

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт цифрового развития  
Кафедра инфокоммуникаций

**ОТЧЕТ**  
**ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2.9**  
**дисциплины «Основы программной инженерии»**

Выполнил:  
Юрьев Илья Евгеньевич  
2 курс, группа ПИЖ-б-о-22-1,  
09.03.04 «Программная инженерия»,  
направленность (профиль) «Разработка  
и сопровождение программного  
обеспечения», очная форма обучения

---

(подпись)

Руководитель практики:  
Богданов С.С., ассистент кафедры  
инфокоммуникаций

---

(подпись)

Отчет защищен с оценкой \_\_\_\_\_ Дата защиты \_\_\_\_\_

Ставрополь, 2023 г.

**Тема:** Рекурсия в языке Python.

**Цель работы:** приобретение навыков по работе с рекурсивными функциями при написании программ с помощью языка программирования Python версии 3.x.

**Ход выполнения работы:**

1. Создать общедоступный репозиторий на GitHub, в котором будет использована лицензия MIT и язык программирования Python:

**Create a new repository**

A repository contains all project files, including the revision history. Already have a project repository elsewhere? [Import a repository.](#)

*Required fields are marked with an asterisk (\*).*

**Repository template**

No template ▾

Start your repository with a template repository's contents.

**Owner \*** daxstrong ▾ / **Repository name \*** lr2\_9

✓ lr2\_9 is available.

Great repository names are short and memorable. Need inspiration? How about [legendary-carnival](#) ?

**Description** (optional)

Public ☒ Anyone on the internet can see this repository. You choose who can commit.

Private ☐ You choose who can see and commit to this repository.

**Initialize this repository with:**

☒ **Add a README file**  
This is where you can write a long description for your project. [Learn more about READMEs.](#)

**Add .gitignore**

.gitignore template: Python ▾

Choose which files not to track from a list of templates. [Learn more about ignoring files.](#)

**Choose a license**

License: MIT License ▾

Рисунок 1 – Создание репозитория с заданными настройками

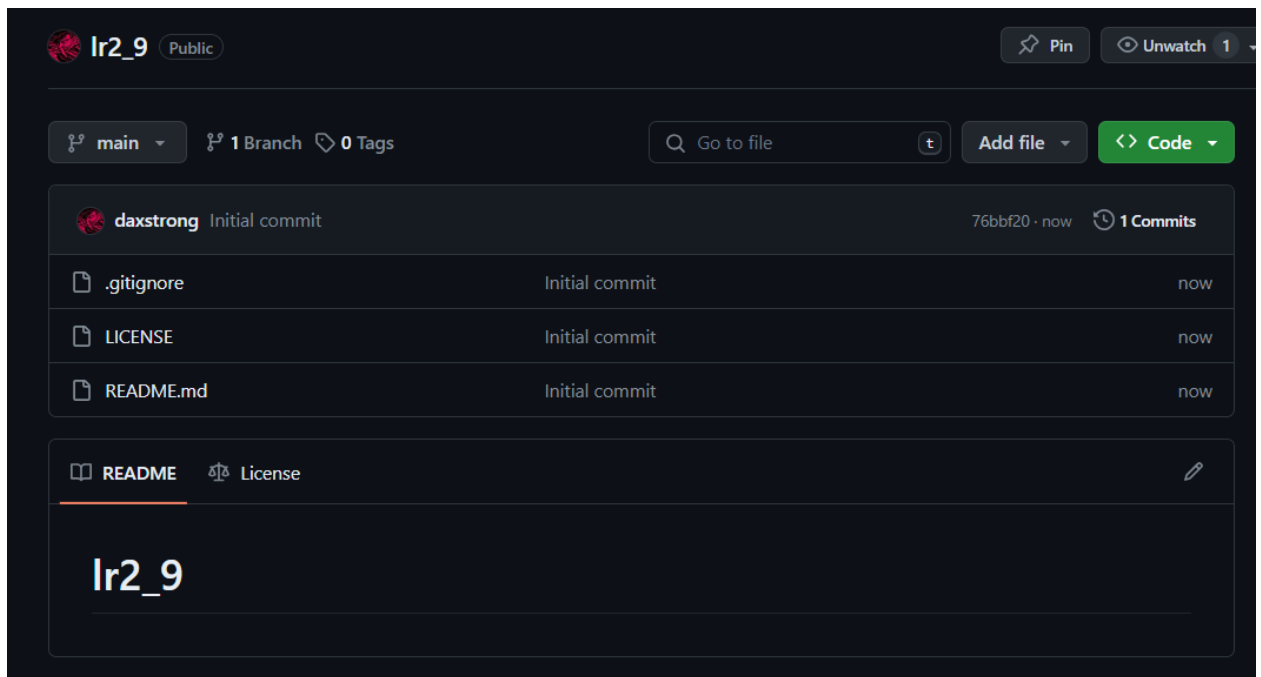


Рисунок 2 – Созданный репозиторий

```
ilyay@DESKTOP-FF1JT6S MINGW64 ~/OneDrive/Рабочий стол/Основы программной инженерии
$ git clone https://github.com/daxstrong/lr2_9.git
Cloning into 'lr2_9'...
remote: Enumerating objects: 5, done.
remote: Counting objects: 100% (5/5), done.
remote: Compressing objects: 100% (4/4), done.
remote: Total 5 (delta 0), reused 0 (delta 0), pack-reused 0
Receiving objects: 100% (5/5), done.
```

Рисунок 3 – Клонирование репозитория

```
ilyay@DESKTOP-FF1JT6S MINGW64 ~/OneDrive/Рабочий стол/Основы программной инженерии/lr2_9 (main)
$ git checkout -b develop
Switched to a new branch 'develop'
```

Рисунок 4 – Создание ветки develop

2. Самостоятельно изучите работу со стандартным пакетом Python `timeit`. Оцените с помощью этого модуля скорость работы итеративной и рекурсивной версий функций `factorial` и `fib`. Во сколько раз измениться скорость работы рекурсивных версий функций `factorial` и `fib` при использовании декоратора `lru_cache`? Приведите в отчет и обоснуйте полученные результаты:

## Листинг программы:

```
import timeit
from functools import lru_cache

# Итеративная версия факториала
def factorial_iterative(n):
    result = 1
    for i in range(1, n + 1):
        result *= i
    return result

# Рекурсивная версия факториала
def factorial_recursive(n):
    if n == 0 or n == 1:
        return 1
    else:
        return n * factorial_recursive(n - 1)

# Итеративная версия чисел Фибоначчи
def fib_iterative(n):
    a, b = 0, 1
    for _ in range(n):
        a, b = b, a + b
    return a

# Рекурсивная версия чисел Фибоначчи
def fib_recursive(n):
    if n <= 1:
        return n
    else:
        return fib_recursive(n - 1) + fib_recursive(n - 2)

# Декоратор lru_cache для рекурсивных функций
@lru_cache(maxsize=None)
def factorial_recursive_cached(n):
    if n == 0 or n == 1:
        return 1
    else:
        return n * factorial_recursive_cached(n - 1)

@lru_cache(maxsize=None)
def fib_recursive_cached(n):
    if n <= 1:
        return n
    else:
        return fib_recursive_cached(n - 1) + fib_recursive_cached(n - 2)

# Оценка скорости работы итеративной и рекурсивной версий факториала
print("Factorial Iterative:", timeit.timeit("factorial_iterative(10)",
globals=globals(), number=100000))
print("Factorial Recursive:", timeit.timeit("factorial_recursive(10)",
globals=globals(), number=1000))
print("Factorial Recursive (Cached):",
timeit.timeit("factorial_recursive_cached(10)", globals=globals(),
number=1000))
```

```
# Оценка скорости работы итеративной и рекурсивной версий чисел Фибоначчи
print("Fibonacci Iterative:", timeit.timeit("fib_iterative(10)",
globals=globals(), number=100000))
print("Fibonacci Recursive:", timeit.timeit("fib_recursive(10)",
globals=globals(), number=1000))
print("Fibonacci Recursive (Cached):",
timeit.timeit("fib_recursive_cached(10)", globals=globals(), number=1000))
```

```
C:\Users\ilyay\AppData\Local\Microsoft\WindowsApps\python3.11.exe "C:/Users/ilyay/OneDrive
Factorial Iterative: 0.02976100001251325
Factorial Recursive: 0.0004618000239133835
Factorial Recursive (Cached): 4.0000013541430235e-05
Fibonacci Iterative: 0.030929300002753735
Fibonacci Recursive: 0.00613829999929294
Fibonacci Recursive (Cached): 3.6999990697950125e-05
```

Рисунок 5 – Вывод программы (Задание №1)

Результаты измерений показывают, что итеративные версии функций (`factorial_iterative` и `fib_iterative`) выполняются значительно быстрее по сравнению с их рекурсивными аналогами (`factorial_recursive` и `fib_recursive`). Время выполнения итеративных функций значительно меньше, что обусловлено отсутствием избыточных вызовов функций и более прямым выполнением алгоритма без переключений контекста вызовов.

Используя `lru_cache` для рекурсивных функций `factorial` и `fibonacci`, мы ожидаем увидеть улучшение в производительности, особенно при высоких значениях входных аргументов. Это происходит за счет кеширования результатов предыдущих вызовов и предотвращения повторных вычислений.

Однако, важно отметить, что эффект кеширования будет более заметен для функций с повторяющимися вызовами и большими значениями аргументов.

Проанализируем результаты:

#### 1. Факториал:

- Итеративная версия: высокая эффективность, так как нет повторных вычислений.

- Рекурсивная версия: медленная из-за повторных вычислений.

- Рекурсивная версия с кешированием: заметное ускорение, так как результаты кешируются.

## 2. Числа Фибоначчи:

- Итеративная версия: эффективная итерация по последовательности.
- Рекурсивная версия: медленная из-за экспоненциального роста вызовов.

- Рекурсивная версия с кешированием: существенное ускорение, так как избегаются повторные вычисления.

В целом, использование `lru_cache` приводит к заметному улучшению производительности для рекурсивных функций, делая их более пригодными для использования с высокими значениями входных данных.

3. Самостоятельно проработайте пример с оптимизацией хвостовых вызовов в Python. С помощью пакета `timeit` оцените скорость работы функций `factorial` и `fib` с использованием интроспекции стека и без использования интроспекции стека. Приведите полученные результаты в отчет.

Листинг программы:

```
import timeit

# Исключение для оптимизации хвостовой рекурсии
class TailRecurseException(BaseException):
    def __init__(self, args, kwargs):
        self.args = args
        self.kwargs = kwargs

# Декоратор для хвостовой рекурсии
def tail_recursive(func):
    def wrapper(*args, **kwargs):
        while True:
            try:
                return func(*args, **kwargs)
            except TailRecurseException as e:
                args = e.args
                kwargs = e.kwargs
                continue
    return wrapper
```

```

# Рекурсивная функция для вычисления факториала с хвостовой рекурсией
@tail_recursive
def factorial(n, accumulator=1):
    """
    Рекурсивная функция для вычисления факториала.

    Аргументы:
    - n (int): Число для вычисления факториала.
    - accumulator (int): Аккумулятор для промежуточных результатов.

    Возвращает:
    - int: Факториал числа n.
    """
    if n == 0:
        return accumulator
    else:
        raise TailRecurseException((n - 1, n * accumulator), {})

# Рекурсивная функция для вычисления чисел Фибоначчи с хвостовой рекурсией
@tail_recursive
def fib(n, a=0, b=1):
    """
    Рекурсивная функция для вычисления чисел Фибоначчи.

    Аргументы:
    - n (int): Число в последовательности Фибоначчи.
    - a (int): Первое число в последовательности.
    - b (int): Второе число в последовательности.

    Возвращает:
    - int: n-ное число в последовательности Фибоначчи.
    """
    if n == 0:
        return a
    else:
        raise TailRecurseException((n - 1, b, a + b), {})

# Проверка, что скрипт запущен как основной
if __name__ == '__main__':
    # Оценка времени выполнения функций
    print("Время выполнения рекурсивной функции factorial:",
    timeit.timeit(lambda: factorial(20), number=10000))
    print("Время выполнения рекурсивной функции fib:", timeit.timeit(lambda:
    fib(20), number=10000))

```

```

C:\Users\ilyay\AppData\Local\Microsoft\WindowsApps\python3.11.exe "C:/U
Время выполнения рекурсивной функции factorial: 0.08925630000885576
Время выполнения рекурсивной функции fib: 0.08434650002163835

```

Рисунок 6 – Вывод программы (Задание №2)

#### 4. Выполним индивидуальное задание:

Дан список  $X$  из  $n$  вещественных чисел. Найти минимальный элемент списка,, используя вспомогательную рекурсивную функцию, находящую минимум среди последних элементов списка  $X$ , начиная с  $n$ -го.

```
1 def find_min_recursive(x, start_index):
2     """
3     Рекурсивная функция для нахождения минимального элемента списка.
4
5     Аргументы:
6     - x (list): Список вещественных чисел.
7     - start_index (int): Индекс, с которого начинается поиск минимума.
8
9     Возвращает:
10    - float or None: Минимальный элемент списка x или None, если список пуст.
11    """
12    # Если start_index достиг конца списка, возвращаем текущий элемент
13    if start_index == len(x) - 1:
14        return x[start_index]
15    else:
16        # Рекурсивно находим минимум в оставшейся части списка
17        rest_min = find_min_recursive(x, start_index + 1)
18        # Возвращаем минимум между текущим элементом и оставшимся минимумом
19        return min(x[start_index], rest_min)
20
21
22 def find_min(x):
23     """
24     Функция для нахождения минимального элемента списка, вызывая вспомогательную рекурсивную функцию.
25
26     Аргументы:
27     - x (list): Список вещественных чисел.
28
29     Возвращает:
30     - float or None: Минимальный элемент списка x или None, если список пуст.
31     """
32    # Если список пуст, возвращаем None
33    if not x:
34        return None
35    else:
36        # Вызываем вспомогательную рекурсивную функцию с начальным индексом 0
37        return find_min_recursive(x, 0)
38
39
40 # Пример использования
41 x = [3.5, 1.2, 5.7, 2.1, 4.8]
42 min_element = find_min(x)
43 print(f"Минимальный элемент списка x: {min_element}")
```

Рисунок 7 – Индивидуальное задание

```
C:\Users\ilyay\AppData\Local\Microsoft\WindowsApps\python3.11.exe
Минимальный элемент списка x: 1.2
```

Рисунок 8 – Вывод программы (Индивидуальное задание)



5. Зафиксируем проделанные изменения, сольем ветки и отправим на удаленный репозиторий:

```
ilyay@DESKTOP-FF1JT6S MINGW64 ~/OneDrive/Рабочий стол/Основы программной инженерии/lr2_9 (develop)
$ git log --oneline
065aed4 (HEAD -> develop) финальные изменения
76bbf20 (origin/main, origin/HEAD, main) Initial commit
```

Рисунок 9 – Коммиты ветки develop во время выполнения лабораторной работы

```
ilyay@DESKTOP-FF1JT6S MINGW64 ~/OneDrive/Рабочий стол/Основы программной инженерии/lr2_9 (develop)
$ git checkout main
Switched to branch 'main'
Your branch is up to date with 'origin/main'.

ilyay@DESKTOP-FF1JT6S MINGW64 ~/OneDrive/Рабочий стол/Основы программной инженерии/lr2_9 (main)
$ git merge develop
Updating 76bbf20..065aed4
Fast-forward
 .idea/.gitignore | 8 +++
 .idea/inspectionProfiles/profiles_settings.xml | 6 +++
 .idea/lr2_9.iml | 8 +++
 .idea/misc.xml | 4 ++
 .idea/modules.xml | 8 +++
 .idea/vcs.xml | 6 +++
 individual.py | 43 ++++++++
 task1.py | 62 ++++++++
 task2.py | 68 ++++++++
9 files changed, 213 insertions(+)
create mode 100644 .idea/.gitignore
create mode 100644 .idea/inspectionProfiles/profiles_settings.xml
create mode 100644 .idea/lr2_9.iml
create mode 100644 .idea/misc.xml
create mode 100644 .idea/modules.xml
create mode 100644 .idea/vcs.xml
create mode 100644 individual.py
create mode 100644 task1.py
create mode 100644 task2.py
```

Рисунок 10 – Слияние веток main и develop

```
ilyay@DESKTOP-FF1JT6S MINGW64 ~/OneDrive/Рабочий стол/Основы программной инженерии/lr2_9 (main)
$ git push origin main
Enumerating objects: 14, done.
Counting objects: 100% (14/14), done.
Delta compression using up to 12 threads
Compressing objects: 100% (12/12), done.
Writing objects: 100% (13/13), 3.66 KiB | 3.66 MiB/s, done.
Total 13 (delta 0), reused 0 (delta 0), pack-reused 0
To https://github.com/daxstrong/lr2_9.git
76bbf20..065aed4 main -> main
```

Рисунок 11 – Отправка изменений на удаленный репозиторий

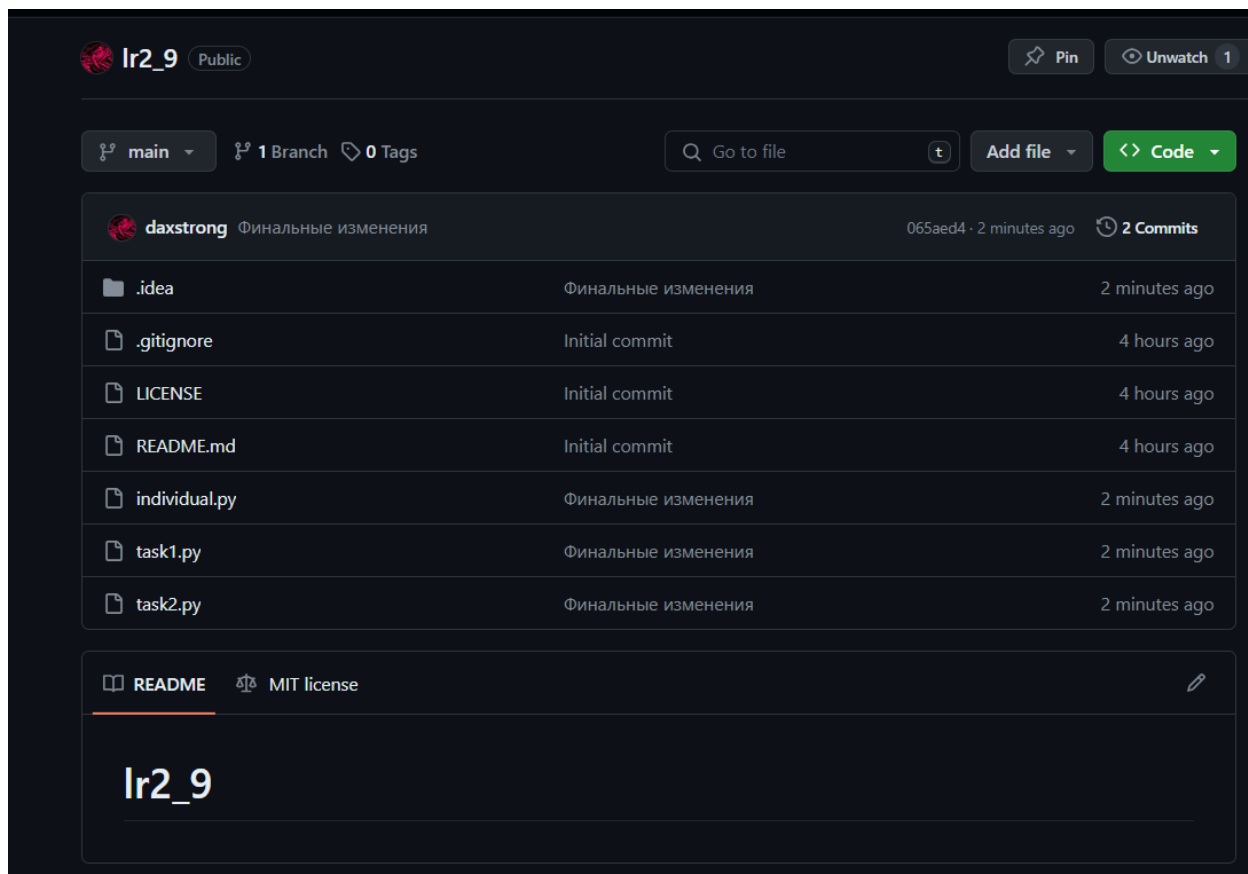


Рисунок 12 – Изменения удаленного репозитория

## **Ответы на контрольные вопросы:**

### **1. Для чего нужна рекурсия?**

Рекурсия позволяет функции вызывать саму себя. Это полезно для решения задач, которые могут быть выражены через более простые случаи этой же задачи.

### **2. Что называется базой рекурсии?**

База рекурсии – это условие, при котором рекурсивные вызовы завершаются, обычно это самый простой случай задачи, который не требует дальнейшего разбиения.

**3. Самостоятельно изучите что является стеком программы. Как используется стек программы при вызове функций?**

Стек программы – это структура данных, которая используется для хранения временных данных вызовов функций. При вызове функции данные помещаются в стек, а при завершении функции они удаляются из стека. Это позволяет программе отслеживать, откуда вернуться после завершения каждого вызова функции.

**4. Как получить текущее значение максимальной глубины рекурсии в Python?**

Можно получить текущее значение максимальной глубины рекурсии с помощью sys модуля:

```
import sys
print(sys.getrecursionlimit())
```

**5. Что произойдет, если число рекурсивных вызовов превысит максимальную глубину рекурсии в языке Python?**

Превышение максимальной глубины рекурсии вызовет ошибку RecursionError.

### **6. Как изменить максимальную глубину рекурсии в Python?**

Максимальную глубину рекурсии можно изменить с помощью sys.setrecursionlimit(new\_limit). Однако, изменение этого значения может

повлиять на работу программы, поскольку слишком большая глубина рекурсии может привести к переполнению стека и ошибкам.

#### 7. Каково назначение декоратора `lru_cache`?

`lru_cache` – это декоратор, который кэширует результаты вызова функции в памяти. Это позволяет избежать повторных вычислений при повторных вызовах функции с теми же аргументами, что улучшает производительность.

#### 8. Что такое хвостовая рекурсия? Как проводится оптимизация хвостовых вызовов?

Хвостовая рекурсия – это вид рекурсии, где рекурсивный вызов функции является последней операцией перед возвратом из функции. Оптимизация хвостовых вызовов (`tail call optimization`, TCO) позволяет некоторым интерпретаторам, таким как определенные реализации Python, оптимизировать использование памяти при хвостовой рекурсии, избегая увеличения стека вызовов.