

# Модель гармонических колебаний

---

Аздаев Дмитрий Александрович НФИбд-01-18<sup>1</sup>

МатМод–2021, 1 марта, 2021, Москва, Россия

<sup>1</sup>Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи работы

---

# Цель лабораторной работы

Изучить уравнение гармонического осциллятора

## Задание к лабораторной работе

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания
2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.
3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

# **Процесс выполнения лабораторной работы**

---

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

При отсутствии потерь в системе ( $\gamma = 0$ ) получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия для системы примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$



## Условие задачи

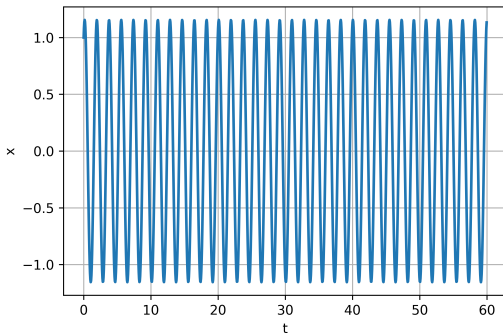
Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 12x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 10\dot{x} + 5x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы  $\ddot{x} + 7\dot{x} + 7x = 7 \sin 3t$

На интервале  $t \in [0; 60]$ , шаг 0.05,  $x_0 = 1, y_0 = 2$

## Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

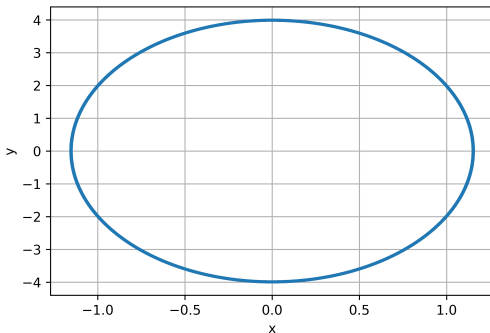
$$\ddot{x} + 12x = 0$$



**Figure 1:** График решения для случая 1

## Случай 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

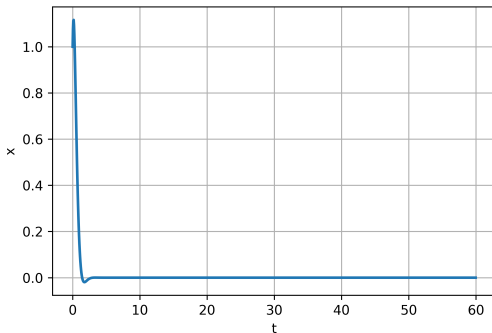
$$\ddot{x} + 12x = 0$$



**Figure 2:** Фазовый портрет для случая 1

## Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

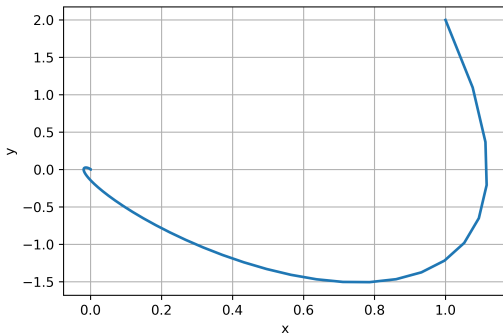
$$\ddot{x} + 10\dot{x} + 5x = 0$$



**Figure 3:** График решения для случая 2

## Случай 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

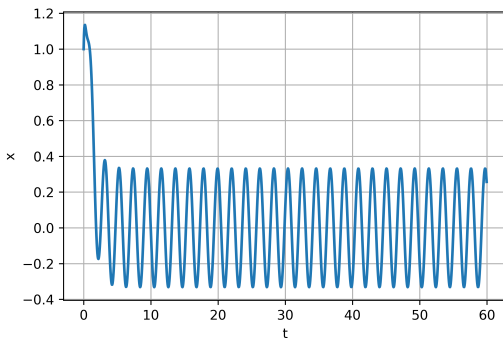
$$\ddot{x} + 10\dot{x} + 5x = 0$$



**Figure 4:** Фазовый портрет для случая 2

### Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

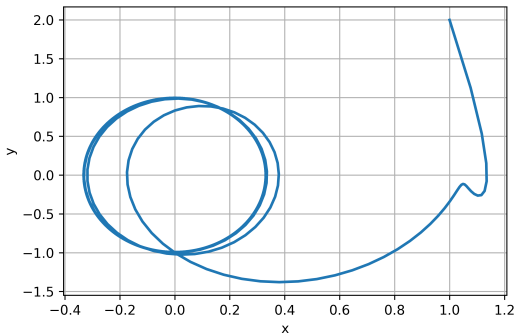
$$\ddot{x} + 7\dot{x} + 7x = 7 \sin 3t$$



**Figure 5:** График решения для случая 3

### Случай 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 7\dot{x} + 7x = 7 \sin 3t$$



**Figure 6:** Фазовый портрет для случая 3

## **Выводы по проделанной работе**

---



В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы.