Universidade Federal do Espírito Santo
Centro Tecnológico
Departamento de Engenharia Elétrica
Robótica Móvel

Semestre 2020/02(EARTE)

Segunda Prova Parcial

Aluno(s): Dayvson Leandro Araujo Silva

Professor: Mario Sarcinelli Filho

Outubro de 2021

Sumário

1. Introdução

O controle de trajetória descrito neste relatório teve como base para desenvolvimento das simulações dois robôs aéreos, do tipo quadrimotor (Parrot Bebop 2), representado na figura 1. O desenvolvimento das simulações foi realizado utilizando Python e bibliotecas básicas para realização de cálculos e plotagem de gráficos.

A figura 1 representa uma formação VANT-VANT e suas variáveis, sendo que neste exemplo o VANT1 assume a função de base da formação, portanto todos os cálculos desenvolvidos nas simulações considera a posição da formação (x_f, y_f, z_f) igual a posição do VANT1 (x_1, y_1, z_1).

Fonte: Adaptado das apresentações de aula

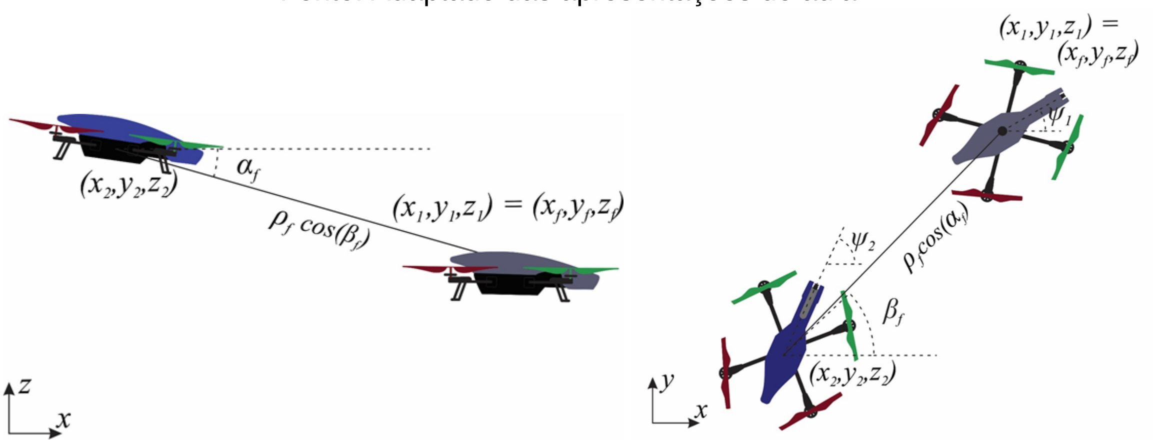


Figura 1 - representação gráfica simplificada formação VANT-VANT

Onde:

(x_f, y_f, z_f) - Coordenadas do robô de referência da formação;

ρ_f - Distância entre robôs da formação;

α_f - Ângulo entre ρ_f e o plano xy do sistema de coordenadas global;

β_f - Ângulo entre a projeção de no plano xy e o eixo x;

(x_1, y_1, z_1) - Posição do VANT 1

(x_2, y_2, z_2) - Posição do VANT 2

Para fins de desenvolvimento das equações os valores da formação são representados pelo vetor $\mathbf{q} = (x_f, y_f, z_f, \rho_f, \alpha_f, \beta z_f)$,

As simulações foram divididas em duas etapas, a primeira consiste em utilizar apenas as características cinemáticas do robô, já a segunda também leva em conta as características dinâmicas do robô.

2. Desenvolvimento

Para a modelagem do controlador solicitado foi utilizado uma abordagem de modularização da solução seguindo a lógica de definição de entradas, saídas e parâmetros necessários para o desenvolvimento, baseado no modelo multicamadas apresentado em aula.

Fonte: Adaptado das apresentações de aula

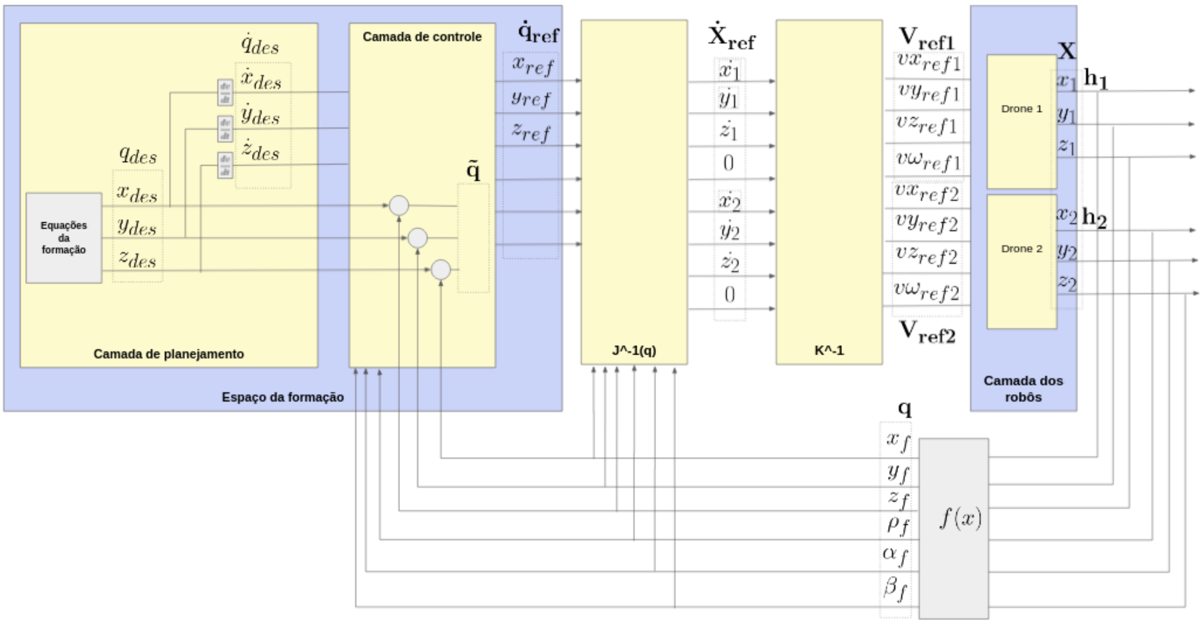


Figura 2 - Modelo multicamadas detalhado

a. Espaço da formação

i. Camada de planejamento

O primeiro bloco do sistema é responsável por gerar a trajetória(2) e as velocidades(3) da formação solicitada na aplicação, as entradas do bloco são as equações(1) que descrevem o caminho que a formação deverá percorrer, a partir das equações são gerados os vetores q_{des} e $\dot{q}_{des}$, onde $\dot{q}_{des}$ é encontrado a partir da derivada de q_{des}.

Entradas:

$$xf = 3 + 5cos(3t)$$
$$yf = 3 + 5cos(3t)$$
$$zf = 20 \quad (1)$$

Saídas:

$$\mathbf{q_{des}}(x_{des}, y_{des}, z_{des}) \text{ (2)}$$
$$\mathbf{\dot{q}_{des}}(\dot{x}_{des}, \dot{y}_{des}, \dot{z}_{des}) \text{ (3)}$$

ii. Camada de controle

Após a definição do caminho desejado e da velocidade desejada da formação, são realizadas as operações para gerar as velocidades de referências da formação.

Entradas:

$$\mathbf{q_{des}}(x_{des}, y_{des}, z_{des}) \text{ (2)}$$
$$\mathbf{\dot{q}_{des}}(\dot{x}_{des}, \dot{y}_{des}, \dot{z}_{des}) \text{ (3)}$$
$$\mathbf{q}(x_f, y_f, z_f, \rho_f, \alpha_f, \beta z_f) \text{ (4)}$$

Saídas:

$$\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{ref}}(\dot{x}_{ref}, \dot{y}_{ref}, \dot{z}_{ref}, \dot{\rho}_{ref}, \dot{\alpha}_{ref}, \dot{\beta}_{ref})$$

Para iniciar, deve-se encontrar o erro entre o $\boldsymbol{q_{des}}$ e o $\boldsymbol{q}$.

$$\tilde{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{q_{des}} - \boldsymbol{q} \quad (4)$$

Dando continuidade, para encontrar $\dot{\boldsymbol{q_{ref}}}$, é utilizado a equação(5), nela é aplicado a tangente hiperbólica para limitar os valores máximos de aceleração.

$$\dot{\boldsymbol{q_{ref}}} = \dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{des}} + \mathbf{L_1} tanh(\mathbf{L2})\tilde{\boldsymbol{q}} \quad (5)$$

onde:

$\dot{\boldsymbol{q_{ref}}}$ - Vetor de velocidades linear e angular aplicada na formação;

$\dot{\boldsymbol{q}}_{\boldsymbol{des}}$ - Vetor de velocidades linear e angular desejadas para a formação;

L_1 - Matriz diagonal com constantes de ganho proporcional;

L_2 - Matriz diagonal com constantes de ganho derivativos;

$\tilde{\boldsymbol{q}}$ - Diferença entre trajetória desejada e trajetória real.

b. Matriz Jacobiana

Neste bloco são desenvolvidas operações(6) para encontrar o vetor de velocidades do veículo.

$$\dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{ref}} = \mathbf{J^{-1}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_{\mathbf{ref}} \quad \textbf{(6)}$$

Onde:

$\mathbf{J^{-1}}(\mathbf{q})$ **-** Matriz Jacobiana que relaciona as variações temporais da formação $\dot{\boldsymbol{q_{ref}}}$ e as velocidades $\dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{ref}}$ dos robôs no sistema global de coordenadas;

$$\mathbf{J^{-1}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & cos(\alpha_f)cos(\beta_f) & -\rho_f sen(\alpha_f)cos(\beta_f) & -\rho_f cos(\alpha_f)sen(\beta_f) \\ 0 & 1 & 1 & cos(\alpha_f)sen(\beta_f) & -\rho_f sen(\alpha_f)sen(\beta_f) & -\rho_f cos(\alpha_f)cos(\beta_f) \\ 0 & 0 & 1 & sen(\alpha_f) & \rho_f cos(\alpha_f) & 0 \end{bmatrix} \textbf{(7)}$$

$\dot{\boldsymbol{q_{ref}}}$ -

Para completar o $\dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{ref}}$, é adicionado zeros para que representam as velocidades de guinada.

$$\dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{ref}} = [\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, 0, \dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{z}_2, 0] \quad (8)$$

c. Cinemática inversa da formação

Nesta etapa é definida a cinemática inversa da formação para que possa ser possível calcular as velocidade lineares e angulares dos drones da formação(12)(13),

$$\mathbf{V_{ref}} = \mathbf{K^{-1}}\dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{ref}} \quad \textbf{(9)}$$

Onde:

$$\mathbf{k^{-1}} = \begin{bmatrix} cos(\psi) & sen(\psi) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -sen(\psi) & cos(\psi) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & cos(\psi) & sen(\psi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -sen(\psi) & cos(\psi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(10)}$$

$\dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{ref}} = [\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, 0, \dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{z}_2, 0]$(8)

Por sua vez, $\mathbf{V_{ref}}$ é dividido em duas partes, $\mathbf{V_{ref1}}$ e $\mathbf{V_{ref2}}$.

$\mathbf{V_{ref1}} = [vx_{ref1}, vy_{ref1}, vz_{ref1}, v\omega_{ref1}]$(12)
$\mathbf{V_{ref2}} = [vx_{ref2}, vy_{ref2}, vz_{ref2}, v\omega_{ref2}]$(13)

d. Camada dos robôs

Nesta etapa será apresentada o modelo matemático dos robôs aéreos, do tipo quadrimotor (Parrot Bebop 2) que compoêm a formação.

Foram desenvolvidas duas simulações, a primeira utilizando um modelo matemático simplificado considerando apenas a cinemática de um drone genérico(14), a segunda simulação utilizou o modelo completo(15) do Parrot Bebop 2.

$$\dot{\mathbf{x}}^w = \begin{bmatrix} \dot{x}^w \\ \dot{y}^w \\ \dot{z}^w \\ \dot{\psi}^w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi^b & -sen\,\psi^b & 0 & 0 \\ sen\,\psi^b & \cos\psi^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{v_x} \\ u_{v_y} \\ u_{v_z} \\ u_{v_\psi} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}_1\mathbf{U} - \mathbf{f}_2\dot{\mathbf{X}}$$

onde $\ddot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix}$, $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{v_x} \\ u_{v_y} \\ u_{\dot{z}} \\ u_{\dot{\psi}} \end{bmatrix}$, $\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \dot{z} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$, $\mathbf{f}_1 = \begin{bmatrix} K_1 cos\psi & -K_3 sen\psi & 0 & 0 \\ K_1 sen\psi & +K_3 cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_7 \end{bmatrix}$ e

$$\mathbf{f}_2 = \begin{bmatrix} K_2 cos\psi & -K_4 sen\psi & 0 & 0 \\ K_2 sen\psi & +K_4 cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_8 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

Para f1 e f2 são resultados da multiplicação de Ku e Kv por **F**, que é a representação do modelo cinemático do drone. Para ku e kv foi utilizado os parâmetros apresentados nas aulas sendo `k1=0.8417, k2=0.18227, k3=0.8354, k4=0.17095, k5=3.966, k6=4.001 k7=9.8524 e k8=4.7295`.

$$f1 = Fku$$
$$f2 = FKv \quad (16)$$

Onde:

$ku = np.diag([k1, k3, k5, k7])//kv = np.diag([k2, k4, k6, k8])$ (17)

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

3. Resultados e Discussão

Foram realizadas duas simulações distintas, a primeira considerou um modelo cinemático genérico para o drone, a segunda considerou o modelo matemático completo do Parrot Bebop 2.

a. Resultados da solução com controlador cinemático

O primeiro desenvolvimento utilizou apenas o modelo cinemático, porém foi observado as velocidades máximas permitidas para o drone.

```
L1 = np.diag([0.5, 0.5, 1, 0.5, 0.5, 0.5])
L2 = np.diag([1, 1, 1, 1, 1, 1])
```

Fonte: autoria própria

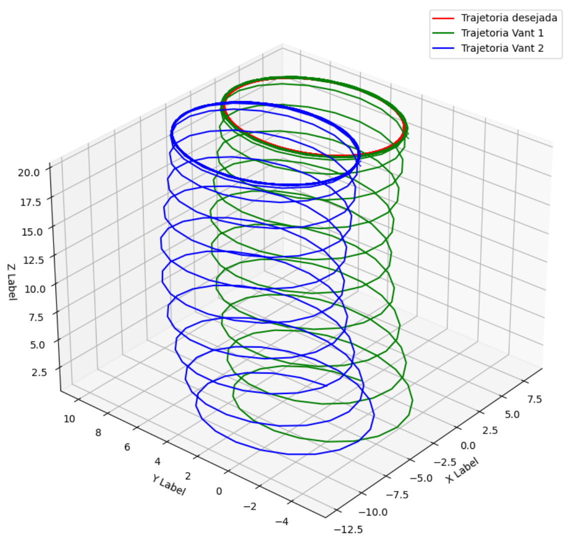


Figura - Gráfico 3D da trajetória planejada e executada

Fonte: autoria própria

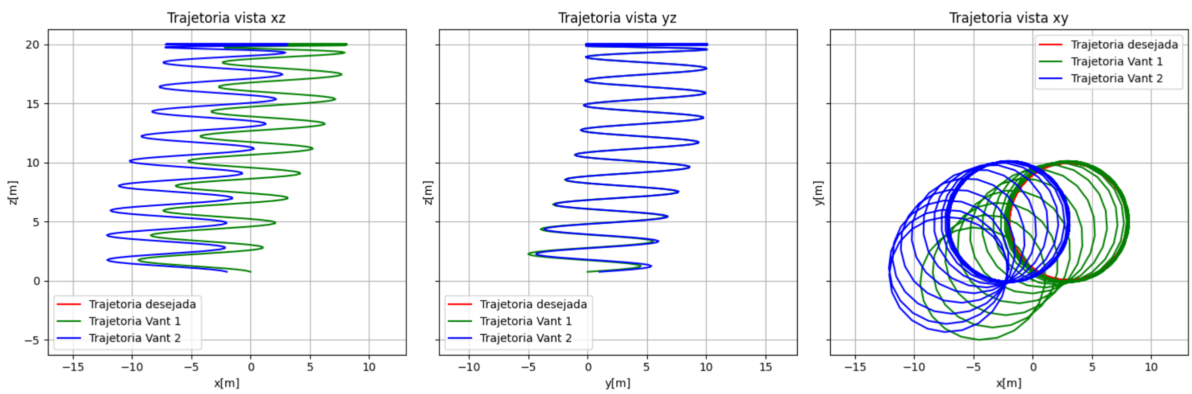


Figura - Vistas 3D projetadas em 2d

A trajetória desejada para a formação e a trajetória executada apresentou divergência apenas no início da simulação devido a diferença nos pontos iniciais dos VANTs 1 e 2 em relação à trajetória desejada.

Fonte: autoria própria

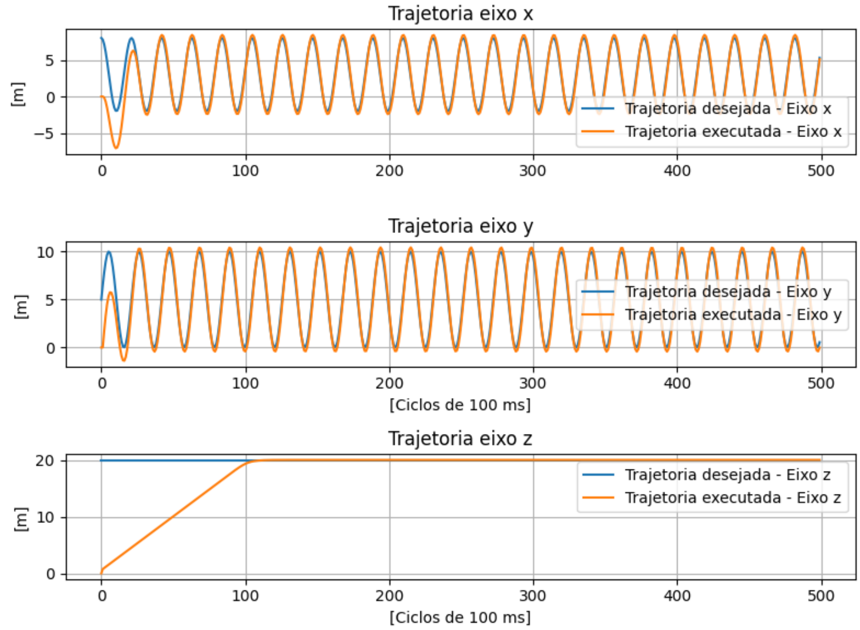


Figura - Trajetória desejada da formação e trajetória ejecutada

Por se tratar de um controle cinemático, as velocidades reais da simulação refletem instantaneamente os valores comandados. Um detalhe a ser observado é que a velocidade no eixo z vai a zero quando a formação chega a altitude, porém segue um formato suavizado devido a aplicação da tangente hiperbólica no controle da formação.

Fonte: autoria própria

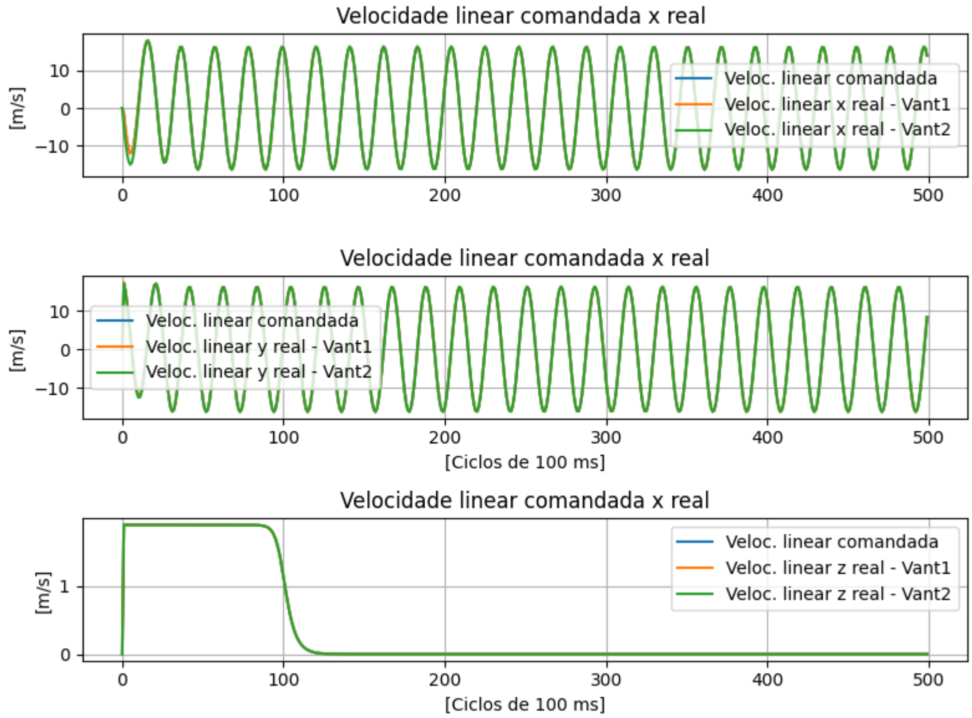


Figura - Velocidades comandada x real nos eixos x, y e z

O gráfico de posição comparando os dois VANTs da formação apresentam divergências apenas no eixo x, isso ocorre devido a α_f = 0 e β_f =0, portanto, o ângulo entre ρ_f e o plano xy do sistema de coordenadas global deve ser zero e o ângulo entre a projeção de no plano xy e o eixo x também deve ser zero.

Fonte: autoria própria

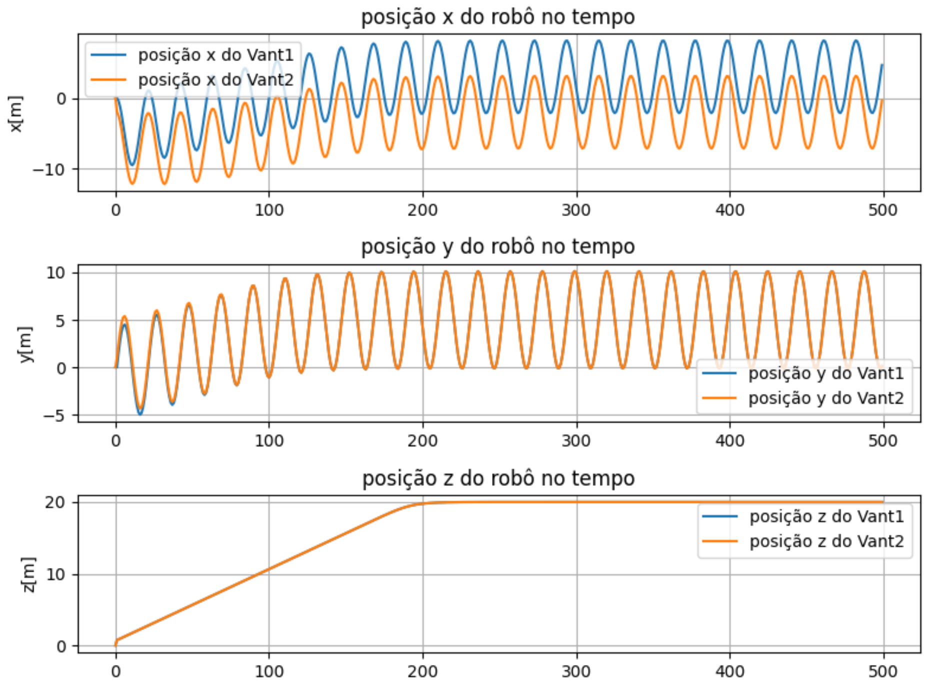


Figura - Posição do robô no tempo

A formação apresenta um erro considerável logo no início da formação devido ao fato de que a trajetória desejada possui altitude fixa em z=20, portanto o erro tende a zero quando a formação atingir a altitude da trajetória desejada.

Fonte: autoria própria

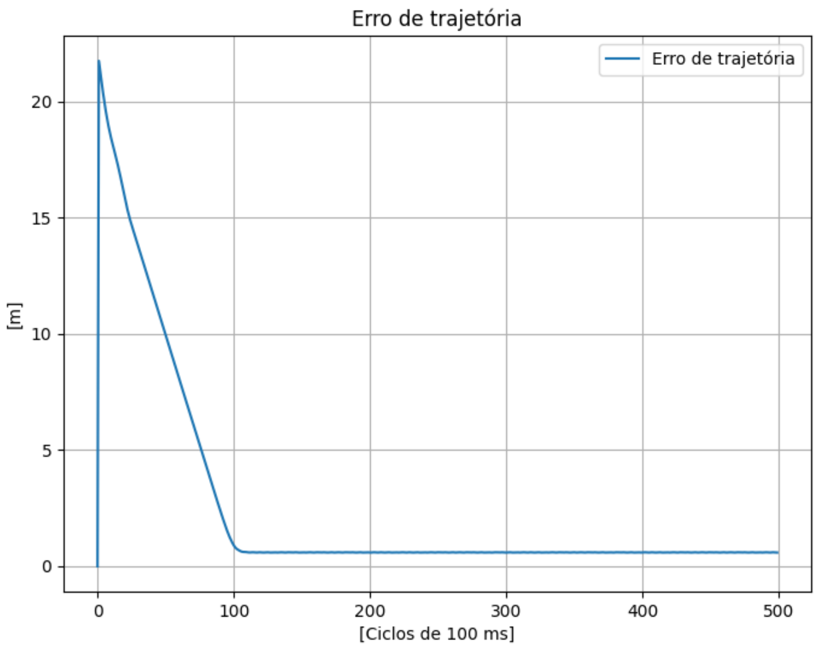


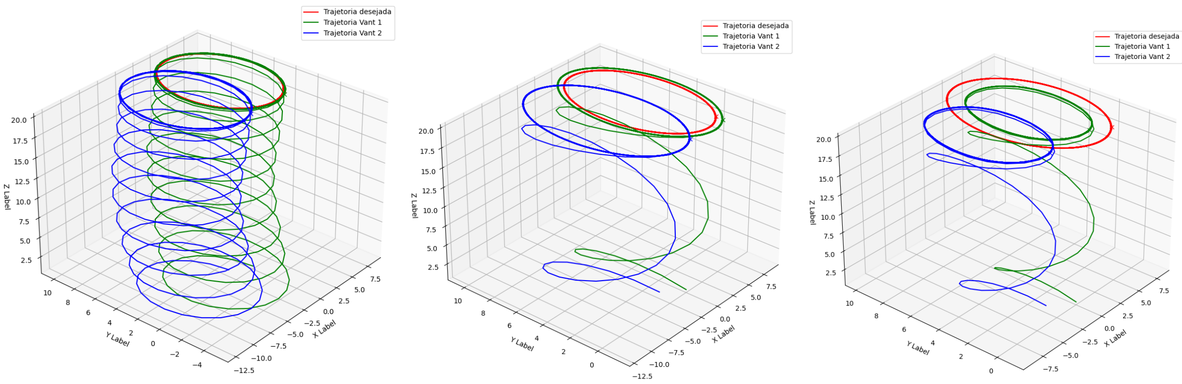
Figura - Erro de trajetória no tempo da simulação

b. **Resultados da solução modelo simplificado x completo(Cinemático + dinâmico)**

Apesar da implementação do modelo matemático completo para os VANTS, os resultados da simulação foram idênticos divergindo apenas no tempo necessário para a formação chegar a altitude Z.

Como complemento da simulação foram aplicados ganhos 6x maiores que os ganhos aplicados inicialmente.

Fonte: autoria própria



Fonte: autoria própria(a)(b)(c)

Figura - Gráfico 3D da trajetória planejada e executada comparativo

Inicialmente foram implementados ganhos reduzidos(1), utilizando o modelo simplificado do drone apresentado na seção 2 item d, como resultado a formação levou um tempo relativamente alto para chegar em zf=20, porém, nesta aplicação a trajetória da formação percorreu a trajetória desejada com um erro mínimo após chegar na altitude desejada. Com a aplicação de novos valores de ganhos(L1 = [3,3,3,6,3,3,3]) ainda com o modelo matemático simplificado foi a formação chegou a z=20 em um tempo inferior(b), porém apresentou divergência entre a trajetória desejada e a executada, o erro ficou mais evidente ainda quando foram aplicados os novos ganhos com a utilização do modelo matemático completo(c), devido ao fato de não ter sido aplicado um controlador dinâmico a simulação, esse erro poderá ser reduzido e tender a zero caso se aplique o conjunto de controlador cinemático e dinâmico ao controle de formação.