

# **Отчет по лабораторной работе №6**

**Модель эпидемии - вариант 11**

Аздаев Дмитрий Александрович НФИбд-01-18

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Теоретические сведения . . . . .	6
3.2	Задача . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>11</b>

# List of Figures

3.1	Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$ . . . . .	10
3.2	Графики численности в случае $I(0) > I^*$ . . . . .	10

# 1 Цель работы

Изучить модель эпидемии  $SIR$

## 2 Задание

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:  $I(0) \leq I^*$ ,  $I(0) > I^*$

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

## 3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N = 17000$ ) в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 117$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 17$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1.  $I(0) \leq I^*$   
2.  $I(0) > I^*$

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
```

```

import math

N = 17000
I0 = 117
R0 = 17
S0 = N-I0-R0

a = 0.18
b = 0.05

x0 = [S0, I0, R0]

def syst(y, t):
    y1, y2, y3 = y
    return [0, -b*y2, b*y2 ]

def syst2(y, t):
    y1, y2, y3 = y
    return [-a*y1, a*y1-b*y2, b*y2 ]

t = np.arange( 0, 200, 0.01)
y1 = odeint(syst, x0, t)
y1s = y1[:,0]
y1i = y1[:,1]
y1r = y1[:,2]

fig = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y1s, linewidth=2, label='S(t)')

```



```

plt.plot(t, y1i, linewidth=2, label='I(t)')
plt.plot(t, y1r, linewidth=2, label='R(t)')
plt.ylabel("численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
fig.savefig('01.png', dpi = 600)

```

```

y2 = odeint(syst2, x0, t)
y2s = y2[:,0]
y2i = y2[:,1]
y2r = y2[:,2]

```

```

fig2 = plt.figure(facecolor='white')
plt.plot(t, y2s, linewidth=2, label='S(t)')
plt.plot(t, y2i, linewidth=2, label='I(t)')
plt.plot(t, y2r, linewidth=2, label='R(t)')
plt.ylabel("численность")
plt.xlabel("t")
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
fig2.savefig('02.png', dpi = 600)

```

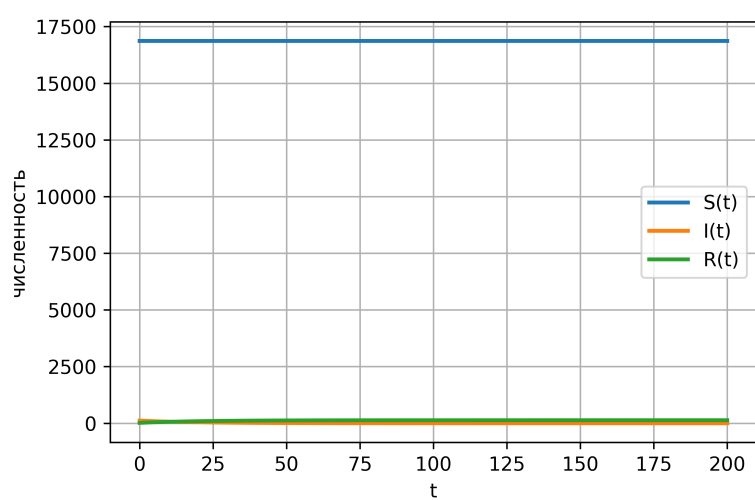


Figure 3.1: Графики численности в случае  $I(0) \leq I^*$

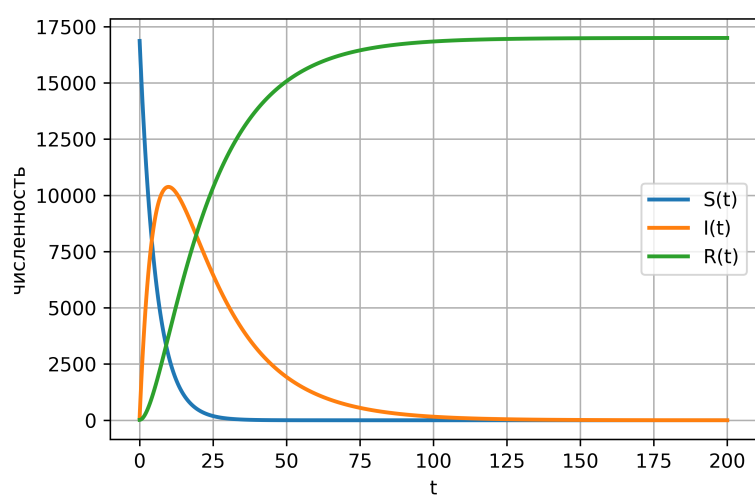


Figure 3.2: Графики численности в случае  $I(0) > I^*$

## 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.