Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas
Investigación de Operaciones
Actividad 3
Modelado matemático - Problemas 1, 2 y 3

Nombre: Dayla Marely Carrizales Ortega

Matrícula: 1952471

Maestra: Luis Ángel Gutiérrez Rodríguez

Grupo: 032

27 de enero del 2025

1. Un compromiso de negocios requiere 5 semanas de traslado continuo entre Fayetteville (FYV) y Denver (DEN). Los viajes se realizan saliendo de Fayetteville los lunes y regresando los miércoles. Un boleto redondo regular cuesta $400, pero hay un descuento del 20% si el viaje cubre un fin de semana. Un boleto sencillo cuesta el 75% del precio de un boleto regular. Existen tres alternativas conocidas para minimizar el costo del traslado:
    - Comprar cinco boletos regulares FYV-DEN-FYV.
    - Comprar un boleto FYV-DEN, cuatro boletos DEN-FYV-DEN que incluyan fines de semana, y uno DEN-FYV.
    - Comprar un boleto FYV-DEN-FYV para la primera semana y última semana, y cuatro boletos DEN-FYV-DEN para los viajes restantes.

(a) Identifique una cuarta alternativa factible que cumpla con las restricciones del problema.
Tres boletos redondos regulares FYV-DEN-FYV, dos boletos sencillos FYV-DEN y un boleto con descuento DEN-FYV-DEN.

Parámetros

- Duración del traslado: 5 semanas
- Vuelos de ida disponibles: lunes (FYV-DEN)
- Vuelos de regreso disponibles: miércoles (DEN-FYV)
- Costo del boleto redondo regular FYV-DEN-FYV: $400 (descuento del 20% si el viaje cubre un fin de semana, costaría $320)
- Costo del boleto sencillo: 75% del precio de un boleto regular, es decir, $300

Variables de decisión

- $\boldsymbol{x_1} = numero\ de\ boletos\ redondondo\ regular$
- $\boldsymbol{x_2} = numero\ de\ boletos\ redondondo\ regular\ que\ incluye\ un\ fin\ de\ semana$
- $\boldsymbol{x_3} = numero\ de\ boletos\ sencillos\ de\ ida$
- $\boldsymbol{x_4} = numero\ de\ boletos\ sencillos\ de\ regreso$

Función objetivo

El objetivo de este problema es minimizar el costo del traslado

$$\min z = 400x_1 + 320x_2 + 300x_3 + 300x_4$$

Restricciones

- Cantidad de viajes de ida

$$x_1 + x_3 = 5$$

- Cantidad de viajes de regreso

$$x_1 + 2x_2 + x_4 = 5$$

2. Un trozo de alambre de longitud L pulgadas debe utilizarse para formar un rectángulo con área máxima. El ancho y la altura del rectángulo están relacionados por la restricción:

$$2(w + h) = L$$

Donde w es el ancho y h la altura, ambas en pulgadas. Además, el ancho y la altura deben ser valores no negativos.

(a) Identifique dos soluciones factibles, es decir, dos combinaciones de w y h que satisfagan las restricciones.

Primera solución	Segunda solución
$\boldsymbol{w = \frac{L}{4}}$ **Despejando h, tenemos:** $\boldsymbol{h = \frac{L}{2} - w}$ **Sustituyendo w** $\boldsymbol{h = \frac{L}{2} - \frac{L}{4}}$ $\boldsymbol{h = \frac{L}{4}}$ $\boldsymbol{\therefore A = \frac{L^2}{16}}$	**Primera solución** $\boldsymbol{w = \frac{L}{3}}$ **Despejando h, tenemos:** $\boldsymbol{h = \frac{L}{2} - w}$ **Sustituyendo w** $\boldsymbol{h = \frac{L}{2} - \frac{L}{3}}$ $\boldsymbol{h = \frac{L}{6}}$ $\boldsymbol{\therefore A = \frac{L^2}{18}}$

Parámetros

- L: Longitud total del alambre

Variables de decisión

- w: *Ancho*
- h: *Altura*

Función objetivo

El objetivo de este problema es maximizar el área del rectángulo

$$max\, A = w \cdot h$$

Restricciones

- El ancho y la altura del rectángulo deben cumplir:

$$2(w + h) = L$$

- El ancho y la altura deben ser valores no negativos

$$w \geq 0 \qquad h \geq 0$$

3. Continuando con el problema anterior, determine la solución óptima del problema, maximizando el área del rectángulo. Sugerencia: Exprese la función objetivo (el área) en términos de una sola variable usando la restricción dada, y aplique calculo diferencial para encontrar el máximo.

Despejando h

$$h = \frac{L}{2} - w$$

Sustituyendo h en la función objetivo

$$A = w \cdot (\frac{L}{2} - w)$$

$$A = \frac{L}{2}w - w^2$$

Derivando A

$$A' = \frac{L}{2} - 2w$$

Encontramos puntos críticos

$$\frac{L}{2} - 2w = 0$$

$$\therefore \boldsymbol{w = \frac{L}{4}}$$

Sust. w para encontrar h

$$h = \frac{L}{2} - \frac{L}{4}$$

$$\therefore \boldsymbol{h = \frac{L}{4}}$$

Sustituyendo w y h para encontrar el área máxima

$A = \frac{L}{4} \cdot \frac{L}{4}$

$\therefore \boldsymbol{A = \frac{L^2}{16}}$