北京交通大学

数 字 信 号 处 理

Digital Signal Processing

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

窗函数法设计线性相位FIR滤波器

- 设计原理
- 设计方法
- 窗口选择
- 设计举例

窗口选择

※ 矩形窗

※ 加权窗

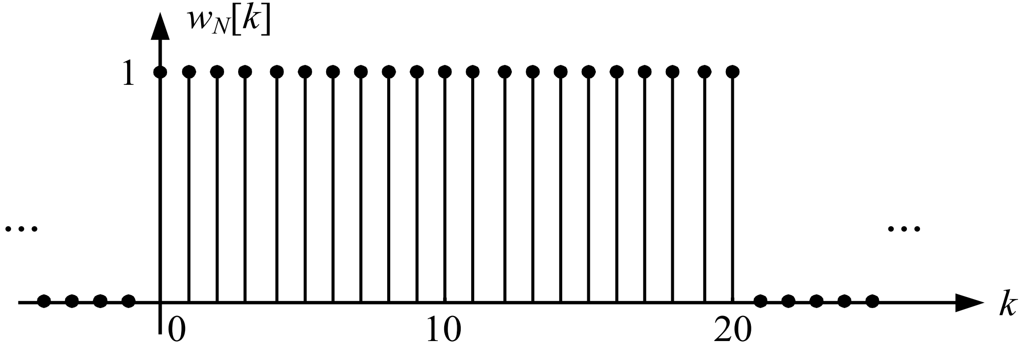
※ 可调窗

矩形窗函数设计线性相位FIR滤波器

矩形窗

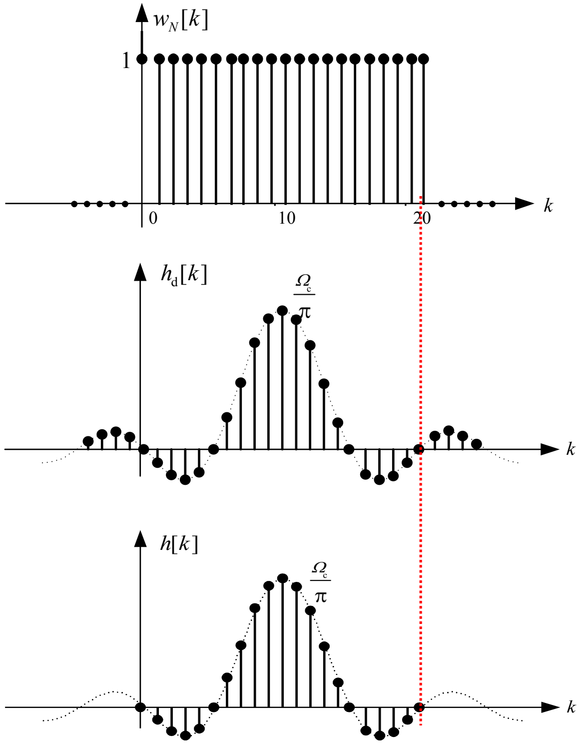
$$h[k]=h_{\mathrm{d}}[k]w_N[k]$$

$$w_N[k]=\begin{cases}1 & 0\le k\le M\\ 0 & 其他\end{cases}$$



例：利用窗函数法设计一个幅度响应能逼近截止频率$\Omega_c=0.5\pi$ rad的低通滤波器$H_d(e^{j\Omega})$的线性相位FIR滤波器。采用矩形窗截短。

解：



矩形窗 $w_N[k]=\begin{cases}1 & 0\le k\le M\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$

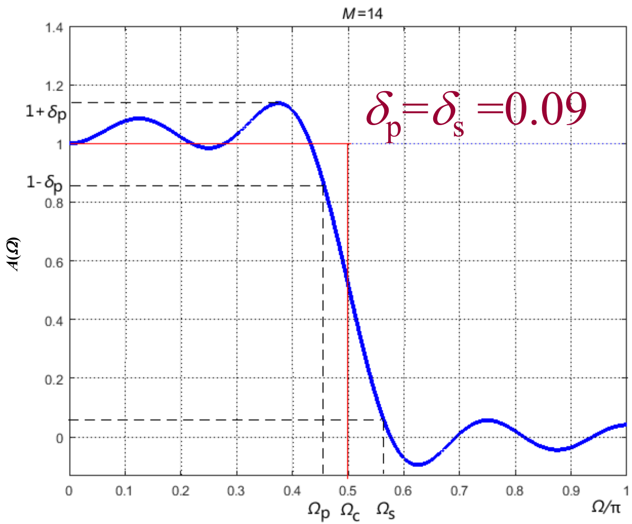
$$h_d[k]=\frac{\Omega_c}{\pi}\mathrm{Sa}[\Omega_c(k-0.5M)]$$

$$h[k]=h_d[k]\cdot W_N[k]$$ $N=M+1$

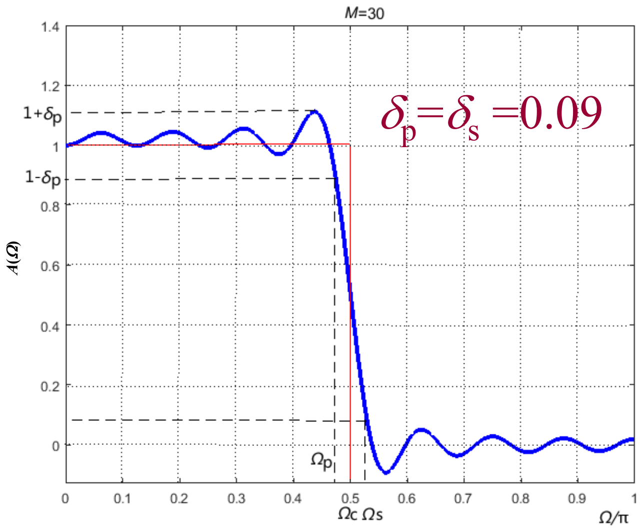
例：利用窗函数法设计一个幅度响应能逼近截止频率$\Omega_c=0.5\pi$ rad的低通滤波器$H_d(e^{j\Omega})$的线性相位FIR滤波器。采用矩形窗截短。

解：

$M=14$



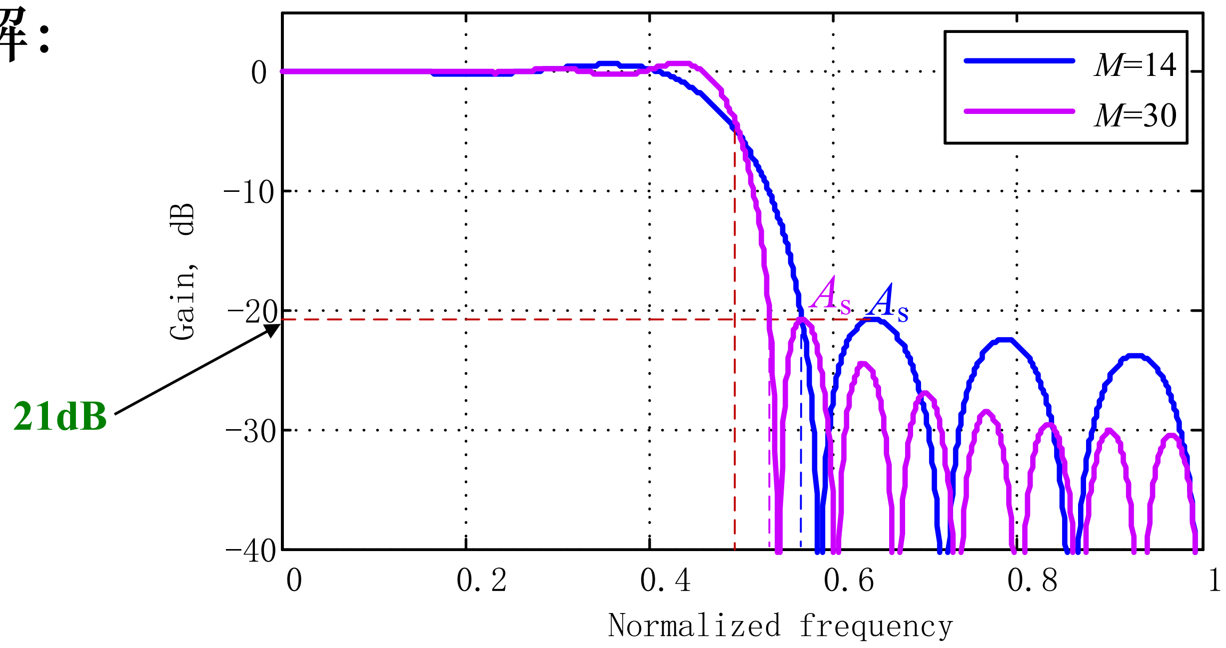
$M=30$



所设计数字滤波器的幅度函数在通带和阻带都呈现出振荡现象，且最大波纹大约为幅度跳变值的9%，这个现象称为吉伯斯现象。

例：利用窗函数法设计一个幅度响应能逼近截止频率Ω_c=0.5π rad的低通滤波器$H_d(e^{j\Omega})$的线性相位FIR滤波器。采用矩形窗截短。

解：



由于存在吉伯斯现象

$\delta_p=\delta_s$ =0.09

故滤波器阶数增加，
阻带衰减不变，
但过渡带减小。

过渡带宽度约为：
1.8π/N

$$A_p = -20\lg(1-\delta_p) \approx 0.82\text{dB} \qquad A_s = -20\lg\delta_s \approx 21\text{dB}$$

矩形窗函数设计线性相位FIR滤波器

设计结果分析

$$h[k] = h_{\mathrm{d}}[k]\underline{w_N[k]} \qquad N=M+1$$

窗口截短

$$H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega}) = \frac{1}{2\pi} H_{\mathrm{d}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega}) * W_N(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega})$$

利用DTFT的性质可得所设计FIR滤波器的幅度函数$A(\Omega)$

$$A(\Omega) == \frac{1}{2\pi} A_{\mathrm{d}}(\Omega) * W_N(\Omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} A_{\mathrm{d}}(\theta) W_N(\Omega-\theta)\mathrm{d}\theta$$

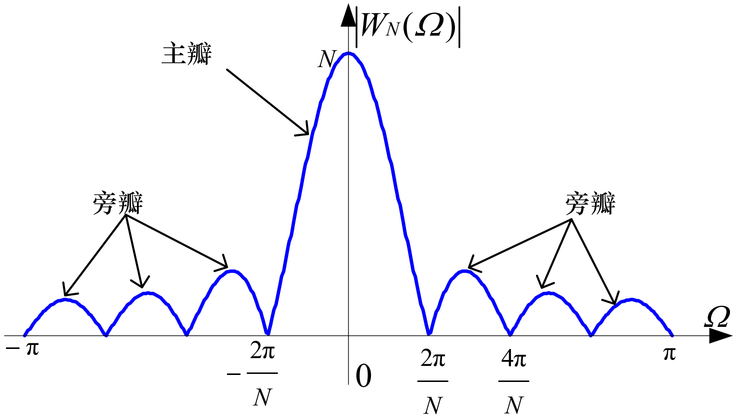
$A(\Omega)$逼近$A_{\mathrm{d}}(\Omega)$的好坏，取决于窗函数的幅度频谱$W_N(\Omega)$

矩形窗函数设计线性相位FIR滤波器

矩形窗函数的频谱

$$W_N(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega}) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Omega(N-1)/2}\frac{\sin(N\Omega/2)}{\sin(\Omega/2)}$$

矩形窗的幅度函数$W_N(\Omega)$

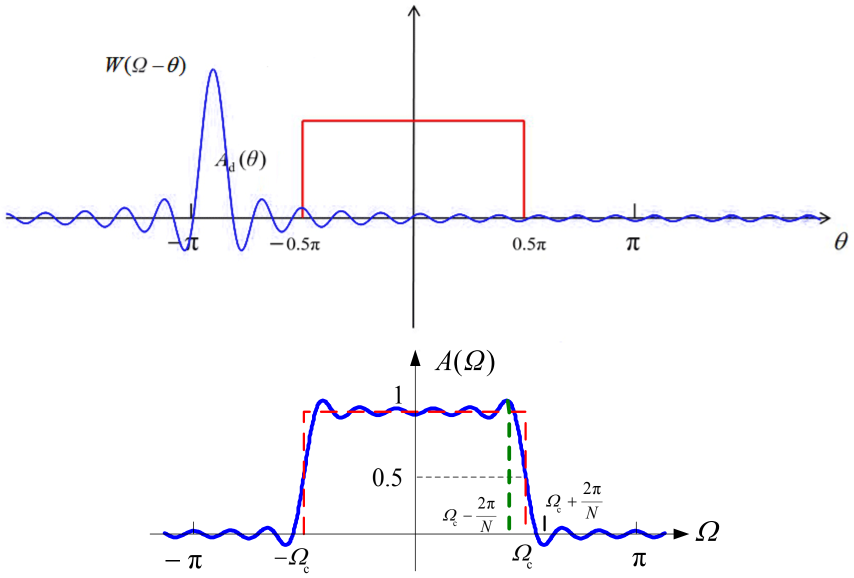


1. $W_N(\Omega)$的主瓣宽度 $4\pi/N$

2. 旁瓣相对衰减为常数

矩形窗函数设计线性相位FIR滤波器

$$A(\Omega)=\frac{1}{2\pi}A_{\mathrm{d}}(\Omega)*W_N(\Omega)$$



1. 窗函数的主瓣宽度决定了$H(e^{j\Omega})$过渡带的宽度，窗函数长度N增大，过渡带减小。

2. 旁瓣的大小决定了FIR滤波器在阻带的衰减。

3. 利用矩形窗设计出的滤波器阻带最大衰减为
   $20\lg(9\%)\approx-21\mathrm{dB}$

如何提高阻带衰减?

矩形窗函数设计线性相位FIR滤波器

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！