数字信号处理

Digital Signal Processing

主讲人：陈后金

电子信息工程学院

线性相位系统的零点分布

线性相位FIR滤波器$H(z)$的零点分布特性

由 $h[k]=\pm h[M-k]$ $\Longrightarrow$ $H(z)=\pm z^{-M}H(z^{-1})$

若$h[k]$满足偶对称 $h[k]=h[M-k]$，则$H(z)=z^{-M}H(z^{-1})$

若$h[k]$满足奇对称$h[k]=-h[M-k]$，则$H(z)=-z^{-M}H(z^{-1})$

线性相位系统的零点分布

$h[k]=\{2, 3, 5, 3, 2\}, \quad M=4$

$$H(z)=2+3z^{-1}+5z^{-2}+3z^{-3}+2z^{-4}$$

$$H(z^{-1})=2+3z+5z^{2}+3z^{3}+2z^{4}$$

$$z^{-4}H(z^{-1})=2z^{-4}+3z^{-3}+5z^{-2}+3z^{-1}+2$$

$$H(z)=z^{-4}H(z^{-1})$$

$h[k]=\{2, 3, 0, -3, -2\}, \quad M=4$

$$H(z)=2+3z^{-1}-3z^{-3}-2z^{-4}$$

$$H(z^{-1})=2+3z-3z^{3}-2z^{4}$$

$$z^{-4}H(z^{-1})=2z^{-4}+3z^{-3}-3z^{-1}-2$$

$$H(z)=-z^{-4}H(z^{-1})$$

线性相位系统的零点分布

若z_i为$H(z)$的零点，即$H(z_i)=0$

由于存在 $H(z)=\pm z^{-M}H(z^{-1})$

因此有 $\pm z_i^{-M}H(z_i^{-1})=0$，即$H(z_i^{-1})=0$

$$H(z_i)=0 \quad \Leftrightarrow \quad H(z_i^{-1})=0$$

若z_i为$H(z)$的零点，则其倒数z_i^{-1}也为$H(z)$的零点

线性相位系统的零点分布

若z_i为$H(z)$的复零点，即$H(z_i)=0$

由于物理可实现FIR系统的$h[k]$为实序列

因此，$H(z)$的复零点应以共轭形式出现

$$H(z_i)=0 \quad \Leftrightarrow \quad H(z_i^*)=0$$

若z_i为$H(z)$的复零点，则其共轭z_i^*也为$H(z)$的零点

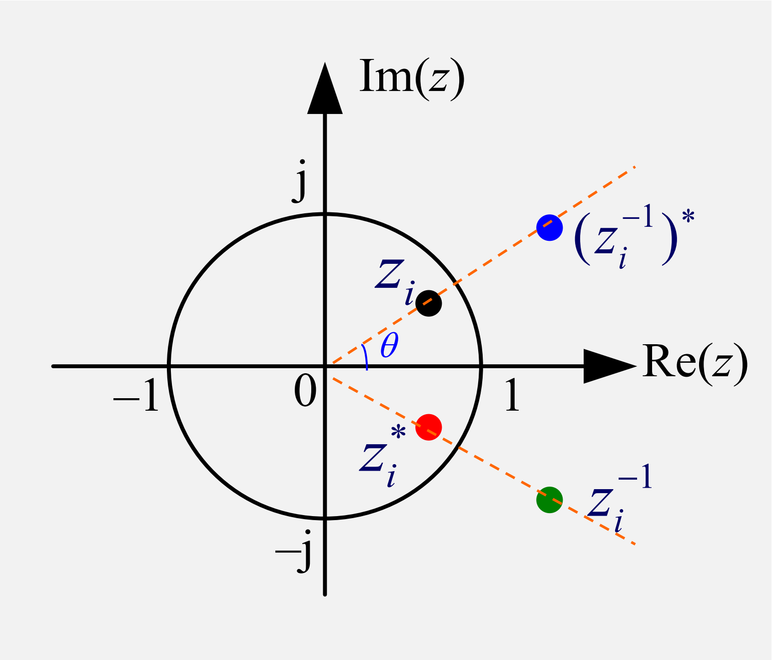
线性相位系统的零点分布

(1) $z_i = re^{j\theta}$ 非单位圆上的复零点 $(r \neq 1, \theta \neq 0, \pi)$

则必然还存在其他三个复零点

$$z_i^{-1} = \frac{1}{r}e^{-j\theta} \qquad z_i^* = re^{-j\theta}$$

$$(z_i^{-1})^* = \frac{1}{r}e^{j\theta}$$



四个零点构成4阶z域因式:

$$H_1(z) = 1 + az^{-1} + bz^{-2} + az^{-3} + z^{-4}$$

线性相位系统的零点分布

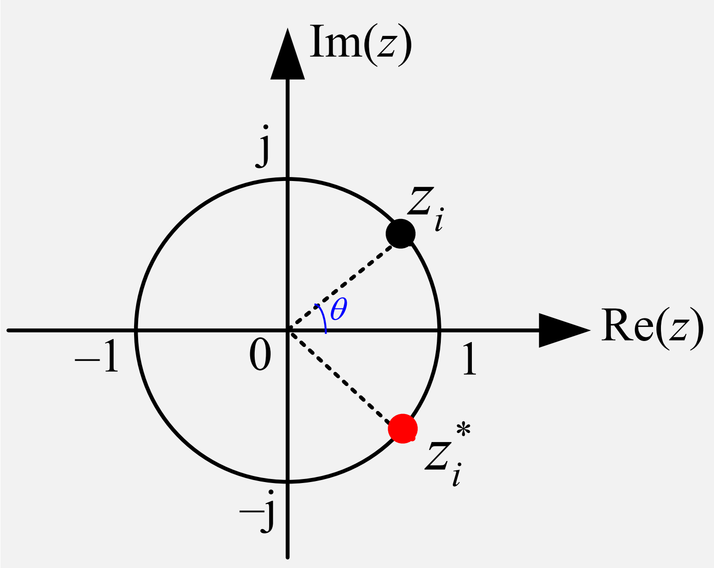
(2) $z_i=re^{j\theta}$是单位圆上的复零点($r=1,\ \theta\neq 0,\ \pi$)

$$z_i^{-1}=z_i^*=1\cdot e^{-j\theta}$$

$$(z_i^{-1})^*=z_i=1\cdot e^{j\theta}$$

z_i与z_i^*构成2阶z域因式：

$$H_2(z)=1+az^{-1}+z^{-2}$$



线性相位系统的零点分布

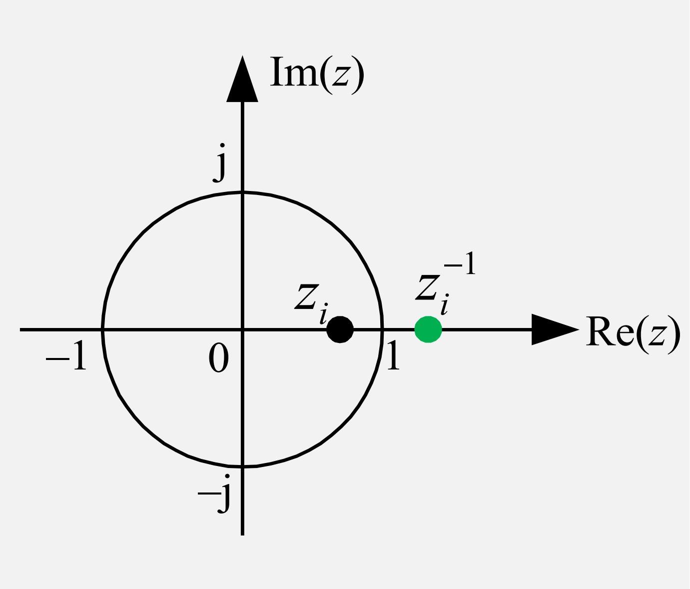
(3) $z_i = re^{j\theta}$ 非单位圆上的实零点 ($r \neq 1, \theta = 0, \pi$)

$$z_i = z_i^* = r$$

$$z_i^{-1} = (z_i^{-1})^* = 1/r$$

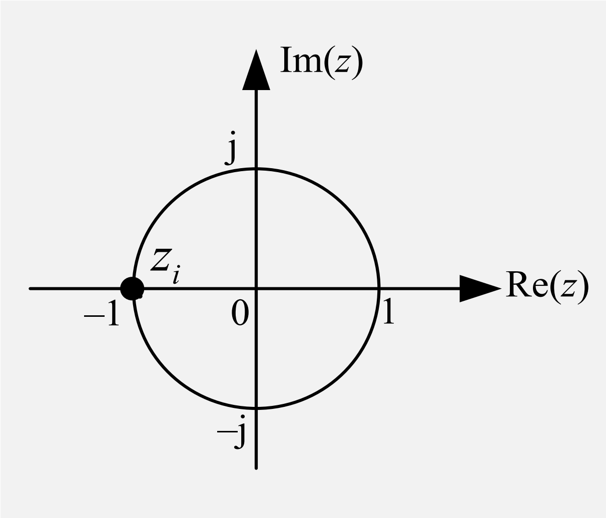
z_i与z_i^{-1}构成2阶z域因式：

$$H_3(z) = 1 + az^{-1} + z^{-2}$$

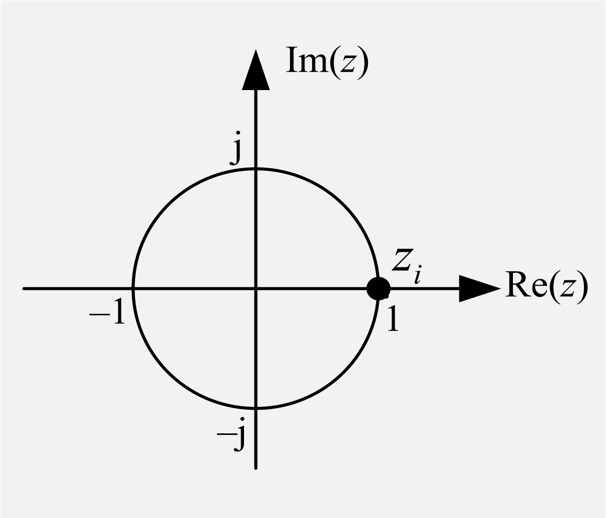


线性相位系统的零点分布

(4) $z_i = re^{j\theta}$是单位圆上的实零点($r=1$, $\theta=0, \pi$)



构成1阶z域因式：$1+z^{-1}$



构成1阶z域因式：$1-z^{-1}$

$$H_4(z) = 1 \pm z^{-1}$$

线性相位系统的零点分布

线性相位FIR系统是下列四种子系统的级联

非单位圆上复零点： $H_1(z)=1+az^{-1}+bz^{-2}+az^{-3}+z^{-4}$

非单位圆上实零点： $H_2(z)=1+az^{-1}+z^{-2}$ （两个不等实数零点）

是单位圆上复零点： $H_3(z)=1+az^{-1}+z^{-2}$ （两个共轭复数零点）

是单位圆上实零点： $H_4(z)=1\pm z^{-1}$

线性相位系统的零点分布

例：某8阶III型线性相位FIR滤波器的系统函数为：

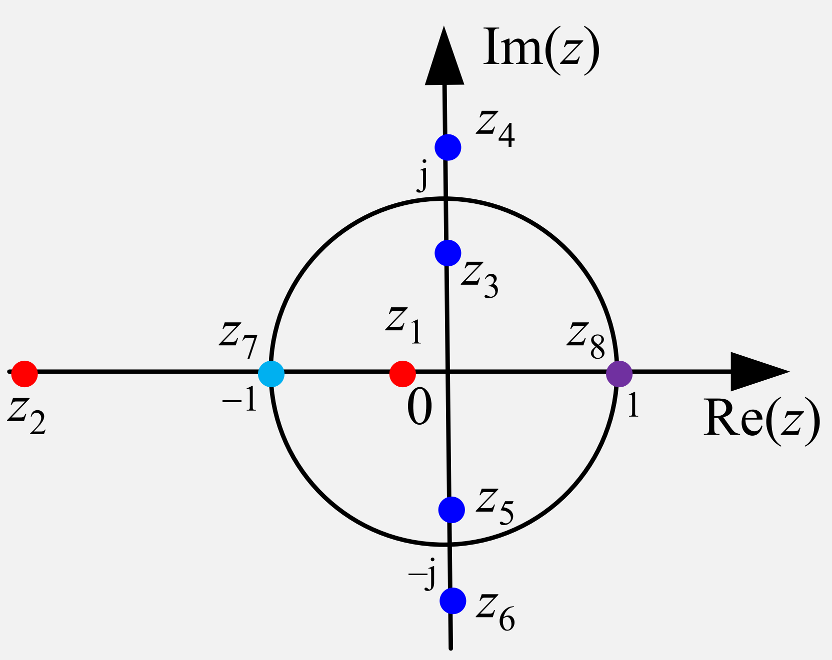
$$H(z)=1+5.2z^{-1}+2.2025z^{-2}-6.253z^{-3}+6.253z^{-5}-2.2025z^{-6}-5.2z^{-7}-z^{-8}$$

其零点为：

$z_1=-0.2$， $z_2=-5$

$z_7=-1$（单位圆上实零点）

$z_8=1$ （单位圆上实零点）



线性相位系统的零点分布

例：某8阶III型线性相位FIR滤波器的系统函数为：

$$H(z)=1+5.2z^{-1}+2.2025z^{-2}-6.253z^{-3}+6.253z^{-5}-2.2025z^{-6}-5.2z^{-7}-z^{-8}$$

由如下子系统级联构成$H(z)=H_1(z)H_2(z)H_3(z)H_4(z)$

$H_1(z)=1+z^{-1}$　　$H_2(z)=1-z^{-1}$　　1阶

$H_3(z)=1-5.2z^{-1}+z^{-2}$　　2阶

$H_4(z)=1+4.2025z^{-2}+z^{-4}$　　4阶

线性相位系统的零点分布

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！