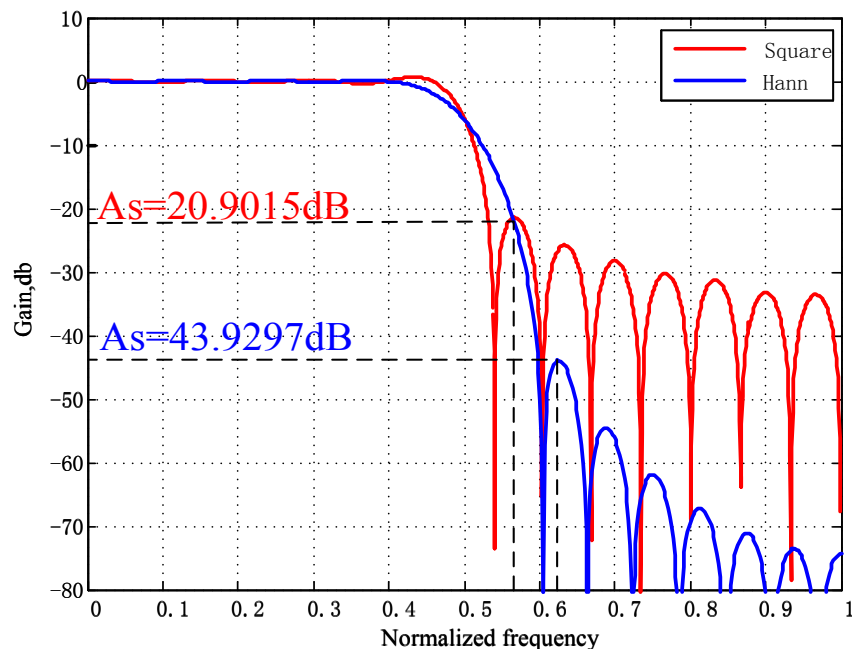
窗的类型	主瓣宽度	近似过渡带宽度	$\delta_p, \delta_s$	$A_p(\text{dB})$	$A_s(\text{dB})$
矩形	$4\pi / N$	$1.8\pi / N$	0.09	0.82	21
Hann	$8\pi / N$	$6.2\pi / N$	0.0064	0.056	44
Hamming	$8\pi / N$	$7.0\pi / N$	0.0022	0.019	53
Blackman	$12\pi / N$	$11.4\pi / N$	0.0002	0.0017	74



例：利用窗函数法设计一个幅度响应能逼近截止频率 $\Omega_c = \pi/2$  rad的低通滤波器 $H_d(e^{j\Omega})$ 的线性相位FIR滤波器。分别采用Hann窗、Hamming窗、Blackman窗截短，并与矩形窗设计结果比较。

解：

Hann窗与矩形窗的比较( $\Omega_c = \pi/2$ ,  $M=30$ )

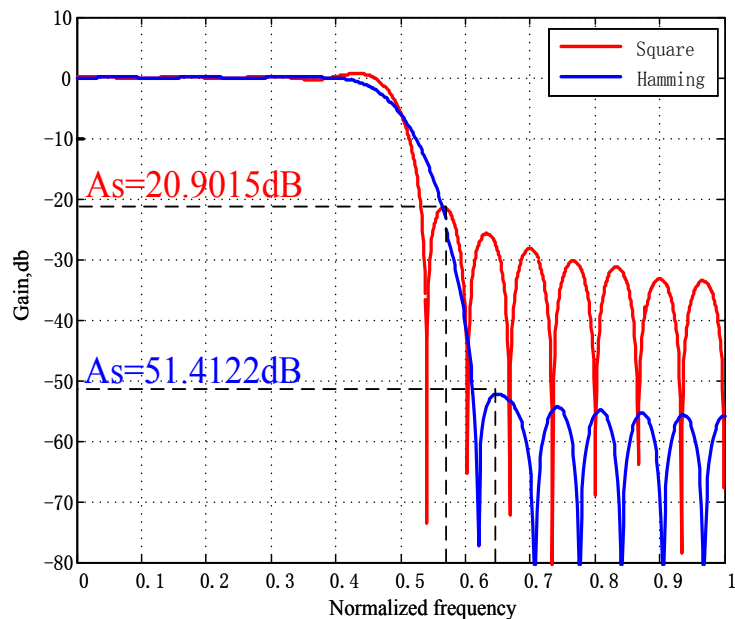






例：利用窗函数法设计一个幅度响应能逼近截止频率 $\Omega_c = \pi/2$  rad的低通滤波器 $H_d(e^{j\Omega})$ 的线性相位FIR滤波器。分别采用Hann窗、Hamming窗、Blackman窗截短，并与矩形窗设计结果比较。

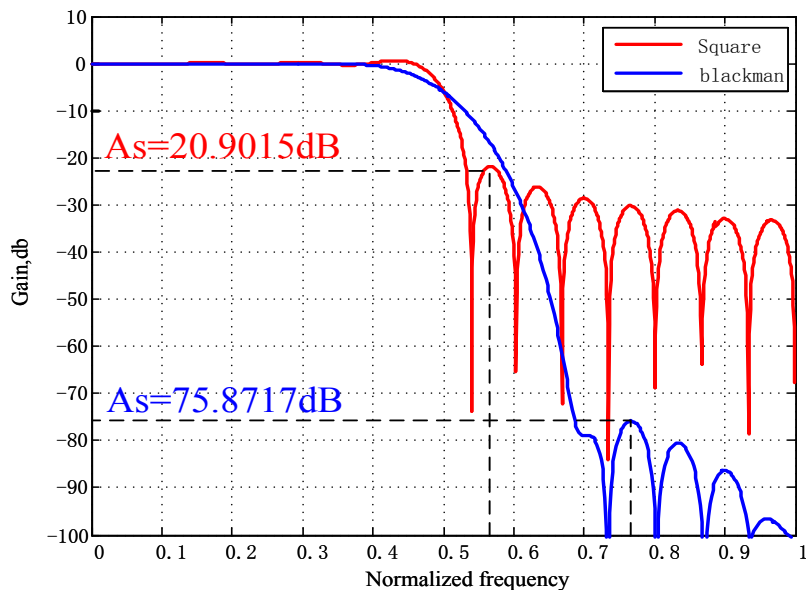
解： Hamming窗与矩形窗的比较( $\Omega_c = \pi/2$ ,  $M=30$ )





例：利用窗函数法设计一个幅度响应能逼近截止频率 $\Omega_c = \pi/2$  rad的低通滤波器 $H_d(e^{j\Omega})$ 的线性相位FIR滤波器。分别采用Hann窗、Hamming窗、Blackman窗截短，并与矩形窗设计结果比较。

解： Blackman窗与矩形窗的比较( $\Omega_c = \pi/2$ ,  $M=30$ )

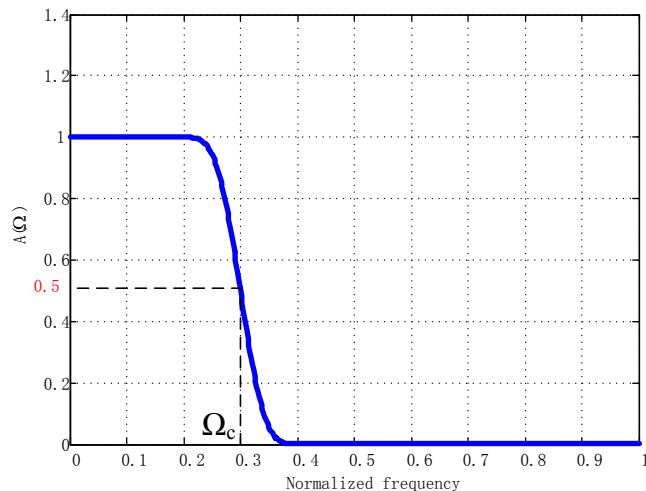




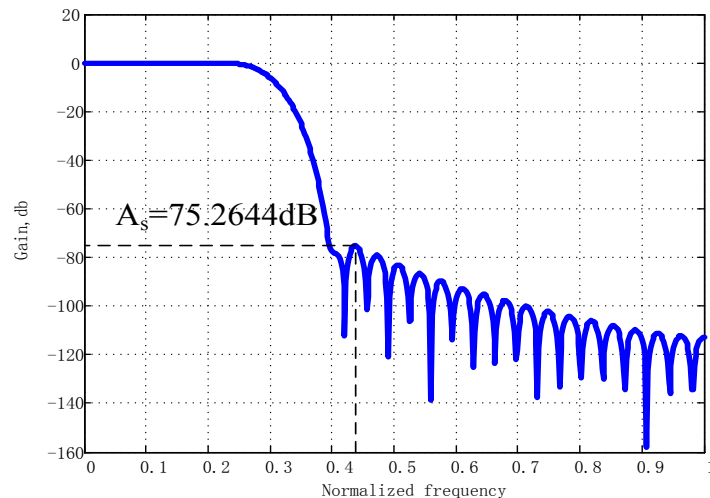
例：利用窗函数法设计满足下列指标的I型线性相位FIR低通滤波器  
 $\Omega_p=0.2\pi$  rad,  $\Omega_s=0.4\pi$  rad,  $A_p=0.3$ dB,  $A_s=55$ dB

分析：由设计指标中的阻带衰减 $A_s=55$ dB的要求，只有采用Blackman窗才能满足设计要求

解：



$$\Omega_c = (\Omega_p + \Omega_s)/2 = 0.3\pi \text{ rad}$$



$$M=58, A_s=75.3\text{dB}$$

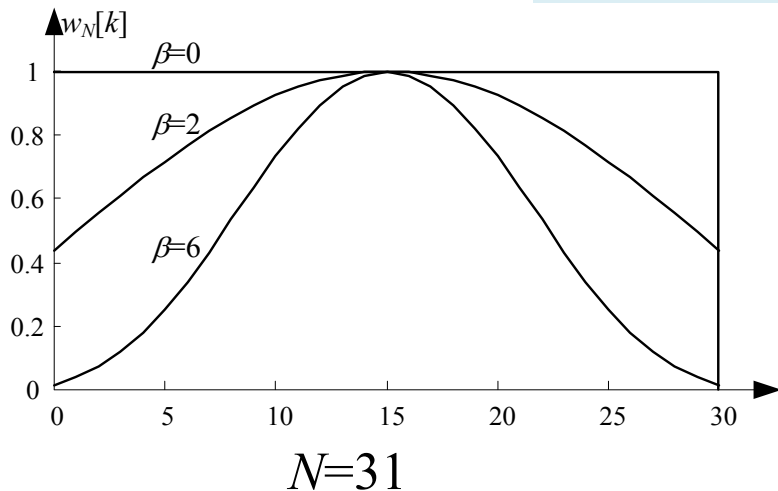


# 可调窗

Kaiser(凯塞)窗( $w=\text{kaiser}(N, \text{beta})$ )

$$h[k] = h_d[k]w_N[k]$$

$$w_N[k] = \frac{I_0(\beta \sqrt{1 - [1 - 2k/M]^2})}{I_0(\beta)}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$



$\beta$ : 可调参数, 调节窗函数的形状

$I_0(x)$ :

The modified zeroth-order Bessel function



# 可调窗

## $M$ 与 $\beta$ 的确定

$$A = -20 \lg (\min \{ \delta_p, \delta_s \})$$

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(A - 8.7), & A > 50 \\ 0.5842(A - 21)^{0.4} + 0.07886(A - 21), & 21 \leq A \leq 50 \\ 0, & A < 21 \end{cases}$$

$$M \approx \frac{A - 7.95}{2.285 |\Omega_p - \Omega_s|}, \quad A > 21$$



例：利用Kaiser窗设计满足下列指标的I型线性相位FIR低通滤波器。

$$\Omega_p=0.2\pi \text{ rad}, \Omega_s=0.4\pi \text{ rad}, A_p=0.3\text{dB}, A_s=55\text{dB}$$

解：

1. 确定低通滤波器的截频  $\Omega_c = (\Omega_p + \Omega_s) / 2 = 0.3\pi \text{ rad}$

2. 计算线性相位理想低通数字滤波器的  $h_d[k]$

$$h_d[k] = 0.3\text{Sa}(0.3\pi(k - 0.5M))$$

3. 由通、阻带波动和过渡带确定Kaiser窗的参数  $\beta$  和阶数  $M$

$$A = -20\lg(\min\{\delta_p, \delta_s\}) = A_s$$

$$\beta = 0.1102(A_s - 8.7) = 5.1$$

$$M \approx \frac{A_s - 7.95}{2.285|\Omega_p - \Omega_s|} = 32.77$$

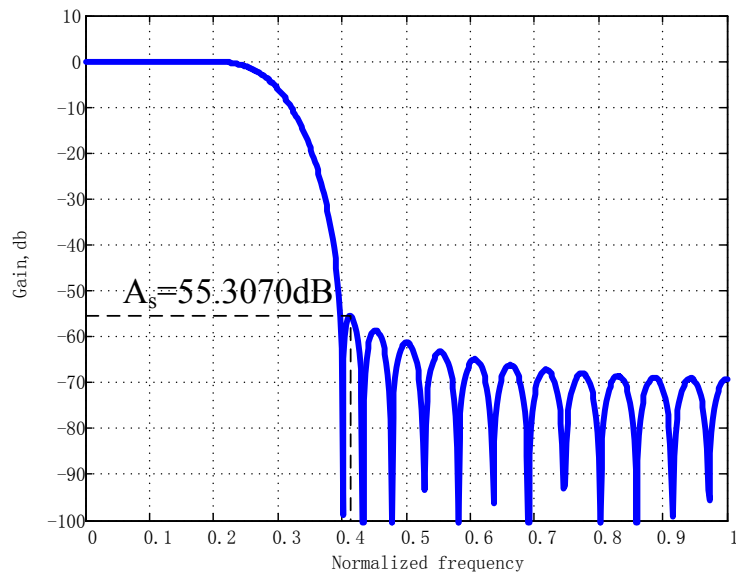
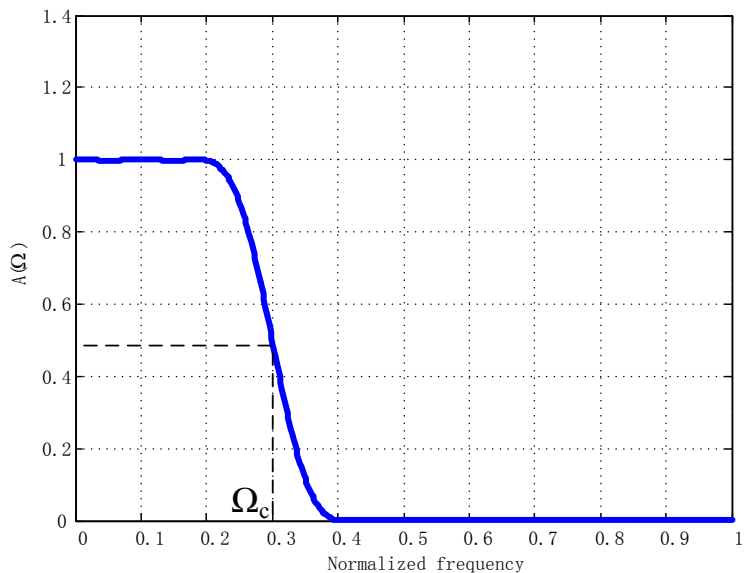
4.  $h[k] = h_d[k] \cdot w_N[k]$



例：利用Kaiser窗设计满足下列指标的I型线性相位FIR低通滤波器。  
 $\Omega_p=0.2\pi$  rad,  $\Omega_s=0.4\pi$  rad,  $A_p=0.3$ dB,  $A_s=55$ dB

解：设计结果  $M=34$   $A_s=55.307$  dB

实现同样技术指标，比  
Blackman窗所需阶数更低





# 窗函数法设计线性相位FIR滤波器

## 谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！