



北京交通大学

数字信号处理

Digital Signal Processing

主讲人：陈后金

电子信息工程学院



线性相位FIR滤波器的优化设计

- ◆ 线性相位 FIR DF优化设计的基本原理
- ◆ 利用积分加权平方误差准则设计FIR DF
- ◆ 利用最大最小误差准则设计FIR DF



利用最大最小误差准则设计FIR DF

根据**最大最小误差准则**设计数字滤波器，计算FIR滤波器的系数 $h[k]$ ，使得误差 $\varepsilon = \max_{\Omega \in I} |W(\Omega)[A(\Omega) - D(\Omega)]|$ 最小。

$A(\Omega)$ 具有**I型**或**II型**或**III型**或**IV型**线性相位滤波器的幅度函数形式：

$$\text{I: } h[M/2] + \sum_{k=0}^{M/2} 2h[M/2 - k] \cos(k\Omega)$$

$$\text{II: } \sum_{k=0}^{(M-1)/2} 2h[(M-1)/2 - k] \cos[(k+0.5)\Omega]$$

$$\text{III: } \sum_{k=0}^{M/2} 2h[M/2 - k] \sin(k\Omega)$$

$$\text{IV: } \sum_{k=0}^{(M-1)/2} 2h[(M-1)/2 - k] \sin[(k+0.5)\Omega]$$

如何获得误差 ε 最小时所对应的 $h[k]$?



利用最大最小误差准则设计FIR DF

如何获得误差 ε 最小时所对应的 $h[k]$?

James McClellan 和 Thomas Parks 于1972年提出了一种迭代算法，用于寻找最优化的FIR数字滤波器。

在求解过程中，使用了数学优化中Remez交替算法。因此该方法称为PM (Parks-McClellan)算法或Remez 算法。

PM算法可利用MATLAB提供的函数`firpmord`和`firpm`实现。



利用最大最小误差准则设计FIR DF

$[M,fo,ao,w] = \text{firpmord}(f,a,dev)$ 估计滤波器阶数 M

f : 需要设计的FIR滤波器的 B 个频带

如FIR滤波器的 B 个频带分别为 $0 \leq \Omega \leq \pi f_1$, $\pi f_2 \leq \Omega \leq \pi f_3$, \dots , $\pi f_{2(B-1)-2} \leq \Omega \leq \pi f_{2(B-1)-1}$, $\pi f_{2B-2} \leq \Omega \leq \pi$
则 f 是一个有 $2B-2$ 个元素的向量($B \geq 2$), 其值为 $f=[f_1, f_2, f_3, \dots, f_{2B-2}]$ (归一化频率)

a : FIR滤波器在 B 个频带中的幅度值 具有 B 个元素的向量, 通带取1, 阻带取0

dev : FIR滤波器在 B 个频带中的波动值 具有 B 个元素的向量

M : 滤波器阶数

fo,ao : B 个频带 $2B$ 边界频率值和幅度值 具有 B 个元素的向量

w : 各个频带加权值 具有 B 个元素的向量



利用最大最小误差准则设计FIR DF

$h = \text{firpm}(M, f_0, a_0, w)$ 实现PM算法数字滤波器设计

M, f_0, a_0, w : 函数firpmord的返回值

h : M 阶线性相位FIR滤波器的单位脉冲响应 $h[k]$



例：利用PM算法设计满足下列指标的线性相位FIR低通滤波器。

$$\Omega_p = 0.2\pi \text{ rad}, \quad \Omega_s = 0.4\pi \text{ rad}, \quad A_p \leq 0.3\text{dB}, \quad A_s \geq 55\text{dB}$$

分析：利用MATLAB函数firpmord和firpm实现，调用形式为

$$[M, f_o, a_o, w] = \text{firpmord}(f, a, \text{dev})$$

$$h = \text{firpm}(M, f_o, a_o, w)$$

调用参数：

$f = [F_p, F_s];$ % 低通滤波的归一化频带，其中 $F_p = 0.2, F_s = 0.4$

$a = [1 \ 0];$ % 滤波器在 f 中各频带的幅度值

$\text{dev} = [\delta_p \ \delta_s];$ % 滤波器在 f 中各个频带中的波动值

$$\delta_p = 1 - 10^{-A_p/20}$$

$$\delta_s = 10^{-A_s/20}$$



例：利用PM算法设计满足下列指标的线性相位FIR低通滤波器。

$$\Omega_p = 0.2\pi \text{ rad}, \quad \Omega_s = 0.4\pi \text{ rad}, \quad A_p \leq 0.3\text{dB}, \quad A_s \geq 55\text{dB}$$

解： %PM算法FIR滤波器设计

Fp=0.2;Fs=0.4;ds=0.0017;dp=0.034;

f=[Fp Fs];a=[1 0];dev=[dp ds]; %确定滤波器参数

[M,fo,ao,w] = firpmord (f,a,dev); %确定滤波器阶数

M=M+2;%调整滤波器阶数

h = firpm (M,fo,ao,w); %设计PM算法滤波器

w=linspace(0,pi,1000);

mag=freqz(h,[1],w); %求频率响应

plot(w/pi,abs(mag),'LineWidth',2);grid on;

xlabel('Normalized frequency');ylabel('A(\Omega) '); %画幅度响应

figure;

plot(w/pi,20*log10(abs(mag)), 'LineWidth',2);grid on; %画增益响应

xlabel('Normalized frequency');ylabel('Gain,db');

$$\delta_p = 1 - 10^{-A_p/20}$$

$$\delta_s = 10^{-A_s/20}$$

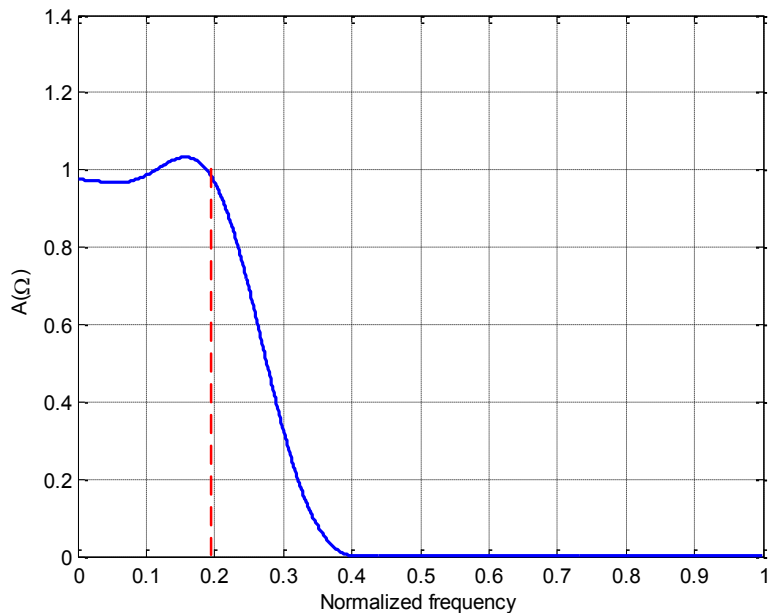


例：利用PM算法设计满足下列指标的线性相位FIR低通滤波器。

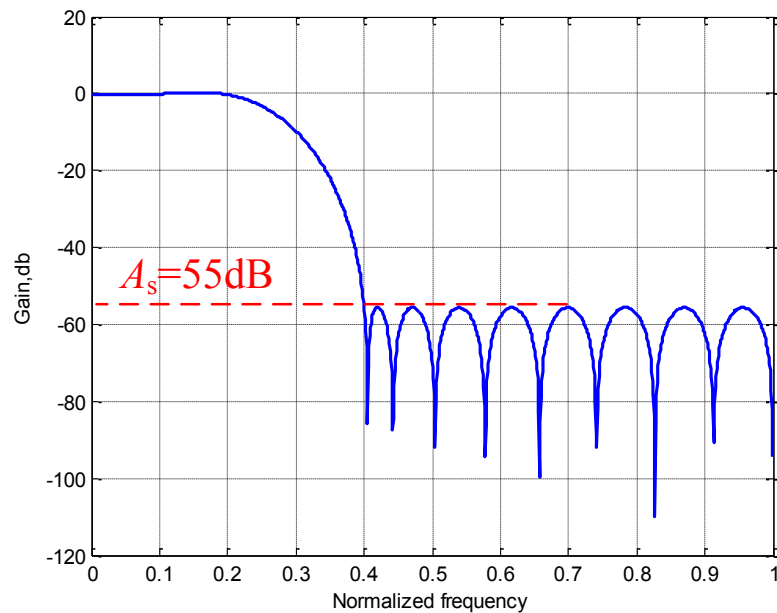
$$\Omega_p = 0.2\pi \text{ rad}, \quad \Omega_s = 0.4\pi \text{ rad}, \quad A_p \leq 0.3\text{dB}, \quad A_s \geq 55\text{dB}$$

解：设计结果

$$M=21, A_p=0.3\text{dB}, A_s=55\text{dB}$$



滤波器幅度响应



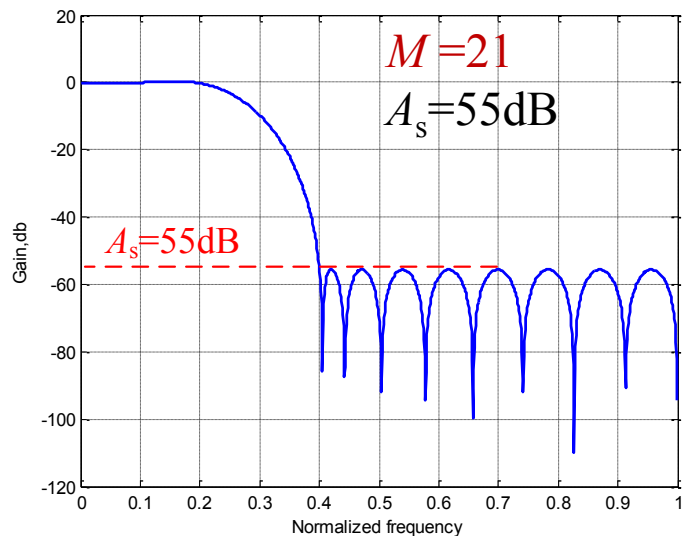
滤波器增益



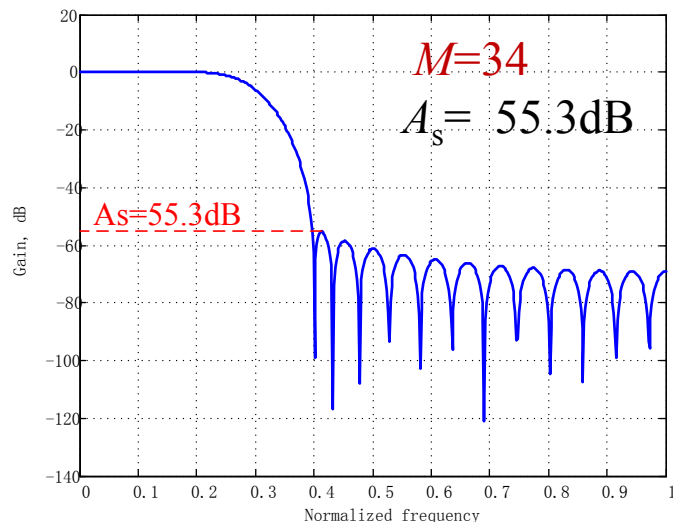
例：利用PM算法设计满足下列指标的线性相位FIR低通滤波器。

$$\Omega_p = 0.2\pi \text{ rad}, \quad \Omega_s = 0.4\pi \text{ rad}, \quad A_p \leq 0.3\text{dB}, \quad A_s \geq 55\text{dB}$$

解： 与Kaiser窗设计结果比较



PM算法设计滤波器增益



Kaiser窗设计滤波器增益

可见实现相同的指标，等波纹滤波器的阶数要小于窗函数法



线性相位FIR滤波器的优化设计

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！