

# 基于IIR滤波器的正弦波发生器设计

聂 阳, 戈 华

NIE Yang, GE Hua

集宁师范学院 物理系, 内蒙古 集宁 012000

Dept. of Physics Jining Teachers College, Jining, Nei Mongol 012000, China

NIE Yang, GE Hua. Design of Sine wave generator based on IIR filter. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(S2): 512-513.

**Abstract:** This paper introduces a design method of sine wave based on IIR digital filter. The method implements sine wave output using the second order IIR filter "critical stability", and get different frequency sine wave through the calculation of the coefficient of the IIR filter. Using MATLAB and XILINX System Generator DSP development tools complete the circuit model design, and verify correctness and feasibility of circuit. The method provides a new idea for sine wave.

**Key words:** IIR Filter; Sine Wave Generator; FPGA

**摘 要:** 介绍一种基于IIR数字滤波器设计正弦波的方法, 该方法利用二阶IIR数字滤波器的“临界稳定”特性实现正弦波的输出, 通过计算IIR数字滤波器的系数得到不同频率的正弦波。使用MATLAB和XILINX System Generator DSP开发工具完成电路的模型设计, 并通过FPGA验证了电路正确性和可行性, 该方法为正弦波信号的生成提供一种新的设计思路。

**关键词:** IIR数字滤波器; 正弦波发生器; FPGA

**文献标识码:** A **中图分类号:** TN713

传统设计正弦波发生器有模拟和数字频率合成(DDS)两种方式。模拟方式有RC正弦波发生器、LC正弦波发生器和石英晶体振荡器等<sup>[1]</sup>。模拟方式通过调整外部元件的参数来输出不同频率的正弦波。该方法可以产生较宽频率范围的正弦波, 但是由于模拟元件的参数不稳定, 产生的正弦波稳定性较差、精度低、抗干扰能也差。

数字方式采用DDS的方案来合成正弦波<sup>[2]</sup>, 其核心的思想是利用MCU或FPGA作为控制部件, 反复读取在ROM中事先存储好的一个周期等间隔归一化的采样数据, 改变对ROM的扫描频率可以改变ROM中数据的读取速度即可合成不同频率的波形, 但是该方法必须配置额外的存储器才能完成设计。

## 1 IIR数字滤波器

无限冲击响应(IIR)数字滤波器<sup>[3]</sup>既包含递归部

分也包含非递归部分, 其结构可以看成是两个FIR数字滤波器构成的, 其中的一个位于反馈回路中, 另一个位于前馈之路, 结构图如图1所示。

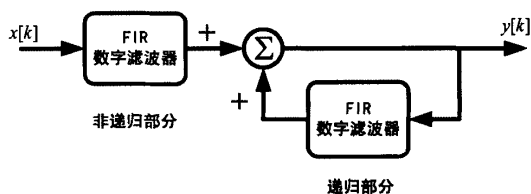


图1 IIR数字滤波器结构图

对一个具有 $N$ 个前馈系数和 $M-1$ 个反馈系数的IIR数字滤波器, 用 $a_n$ 表示其前馈系数,  $b_n$ 表示其反馈系数, 输入输出方程式一般表示为:

$$y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n x(k-n) + \sum_{m=1}^{M-1} b_m y(k-m) \quad (1)$$

信号流程图如图2所示。

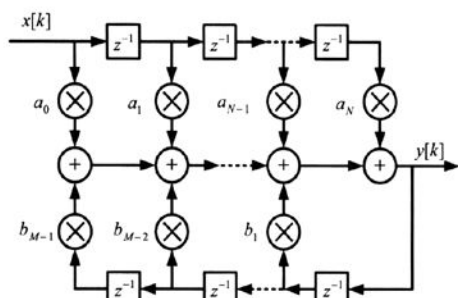


图2 IIR 数字滤波器信号流图

## 2 二阶 IIR 数字滤波器的临界稳定性

由于 IIR 数字滤波器存在极点, 所以 IIR 滤波器具有“临界稳定”的特性。本文利用一个二阶 IIR 数字滤波器的“临界稳定”来获得正弦波信号。系统结构图如图3所示。

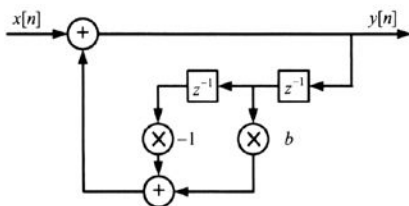


图3 二阶 IIR 数字滤波器结构图

图3为两极点的 IIR 数字滤波器, 适当选择系数  $b$  可得到一个“临界稳定”的 IIR 数字滤波器。当输入端有冲激响应时, 滤波器便开始振荡, 若其复共轭极点位于单位圆上, 则该二阶 IIR 数字滤波器的冲激响应是一条正弦曲线<sup>[3]</sup>。

下面计算正弦曲线的输出频率, 由图2可知系统的输出方程为:

$$y[n] = x[n] + by[n-1] - y[n-2] \quad (2)$$

$z$  域中的滤波器的输出为:

$$Y(z) = X(z) + bz^{-1}Y(z) - z^{-2}Y(z) \quad (3)$$

传递函数  $H(z)$  为:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - bz^{-1} + z^{-2}} \quad (4)$$

设方程(4)的两个根为  $q_1$  和  $q_2$ ,  $q_1$  和  $q_2$  则是滤波器的两个极点, 而且满足  $q_1 + q_2 = b$ ,  $q_1 \times q_2 = 1$ 。利用平方根公式可以解得两个极点的值为:

$$q_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4}}{2} = \frac{b \pm j\sqrt{4 - b^2}}{2} \quad (5)$$

若  $b$  为实数,  $q_1$  和  $q_2$  是共轭复数, 如果按照极点的形式重写  $q_1$  和  $q_2$ :

$$q_{1,2} = e^{\pm j \arctan \frac{\sqrt{4 - b^2}}{b}} \quad (6)$$

如果  $q_1$  和  $q_2$  的模值为1, 则对应的极点将会在单位圆上, 此时滤波器处于“临界稳定”。 $q_1$  和  $q_2$  的模值为:

$$|q_{1,2}| = 1 = e^{\pm j 2\pi f / f_s} \quad (7)$$

其中  $f_s$  是系统采样频率,  $f$  是滤波器的输出频率。

联立方程(6)和(7)可得:

$$\frac{2\pi f}{f_s} = \arctan \frac{\sqrt{4 - b^2}}{b} \quad (8)$$

由方程(8)可得滤波器的输出频率为:

$$f = \frac{\arctan \frac{\sqrt{4 - b^2}}{b} f_s}{2\pi} \quad (9)$$

从方程(9)可以看出适当调整参数  $b$  的值就可以得到不同频率的正弦曲线。例如当采样频率  $f_s = 100$  MHz 时,  $b = \sqrt{2}$  时, 输出频率  $f = \frac{f_s}{8} = 12.5$  MHz。

在 MATLAB 平台下利用 Xilinx System Generator DSP 开发工具<sup>[4-5]</sup>搭建正弦波生成电路模型, 整个验证电路的建模结构如图4所示。输入信号是单位

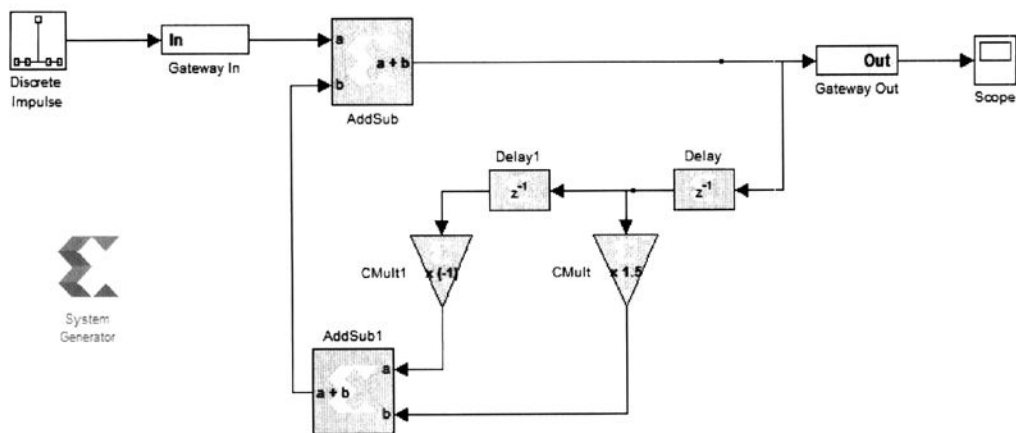


图4 正弦波生成电路模型

(下转 521 页)

从而造成谱的分辨率降低。AR 谱估计中,由于隐含自相关函数的外推,而使分辨率大大提高。从而观测数据的多少对分辨率影响不大,对估计误差会有影响。数据越多,估计误差越小,谱线波动越小,这一点图中可以很明显的看出。

#### 4 结论

从以上分析中得出以下结论:

(1)阶数越低,功率谱分辨率降低,但是谱的平滑性变好,估计误差降低。

(2)观测数据的大小对分辨率影响不大,数据越

多,估计误差越小,谱线波动越小。

#### 参考文献:

- [1] 冯磊.经典功率谱估计与现代功率谱估计的对比[J].商业文化,2009(5):182-183.
- [2] 陈海英.AR模型功率谱估计常用算法的性能比较[J].漳州师范学院学报:自然科学版,2009,63(1):48-51.
- [3] 瞿海雁,李鹍,钱小凌.如何在Matlab中优化基本周期图法对随机信号进行的功率谱估计[J].首都师范大学学报:自然科学版,2006(5):33-36.
- [4] 宋宁,关华.经典功率谱估计及其仿真[J].现代电子技术,2008,31(11).

(上接513页)

冲激信号,整个电路的位宽采用32位,小数位宽为30位,IIR数字滤波器系数 $b = \sqrt{2} \approx 1.5$ ,系统采样频率 $f_s = 100 \text{ MHz}$ 。

运行系统并观察其仿真波形,验证结果如图5所示。由于极点位置处于单位圆上,所以系统开始时处于振荡状态,但随后过程中不断叠加形成稳定频率的正弦信号。

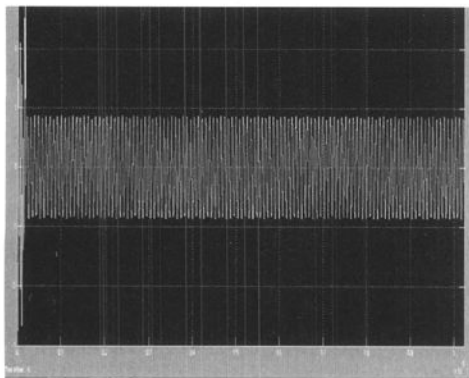


图5 正弦波生成电路仿真

整个设计使用System Generator生成ISE项目,利用XILINX的xc3s500e-4fg320 FPGA作为验证平

台,在ISE中进行综合、实现、布局布线。

#### 3 结束语

本文产生正弦波的方法是利用IIR数字滤波器的临界稳定特性自激振荡不断叠加而成,而不需要使用存储器。灵活调整滤波器系数可以得到不同频率的正弦信号,在精度要求不高的情况,可以应用在各种波形发生器中,同时为正弦波信号的生成提供一种新的设计思路。

#### 参考文献:

- [1] 童师白,华成英.模拟电子技术基础[M].北京:高等教育出版社,2001.
- [2] Kumm M, Klingbeil H, Zipf P. An FPGA-based linear all-digital phase-locked loop[J]. Digital Object Identifier, 2010:2487-2497.
- [3] Oppenheim A V. Discrete-time signal processing[M]. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999.
- [4] Lyons Richard G. Understanding Digital Signal Processing[M]. Addison Wesley Longman Inc., 1997.
- [5] XILINX. System generator for DSP reference guide. 2012.
- [6] XILINX. System generator for DSP user guide. 2012.

(上接517页)

- [8] Wilson A D. Using a depth camera as a touch sensor. Devices & Algorithms, 2010.
- [9] Curless B, Levoy M. Better optical triangulation through spacetime analysis[C]//IEEE Int'l Conference on Computer Vision, 1995.
- [10] 孙家广,杨长贵.计算机图形学[M].北京:清华大学出版社,1995:344-357.
- [11] Senior A, Hampapur A, Tian Y, et al. Appearance models for occlusion handling[C]//2nd International Workshop on Performance Evaluation of Tracking and Sur-

veillance systems, 2001.

- [12] Wren C, Ivanov Y. Volumetric operations with surface margins. In CVPR: Technical Sketches, 2001.
- [13] 李久芳.基于标准棋盘格的图像校准方法[J].电子工业专用设备,2010,190:4-6.
- [14] Marshall J, Pridmore T, Pound M, et al. Pressing the Flesh: sensing multiple touch and finger pressure on arbitrary surfaces[C]//Proc Pervasive, 2008:38-55.
- [15] Wren C, Ivanov Y. Volumetric operations with surface margins. In CVPR: Technical Sketches, 2001.