

Tehnični projekt | Modeliranje naprave polhelicopter

David Blazheski, Teodora Trajkova, Ivana Kerkez

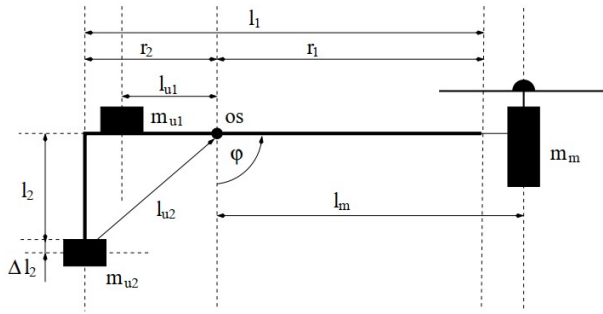
Fakulteta za elektrotehniko, 1 letnik MAG, Smer: Avtomatika in informatika

Povzetek

Razvili smo nelinearni model sistema polhelicopter, ki smo ga nato preverili z različnimi simulacijami in eksperimentalnimi meritvami. Osredotočili smo se na analizo statičnih lastnosti sistema, kasneje pa smo z linearizacijo okoli delovne točke podrobneje preučili stabilnost in dinamične lastnosti. S pomočjo optimizacije smo izboljšali natančnost modela, tako da je boljše ustrežal realnim meritvam.

1 Uvod

V tej nalogi smo se ukvarjali z analizo mehanskega sistema, imenovanega helico-crane, ki simulira delovanje polhelicopterja. Gre za laboratorijski model, ki vključuje različne fizikalne dejavnike in se obnaša na nelinearen način. Naprava je sestavljena iz nosilnega ogrodja, vrtiljive ročice, ki omogoča gibanje v dveh ravninah, in bremena. Funkcionalna shema naprave je prikazana na sliki 1.



Slika 1: Funkcionalna shema naprave.

Zaradi vpliva vztrajnosti, dušenja, gravitacije in zunanjih motenj sistem ne sledi enostavnim linearnim pravilom, zato smo za njegovo analizo razvili nelinearni matematični model. Ta temelji na diferencialni enačbi, ki opisuje gibanje njegovih komponent in upošteva vplive, kot so trenje v ležajih, obnašanje ročice ter gravitacija, ki vpliva na gibanje bremena.

Naša raziskava je pokazala, da je za natančno analizo takšnih sistemov najbolj učinkovita kombinacija matematičnega modeliranja, eksperimentalnih meritev in nu-

merične optimizacije. Tak pristop omogoča boljše razumevanje dinamike naprave.

2 Matematični model sistema

Za matematično modeliranje pilotne naprave smo uporabili Lagrangeovo enačbo, ki omogoča analizo dinamičnega obnašanja sistema. Postopek se začne z definiranjem Lagrangeove funkcije, ki je razlika med kinetično in potencialno energijo sistema. Ker sistem vključuje dušenje zaradi trenja in drugih upočasnjevalnih učinkov, smo v model vključili tudi disipacijsko funkcijo P , ki je odvisna od hitrosti sistema \dot{q}_s . Disipacijska funkcija je izražena kot:

$$P = \frac{1}{2} R \dot{q}_s^2 \quad (1)$$

kjer je R disipacijska konstanta, ki določa stopnjo dušenja. Ko vstavimo Lagrangeovo funkcijo in disipacijsko funkcijo v Lagrangeovo enačbo, dobimo enačbo, ki opisuje gibanje sistema:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_s} + \frac{\partial P}{\partial \dot{q}_s} = F_s \quad (2)$$

kjer F_s predstavlja zunanjo silo, ki vpliva na sistem. Z reševanjem te enačbe za naš sistem pridemo do končne oblike enačbe gibanja naprave:

$$J \ddot{\varphi} = k_1 \sin(\varphi) + k_2 \sin(\varphi + \psi_1) + k_3 \sin(\varphi + \psi_2) + f_0 \dot{\varphi} \quad (3)$$

kjer J označuje moment inercije sistema, φ pa kot zasuk, ki je posplošena koordinata. Parametri k_1, k_2, k_3 so odvisni od geometrije naprave, mase, gostote in gravitacije, medtem ko f_0 predstavlja koeficient viskoznega dušenja, ki upošteva energijo, izgubljeno zaradi trenja v ležajih naprave. Ta enačba omogoča natančno analizo dinamičnega obnašanja naprave in je ključna za nadaljnje raziskovanje in optimizacijo njenega delovanja.

$$k_1 = g \rho_d \left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) + g (m_{u1} l_{u1} - m_m l_m) \quad (4)$$

$$k_2 = \rho_d l_2 g \sqrt{\frac{l_2^2}{4} + r_2^2} \quad (5)$$

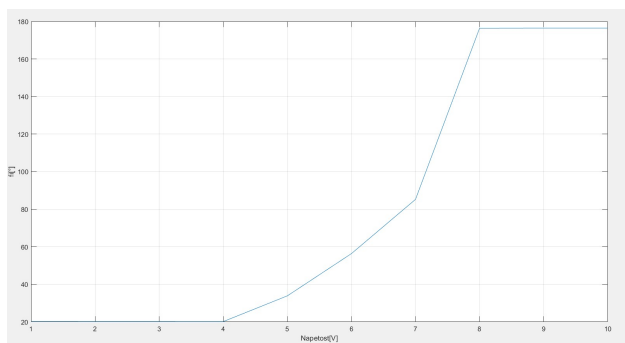
$$k_3 = m_{u2} l_{u2} g \quad (6)$$

Parameter	Vrednost
m_m	0.13 kg
m_{u1}	0.145 kg
m_{u2}	0.024 kg
l_m	0.38 m
l_{u1}	0.21 m
l_{u2}	0.24 m
Δl_2	0.005 m
l_1	0.54 m
l_2	0.128 m
r_1	0.34 m
r_2	0.2 m
ρ_d	1.13 kg/m ³
f_0	0.105 kg·m ² /s

Tabela 1: Parametri naprave in njihove vrednosti.

3 Statična karakteristika

Statična karakteristika sistema na sliki 2 prikazuje odvisnost med vhodno napetostjo in izhodnim kotom pri ustaljenih pogojih ter določa delovno območje naprave. Iz grafa je razvidno, da sistem pri nizkih napetostih ostaja v nespremenjenem stanju, kar nakazuje na prisotnost mrtvega območja. Ko napetost preseže določen prag, začne naprava kazati nelinearen odziv, pri čemer se izhodni kot povečuje do svoje maksimalne vrednosti. Ta karakteristika je ključna za razumevanje delovanja sistema, saj omogoča določitev območja stabilnega delovanja ter identifikacijo mejnih vrednosti, ki vplivajo na njegov dinamični odziv.



Slika 2: Statična karakteristika realne naprave.

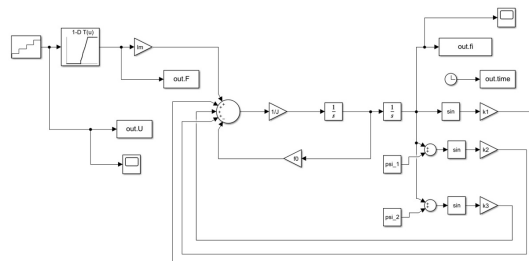
4 Nelinearni model sistema

Nelinearni model sistema je bil oblikovan na podlagi diferencialnih enačb, ki predstavljajo matematični opis realnega sistema. Model vključuje nelinearne značilnosti, ki vplivajo na njegovo dinamiko. Na začetku se sistem vzbuja z vhodnim signalom, ki predstavlja napetost, ta pa se nato s pomočjo look-up tabele preslika v silo. Parametri look-up tabele so bili določeni s pomočjo optimizacije, da bi kar najbolje odražali realne lastnosti sistema.

Nadaljnja dinamika modela temelji na integraciji gibanja, kjer se na podlagi dobljene sile izračuna kotna hitrost in nato kot v radianih. Model vključuje tudi povratne zanke,

ki omogočajo realistično simulacijo obnašanja sistema in analizo vpliva različnih parametrov. Tak pristop omogoča natančno analizo gibanja ter odziva sistema na različne vhodne pogoje.

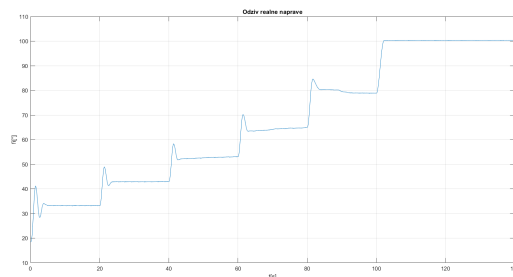
Na sliki 3 je prikazan nelinearni model naprave, ki upošteva osnovne fizikalne lastnosti sistema.



Slika 3: Nelinearni model naprave.

5 Preizkus naprave na stopničasto vzbuja-nje

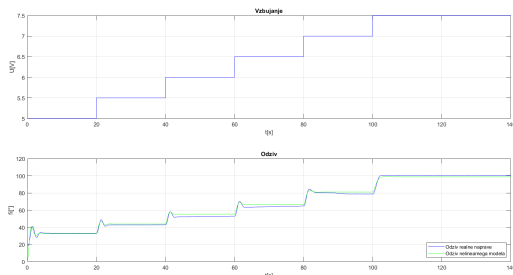
Po vzpostavitvi matematičnega modela smo napravo preizkusili v realnem okolju. Za analizo njenega odziva smo jo vzbudili z stopničastim vhodnim signalom, enakim tistemu, ki smo ga uporabili pri nelinearnem modelu. Ta vhodni signal omogoča jasno opazovanje prehodnega in ustaljenega stanja ter omogoča primerjavo odzivov med modelom in realnim sistemom. Na sliki 4 je prikazan odziv realne naprave.



Slika 4: Odziv realne naprave.

6 Primerjava odziva naprave in modela

Da bi preverili natančnost modela, smo oba odziva primerjali. Graf na sliki 5 prikazuje odziv naprave (modra črta) in nelinearnega modela (zelena črta) v odvisnosti od časa. Vidimo, da se model zelo dobro ujema z realnim sistemom, saj sta krivulji skoraj identični. Pri vsakem povečanju vhodnega signala se pojavi značilna prehodna faza z rahlimi oscilacijami, preden sistem doseže novo ustaljeno stanje.



Slika 5: Primerjava odzivov realne naprave in modela.

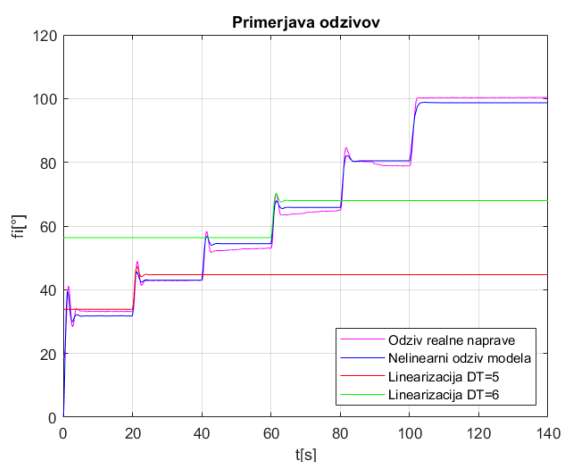
7 Optimizacija modela

Za dodatno izboljšanje ujemanja med modelom in realnim sistemom smo izvedli optimizacijo parametrov modela s pomočjo metode *fminsearch*. Ta metoda nam omogoča iskanje optimalnih vrednosti parametrov tako, da minimizira razliko med odzivi naprave in našega modela. Optimizacija je pokazala, da lahko s primerno izbiro parametrov dosežemo zelo dobro ujemanje med modelom in napravo.

8 Linearizacija modela

Po končani optimizaciji smo model linearizirali. Linearizacijo smo izvedli s pomočjo MATLAB funkcije *linmod*, ki omogoča linearizacijo nelinearnega sistema okoli določene delovne točke. Za izbiro delovnih točk smo uporabili vrednosti iz statične karakteristike sistema, s čimer smo pridobili matično predstavitev stanja (A, B, C, D). Na podlagi tega smo ustvarili zapis prenosne funkcije sistema in analizirali dinamične odzive s pomočjo časovnega odziva (step response). Rezultati so pokazali skladnost lineariziranega modela z obnašanjem sistema v okolici izbrane delovne točke.

Slika 6 prikazuje primerjavo odziva realne naprave, nelinearnega modela in dveh lineariziranih modelov pri različnih delovnih točkah (DT=5 in DT=6).



Slika 6: Primerjava odzivov realne naprave in modelov.

• Modra črta: Odziv realne naprave

To je eksperimentalno izmerjen odziv fizičnega sistema na stopničasti vhodni signal. Jasno so vidni prehodni pojavi in nihanja pred ustalitvijo na novi vrednosti.

• Vijolična črta: Odziv nelinearnega modela

Model zelo dobro posnema odziv realne naprave, kar potrjuje njegovo natančnost. Odstopanja so minimalna, kar pomeni, da model ustrezno zajema dinamiko sistema.

• Rdeča in zelena črta: Linearizirani modeli nelinearnega sistema (DT=5, DT=6)

Linearizirani modeli predstavljajo poenostavljene različice nelinearnega sistema okoli specifičnih delovnih točk (DT=5 in DT=6). Razlika med njima kaže, kako izbira delovne točke vpliva na natančnost linearnega približka.

Zaključek

Zaključimo lahko, da se razviti model naprave polhelikopter zelo dobro ujema z eksperimentalnimi podatki. Optimizacija parametrov je omogočila natančno napovedovanje obnašanja sistema, pri čemer so rezultati pokazali minimalna odstopanja med modelom in realno napravo. Linearizacija sistema okoli različnih delovnih točk je prav tako potrdila ustreznost matematičnega pristopa, saj sta linearizirana modela uspešno opisala dinamiko sistema v omejenih območjih delovanja. Kljub doseženemu dobremu ujemanju med modelom in eksperimentalnimi meritvami ostajajo možnosti za nadaljnje izboljšave. Ena ključnih omejitev trenutnega modela so trenja v ležajih, ki jih v optimizaciji še nismo v celoti zajeli. Če bi uspeli natančneje modelirati in optimizirati vpliv trenja, bi lahko dodatno izboljšali skladnost med modelom in realnim sistemom, predvsem pri prehodnih pojavih in pri majhnih vhodnih signalih.