UANL
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FCFM
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

# Universidad Autónoma de Nuevo León

# Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

# Inteligencia Artificial

# Actividad 7

# Laboratorio de Repaso de Probabilidad y Estadística

**Nombre:** Dayla Marely Carrizales Ortega

**Matrícula:** 1952471

**Maestra:** Luis Ángel Gutiérrez Rodríguez

**Grupo:** 032

**15 de febrero del 2025**

1. En una empresa se han recolectado los siguientes datos de 10 empleados:

| Nombre | Edad (años) | Área de trabajo |
|---|---|---|
| Ana | 25 | Ventas |
| Luis | 30 | Administración |
| Marta | 40 | Producción |
| Carlos | 35 | Ventas |
| Elena | 28 | Recursos Humanos |
| Juan | 50 | Producción |
| Sofía | 45 | Administración |
| Pedro | 38 | Ventas |
| Daniel | 33 | Producción |
| Laura | 27 | Recursos Humanos |

1. Clasifique las variables en cualitativas o cuantitativas.
   - **Cualitativas: Nombre y Área de trabajo**
   - **Cuantitativas: Edad**

2. Determine la media, mediana y moda de la variable "Edad".
   25 30 40 35 28 50 45 38 33 27
   Media

$$\bar{x} = \frac{25+30+40+35+28+50+45+38+33+27}{10} = \mathbf{35.1}$$

   Mediana

   25 27 28 30 **33** **35** 38 40 45 50

$$\tilde{x} = \frac{33+35}{2} = \mathbf{34}$$

   Moda
   **No existe moda en esos datos porque ninguno se repite**

3. Interprete los resultados obtenidos.
   **La media edad promedio de los trabajadores es 35.1 años, la mediana es 34 y no existen trabajadores cuya edad sea la misma**

2. Dado el siguiente conjunto de datos correspondiente a las calificaciones de 8 estudiantes en un examen:

$$X = \{70, 85, 90, 95, 88, 92, 75, 80\}$$

1. Calcule la varianza y la desviación estándar de los datos.

| $x_i$ | $x_i - \overline{x}$ | $(x_i - \overline{x})^2$ |
|---|---|---|
| 70 | -14.375 | 206.640625 |
| 85 | 0.625 | 0.390625 |
| 90 | 5.625 | 31.640625 |
| 95 | 10.625 | 112.890625 |
| 88 | 3.625 | 13.140625 |
| 92 | 7.625 | 58.140625 |
| 75 | -9.375 | 87.890625 |
| 80 | -4.375 | 19.140625 |

| $\overline{x}$ | | $\sum(x_i - \overline{x})^2$ |
|---|---|---|
| **84.375** | | **529.875** |

$$\sigma^2 = \frac{529.875}{8} = \mathbf{66.234375}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{529.875}{8}} = \mathbf{8.138450405}$$

2. Interprete la dispersión de los datos.

**La varianza es de 66.234375 y la desviación estándar de 8.138450405, por lo tanto, la dispersión es moderada, es decir, los datos no están todos muy concentrados ni extremadamente dispersos.**

3. Una empresa de tecnología ha identificado que el 60% de sus empleados son programadores, y el 40% son diseñadores. Se sabe que el 70% de los

programadores tienen conocimientos de inteligencia artificial (IA), mientras que solo el 30% de los diseñadores tienen estos conocimientos.
Si se elige un empleado al azar y se sabe que tiene conocimientos de IA, ¿cuál es la probabilidad de que sea programador?

Datos del problema

$$P(E) = 60\% = 0.6$$

$$P(D) = 40\% = .04$$

$$P(IA|E) = 70\% = 0.7$$

$$P(IA|D) = 30\% = 0.3$$

Calculamos P(IA) por Regla de la Probabilidad Total:

$$P(IA) = P(IA \mid E) \cdot P(E) + P(IA \mid D) \cdot P(D)$$

$$P(IA) = 0.7 * 0.6 + 0.3 * 0.4$$

$$\therefore P(IA) = 0.54$$

Aplicando el teorema de Bayes

$$P(E|IA) = \frac{P(IA \mid E)P(E)}{P(IA)}$$

$$P(E|IA) = \frac{(0.7)(0.6)}{0.54} = \frac{0.42}{0.54} = 0.7777$$

**∴ La probabilidad de que un empleado que tiene conocimientos de IA sea programador es de 77.77%**

4. Suponga que el número de defectos en un lote de producción sigue una distribución de Poisson con media $\lambda = 3$ defectos por lote.
   1. Calcule la probabilidad de que un lote tenga exactamente 2 defectos.

   Sea

   k= 2 (la probabilidad de que un lote tenga 2 defectos)

   $\lambda = 3$ defectos por lote

$$P(X=2)=\frac{e^{-3}(3)^2}{2!}=\frac{0.448084}{2}=\mathbf{0.224042}$$

**∴ La probabilidad de que un lote tenga 2 defectos es de 22.4042%**

2. Calcule la probabilidad de que un lote tenga al menos 1 defecto.

Probando que exista al menos un defecto de la siguiente manera

$$P(al\ menos\ 1\ defecto)=1-P(cero\ defectos)$$

Calculando la probabilidad de que no haya defectos

$$P(X=0)=\frac{e^{-3}(3)^0}{0!}=0.0497871$$

Ahora calculamos la probabilidad de que exista al menos un defecto

$$P(X\leq 1)=1-\ 0.0497871=0.95021$$

**∴La probabilidad de que exista un lote con al menos un defecto es de 95.021%**

5. Sea X una variable aleatoria con distribución normal de media μ = 50 y desviación estándar σ = 10.
   1. Determine la probabilidad de que X tome un valor menor que 45.

Sea μ = 50 y σ = 10, sustituyendo en la fórmula de distribución normal

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$Z=\frac{45-50}{10}=\frac{-5}{10}=\ -0.5$$

Buscamos en la tabla de distribución para encontrar el valor de Z

$$P(Z<-0.5)=0.30854$$

**∴La probabilidad de que X tome un valor menor que 45 es de 30.854%**

2. Determine la probabilidad de que X esté entre 40 y 60.

Para X= 40

$$Z = \frac{40-50}{10} = \frac{-10}{10} = -1$$

Para X = 60

$$Z = \frac{60-50}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

El valor de Z de 40 < X <60

$$P(Z < 1) = 0.8413$$

$$P(Z < -1) = 0.1587$$

Calculando la probabilidad de X

$P(40 < X < 60) = 0.8413 - 0.1587 = 0.6826$

**∴ La probabilidad de que X esté entre 40 y 60 es de 68.26%**

6. Un dado justo de seis caras se lanza dos veces.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par en el segundo lanzamiento, dado que en el primero salió un número impar?

      $Probabilidad\ de\ que\ sea\ par = 2, 4, 6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

      $Probabilidad\ de\ que\ sea\ impar = 1, 3, 5 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

      $\therefore \boldsymbol{P(PAR|IMPAR) = \frac{1}{2}}$

   2. Interprete los resultados obtenidos.

      **Como ambos son eventos independientes, la probabilidad de que obtener un numero par en el segundo lanzamiento dado que el primero salió impar es de ½ o 50%**

7. Un examen de opción múltiple tiene 5 preguntas, cada una con 4 posibles respuestas, de las cuales solo una es correcta. Un estudiante responde al azar.
1. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante acierte exactamente 3 respuestas?

Sea

$k = 3$

$n = 5$

$p = \frac{1}{4} = 0.25\ (Probabilidad\ de\ acertar\ cada\ pregunta)$

$P(X = 3) = (10)(0.25)^3(1 - 0.25)^2 = 0.0878$

**∴ La probabilidad de que el estudiante acierte exactamente 3 preguntas es 8.79%**

2. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte al menos una respuesta?

$P(al\ menos\ 1\ acierto) = 1 - P(cero\ aciertos)$

$k = 0$

$n = 5$

$p = \frac{1}{4} = 0.25\ (Probabilidad\ de\ acertar\ cada\ pregunta)$

$P(X = 0) = (1)(0.25)^0(1 - 0.25)^5 = 0.237305$

$P(al\ menos\ 1\ acierto) = 1 - 0.237305 = 0.762695$

**∴ La probabilidad de que el estudiante acierte al menos 1 pregunta es 76.26%**

8. Una urna contiene 5 bolas rojas y 7 bolas azules. Se extrae una bola al azar.
1. Determine la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

Datos

12 bolas:

5 rojas

7 azules

$$P(roja) = \frac{5}{12} = \mathbf{0.4167}$$

**∴ La probabilidad de que la bola extraída es roja es 41.67%**

2. Si se extraen dos bolas sin reemplazo, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean azules?

Probabilidad de que la primera sea azul: $7/12$.

Probabilidad de que la segunda sea azul, dado que la primera fue azul: $6/11$.

$$P(azul\ y\ azul) = \frac{7}{12} * \frac{6}{11} = \frac{42}{132} = \mathbf{0.3182}$$

**∴ La probabilidad de que ambas bolas extraídas sean azules es de 31.82%**

9. Suponga que una persona juega una lotería donde el premio es de 1000 dólares con una probabilidad de 0.01, y el costo del boleto es de 10 dólares.
   1. Calcule la esperanza matemática de la ganancia del jugador.
      $E(X) = \left(premio \times P_{ganar}\right) + \left(perdida \times P_{perder}\right)$
      $E(X) = (1000 * 0.01) + (-10 * 0.99)$
      $= 10 - 9.9 = \mathbf{0.10}$

   2. Interprete el resultado obtenido.

      **∴ En promedio, el jugador gana \$0.10 por boleto, pero esto no significa que cada jugador gane. La mayoría de los jugadores de lotería pierde \$10, mientras que pocos ganan \$1000.**

10. Un experimento consiste en lanzar una moneda justa 1000 veces y calcular la frecuencia relativa de obtener cara.
1. ¿Cuál es el valor esperado de la frecuencia relativa de obtener cara?

$$Frecuencia\ relativa\ esperada = \frac{\text{número de caras}}{\text{número de lanzamientos}} = \frac{500}{1000} = \mathbf{0.5}$$

2. ¿Como se relaciona esto con la Ley de los Grandes Números?

**Esta ley dice que, mientras más veces repitamos el experimento, más cerca estará la frecuencia relativa del valor teórico (0.5 en este caso). Si lanzamos 10 veces, la frecuencia relativa puede variar mucho, pero con 1000 lanzamientos será cercana a 50%.**