数 字 信 号 处 理

Digital Signal Processing

主讲人：李艳凤

电子信息工程学院

试用矩形窗函数法设计线性相位FIR高通数字滤波器，其在$\Omega\in[0,2\pi)$内的幅度响应逼近

$$\left|H_{\mathrm{d}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega})\right|=\begin{cases}1 & 0.5\pi\le\Omega\le1.5\pi\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

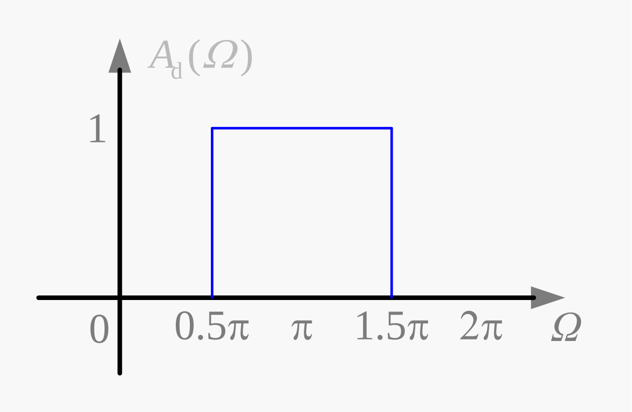
(1) 若选用I型线性相位系统，试确定$h[k]$；

(2) 若选用IV型线性相位系统，试确定$h[k]$。

(1) 若选用I型线性相位系统，试确定$h[k]$

解：　I型线性相位系统的幅度函数$A(\Omega)$关于$\Omega=\pi$偶对称

$$\left|H_{\mathrm{d}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega})\right|=\begin{cases}1 & 0.5\pi\le\Omega\le1.5\pi\\0 & \text{其他}\end{cases}$$



$$A_{\mathrm{d}}(\Omega)=\begin{cases}1 & 0.5\pi\le\Omega\le1.5\pi\\0 & \text{其他}\end{cases}\qquad \varphi_{\mathrm{d}}(\Omega)=-\frac{M}{2}\Omega$$

(1) 若选用I型线性相位系统，试确定$h[k]$

解： 根据$A_{\mathrm{d}}(\Omega)$和$\varphi_{\mathrm{d}}(\Omega)$构建$H_{\mathrm{d}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega})$，通过IDTFT求解$h_{\mathrm{d}}[k]$

$$h_{\mathrm{d}}[k]=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\boxed{A_{\mathrm{d}}(\Omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{\mathrm{d}}(\Omega)}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\Omega}\mathrm{d}\Omega=\frac{1}{2\pi}\int_{0.5\pi}^{1.5\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}0.5M\Omega}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\Omega}\mathrm{d}\Omega$$

当$k\neq0.5M$时
$$h_{\mathrm{d}}[k]=\frac{1}{2\pi\mathrm{j}(k-0.5M)}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}(k-0.5M)(2\pi-0.5\pi)}-\mathrm{e}^{\mathrm{j}(k-0.5M)0.5\pi}\right)$$

$$=\frac{1}{2\pi\mathrm{j}(k-0.5M)}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}M\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}0.5\pi(k-0.5M)}-\mathrm{e}^{\mathrm{j}(k-0.5M)0.5\pi}\right)=-0.5\mathrm{Sa}\left[0.5\pi(k-0.5M)\right]$$

当$k=0.5M$时
$$h_{\mathrm{d}}[0.5M]=\int_{0.5\pi}^{1.5\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}0.5M\Omega}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}0.5M\Omega}\mathrm{d}\Omega=\frac{1}{2\pi}\int_{0.5\pi}^{1.5\pi}1\cdot\mathrm{d}\Omega=0.5$$

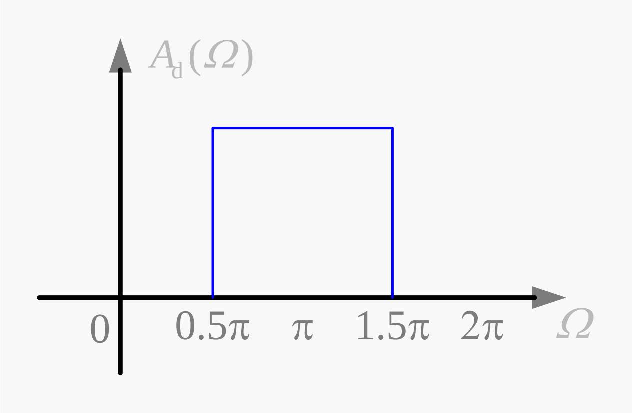
$$h_{\mathrm{d}}[k]=\delta[k-0.5M]-0.5\mathrm{Sa}[0.5\pi(k-0.5M)]$$

加窗截短$h_{\mathrm{d}}[k]$，得到$h[k]=h_{\mathrm{d}}[k]w_N[k]$，$N$为奇数

(2) 若选用IV型线性相位系统，试确定$h[k]$

解：IV型线性相位系统的幅度函数$A(\Omega)$关于$\Omega=\pi$偶对称

$$|H_\mathrm{d}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega})| = \begin{cases} 1 & 0.5\pi \le \Omega \le 1.5\pi \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$



$$A_\mathrm{d}(\Omega) = \begin{cases} 1 & 0.5\pi \le \Omega \le 1.5\pi \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$\varphi_\mathrm{d}(\Omega) = -\frac{M}{2}\Omega + \frac{\pi}{2}$$

(2) 若选用IV型线性相位系统，试确定$h[k]$

解：根据$A_d(\Omega)$和$\varphi_d(\Omega)$构建$H_d(e^{j\Omega})$，通过IDTFT求解$h_d[k]$

$$h_d[k]=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}A_d(\Omega)e^{j\varphi_d(\Omega)}e^{jk\Omega}d\Omega=\frac{1}{2\pi}\int_{0.5\pi}^{1.5\pi}e^{-j(0.5M\Omega-0.5\pi)}\cdot e^{jk\Omega}d\Omega$$

$$=\frac{1}{2\pi(k-0.5M)}\left(e^{j(k-0.5M)\cdot(2\pi-0.5\pi)}-e^{j(k-0.5M)\cdot 0.5\pi}\right)$$

$$=\frac{1}{2\pi(k-0.5M)}\left(e^{-jM\pi}e^{-j0.5\pi(k-0.5M)}-e^{j0.5\pi(k-0.5M)}\right)$$

M为奇数

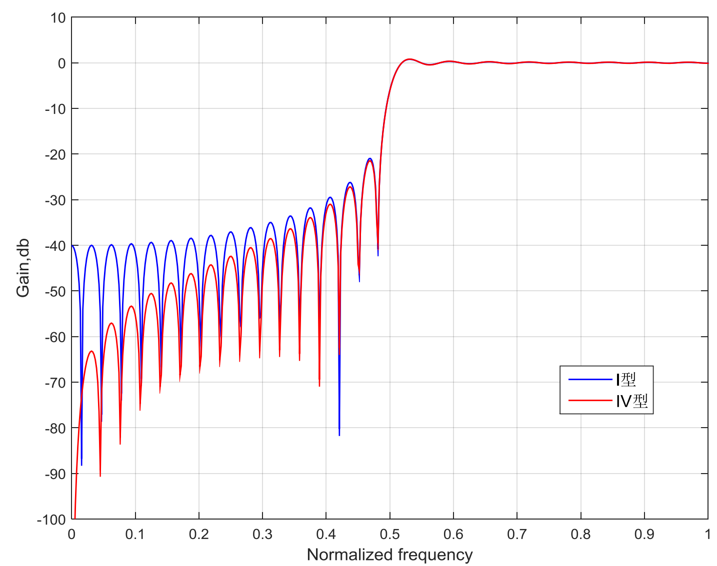
$$=\frac{-1}{2\pi(k-0.5M)}\left(e^{-j0.5\pi(k-0.5M)}+e^{j0.5\pi(k-0.5M)}\right)=\frac{-1}{\pi(k-0.5M)}\cos[0.5\pi(k-0.5M)]$$

加窗截短$h_d[k]$，得到$h[k]=h_d[k]w_N[k]$，N为偶数

试用矩形窗函数法设计线性相位FIR高通数字滤波器，其在$\Omega\in[0,2\pi)$内的幅度响应逼近

$$\left|H_d(e^{j\Omega})\right| = \begin{cases} 1 & 0.5\pi \le \Omega \le 1.5\pi \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

I型：M=62　　IV型：M=63



选用I型线性相位系统

$$h_d[k] = \delta[k-0.5M] - 0.5\mathrm{Sa}[0.5\pi(k-0.5M)]$$

选用IV型线性相位系统

$$h_d[k] = \frac{-1}{\pi(k-0.5M)}\cos[0.5\pi(k-0.5M)]$$

谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！