

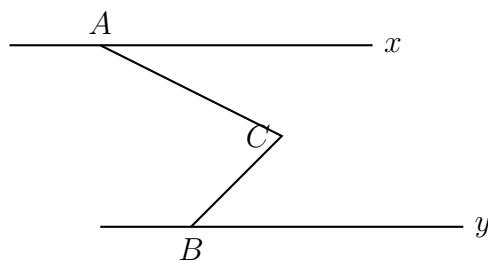


CHÚ Ý CÁC HÌNH VẼ KHI LÀM BÀI PHẢI VẼ LẠI, ĐẶT TÊN CHO HỢP LÝ, ĐIỂM CHỮ IN HOA THÌ KHÔNG VẼ Ở ĐẦU MÚT ĐƯỜNG THẲNG, CHỮ thường thì không chấm điểm

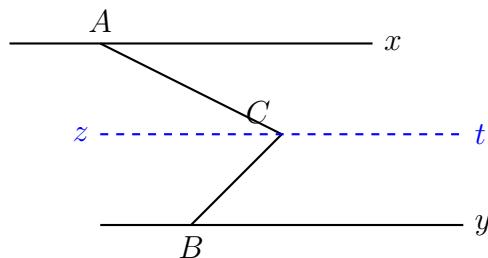
1. Mô hình bài toán "Đầu cá" (Ziczac)

a) Bài toán thuận: Chứng minh định lý tổng quát

Đề bài: Dùng thước đo góc bạn Nam phát hiện rằng: "Nếu vẽ điểm C nằm ở phía trong của hai đường thẳng song song Ax, By và hai điểm A, B nằm trên hai đường thẳng ấy (như hình vẽ) thì $\widehat{ACB} = \widehat{CAx} + \widehat{CBy}$." Em hãy giúp bạn Nam chứng minh phát hiện trên bằng lập luận toán học.



Lời giải:



Qua C vẽ đường thẳng $zt//Ax$ (z nằm phía bên trái, t nằm phía bên phải).
Ta có: $Ax//By$ (giả thiết), mà $zt//Ax$ nên $zt//By$.

- Vì $Ax//zt$ nên:

$$\widehat{ACT} = \widehat{CAx} \quad (2 \text{ góc so le trong}) \quad (1)$$

- Vì $By//zt$ nên:

$$\widehat{BCT} = \widehat{CBY} \quad (2 \text{ góc so le trong}) \quad (2)$$

Ta lại có tia Ct nằm giữa hai tia CA và CB nên:

$$\widehat{ACB} = \widehat{ACT} + \widehat{BCT} \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3), ta được:

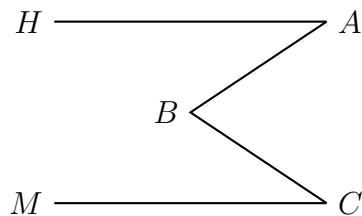
$$\widehat{ACB} = \widehat{CAx} + \widehat{CBY} \quad (\text{đpcm})$$



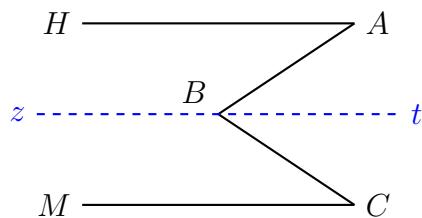


b) Bài toán đảo: Chứng minh song song

Đề bài: Cho hình vẽ bên dưới, biết $\widehat{A} = 40^\circ$, $\widehat{C} = 35^\circ$, $\widehat{ABC} = 75^\circ$. Chứng minh: $AH // CM$.



Lời giải:



Qua B vẽ đường thẳng $zt // AH$ (đường thẳng đi qua B , song song với hai cạnh).

Ta có: $zt // AH$ nên

$$\widehat{ABt} = \widehat{HAB} = 40^\circ \quad (\text{2 góc so le trong})$$

Ta lại có: $\widehat{ABC} = \widehat{ABt} + \widehat{CBt}$ (tia Bt nằm giữa hai tia BA, BC)

$$\Rightarrow \widehat{CBt} = \widehat{ABC} - \widehat{ABt} = 75^\circ - 40^\circ = 35^\circ$$

Ta thấy: $\widehat{CBt} = \widehat{BCM} (= 35^\circ)$ Mà hai góc này nằm ở vị trí so le trong nên $zt // CM$.

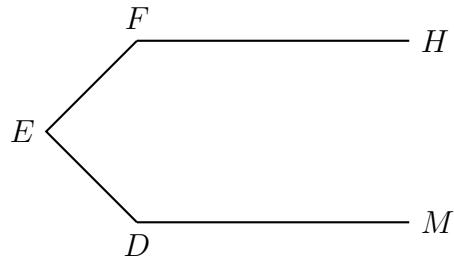
Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} zt // AH \quad (\text{theo cách vẽ}) \\ zt // CM \quad (\text{cmt}) \end{array} \right\} \Rightarrow AH // CM \quad (\text{cùng song song với } zt)$$

2. Mô hình "Thân cá"(Phương pháp Tách góc & Kè bù)

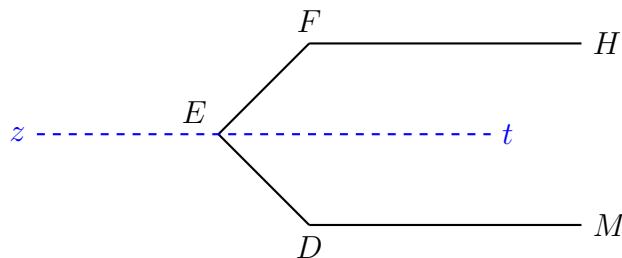
a) Bài toán thuận: Chứng minh định lý tổng quát

Đề bài: Cho hình vẽ bên dưới, biết $FH // DM$. Chứng minh rằng: $\widehat{HFE} + \widehat{FED} + \widehat{EDM} = 360^\circ$.





Lời giải:



Qua E kẻ đường thẳng $zt//FH$ (z nằm bên trái, t nằm bên phải). Ta có: $FH//DM$ (giả thiết), mà $zt//FH$ nên $zt//DM$.

Ta tách \widehat{FED} thành tổng hai góc: $\widehat{FED} = \widehat{FEt} + \widehat{tED}$.

Xét tổng $S = \widehat{HFE} + \widehat{FED} + \widehat{EDM}$. Thay \widehat{FED} vào, ta nhóm thành 2 cặp:

$$S = (\widehat{HFE} + \widehat{FEt}) + (\widehat{tED} + \widehat{EDM}) \quad (*)$$

- **Cặp thứ nhất:** Ta có $\widehat{FEz} = \widehat{HFE}$ (2 góc so le trong, do $zt//FH$). Mà $\widehat{FEz} + \widehat{FEt} = 180^\circ$ (2 góc kề bù trên đường thẳng zt). Suy ra:

$$\widehat{HFE} + \widehat{FEt} = 180^\circ \quad (1)$$

- **Cặp thứ hai:** Ta có $\widehat{DEz} = \widehat{EDM}$ (2 góc so le trong, do $zt//DM$). Mà $\widehat{DEz} + \widehat{tED} = 180^\circ$ (2 góc kề bù trên đường thẳng zt). Suy ra:

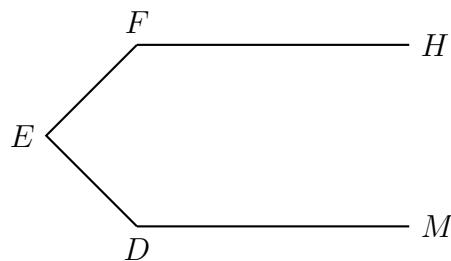
$$\widehat{tED} + \widehat{EDM} = 180^\circ \quad (2)$$

Thay (1) và (2) vào biểu thức (*), ta được:

$$S = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ \quad (\text{đpcm})$$

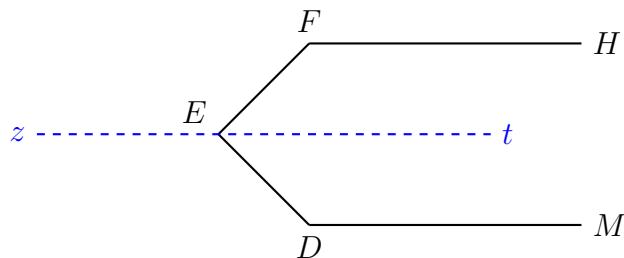
b) Bài toán đảo: Chứng minh song song

Đề bài: Cho hình vẽ bên dưới, biết $\widehat{F} = 140^\circ$, $\widehat{D} = 155^\circ$, $\widehat{FED} = 65^\circ$. Chứng minh: $HF//DM$.





Lời giải:



Qua E kẻ đường thẳng $zt//HF$ (z nằm bên trái, t nằm bên phải).

Ta có $zt//HF$ nên $\widehat{FEz} = \widehat{HFE} = 140^\circ$ (2 góc so le trong). Ta có $\widehat{FEz} + \widehat{FEt} = 180^\circ$ (2 góc kề bù).

$$\Rightarrow \widehat{FEt} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Ta lại có tia Et nằm giữa hai tia EF, ED nên $\widehat{FED} = \widehat{FEt} + \widehat{tED}$.

$$\Rightarrow \widehat{tED} = \widehat{FED} - \widehat{FEt} = 65^\circ - 40^\circ = 25^\circ$$

Xét góc \widehat{DEz} kề bù với \widehat{tED} :

$$\widehat{DEz} + \widehat{tED} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DEz} = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$$

Ta thấy: $\widehat{DEz} = \widehat{EDM}$ ($= 155^\circ$). Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $zt//DM$.

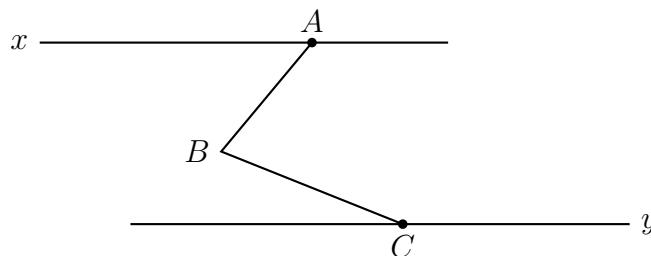
Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} zt//HF \\ zt//DM \end{array} \right\} \text{(theo cách vẽ)} \quad \left. \begin{array}{l} (\text{cmt}) \end{array} \right\} \Rightarrow HF//DM \quad (\text{cùng song song với } zt)$$

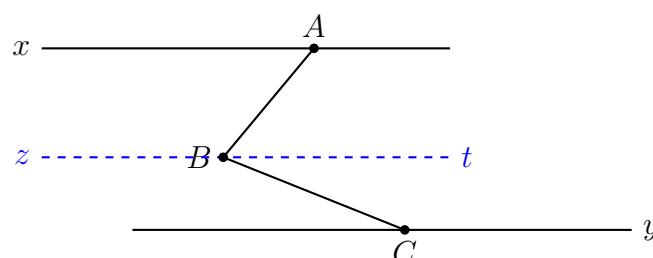
Mô hình bài toán "Ziczac Lệch"(Góc Nhọn & Tù)

a) Bài toán thuận: Chứng minh định lý tổng quát

Đề bài: Bạn Nam phát hiện rằng: "Nếu vẽ điểm B nằm ở phía trong hai đường thẳng song song Ax, Cy (tia Ax hướng sang trái, tia Cy hướng sang phải) sao cho \widehat{A} nhọn và \widehat{C} tù thì $\widehat{ABC} = \widehat{A} + (180^\circ - \widehat{C})$." Em hãy chứng minh phát hiện trên.



Lời giải:





Qua B kẻ đường thẳng $zt//Ax$ (z nằm bên trái, t nằm bên phải). Ta có $Ax//Cy$ (giả thiết) nên $zt//Cy$.

Ta chia góc \widehat{ABC} thành hai phần bởi tia Bt : \widehat{ABt} (phần trên) và \widehat{CBt} (phần dưới).

- Vì $Ax//zt$ (tia Ax hướng trái, tia Bt hướng phải) nên:

$$\widehat{ABt} = \widehat{xAB} = \widehat{A} \quad (2 \text{ góc so le trong}) \quad (1)$$

- Vì $Cy//zt$ (tia Bz hướng trái, tia Cy hướng phải). Ta xét góc \widehat{CBz} và góc \widehat{BCy} (\widehat{C}):

$$\widehat{CBz} = \widehat{BCy} = \widehat{C} \quad (2 \text{ góc so le trong})$$

Ta lại có $\widehat{CBz} + \widehat{CBt} = 180^\circ$ (2 góc kề bù tại đỉnh B). Suy ra:

$$\widehat{CBt} = 180^\circ - \widehat{CBz} = 180^\circ - \widehat{C} \quad (2)$$

Ta có tia Bt nằm giữa hai tia BA và BC nên:

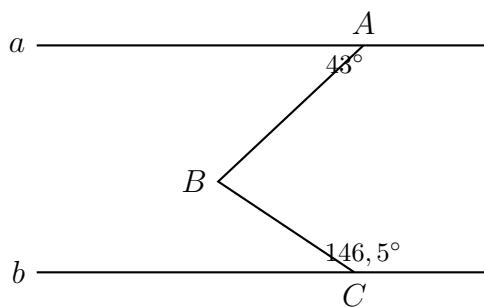
$$\widehat{ABC} = \widehat{ABt} + \widehat{CBt} \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3), ta được:

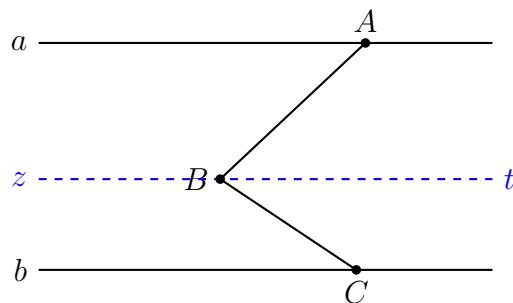
$$\widehat{ABC} = \widehat{A} + (180^\circ - \widehat{C}) \quad (\text{đpcm})$$

b) Bài toán đảo: Chứng minh song song

Đề bài: Cho hình vẽ bên dưới. Biết $\widehat{A} = 43^\circ$, $\widehat{C} = 146,5^\circ$ và $\widehat{ABC} = 76,5^\circ$. Chứng minh: $a//b$.



Lời giải:





Qua B kẻ đường thẳng $zt//a$ (z nằm bên trái, t nằm bên phải). Vì $zt//a$ nên ta có:

$$\widehat{ABt} = \widehat{A} = 43^\circ \quad (\text{2 góc so le trong})$$

Ta lại có tia Bt nằm giữa hai tia BA, BC nên $\widehat{ABC} = \widehat{ABt} + \widehat{CBt}$.

$$\Rightarrow \widehat{CBt} = \widehat{ABC} - \widehat{ABt} = 76,5^\circ - 43^\circ = 33,5^\circ$$

Ta tính góc \widehat{CBz} (kè bù với \widehat{CBt}):

$$\widehat{CBz} + \widehat{CBt} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CBz} = 180^\circ - 33,5^\circ = 146,5^\circ$$

Ta so sánh góc \widehat{CBz} và góc \widehat{C} :

$$\widehat{CBz} = 146,5^\circ; \quad \widehat{C} = 146,5^\circ \Rightarrow \widehat{CBz} = \widehat{C}$$

Mà hai góc này nằm ở vị trí so le trong (tia Bz hướng trái, tia Cb hướng phải). Suy ra $zt//b$.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} zt//a \quad (\text{theo cách vẽ}) \\ zt//b \quad (\text{cmt}) \end{array} \right\} \Rightarrow a//b \quad (\text{cùng song song với } zt)$$

