Dayan Bravo Fraga

Función:

$$f(x,\mu,\sigma)=\frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

Ingualando las dos funciones

$$f(x,\mu_1,\sigma_1)=f(x,\mu_2,\sigma_2)$$

Sustituir:

$$\frac{e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}=\frac{e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}}{\sigma_2\sqrt{2\pi}}$$

Simplificar valores constantes en los dos miembros:

$$\frac{e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}}{\sigma_1\cancel{\sqrt{2\pi}}}=\frac{e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}}{\sigma_2\cancel{\sqrt{2\pi}}}$$

Eliminar valores simplificados:

$$\frac{e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}}{\sigma_1}=\frac{e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}}{\sigma_2}$$

Reorganizar:

$$\frac{e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}}{e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}}=\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Aplicar propiedades de las potencias:

$$e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}+\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}=\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Aplicar logaritmo natural a ambos miembros:

$$-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}+\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}=\ln\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Multiplicar ambos miembros por $2\sigma_1^2\sigma_2^2$:

$$2\sigma_1^2\sigma_2^2\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}+\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right)=2\sigma_1^2\sigma_2^2\ln\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Efectuar la multiplicación paso 1:

$$-\sigma_2^2(x-\mu_1)^2+\sigma_1^2(x-\mu_2)^2=2\sigma_1^2\sigma_2^2\ln\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Efectuar la multiplicación paso 2:

$$-\sigma_2^2\left(x^2-2\mu_1x+\mu_1^2\right)+\sigma_1^2\left(x^2-2\mu_2x+\mu_2^2\right)=2\sigma_1^2\sigma_2^2\ln\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Efectuar la multiplicación paso 3:

$$-\sigma_2^2x^2+2\mu_1\sigma_2^2x-\mu_1^2\sigma_2^2+\sigma_1^2x^2-2\mu_2\sigma_1^2x+\mu_2^2\sigma_1^2=2\sigma_1^2\sigma_2^2\ln\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

Pasar todo para un miembro y ordenar:

$$\sigma_1^2x^2-\sigma_2^2x^2+2\mu_1\sigma_2^2x-2\mu_2\sigma_1^2x+\mu_2^2\sigma_1^2-\mu_1^2\sigma_2^2-2\sigma_1^2\sigma_2^2\ln\frac{\sigma_2}{\sigma_1}=0$$

Agrupar términos semejantes:

$$(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)x^2 + (2\mu_1\sigma_2^2 - 2\mu_2\sigma_1^2)x + \left(\mu_2^2\sigma_1^2 - \mu_1^2\sigma_2^2 - 2\sigma_1^2\sigma_2^2 \ln\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) = 0$$

Extraemos a, b y c de la forma $ax^2 + bx + c = 0$:

$a = \sigma_1^2 - \sigma_2^2$

$b = 2\mu_1\sigma_2^2 - 2\mu_2\sigma_1^2$

$c = \mu_2^2\sigma_1^2 - \mu_1^2\sigma_2^2 - 2\sigma_1^2\sigma_2^2 \ln\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$